OSSERVAZIONE: FUNZIONI "SIMMETRICHE". PER ES, $T=2\pi$.

- SIA f DISPARI : $f(x)=-f(-x)$, ALLORA $a_n=0 \ \forall n$
  PARI : $f(x)=f(-x)$, ALLORA $b_n=0 \ \forall n$

GIUSTIFICO IL CASO DISPARI:

$$\pi a_n = \int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos(nx)\,dx = \int_{-\pi}^{0} f(x)\cos(nx)\,dx + \int_{0}^{\pi} f(x)\cos(nx)\,dx \xrightarrow{x=-t} -\int_{-\pi}^{0} \overbrace{-f(t)}^{=f(-t)}\cos(nt)\,dt + \int_0^{\pi} f(x)\cos(nx)\,dx = -\int_0^{\pi} f(t)\cos(nt)\,dt + \int_0^{\pi} f(x)\cos(nx)\,dx = 0$$

ANALOGO PER FUNZIONI PARI

SERIE DI FOURIER COMPLESSA (o COMPATTA)

ES: $T=2\pi$, RICHIAMO FORMULA EULERO :

$$\begin{cases} e^{i\theta} = \underline{\cos(\theta)} + i\underline{\sin(\theta)} \\ e^{-i\theta} = e^{i(-\theta)} = \cos(-\theta)+i\sin(-\theta) = \underline{\cos(\theta)} - i\underline{\sin(\theta)} \end{cases}$$

X e Y

$$\rightarrow \begin{cases} \cos\theta = \dfrac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2} \\ \sin\theta = \dfrac{e^{i\theta}-e^{-i\theta}}{2i} \end{cases}$$

USO QUESTE RELAZIONI CON $\theta = nx$:

$$\Rightarrow a_n\cos(nx) + b_n \sin(nx) = a_n \frac{e^{inx}+e^{-inx}}{2} + b_n \frac{e^{inx}-e^{-inx}}{2i} = \underbrace{\frac{1}{2}(a_n - ib_n)}_{c_n} e^{inx} + \underbrace{\frac{1}{2}(a_n+ib_n)}_{c_{-n}} e^{-inx}$$

e $c_0 = \frac{a_0}{2}$

OTTENGO: $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n\cos(nx) + b_n\sin(nx) = \boxed{\sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{inx}}$, $c_n \in \mathbb{C}$

$\hookrightarrow = c_0 + c_{-1}e^{-ix} + c_1 e^{ix} + c_{-2}e^{-2ix} + c_2 e^{2ix}$