- **Es**

$y(x) = \alpha x^2$, $x \in (0, +\infty)$ PER QUALE VALORE DI $\alpha \in \mathbb{R}$ $y(x)$ È SOLUZIONE DI:

$y'' = \dfrac{x y'}{y}$? PROCEDIMENTO $(\alpha x^2)'' = \dfrac{x(\alpha x^2)'}{\alpha x^2} \Rightarrow 2\alpha = 2$ $\alpha = 1$

CON $y(x) \neq 0$ CIOÈ $\alpha \neq 0$ e $x \neq 0$

$y(x) = x^2$ $x \in (0, +\infty)$, $y(x) = x^2$ $\forall x \in (-\infty, 0)$ PERCHÉ EQ. DIFF. NON POSSONO AVERE SALTI DI INTERVALLI. (QUINDI DIVIDO IL DOMINIO IN 2)

- **ES:** RISOLVERE $y^3 y' + 8x = 0$

(PC) $\begin{cases} y^3 y' + 8x = 0 \\ y(0) = -\sqrt{3} \end{cases}$ $\longrightarrow$ $y' = -\dfrac{8x}{y^3}$, $y \neq 0$ PERCHÉ SE $y = 0 \Rightarrow 8x = 0$ NON È IDENTITÀ

$\int y^3 y' dx = -8 \int x \, dx \Rightarrow \int y^3 y' dx = -4x^2 \Rightarrow y^4 = -16x^2 + 4c$

$= y = \pm \sqrt[4]{-16x^2 + 4c}$ $\quad -16x^2 + 4c \geq 0 \longrightarrow x^2 \leq \frac{c}{4}$ CON $c \geq 0$, $x \in \left(-\frac{c}{2}, \frac{c}{2}\right)$

e PER AVERE $y(0) = -\sqrt{3}$ ALLORA: $\pm\sqrt[4]{0 + 4c} = -\sqrt{3} \Rightarrow -\sqrt[4]{4c} = -\sqrt{3} \Rightarrow 4c = 9$ $c = \frac{9}{4}$

$y = -\sqrt[4]{-16x^2 + 9}$

(PC) 1 $\begin{cases} y' - 2xy = 2xy^2 \\ y(3) = -1 \end{cases}$ (PC) 2 $\begin{cases} y' - 2xy = 2xy^2 \\ y(0) = -\frac{1}{2} \end{cases}$ (PC) 3 $\begin{cases} y' - 2xy = 2xy^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$

RISOLVO PER PRIMA COSA LA $\overset{ED}{\text{EQ. DIFF.}}$ $y' = 2x\,y(1+y)$ A VARIABILI SEPARABILI

- CON $y \neq 0 \wedge \neq y \neq -1$

$\dfrac{y'}{y(1+y)} = 2x$

$\hookrightarrow \int \dfrac{y'}{y(1+y)} dx = \int 2x \, dx$

$\hookrightarrow \int \dfrac{1}{y(1+y)} dy = x^2 + c$

$\hookrightarrow$ RISOLVO CON FRATTI SEMPLICI

- CON $y = 0$

FUNZ. COSTANTE

e VIENE

$0' = 2x \cdot 0 \cdot (1+0)$

$0 = 0$

$y(x) = 0$ È SOLUZ. DI ED MA NON DI (PC)

$\boxed{\text{NO SOLUZIONE}}$

- $y = -1$

FUNZ. COSTANTE

$\forall x \in \mathbb{R}$

$(-1)' = 2x \cdot (-1) \cdot (-1 + 1)$

$0 = 0$

$y(x) = -1$ È SOLUZ. DI ED e DI (PC 1)

$\int \frac{1}{y} dy - \int \frac{1}{1+y} dy = x^2 + c$

$\ln|y| + c_3 - \ln|1+y| + c_1 = x^2 + c_2 \Rightarrow \ln \dfrac{|y|}{|1+y|} = x^2 + c \Rightarrow e^{\ln \frac{|y|}{|1+y|}} = e^{x^2+c} \Rightarrow \dfrac{|y|}{|1+y|} = \overbrace{e^{x^2+c}}^{>0}$

$\dfrac{y}{1+y} = \underbrace{\pm}_{} e^{x^2} \cdot \underbrace{e^c}_{\text{COSTANTE} > 0} \Rightarrow \dfrac{y}{1+y} = k e^{x^2} \Rightarrow y(x) = k e^{x^2}(1 + y(x)) \Rightarrow y(x) = k e^{x^2} + y(x) k e^{x^2} \Rightarrow$

COSTANTE $k \neq 0$

$k \neq 0$

$\Rightarrow y(x) \cdot (1 - k e^{x^2}) = k e^{x^2} \Rightarrow \boxed{y(x) = \dfrac{k e^{x^2}}{1 - k e^{x^2}}}$ SOLUZIONI EQ. DIFFERENZIALI

$\boxed{PC\ 2} \Rightarrow y(0) = -\frac{1}{2}$ $\quad -\frac{1}{2} = \dfrac{k e^{0^2}}{1 - k e^{0^2}} \Rightarrow -\frac{1}{2} = \dfrac{k}{1-k} \Rightarrow k - 1 = 2k \Rightarrow k = -1$ $\quad y(x) = -\dfrac{e^{x^2}}{1 + e^{x^2}}$

$\boxed{PC\ 3} \Rightarrow y(0)=1 \Rightarrow 1 = \frac{k}{1-k}$ $\quad 1-k=k \quad \Rightarrow k=\frac{1}{2}$ $\quad y(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{e^{x^2}}{1-\frac{1}{2}e^{x^2}} = \frac{e^{x^2}}{2-e^{x^2}}$

C.E. $x \neq \pm\sqrt{\ln 2}$

MAX INTERVALLO: $(-\ln 2, \ln 2)$