Fisica 1

Enrico Bragastini

23 marzo 2021

Indice

Nozioni di base

1.1 Misura di una grandezza

Una **grandezza fisica** è la proprietà di un fenomeno, corpo o sostanza, che può essere espressa quantitativamente mediante un numero e un riferimento.
La misura di una grandezza può avvenire con due modalità:

- Mediante un dispositivo sperimentale
- Confronto con un'altra grandezza omogenea di riferimento e costante

L'espressione di una grandezza fisica avviene nella forma:

Numero + *Unità di misura*

1.2 Grandezze fisiche fondamentali e derivate

Possiamo distinguere le grandezze fisiche in fondamentali e derivate.
Le **grandezze fisiche fondamentali** sono:

- Lunghezza [L]
- Massa [M]
- Tempo [t]
- Intensità Di Corrente [i]
- Temperatura Assoluta [T]

Le **grandezze fisiche derivate** sono grandezze che possono essere espresse in forma di combinazioni matematiche delle grandezze fondamentali. Alcuni esempi di grandezze derivate sono:

- Superficie
- Volume
- Velocità
- Accelerazione
- Forza
- Pressione

1.3 Sistemi di Unità di Misura

SISTEMA	Lunghezza	Massa	Tempo	Corrente	Temperatura
MKS (s. i.)	m	kg	s	A	°K
cgs	cm	g	s	A	°K

1.3.1 Ulteriori Unità di Misura

Esistono ulteriori sistemi di unità di misura che permettono di avere maggiore comodità nelle misurazioni di particolari grandezze. Se ne elencano alcuni:

1. Lunghezza: Ångströms, Anno-Luce
2. Tempo: Minuto, Ora
3. Volume: Litro
4. Velocità: Chilometro/Ora
5. Pressione: Atmosfera, Millimetro di mercurio
6. Energia: Elettrovolt, Chilovattora

1.4 Notazione Scientifica

Per i numeri particolarmente grandi o piccoli risulta comodo rappresentarli in **Notazione Scientifica** utilizzando le potenze del 10.

La notazione scientifica permette di scrivere un numero in cui compare una sequenza molto lunga di zeri in forma compatta. In matematica si dice che un numero è scritto in notazione scientifica se è della forma $n \cdot 10^e$

Esempio:

$$1,2 \cdot 10^5$$

Un numero in *notazione scientifica* è quindi composto da:

- Un numero compreso n tale che $1 \leq n < 10$
- Una potenza del 10 con esponente intero

1.5 Analisi Dimensionale

Quando si è di fronte ad una formula fisica o si svolgono calcoli con grandezze fisiche e unità di misura, per verificare la plausibilità della formula data e la consistenza dei calcoli svolti si può ricorrere all'analisi dimensionale.

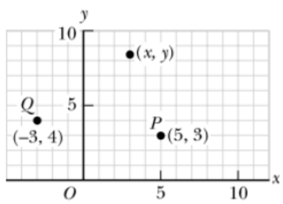
Eseguire l'analisi dimensionale di una formula, o più in generale di un'equazione fisica, vuol dire ricavare le dimensioni di ognuno dei due membri allo scopo di verificare che esse coincidano: se così non fosse ci sarebbe necessariamente qualcosa di sbagliato, perché avremmo a che fare con un'equazione dimensionalmente non consistente.

1.6 Sistemi di Coordinate

Molti aspetti della fisica hanno in qualche modo a che fare con la descrizione di un punto dello spazio. Ad esempio, la descrizione matematica del moto di un corpo richiede un metodo che descriva la successione delle posizioni occupate dal corpo nel tempo.

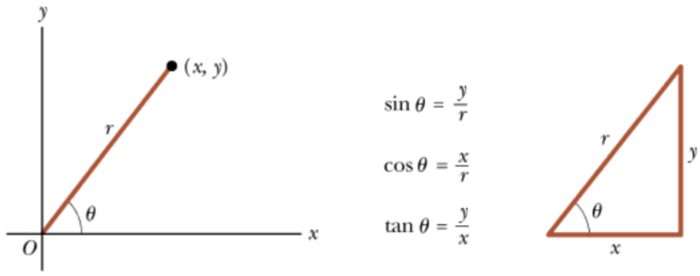
1.6.1 Coordinate cartesiane

In due dimensioni questa descrizione può essere realizzata con l'uso di un sistema di **coordinate cartesiane** in cui due assi perpendicolari si intersecano in un punto definito come punto origine. Le coordinate cartesiane sono anche dette *coordinate rettangolari*.



1.6.2 Coordinate scalari

Talvolta è più conveniente rappresentare un punto in un piano tramite le sue **coordinate polari piane** (r, θ).



In questo sistema di coordinate polari, r è la distanza dall'origine al punto di coordinate cartesiane (x, y) e θ è l'angolo fra un asse fisso e la semiretta tracciata dall'origine al punto, generalmente misurato in verso antiorario dall'asse x positivo.

Conversione delle coordinate Partendo dalle coordinate polari, si possono ottenere le coordinate cartesiane tramite le seguenti equazioni:

- $x = r \cdot \cos\theta$
- $y = r \cdot \sin\theta$

Inoltre, sfruttando la trigonometria si possono ottenere queste altre informazioni:

- $\tan\theta = \frac{y}{x}$
- $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

1.7 Grandezze scalari e grandezze vettoriali

1.7.1 Grandezza scalare

Una *grandezza scalare* è una grandezza che è specificata solamente da un valore con una certa unità di misura e non associata con una direzione.

Alcune grandezze scalari sono *sempre positive*, come la massa e la velocità scalare. Altre, come la temperatura, possono avere valori *sia positivi che negativi*. Per manipolare le quantità scalari si adoperano le **normali regole dell'aritmetica**.

1.7.2 Grandezza vettoriale

Una grandezza vettoriale è una grandezza che, per essere specificata, ha bisogno sia di un numero con le sue unità di misura (**modulo del vettore**), sia di una **direzione orientata**.

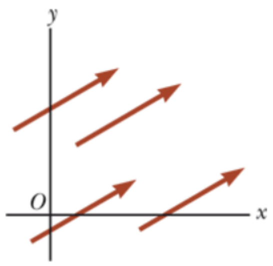
Per rappresentare un vettore, si utilizza una lettera sormontata da una freccia come da esempio:

$$\vec{A}$$

1.8 Proprietà e operazioni con i vettori

1.8.1 Uguaglianza di due vettori

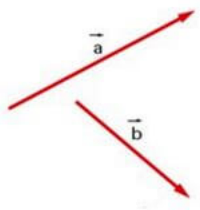
Due vettori $\vec{A}$ e $\vec{B}$ sono **uguali** se sono uguali i loro *moduli*, la *direzione* e il *verso*. L'uguaglianza è *indipendente dall'origine*, ovvero i vettori possono essere traslati sul grafico in base alla necessità senza che venga persa la loro uguaglianza.



1.8.2 Somma tra vettori (metodo grafico)

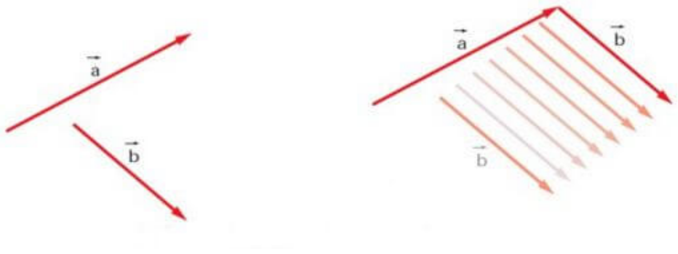
La somma tra vettori può essere svolta rapidamente in modo grafico.

In generale, se si vogliono sommare due spostamenti rappresentati dai due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ come di seguito rappresentato:

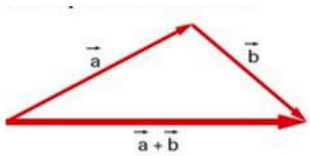


Metodo punta-coda: Spostiamo uno dei due vettori in modo tale che la sua coda coincida con la punta del primo vettore.

Riferendoci al nostro caso, spostiamo il vettore $\vec{b}$ vettore in modo tale che la sua coda coincida con la punta del vettore $\vec{a}$, come di seguito rappresentato:



Come è possibile notare dalla figura precedente lo spostamento del vettore $\vec{b}$ deve essere effettuato in modo tale che la freccia rimanga sempre parallela a se stessa. Lo spostamento totale si ottiene unendo la coda del vettore $\vec{a}$ con la punta del vettore $\vec{a}$, come di seguito rappresentato:



Si noti che in generale il modulo del vettore somma non è uguale alla somma dei moduli dei singoli spostamenti.

1.8.3 Opposto di un vettore

L'**opposto di un vettore** $\vec{A}$ è definito come il vettore che sommato a $\vec{A}$ permette di ottenere 0.

$$\vec{A} + (-\vec{A}) = 0$$

Il vettore $(-\vec{A})$ è quindi un vettore che ha lo **stesso modulo** di $\vec{A}$, con la **stessa direzione** ma di **verso opposto**.

1.8.4 Sottrazione tra vettori

La **sottrazione tra vettori** si ottiene sfruttando la definizione di *vettore opposto*. Quindi, si vuole sottrarre il vettore $\vec{B}$ al vettore $\vec{A}$, basta *sommarne l'opposto*.

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

1.8.5 Prodotto tra un vettore e uno scalare

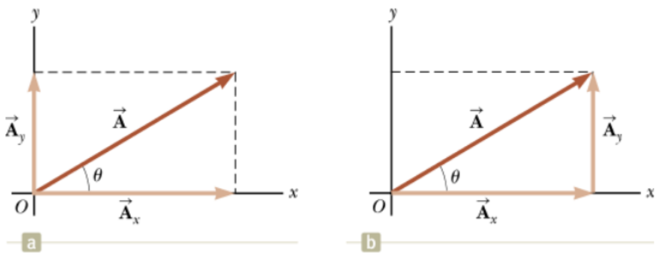
- Se un vettore $\vec{A}$ viene moltiplicato per una quantità scalare positiva m, allora il prodotto è $m\vec{A}$ e possiede la stessa direzione di A e modulo mA.
- Se un vettore $\vec{A}$ viene moltiplicato per una quantità scalare negativa $-m$, allora il prodotto è $-m\vec{A}$ e possiede direzione opposta di A e modulo mA.

1.9 Componenti di un vettore e vettori unitari

1.9.1 Componenti di un vettore

Il metodo geometrico di somma vettoriale non è raccomandabile in quelle situazioni in cui si richiede una precisione elevata, oppure nei problemi in tre dimensioni. Esiste un metodo per sommare i vettori che fa uso delle *proiezioni dei vettori* lungo gli assi coordinati. Queste proiezioni sono chiamate **componenti del vettore** o anche componenti rettangolari del vettore. Un vettore può essere descritto in modo completo dai suoi componenti.

Un vettore $\vec{A}$ può essere espresso come come *somma di due vettori componenti*: $\vec{A}_x$, parallelo all'asse x, sommato a $\vec{A}_y$, parallelo all'asse y.



Si ottengono quindi le seguenti relazioni:

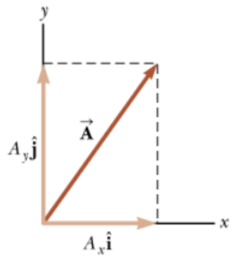
- $\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$
- $\vec{A}_x = A\cos\theta$
- $\vec{A}_y = A\sin\theta$
- $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$
- $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$

Nell'affrontare un problema fisico si può scegliere di specificare un vettore $\vec{A}$ per mezzo delle sue componenti $\vec{A}_x$ e $\vec{A}_y$ oppure per mezzo del suo modulo A e dell'angolo θ.

1.9.2 Vettori unitari

Un **vettore unitario** è un *vettore adimensionale* il cui modulo è esattamente 1. I vettori unitari hanno l'unico scopo di indicare una direzione orientata e non hanno nessun altro significato fisico. Il modulo dei vettori unitari è uguale a 1, ovvero $|\hat{i}| = |\hat{j}| = |\hat{k}| = 1$

Useremo i simboli $\hat{i}$, $\hat{j}$, e $\hat{k}$ per rappresentare i vettori unitari che puntano rispettivamente nelle direzioni positive x, y e z.



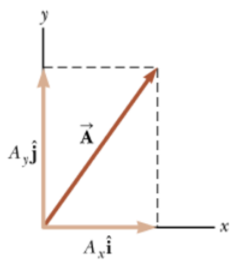
Consideriamo un vettore $\vec{A}$ che giace nel piano xy come in figura. Il prodotto della componente A_x per il vettore unitario $\hat{\imath}$ è il vettore $\vec{A_x} = A_x\hat{\imath}$ parallelo all'asse delle x e di modulo $|A_x|$. Analogamente, $\vec{A_y} = A_y\hat{\jmath}$ è un vettore di modulo $|A_y|$ parallelo all'asse y. Così, nella notazione dei vettori unitari, il vettore $\vec{A}$ è

$$\vec{A} = A_x\hat{\imath} \cdot A_y\hat{\jmath}$$

1.9.3 Somma tra vettori (metodo con vettori unitari)

Quando il metodo grafico non risulta sufficientemente accurato ci si può avvalere dell'utilizzo delle componenti dei vettori da sommare.

Si supponga di voler sommare il vettore $\vec{A}$ composto da $\vec{A_x}$ e da $\vec{A_y}$ al vettore $\vec{B}$ composto da $\vec{B_x}$ e da $\vec{B_y}$.



Per effettuare questa somma basta sommare separatamente le componenti x e y. Il vettore risultante $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ si ottiene con:

$$\vec{R} = (A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath}) + (B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath})$$

ovvero

$$\vec{R} = (A_x + B_x)\hat{\imath} + (A_y + B_y)\hat{\jmath}$$

Il vettore ottenuto può essere a sua volta visto come $\vec{R} = R_x\hat{\imath} + R_y\hat{\jmath}$.

Cinematica

La **Cinematica** è un ramo della **meccanica classica** che si occupa di descrivere quantitativamente il moto dei corpi, indipendentemente dalle cause del moto stesso.

2.1 Moto in una dimensione

Punto materiale Nello studio del moto traslatorio utilizziamo il modello **punto materiale** e descriviamo il moto di un corpo approssimandolo ad "una particella" senza considerare le sue dimensioni reali.

In generale un punto materiale è quel corpo che *ha una massa* ma *ha dimensioni infinitesimali.*

2.2 Posizione, spostamento e distanza

Posizione Indichiamo come posizione il punto occupato *istante per istante* dal punto materiale oggetto di studio. Un corpo è considerato *in moto* se la sua posizione cambia con il passare del tempo.

Spostamento Lo spostamento, indicato con Δx[1] è definito come la variazione della sua posizione in un certo intervallo di tempo.

Se da x_i il punto materiale raggiunge la posizione x_f il suo spostamento è definito come la posizione finale meno la posizione iniziale:

$$\Delta x = x_f - x_i$$

Lo spostamento è una *grandeza vettoriale*, ma sul moto rettilineo è possibile considerarlo come una *lunghezza scalare.*

Distanza percorsa La distanza percorsa *non è lo spostamento.* La distanza indica la lunghezza del cammino percorso da una particella.

Supponiamo che un'automobile parta dal punto A, arrivi al punto B e poi ritorni al punto A. In questo caso abbiamo che lo spostamento è nullo, infatti $x_i = x_f$, ovvero $\Delta x = 0$. Mentre la distanza percorsa corrisponde a $2(B - A)$.

[1] La lettera greca Δ indica in generale una *variazione*

2.3 Velocità media e istantanea

Velocità media La **velocità media**, v_m di un punto materiale, è definita come il rapporto tra lo spostamento Δx del punto materiale e l'intervallo di tempo Δt durante il quale lo spostamento è avvenuto:

$$v_{x,media} \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- L'unità di misura è: $\frac{m}{s}$
- Se $\Delta x > 0$ (spostamento nel verso positivo), allora $v_m > 0$.
- Se $\Delta x < 0$ (spostamento nel verso negativo), allora $v_m < 0$

Velocità media scalare La velocità scalare media v_{media} di un punto materiale, una quantità scalare, è definita come il rapporto fra la distanza totale d percorsa e l'intervallo di tempo impiegato a percorrerla:

$$v_m \equiv \frac{d}{\Delta t}$$

Velocità istantanea La velocità istantanea v_x di un corpo in un determinato istante di tempo t è uguale al valore limite del rapporto $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ quando Δt tende a 0. Nel linguaggio del calcolo differenziale questo limite è la derivata di x rispetto a t:

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Esempio:
Espressione analitica dello spostamento di un punto materiale: $x = -4t + 2t^2$
Calcolo della velocità istantanea a $t = 2,5s$

$$x = -4t + 2t^2$$
$$\frac{dx}{dt} = -4 + 4t$$
$$v_x = 6\ m/s$$

2.4 Moto Rettilineo Uniforme

Un corpo si muove con **moto rettilineo uniforme** quando si sposta lungo una retta con velocità costante.

Basandoci su questa definizione si possono ricavare le seguenti equazioni:

- $v_x =$ costante
- $v_{x,media} = v_x$
- $v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$
- $x_f = x_i + \frac{v_x(t_f - t_i)}{v_x \Delta t}$, scegliendo $\substack{t_i\,=\,0 \\ t_f\,=\,t}$ otteniamo $x_f = x_i + v_x \cdot t$

2.5 Accelerazione media e istantanea

Accelerazione media Quando la velocità cambia nel tempo, si dice che la particella sta accelerando. L'accelerazione media $a_{x,media}$ del punto materiale è definita come la variazione della velocità Δv_x divisa per l'intervallo di tempo Δt in cui avviene la variazione:

$$a_{x,media} \equiv \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i}$$

L'unità di misura dell'accelerazione è m/s^2

Accelerazione instantanea Si definisce l'accelerazione istantanea come il limite dell'accelerazione media quando Δt tende a zero.

$$a_{x,media} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}(\frac{dx}{dt}) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

L'accelerazione istantanea è la derivata della velocità rispetto al tempo che è anche la pendenza della curva del grafico velocità–tempo.

2.6 Moto rettilineo uniformemente accelerato

Nel caso del **moto rettilineo uniformemente accelerato**, il moto del *punto materiale* avviene con *accelerazione costante.*

Se il moto avviene con accelerazione costante, allora la velocità media e la velocità istantanea coincidono.

$$a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i}$$

Supponendo $t_i = 0$ otteniamo $a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t}$ e quindi $v_{xf} = v_{xi} + a_x t$ (per a_x costante)

Poiché la velocità varia linearmente con il tempo, la velocità media in un intervallo di tempo arbitrario è uguale alla *media aritmetica* della velocità iniziale v_{xi} e della velocità finale v_{xf}:

$$v_{media} = \frac{v_{xi} + v_{xf}}{2} = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf}) \quad \text{(per } a_x \text{ costante)}$$

Ora, ricordando che $\Delta x = x_f - x_i$ e che $\Delta t = t_f - 0 = t$, si ottiene:

$$x_f - x_i = v_{media} t = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t$$

$$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t$$
$$x_f = x_i + \frac{1}{2}[v_{xi} + (v_{xi} + a_x t)]t$$
$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \quad \text{(per } a_x \text{ costante)}$$

Si può infine ottenere un'espressione per la velocità finale che non contiene il tempo:

$$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2ax(x_f - x_i)$$

2.6.1 Corpi in caduta libera

È un fatto ben noto che vicino alla superficie della Terra e senza la resistenza dell'aria, tutti i corpi sotto l'influenza della gravità terrestre cadono verso la Terra con la **stessa accelerazione costante**.

Indicheremo il modulo dell'accelerazione di caduta libera, detta anche accelerazione di gravità con il simbolo g. Sulla superficie della Terra, il valore di g è approssimativamente 9.80 m/s^2.

2.7 Moto in due dimensioni

A differenza del moto in una sola dimensione, nel *moto a due dimensioni*, le posizioni di inizio e di fine dello spostamento di un punto materiale sono **grandezze vettoriali** e sono indicate da $\vec{r_i}$ e $\vec{r_f}$.

La posizione è quindi descritta dal *vettore* $\vec{r}$. Lo spostamento del punto materiale è indicato con $\Delta\vec{r} = \vec{r_f} - \vec{r_i}$.

Velocità media La velocità media è definita come:

$$\vec{v}_{media} \equiv \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

La direzione e il verso di $\vec{v}_{media}$ sono le stesse di $\Delta\vec{r}$ in quanto Δt è uno scalare.

Velocità istantanea La velocità istantanea è definita come:

$$\vec{v} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

La velocità istantanea è la *derivata* del vettore posizione rispetto al tempo. La direzione del vettore velocità istantanea in un punto è quella della retta tangente alla traiettoria in quel punto ed è orientata nel verso del moto.

Accelerazione media Conoscendo la velocità in ciascuno dei due punti è possibile determinare l'accelerazione media:

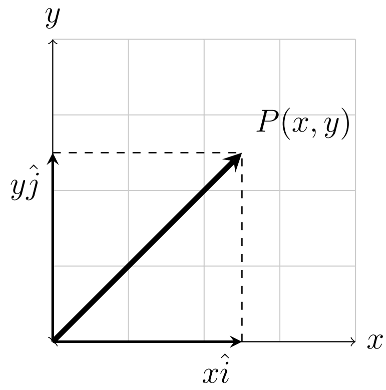
$$\vec{a}_{media} \equiv \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v_f} - \vec{v_i}}{t_f - t_i}$$

Accelerazione istantanea Dall'accelerazione media è possibile ricavare l'accelerazione istantanea:

$$\vec{a} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

2.7.1 Moto in due dimensioni con accelerazione costante

Il moto in due dimensioni può essere modellizzato come *due moti indipendenti* lungo ciascuna delle due direzioni ortogonali che possono essere associate agli *assi* x *e* y. Qualunque azione in direzione x non influenza il moto in direzione y e viceversa.



Il **vettore posizione** per un punto materiale che si muove nel piano xy può essere scritto come

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$$

Se il vettore posizione è noto, la **velocità** può essere ricavata:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$$

Essendo l'**accelerazione costante**, anche a_x e a_y sono costanti.
Sostituendo $v_{xf} = v_{xi} + a_x t$ e $v_{yf} = v_{yi} + a_y t$ alla formula della velocità si ottiene:

$$\begin{aligned} v_f &= (v_{xi} + a_x t)\hat{i} + (v_{yi} + a_y t)\hat{j} \\ &= (v_{xi}\hat{i} + v_{yi}\hat{j}) + (a_x\hat{i} + a_y\hat{j})t \\ &= v_i + at \end{aligned}$$

Analogamente le coordinate x_f e y_f sono date da:

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \qquad\qquad y_f = v_i + v_{yi} + \frac{1}{2}a_y t^2$$

Sostituendole nella formula del vettore posizione si ottiene:

$$\begin{aligned} \vec{r}_f &= x\hat{i} + y\hat{j} \\ &= (x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2)\hat{i} + (v_i + v_{yi} + \frac{1}{2}a_y t^2)\hat{j} \\ &= (x_i\hat{i} + y_i\hat{j}) + (v_{xi}\hat{i} + v_{yi}\hat{j})t + \frac{1}{2}(a_x\hat{i} + a_y\hat{j})t^2 \\ &= \vec{r}_i + \vec{v}_i t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \end{aligned}$$

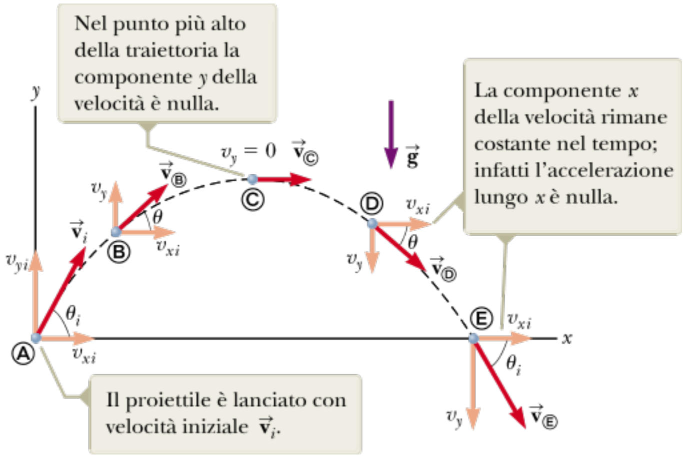
2.7.2 Moto dei proiettili

Il moto dei proiettili (moto parabolico) può essere analizzato mediante due ipotesi:

1. l'accelerazione di caduta libera si mantiene costante per tutto il moto ed è diretta verso il basso

2. l'effetto della resistenza dell'aria è trascurabile

Sotto queste ipotesi, la traiettoria del proiettile è *sempre una parabola.*



Il moto del proiettile è considerabile con accelerazione orizzontale $a_x = 0$, mentre l'accelerazione verticale è costante: $\vec{a} = \vec{g}$. L'espressione del vettore posizione del proiettile è quindi pari a:

$$\vec{r}_f = \vec{r}_i + \vec{v}_i t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2$$

dove le due componenti di $\vec{v}_i$ sono:

$$v_{xi} = v_i \cos\theta_i \qquad\qquad v_{yi} = v_i \sin\theta_i$$

Tenendo a mente che il moto del proiettile è la sovrapposizione di un punto materiale con velocità orizzontale costante

$$x_f = x_i + v_{xi}t$$

e un punto materiale con accelerazione verticale costante ($a_y = -g$), otteniamo le seguenti relazioni:

- $v_{yf} = v_{yi} - gt$
- $v_{y,media} = \frac{v_{yi}+v_{yf}}{2}$
- $y_f = y_i + \frac{1}{2}(v_{yi} + v_{yf})t$
- $y_f = y_i + v_{yi}t - \frac{1}{2}gt$
- $v_{yf}^2 = v_{yi}^2 - 2g(y_f - y_i)$

Altezza massima L'altezza massima h_{max} raggiunta dal corpo lanciato è determinabile notando che nel *picco* la velocità verticale si annulla $v_y = 0$

$$v_{yf} = v_{yi} - gt \ \rightarrow \ 0 = v_i \sin\theta_i - gt$$

$$t = \frac{v_i \sin\theta_i}{g} \quad \text{(tempo per raggiungere } h_{max}\text{)}$$

Possiamo utilizzare questa espressione del tempo per calcolare l'altezza massima raggiunta. Partendo dalla precedente espressione per il calcolo di y_f si sostituisce t con l'espressione appena trovata e y_f diventa l'altezza h_{max}

$$y_f = y_i + v_{yi}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \quad \rightarrow \quad h_{max} = 0 + (v_i \sin\theta_i)\tfrac{v_i \sin\theta_i}{g} - \tfrac{1}{2}g(\tfrac{v_i \sin\theta_i}{g})^2$$

$$h_{max} = \frac{v_i^2 \sin\theta_i}{2g}$$

Gittata La gittata R è la distanza orizzontale percorsa dal proiettile in un *tempo doppio* di quello necessario a raggiungere l'altezza massima.

$$x_f = x_i + v_{xi}t \qquad R = v_{xi}t = (v_i \cos\theta_i)2t$$

$$t = \tfrac{v_i \sin\theta_i}{g} \qquad R = (v_i \cos\theta_i)\tfrac{2v_i \sin\theta_i}{g} = \tfrac{2v_i^2 \sin\theta_i \cos\theta_i}{g}$$

Poiché vale la relazione $2\sin\theta_i \cos\theta_i = \sin 2\theta$, si può scrivere:

$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta_i}{g}$$

Dinamica

In fisica, la dinamica è il ramo della meccanica newtoniana che si occupa dello *studio del moto dei corpi a partire dalle sue cause*, le **forze** o, in termini più concreti, delle circostanze che lo determinano e lo modificano nel tempo e nello spazio del suo sistema di riferimento.

3.1 Concetto di forza

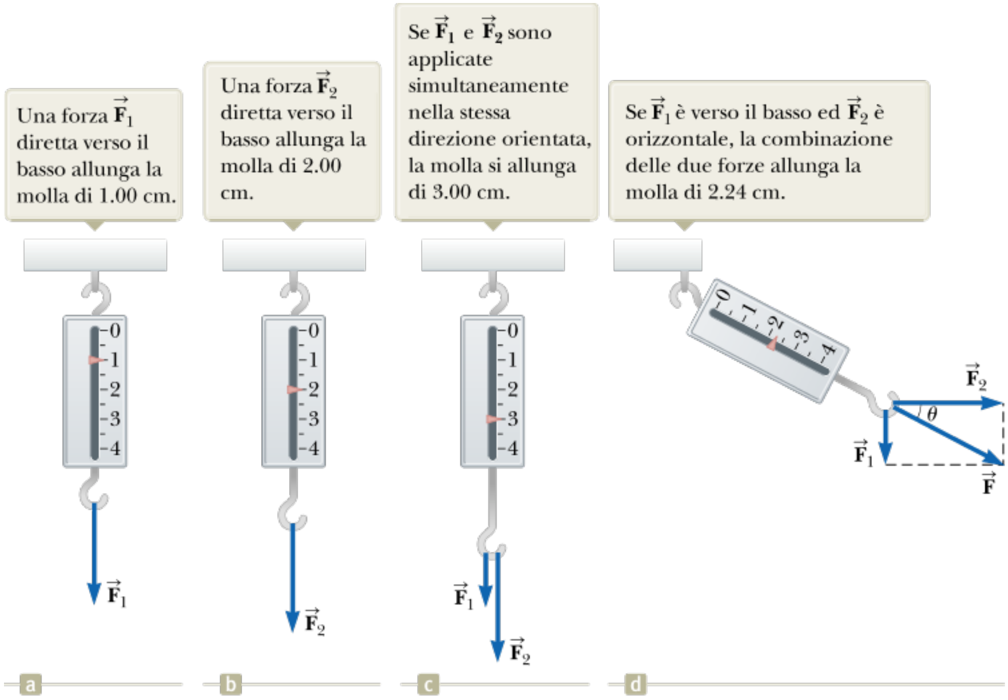
Le **forze** sono definite come le cause che provocano un cambiamento nel moto del corpo, nella velocità del corpo. Si possono distinguere le forze in due categorie:

1. **Forze di contatto**, ovvero forze che si esercitano attraverso il contatto fisico tra due oggetti.
2. **Forze di campo**, ovvero le forze che che non richiedono il contatto fisico tra gli oggetti, come la forza gravitazionale, la forza elettrica o la forza magnetica.

Tuttavia, se vengono esaminate a livello atomico, tutte le forze, che classifichiamo come forze di contatto, sono in realtà dovute alle forze elettriche (forze di campo). Di fatto tutte le forze conosciute in natura sono *forze di campo*:

1. Attrazione gravitazionale
2. Forze elettromagnetiche
3. Forze nucleari forti tra particelle subatomiche
4. Forze nucleari deboli (in processi di decadimento radioattivo)

Le forze hanno una **natura vettoriale**. È possibile infatti provare sperimentalmente che le forze agiscono secondo una natura vettoriale e di conseguenza è necessario utilizzare le regole della *somma di vettori* per ottenere la forza risultante su di un corpo.



Come mostrato nella nel punto d della figura, le due forze vengono applicate simultaneamente con $\vec{F}_1$ verticalmente verso il basso e $\vec{F}_2$ orizzontalmente. In questo caso, l'indicatore indicherà *2.24 cm*. La forza $\vec{F}$ che produce la stessa lettura della somma dei due vettori $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$. In altre parole, $\left|\vec{F}_1\right| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 2.24$ unità e la sua direzione è $\theta = \tan^{-1}(-0.500) = -26.6°$

Dinamometro Il dinamometro è uno strumento di misura utilizzato in meccanica per determinare l'entità di una forza ad esso applicata. Il meccanismo di misurazione utilizza il principio della legge di Hooke, per il quale la deformazione di un materiale elastico è direttamente proporzionale alla forza applicata al materiale stesso.

3.2 Prima legge di Newton - principio d'Inerzia

La **prima legge di Newton** del moto, che viene spesso chiamata **legge d'inerzia**, definisce una particolare classe di sistemi di riferimento detti **sistemi inerziali**. Questa legge può essere espressa nel seguente modo:

> Se un corpo non interagisce con altri corpi, si può trovare un sistema di riferimento nel quale la sua accelerazione è nulla.

Un tale sistema di riferimento viene chiamato **sistema di riferimento inerziale**. Ogni sistema di riferimento che si muove a velocità costante rispetto ad un sistema di riferimento inerziale, è esso stesso un *sistema inerziale.*

Per i nostri scopi possiamo considerare anche la *Terra come un sistema inerziale.* La Terra in realtà non è un sistema inerziale a causa del suo moto orbitale intorno al Sole e del suo moto di rotazione intorno all'asse terrestre. Queste accelerazioni hanno comunque valori piccoli rispetto a g e possono spesso essere trascurate.
È possibile riformulare la *prima legge di Newton* in un modo più pratico:

> In assenza di forze esterne e se osservato da un sistema di riferimento inerziale, un corpo in quiete rimane in quiete ed un corpo in moto rimane in moto (con moto rettilineo uniforme).

Inerzia È possibile definire l'*inerzia* come la *tendenza di un corpo a non modificare il suo stato di moto.*

3.2.1 Massa

Quantitativamente il concetto di *inerzia* viene quantificato dalla **massa**. La massa è la proprietà (scalare) di un corpo che misura quanta resistenza un corpo offre al cambiamento di velocità. È una delle grandezze fondamentali.

L'unità di misura della massa m è il *kg*.

Rapporto massa-accelerazione Tra le due grandezze vi è un rapporto *inversamente proporzionale.*

Si supponga di applicare una stessa forza $\vec{F}$ a due masse diverse m_1 e m_2, andando a misurare le accelerazioni a_1 e a_2 che la forza ha provocato. Si verificherà la seguente relazione: $\frac{m_1}{m_2} \equiv \frac{a_1}{a_2}$

3.3 Seconda legge di Newton

La **seconda legge di Newton** risponde alla domanda: che cosa succede ad un corpo se su di esso agiscono una o più forze?

- L'accelerazione di un corpo è *direttamente proporzionale* alla forza applicata su di esso: $\vec{F} \propto \vec{a}$
- L'intensità dell'accelerazione di un corpo è *inversamente proporzionale* alla sua massa: $|\vec{a}| \propto \frac{1}{m}$

Queste osservazioni sono sintetizzate dalla *seconda legge di Newton*:

Misurata in un sistema di riferimento inerziale, l'accelerazione di un corpo è direttamente proporzionale alla forza risultante agente su di esso ed inversamente proporzionale alla sua massa:

$$\vec{a} \propto \frac{\sum \vec{F}}{m}$$

Scegliendo la costante di proporzionalità pari a 1, è possibile scrivere la seguente equazione:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

Questa equazione è un *espressione vettoriale* e quindi è equivalente alle seguenti tre equazioni scalari, una per ogni componente:

$$\sum F_x = ma_x \qquad \sum F_y = ma_y \qquad \sum F_z = ma_z$$

Unità di misura della forza L'unità di misura della forza nel SI, è il newton (N). Una forza di 1 N è la forza che, se applicata ad un corpo di massa 1 kg, produce una accelerazione di 1 m/s^2.

Il newton può essere espresso in funzione delle unità fondametali di massa, lunghezza e tempo:

$$1\ N \equiv 1\ kg \cdot m/s^2$$

Per il sistema *c.g.s.* esiste l'unità di misura "dina". 1 dina è la forza, che applicata a un corpo di massa 1 g, produce un accelerazione di 1 cm/s^2.

3.3.1 La forza gravitazionale e il peso

Un corpo in caduta libera (lasciato libero in prossimità della superficie terrestre) si muove con accelerazione costante pari a g (9.81 m/s^2). In base alla seconda legge di Newton, la forza che produce questa accelerazione, la forza di attrazione gravitazionale, equivale a $\vec{F_g} = mg$.

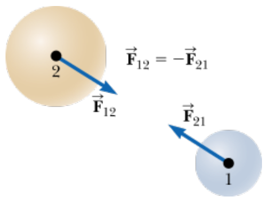
Il *modulo* di questa forza viene chiamato **peso**: $F_g = mg$ (misurato in N).

3.4 Terza legge di Newton

«A un'azione è sempre opposta un'uguale reazione: ovvero, le azioni vicendevoli di due corpi l'uno sull'altro sono sempre uguali e dirette verso parti opposte.»

Per ogni forza, che un corpo A esercita su un altro corpo B, ne esiste istantaneamente un'altra uguale in modulo e direzione, ma opposta in verso, causata dal corpo B che agisce sul corpo A.

Esempio grafico:

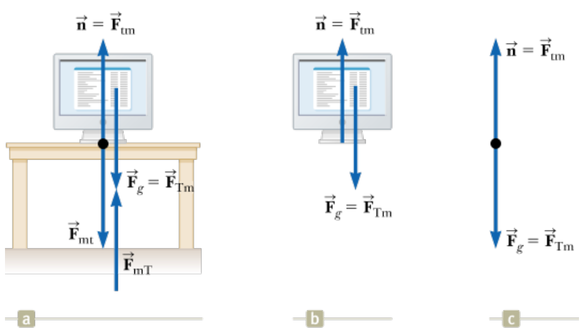


Vediamo due corpi interagiscono che tra loro, la forza $\vec{F}_{12}$ esercitata dal corpo 1 sul corpo 2 è uguale in intensità ed è opposta in verso alla forza $\vec{F}_{21}$ esercitata dal corpo 2 sul corpo 1:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Diagramma di corpo libero Quando analizziamo un corpo soggetto a più forze, siamo interessati alla **forza risultante** su questo singolo corpo, che schematizzeremo come *punto materiale*. Il diagramma di corpo libero, quindi, ci aiuta ad isolare solamente le forze che agiscono sul corpo ed eliminare dalla nostra analisi tutte le altre forze.

Nel **diagramma di corpo libero** è utilizzato il modello punto materiale per rappresentare il corpo come un punto e le forze che agiscono sul corpo sono applicate al punto.



Il punto C dello schema rappresenta il *diagramma di corpo libero*