ESPERIMENTO STOCASTICO

ES: LANCIO DI DADI

$\Omega : \{1,2,3,4,5,6\}$ => CAMPO STOCASTICO DISCRETO

↳ ESITO SINGOLO RISULTATO

EVENTO

EVENTO = SOTTOSPAZIO DEL CAMPO STOCASTICO

EVENTO ELEMENTARE = EVENTO CON CARDINALITÀ 1

CIOÈ HA UN SOLO ELEMENTO = ω

INSIEME DISCRETO:

UN INSIEME Ω È DISCRETO SE PUÒ ESSERE MESSO IN CORRISPONDENZA BIUNIVOCA CON $\mathbb{N}$ O UN SOTTOINSIEME DI $\mathbb{N}$

CIOÈ SE È NUMERABILE

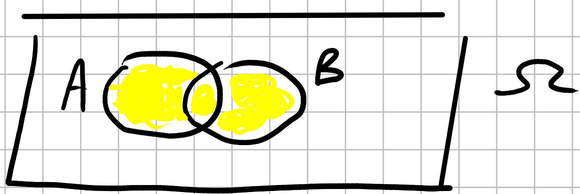
VALGONO LE REGOLE BASE DELL'INSIEMISTICA

ESEMPIO:

$A, B \subseteq \Omega$

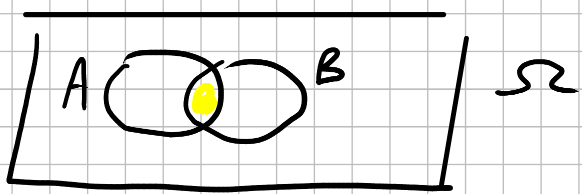
$\boxed{\text{OR}}$

$A \vee B$



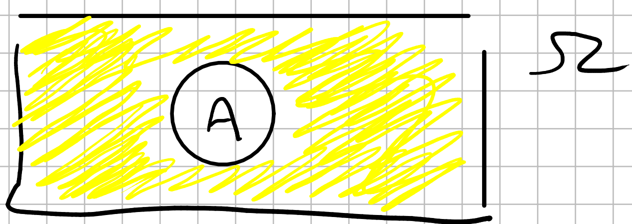
$\boxed{\text{AND}}$

$A \wedge B$



$\boxed{\text{NOT}}$

A^c



Ω = EVENTO CERTO

$\emptyset$ = EVENTO IMPOSSIBILE

A, B SONO DISGIUNTI SE $A \cap B = \emptyset$

INOLTRE
- $A \cup A^c = \Omega$
- $A \cap A^c = \emptyset$

FUNZIONE DI PROBABILITÀ

ASSEGNA A OGNI EVENTO UN NUM $0 \leq P(A) \leq 1$

PROBABILITÀ DI A

Σ (SIGMA) = L'INSIEME DEI SOTTOINSIEMI DI Ω

$= \{A : A \subseteq \Omega\}$

$$P: \Sigma \to [0, 1]$$
$$A \to P(A)$$

ESEMPIO: NUMERI PARI NEL DADO

$A = \{2, 4, 6\}$

$$P(A) = P(\{2\}) + P(\{4\}) + P(\{6\}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

POSTULATI DI SIGMA:

- $P(\Omega) = 1$ (EVENTO CERTO)
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ CON A, B DISGIUNTI (ADDITIVITÀ)

REGOLA DEL COMPLEMENTO:

$P(A^c) = 1 - P(A)$

DIM

HP: $A^c \cup A = \Omega$ $\quad A^c \cap A = \emptyset \implies A, A^c$ SONO DISGIUNTI

$P(\Omega) = P(A^c \cup A) = P(A^c) + P(A)$

↓ POSTULATO 1 $\qquad$ ↓ APPLICO ADDITIVITÀ

$1 = P(A^c) + P(A) \implies P(A^c) = 1 - P(A)$ ✓

$P(\emptyset) = 0$ NON È POSTULATO:

DIM

$\emptyset = \Omega^c \qquad P(\Omega) = 1$

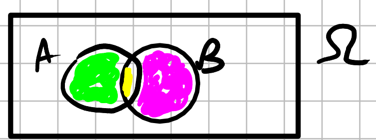
$P(\emptyset) = P(\Omega^c) = 1 - P(\Omega) = 1 - 1 = 0$ ✓

REGOLA DELL'ADDIZIONE (PER 2 EVENTI)

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}$

↳ 0 SE A, B DISGIUNTI

DIM



$A \cup B = \underbrace{(A/B)} \cup (A \cap B) \cup (B/A)$

↳ $= A \cap B^c$

QUESTI SONO DISGIUNTI A 2 A 2 *

$P(A \vee B) = P((A/B) \vee (A \wedge B) \vee (B/A)) =$

$= P(A/B) + P(A \wedge B) + P(B/A)$

PONGO $A = (A/B) \vee (A \wedge B)$

$B = (B/A) \vee (B \wedge A)$

↓ ESSENDO DISGIUNTI

QUINDI $P(A) = P(A/B) + P(A \wedge B)$

$P(B) = P(B/A) + P(B \wedge A)$

DEVO TOGLIERE 1 PER ARRIVARE ALLA FORMA FINALE

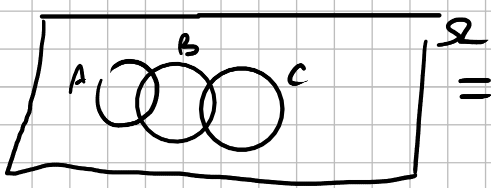
$= P(A/B) + \boxed{2} P(A \wedge B) + P(B/A)$

$P(A \vee B) = P(A) + P(B) - P(A \wedge B)$

SE A, B DISGIUNTI $\Rightarrow P(A \vee B) = P(A) + P(B)$

e PRENDO A, B, C

- $A \wedge B \wedge C = \emptyset$ COMPLESS. DISGIUNTI



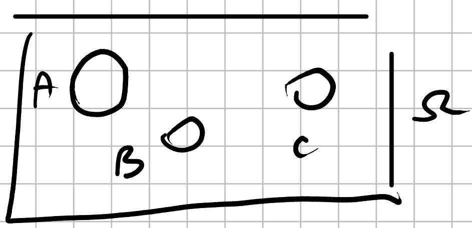
$\Rightarrow$ COMPLESSIVAMENTE DISGIUNTI PERCHÉ NON SI TOCCANO TUTTI e 3

SE INVECE SONO DISGIUNTI A 2 a 2 ALLORA

$\Leftrightarrow A \wedge B = \emptyset$

$B \wedge C = \emptyset$

$A \wedge C = \emptyset$



GENERALIZZANDO:

$\forall\, i, j \in \{1, \dots, n\} \quad A_i \wedge A_j = \emptyset$ A 2 A 2

↳ IMPLICA CHE SIANO COMPLESSIV. DISGIUNTI, MA NON IL CONTRARIO

ADDITIVITÀ PER N ELEMENTI DISGIUNTI *

$$P(A_1 \vee \dots \vee A_n) = P(A_1) + \dots + P(A_n)$$

$\boxed{\text{DIM}}$

$$P((A \vee B) \vee C) \underset{②}{=} P(A \vee B) + P(C) \underset{②}{=} P(A) + P(B) + P(C)$$

② $A \vee B$ È DISGIUNTO ②