# Fisica 1

Enrico Bragastini

23 marzo 2021

# Indice

# Nozioni di base

## 1.1 Misura di una grandezza

Una **grandezza fisica** è la proprietà di un fenomeno, corpo o sostanza, che può essere espressa quantitativamente mediante un numero e un riferimento.
La misura di una grandezza può avvenire con due modalità:

- Mediante un dispositivo sperimentale
- Confronto con un'altra grandezza omogenea di riferimento e costante

L'espressione di una grandezza fisica avviene nella forma:

Numero + *Unità di misura*

## 1.2 Grandezze fisiche fondamentali e derivate

Possiamo distinguere le grandezze fisiche in fondamentali e derivate.
Le **grandezze fisiche fondamentali** sono:

- Lunghezza [L]
- Massa [M]
- Tempo [t]
- Intensità Di Corrente [i]
- Temperatura Assoluta [T]

Le **grandezze fisiche derivate** sono grandezze che possono essere espresse in forma di combinazioni matematiche delle grandezze fondamentali. Alcuni esempi di grandezze derivate sono:

- Superficie
- Volume
- Velocità
- Accelerazione
- Forza
- Pressione

## 1.3 Sistemi di Unità di Misura

| SISTEMA | Lunghezza | Massa | Tempo | Corrente | Temperatura |
|---|---|---|---|---|---|
| MKS (s. i.) | m | kg | s | A | °K |
| cgs | cm | g | s | A | °K |

### 1.3.1 Ulteriori Unità di Misura

Esistono ulteriori sistemi di unità di misura che permettono di avere maggiore comodità nelle misurazioni di particolari grandezze. Se ne elencano alcuni:

1. Lunghezza: Ångströms, Anno-Luce
2. Tempo: Minuto, Ora
3. Volume: Litro
4. Velocità: Chilometro/Ora
5. Pressione: Atmosfera, Millimetro di mercurio
6. Energia: Elettrovolt, Chilovattora

## 1.4 Notazione Scientifica

Per i numeri particolarmente grandi o piccoli risulta comodo rappresentarli in **Notazione Scientifica** utilizzando le potenze del 10.

La notazione scientifica permette di scrivere un numero in cui compare una sequenza molto lunga di zeri in forma compatta. In matematica si dice che un numero è scritto in notazione scientifica se è della forma $n \cdot 10^e$

Esempio:

$$1,2 \cdot 10^5$$

Un numero in *notazione scientifica* è quindi composto da:

- Un numero compreso n tale che $1 \leq n < 10$
- Una potenza del 10 con esponente intero

## 1.5 Analisi Dimensionale

Quando si è di fronte ad una formula fisica o si svolgono calcoli con grandezze fisiche e unità di misura, per verificare la plausibilità della formula data e la consistenza dei calcoli svolti si può ricorrere all'analisi dimensionale.

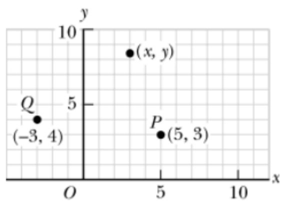
Eseguire l'analisi dimensionale di una formula, o più in generale di un'equazione fisica, vuol dire ricavare le dimensioni di ognuno dei due membri allo scopo di verificare che esse coincidano: se così non fosse ci sarebbe necessariamente qualcosa di sbagliato, perché avremmo a che fare con un'equazione dimensionalmente non consistente.

## 1.6 Sistemi di Coordinate

Molti aspetti della fisica hanno in qualche modo a che fare con la descrizione di un punto dello spazio. Ad esempio, la descrizione matematica del moto di un corpo richiede un metodo che descriva la successione delle posizioni occupate dal corpo nel tempo.

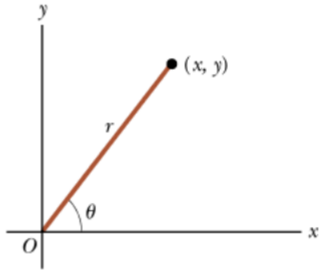
### 1.6.1 Coordinate cartesiane

In due dimensioni questa descrizione può essere realizzata con l'uso di un sistema di **coordinate cartesiane** in cui due assi perpendicolari si intersecano in un punto definito come punto origine. Le coordinate cartesiane sono anche dette *coordinate rettangolari*.




### 1.6.2 Coordinate scalari

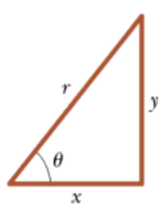
Talvolta è più conveniente rappresentare un punto in un piano tramite le sue **coordinate polari piane** $(r, \theta)$.




$$\sin\theta = \frac{y}{r}$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$



In questo sistema di coordinate polari, r è la distanza dall'origine al punto di coordinate cartesiane $(x, y)$ e $\theta$ è l'angolo fra un asse fisso e la semiretta tracciata dall'origine al punto, generalmente misurato in verso antiorario dall'asse x positivo.

**Conversione delle coordinate** Partendo dalle coordinate polari, si possono ottenere le coordinate cartesiane tramite le seguenti equazioni:

- $x = r \cdot \cos\theta$
- $y = r \cdot \sin\theta$

Inoltre, sfruttando la trigonometria si possono ottenere queste altre informazioni:

- $\tan\theta = \frac{y}{x}$
- $r = \sqrt{x^2 + y^2}$

## 1.7 Grandezze scalari e grandezze vettoriali

### 1.7.1 Grandezza scalare

Una *grandezza scalare* è una grandezza che è specificata solamente da un valore con una certa unità di misura e non associata con una direzione.

Alcune grandezze scalari sono *sempre positive*, come la massa e la velocità scalare. Altre, come la temperatura, possono avere valori *sia positivi che negativi.* Per manipolare le quantità scalari si adoperano le **normali regole dell'aritmetica**.

### 1.7.2 Grandezza vettoriale

Una grandezza vettoriale è una grandezza che, per essere specificata, ha bisogno sia di un numero con le sue unità di misura (**modulo del vettore**), sia di una **direzione orientata**.

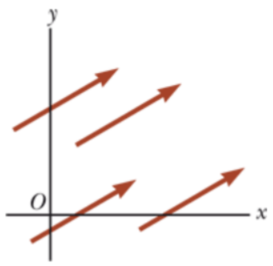
Per rappresentare un vettore, si utilizza una lettera sormontata da una freccia come da esempio:

$$\vec{A}$$

## 1.8 Proprietà e operazioni con i vettori

### 1.8.1 Uguaglianza di due vettori

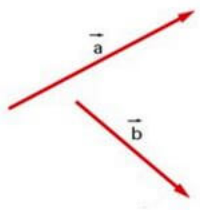
Due vettori $\vec{A}$ e $\vec{B}$ sono **uguali** se sono uguali i loro *moduli*, la *direzione* e il *verso*. L'uguaglianza è *indipendente dall'origine*, ovvero i vettori possono essere traslati sul grafico in base alla necessità senza che venga persa la loro uguaglianza.




### 1.8.2 Somma tra vettori (metodo grafico)

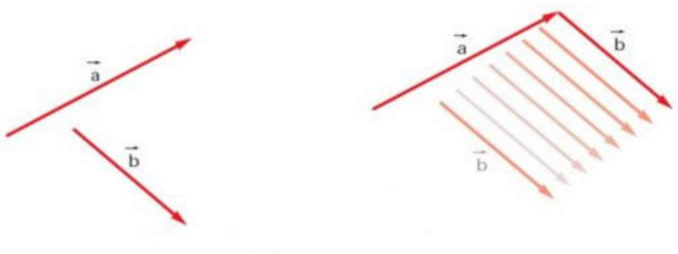
La somma tra vettori può essere svolta rapidamente in modo grafico.

In generale, se si vogliono sommare due spostamenti rappresentati dai due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ come di seguito rappresentato:

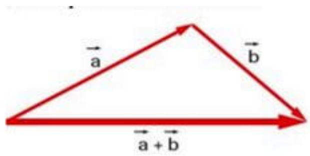



**Metodo punta-coda:** Spostiamo uno dei due vettori in modo tale che la sua coda coincida con la punta del primo vettore.

Riferendoci al nostro caso, spostiamo il vettore $\vec{b}$ vettore in modo tale che la sua coda coincida con la punta del vettore $\vec{a}$, come di seguito rappresentato:




Come è possibile notare dalla figura precedente lo spostamento del vettore $\vec{b}$ deve essere effettuato in modo tale che la freccia rimanga sempre parallela a se stessa. Lo spostamento totale si ottiene unendo la coda del vettore $\vec{a}$ con la punta del vettore $\vec{a}$, come di seguito rappresentato:




Si noti che in generale il modulo del vettore somma non è uguale alla somma dei moduli dei singoli spostamenti.

### 1.8.3 Opposto di un vettore

L'**opposto di un vettore** $\vec{A}$ è definito come il vettore che sommato a $\vec{A}$ permette di ottenere 0.

$$\vec{A} + (-\vec{A}) = 0$$

Il vettore $(-\vec{A})$ è quindi un vettore che ha lo **stesso modulo** di $\vec{A}$, con la **stessa direzione** ma di **verso opposto**.

### 1.8.4 Sottrazione tra vettori

La **sottrazione tra vettori** si ottiene sfruttando la definizione di *vettore opposto*. Quindi, si vuole sottrarre il vettore $\vec{B}$ al vettore $\vec{A}$, basta *sommarne l'opposto*.

$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

### 1.8.5 Prodotto tra un vettore e uno scalare

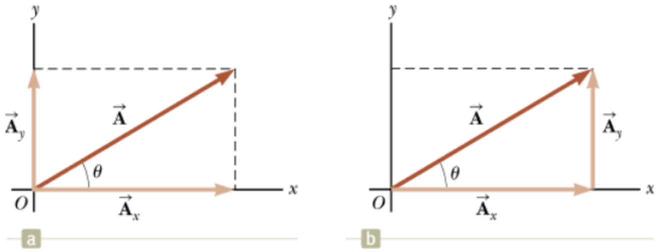
- Se un vettore $\vec{A}$ viene moltiplicato per una quantità scalare positiva $m$, allora il prodotto è $m\vec{A}$ e possiede la stessa direzione di A e modulo $mA$.
- Se un vettore $\vec{A}$ viene moltiplicato per una quantità scalare negativa $-m$, allora il prodotto è $-m\vec{A}$ e possiede direzione opposta di A e modulo $mA$.

## 1.9 Componenti di un vettore e vettori unitari

### 1.9.1 Componenti di un vettore

Il metodo geometrico di somma vettoriale non è raccomandabile in quelle situazioni in cui si richiede una precisione elevata, oppure nei problemi in tre dimensioni. Esiste un metodo per sommare i vettori che fa uso delle *proiezioni dei vettori* lungo gli assi coordinati. Queste proiezioni sono chiamate **componenti del vettore** o anche componenti rettangolari del vettore. Un vettore può essere descritto in modo completo dai suoi componenti.

Un vettore $\vec{A}$ può essere espresso come come *somma di due vettori componenti*: $\vec{A}_x$, parallelo all'asse $x$, sommato a $\vec{A}_y$, parallelo all'asse $y$.




Si ottengono quindi le seguenti relazioni:

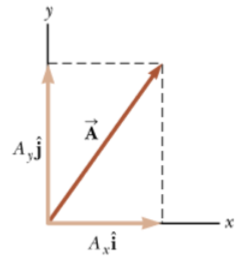
- $\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$
- $\vec{A}_x = A\cos\theta$
- $\vec{A}_y = A\sin\theta$
- $A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$
- $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right)$

Nell'affrontare un problema fisico si può scegliere di specificare un vettore $\vec{A}$ per mezzo delle sue componenti $\vec{A}_x$ e $\vec{A}_y$ oppure per mezzo del suo modulo A e dell'angolo $\theta$.

### 1.9.2 Vettori unitari

Un **vettore unitario** è un *vettore adimensionale* il cui modulo è esattamente 1. I vettori unitari hanno l'unico scopo di indicare una direzione orientata e non hanno nessun altro significato fisico. Il modulo dei vettori unitari è uguale a 1, ovvero $|\hat{\imath}| = |\hat{\jmath}| = |\hat{k}| = 1$

Useremo i simboli $\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$, e $\hat{k}$ per rappresentare i vettori unitari che puntano rispettivamente nelle direzioni positive x, y e z.



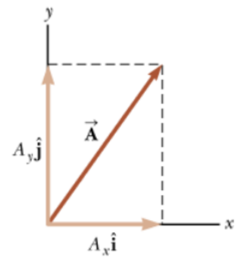

Consideriamo un vettore $\vec{A}$ che giace nel piano $xy$ come in figura. Il prodotto della componente $A_x$ per il vettore unitario $\hat{\imath}$ è il vettore $\vec{A_x} = A_x\hat{\imath}$ parallelo all'asse delle $x$ e di modulo $|A_x|$. Analogamente, $\vec{A_y} = A_y\hat{\jmath}$ è un vettore di modulo $|A_y|$ parallelo all'asse $y$. Così, nella notazione dei vettori unitari, il vettore $\vec{A}$ è

$$\vec{A} = A_x\hat{\imath} \cdot A_y\hat{\jmath}$$

### 1.9.3 Somma tra vettori (metodo con vettori unitari)

Quando il metodo grafico non risulta sufficientemente accurato ci si può avvalere dell'utilizzo delle componenti dei vettori da sommare.

Si supponga di voler sommare il vettore $\vec{A}$ composto da $\vec{A_x}$ e da $\vec{A_y}$ al vettore $\vec{B}$ composto da $\vec{B_x}$ e da $\vec{B_y}$.




Per effettuare questa somma basta sommare separatamente le componenti $x$ e $y$. Il vettore risultante $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$ si ottiene con:

$$\vec{R} = (A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath}) + (B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath})$$

ovvero

$$\vec{R} = (A_x + B_x)\hat{\imath} + (A_y + B_y)\hat{\jmath}$$

Il vettore ottenuto può essere a sua volta visto come $\vec{R} = R_x\hat{\imath} + R_y\hat{\jmath}$.

# Cinematica

La **Cinematica** è un ramo della **meccanica classica** che si occupa di descrivere quantitativamente il moto dei corpi, indipendentemente dalle cause del moto stesso.

## 2.1 Moto in una dimensione

**Punto materiale** Nello studio del moto traslatorio utilizziamo il modello **punto materiale** e descriviamo il moto di un corpo approssimandolo ad "una particella" senza considerare le sue dimensioni reali.

In generale un punto materiale è quel corpo che *ha una massa* ma *ha dimensioni infinitesimali.*

## 2.2 Posizione, spostamento e distanza

**Posizione** Indichiamo come posizione il punto occupato *istante per istante* dal punto materiale oggetto di studio. Un corpo è considerato *in moto* se la sua posizione cambia con il passare del tempo.

**Spostamento** Lo spostamento, indicato con $\Delta x$[1] è definito come la variazione della sua posizione in un certo intervallo di tempo.

Se da $x_i$ il punto materiale raggiunge la posizione $x_f$ il suo spostamento è definito come la posizione finale meno la posizione iniziale:

$$\Delta x = x_f - x_i$$

Lo spostamento è una *grandeza vettoriale*, ma sul moto rettilineo è possibile considerarlo come una *lunghezza scalare.*

**Distanza percorsa** La distanza percorsa *non è lo spostamento.* La distanza indica la lunghezza del cammino percorso da una particella.

Supponiamo che un'automobile parta dal punto $A$, arrivi al punto $B$ e poi ritorni al punto $A$. In questo caso abbiamo che lo spostamento è nullo, infatti $x_i = x_f$, ovvero $\Delta x = 0$. Mentre la distanza percorsa corrisponde a $2(B - A)$.

[1] La lettera greca $\Delta$ indica in generale una *variazione*

## 2.3 Velocità media e istantanea

**Velocità media** La **velocità media**, $v_m$ di un punto materiale, è definita come il rapporto tra lo spostamento $\Delta x$ del punto materiale e l'intervallo di tempo $\Delta t$ durante il quale lo spostamento è avvenuto:

$$v_{x,media} \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- L'unità di misura è: $\frac{m}{s}$
- Se $\Delta x > 0$ (spostamento nel verso positivo), allora $v_m > 0$.
- Se $\Delta x < 0$ (spostamento nel verso negativo), allora $v_m < 0$

**Velocità media scalare** La velocità scalare media $v_{media}$ di un punto materiale, una quantità scalare, è definita come il rapporto fra la distanza totale $d$ percorsa e l'intervallo di tempo impiegato a percorrerla:

$$v_m \equiv \frac{d}{\Delta t}$$

**Velocità istantanea** La velocità istantanea $v_x$ di un corpo in un determinato istante di tempo $t$ è uguale al valore limite del rapporto $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ quando $\Delta t$ tende a 0. Nel linguaggio del calcolo differenziale questo limite è la derivata di x rispetto a t:

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Esempio:
Espressione analitica dello spostamento di un punto materiale: $x = -4t + 2t^2$
Calcolo della velocità istantanea a $t = 2,5s$

$$\begin{aligned} x &= -4t + 2t^2 \\ \frac{dx}{dt} &= -4 + 4t \\ v_x &= 6\ m/s \end{aligned}$$

## 2.4 Moto Rettilineo Uniforme

Un corpo si muove con **moto rettilineo uniforme** quando si sposta lungo una retta con velocità costante.

Basandoci su questa definizione si possono ricavare le seguenti equazioni:

- $v_x =$ costante
- $v_{x,media} = v_x$
- $v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$
- $x_f = x_i + \frac{v_x(t_f - t_i)}{v_x \Delta t}$, scegliendo $\substack{t_i\,=\,0 \\ t_f\,=\,t}$ otteniamo $x_f = x_i + v_x \cdot t$

## 2.5 Accelerazione media e istantanea

**Accelerazione media** Quando la velocità cambia nel tempo, si dice che la particella sta accelerando. L'accelerazione media $a_{x,media}$ del punto materiale è definita come la variazione della velocità $\Delta v_x$ divisa per l'intervallo di tempo $\Delta t$ in cui avviene la variazione:

$$a_{x,media} \equiv \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i}$$

L'unità di misura dell'accelerazione è $m/s^2$

**Accelerazione instantanea** Si definisce l'accelerazione istantanea come il limite dell'accelerazione media quando $\Delta t$ tende a zero.

$$a_{x,media} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}(\frac{dx}{dt}) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

L'accelerazione istantanea è la derivata della velocità rispetto al tempo che è anche la pendenza della curva del grafico velocità–tempo.

## 2.6 Moto rettilineo uniformemente accelerato

Nel caso del **moto rettilineo uniformemente accelerato**, il moto del *punto materiale* avviene con *accelerazione costante*.

Se il moto avviene con accelerazione costante, allora la velocità media e la velocità istantanea coincidono.

$$a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t_f - t_i}$$

Supponendo $t_i = 0$ otteniamo $a_x = \frac{v_{xf} - v_{xi}}{t}$ e quindi $v_{xf} = v_{xi} + a_x t$ (per $a_x$ costante)

Poiché la velocità varia linearmente con il tempo, la velocità media in un intervallo di tempo arbitrario è uguale alla *media aritmetica* della velocità iniziale $v_{xi}$ e della velocità finale $v_{xf}$:

$$v_{media} = \frac{v_{xi} + v_{xf}}{2} = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf}) \quad \text{(per } a_x \text{ costante)}$$

Ora, ricordando che $\Delta x = x_f - x_i$ e che $\Delta t = t_f - 0 = t$, si ottiene:

$$x_f - x_i = v_{media} t = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t$$

$$x_f = x_i + \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xf})t$$

$$x_f = x_i + \frac{1}{2}[v_{xi} + (v_{xi} + a_x t)]t$$

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \quad \text{(per } a_x \text{ costante)}$$

Si può infine ottenere un'espressione per la velocità finale che non contiene il tempo:

$$v_{xf}^2 = v_{xi}^2 + 2ax(x_f - x_i)$$

### 2.6.1 Corpi in caduta libera

È un fatto ben noto che vicino alla superficie della Terra e senza la resistenza dell'aria, tutti i corpi sotto l'influenza della gravità terrestre cadono verso la Terra con la **stessa accelerazione costante**.

Indicheremo il modulo dell'accelerazione di caduta libera, detta anche accelerazione di gravità con il simbolo $g$. Sulla superficie della Terra, il valore di $g$ è approssimativamente 9.80 $m/s^2$.

## 2.7 Moto in due dimensioni

A differenza del moto in una sola dimensione, nel *moto a due dimensioni*, le posizioni di inizio e di fine dello spostamento di un punto materiale sono **grandezze vettoriali** e sono indicate da $\vec{r_i}$ e $\vec{r_f}$.

La posizione è quindi descritta dal *vettore* $\vec{r}$. Lo spostamento del punto materiale è indicato con $\Delta\vec{r} = \vec{r_f} - \vec{r_i}$.

**Velocità media** La velocità media è definita come:

$$\vec{v}_{media} \equiv \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

La direzione e il verso di $\vec{v}_{media}$ sono le stesse di $\Delta\vec{r}$ in quanto $\Delta t$ è uno scalare.

**Velocità istantanea** La velocità istantanea è definita come:

$$\vec{v} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

La velocità istantanea è la *derivata* del vettore posizione rispetto al tempo. La direzione del vettore velocità istantanea in un punto è quella della retta tangente alla traiettoria in quel punto ed è orientata nel verso del moto.

**Accelerazione media** Conoscendo la velocità in ciascuno dei due punti è possibile determinare l'accelerazione media:

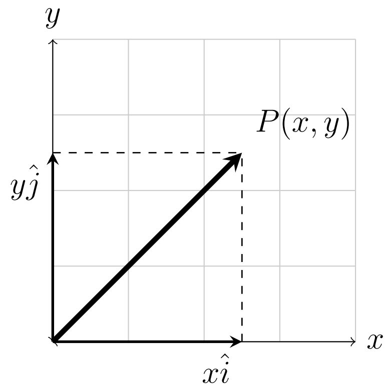
$$\vec{a}_{media} \equiv \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v_f} - \vec{v_i}}{t_f - t_i}$$

**Accelerazione istantanea** Dall'accelerazione media è possibile ricavare l'accelerazione istantanea:

$$\vec{a} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

### 2.7.1 Moto in due dimensioni con accelerazione costante

Il moto in due dimensioni può essere modellizzato come *due moti indipendenti* lungo ciascuna delle due direzioni ortogonali che possono essere associate agli *assi* $x$ *e* $y$. Qualunque azione in direzione $x$ non influenza il moto in direzione $y$ e viceversa.




Il **vettore posizione** per un punto materiale che si muove nel piano $xy$ può essere scritto come

$$\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath}$$

Se il vettore posizione è noto, la **velocità** può essere ricavata:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{\imath} + \frac{dy}{dt}\hat{\jmath} = v_x\hat{\imath} + v_y\hat{\jmath}$$

Essendo l'**accelerazione costante**, anche $a_x$ e $a_y$ sono costanti.
Sostituendo $v_{xf} = v_{xi} + a_x t$ e $v_{yf} = v_{yi} + a_y t$ alla formula della velocità si ottiene:

$$\begin{aligned} v_f &= (v_{xi} + a_x t)\hat{\imath} + (v_{yi} + a_y t)\hat{\jmath} \\ &= (v_{xi}\hat{\imath} + v_{yi}\hat{\jmath}) + (a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath})t \\ &= v_i + at \end{aligned}$$

Analogamente le coordinate $x_f$ e $y_f$ sono date da:

$$x_f = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \qquad\qquad y_f = v_i + v_{yi} + \frac{1}{2}a_y t^2$$

Sostituendole nella formula del vettore posizione si ottiene:

$$\begin{aligned} \vec{r}_f &= x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} \\ &= (x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2)\hat{\imath} + (v_i + v_{yi} + \frac{1}{2}a_y t^2)\hat{\jmath} \\ &= (x_i\hat{\imath} + y_i\hat{\jmath}) + (v_{xi}\hat{\imath} + v_{yi}\hat{\jmath})t + \frac{1}{2}(a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath})t^2 \\ &= \vec{r}_i + \vec{v}_i t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \end{aligned}$$