

CALCOLO COMBINATORIO:

• 10 PERSONE IN FILA: PERMUTAZIONI = $10!$ (SENZA RIPETIZIONE) $(n!)$

• QUANTE PASSWORD DI 4 LETTERE DA A a L (10)

↳ $\square \square \square \square$ DISPOSIZIONI CON RIPETIZIONE: h^k (QUI: $n=10$
 $k=4$)

$$D^R(h; k) = h^k$$

• 4 PERSONE SCELTE A CASO TRA 10 IN FILA:

ORDINE CONTA: $\square \square \square \square$ CIOÈ: $\frac{10!}{6!}$ IN GENERALE h PERSONE
 k CASELLE

$\frac{n!}{(n-k)!}$ DISPOSIZIONI SEMPLICI (NO RIPETIZIONE)

$0! = 1$ CONVENZIONE

• 4 PERSONE A CASO TRA 10:

NON CONTA L'ORDINE & NON CI SONO RIPETIZIONI



COMBINAZIONI SEMPLICI

$$\binom{n}{k}$$

$$\frac{n!}{k!(n-k)!}$$

PER SPIEGARE: $D(h, k)$

- PRIMA LI METTO NELL'INSIEME
- POI LI ORDINO

1, 2, 3, ..., 10



$$\frac{n!}{(n-k)!}$$

$$k!$$

PER AVERE COMBINAZIONI, DEVO TOGLIERE IL VERDE, CIOÈ

$$\frac{n!}{(n-k)!} \cdot \frac{1}{k!} = \binom{n}{k}$$

DISPOSIZIONI (=TONDE)

COMBINAZIONI = {GRATTE}

Δ DI TARTAGLIA

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$$

$$\hookrightarrow \binom{n}{k} = T(n, k)$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & 1 & & n=0 & & \\ & & 1 & & 1 & & \\ & 1 & 2 & 1 & & & \\ 1 & 1 & 3 & 3 & 1 & & \\ & 1 & 6 & 6 & 4 & 1 & \\ & & & & & & \end{array}$$

PER CALCOLO DEI COEFF. DI BINOMI DI GRADO n

$$T(n-1, k-1) = T(n-1, k)$$

PER INDUZIONE VERO PER $k=0 \Rightarrow \binom{n}{0} = \frac{n!}{n!} = 1$

$$k=1 \Rightarrow \binom{n}{1} = \frac{n!}{1!(n-1)!} = n$$

TEOREMA: $T(n, k) = \binom{n}{k}$

DIM: $\binom{n}{k} T(n, k) \quad \forall k \in \{0, n\} \quad \binom{n}{0} = 1 = T(n, 0) \quad \binom{n}{n} = 1 = T(n, n) \quad \forall n$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

$$\hookrightarrow \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} + \frac{(n-1)!}{k!(n-k-1)!}$$

$$(n-k)(n-k-1)! \cdot k \cdot (k-1)!$$

$$= (n-1)! \cdot \left\{ \frac{k+h-k}{(k-1)!(h-k)(h-k-1)! \cdot k} \right\} = \frac{h(h-1)!}{k!(h-k)!} = \frac{h!}{k!(h-k)!} \quad \textcircled{1}$$

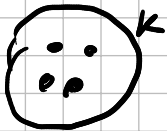
• DATO INSIEME S DI h ELEMENTI, CALCOLARE IL NUM DEI SUOI SOTTOINSIEMI

$$S = \{1, \dots, h\} \quad \begin{array}{l} \# \\ \text{NUM DI SOTTOINSIEMI DI CARDIN. } k = C(h, k) = \binom{h}{k} \\ \text{QUINDI } \# \text{ SOTTOINSIEMI} = \sum_{k=0}^h \binom{h}{k} \end{array}$$

PER CALCOLARLO USO IL BINOMIO DI NEWTON CON $x=y=1$
cioè $(1+1)^h = 2^h$

• DA h PERSONE, FORMARE COMITATO DI k PERSONE, CON UN PRESIDENTE

① CREO COMMISSIONE



$$\binom{h}{k}$$

② SCELGO PRESIDENTE



\times

k

QUINDI MOLTIPLICO

$$\boxed{\binom{h}{k} \cdot k}$$

① PRESIDENTE

k
↓

$$\frac{(h-1)!}{(k-1)!(h-k)!} = \binom{h}{k} k$$

② COMMISSIONE

TRA $h-1$ PERSONE, PRENDO $k-1$

$$\binom{h-1}{k-1}$$

IN GENERALE

$$h \binom{h-1}{k-1} = \dots$$

• ESTRAZIONE DI 4 PALLINE ALLA VOLTA. PROBABILITÀ DI AVERE 1

$$\Omega = \{(w_1, w_2, w_3, w_4) \mid w_i \in \{1, \dots, 20\}\}$$

↳ DISPOSIZIONE CON RIPETIZIONE (CON REIMMISSIONE)

• P UNIFORME

$$\forall A \subseteq \Omega$$

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

EVENTO COMPLEMENTARE

$$A^c = \{4 \text{ PALLINE TRA } \{2, \dots, 20\}\} \quad \text{cioè } 13^4$$

$$|\Omega| = D^*(20, 4) = 20^4$$

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{13^4}{20^4}$$

• SENZA REIMMISSIONE

$$\Omega = \{(w_1, w_2, w_3, w_4) \mid w_i \in \{1, \dots, 20\}\}, \quad \begin{array}{l} \neq \\ \neq \\ \neq \end{array} \quad \text{QUINDI DIST. SEMPLICI DI}$$

4 OGGETTI

$$|\Omega| = P(20, 4)$$

$$\frac{20!}{16!}$$

$$A^c = \{(w_1, w_2, w_3, w_4) \in \{2, \dots, 20\} \mid w_i \neq 1\}$$

$$P(A) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{19!}{15!} \cdot \frac{16!}{20!} = \frac{4}{5}$$