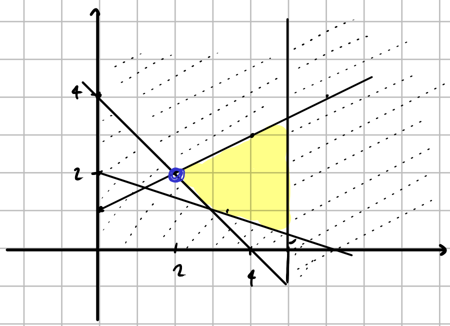
$\min \quad z = 2x_1 + x_2$

s.t.
$$
\begin{aligned}
2x_1 + 7x_2 &\geq 14 \\
x_1 + x_2 &> 4 \\
-x_1 + 2x_2 &\leq 2 \\
x_1 &\leq 5 \\
x_1, x_2 &> 0
\end{aligned}
$$



INTERSEZIONE

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ -x_1 + 2x_2 = 2 \end{cases} \longrightarrow \begin{matrix} x_1 = 2 \\ x_2 = 2 \end{matrix}$$

VARIABILI DI SLACK

$\max \quad 80x + 70y$

s.t.
$$
\begin{aligned}
3x + 2y + s_1 &= 15 \\
2x + 3y + s_2 &= 15 \\
x, y, s_1, s_2 &\geq 0
\end{aligned}
$$

DANNO SOLUZIONI IMMEDIATE

MA BISOGNA STARE ATTENTI PERCHÈ CAMBIA IL MODELLO (DA 2D a 4D)

- NON DEVE CAMBIARE FUNZIONE OBIETTIVO
- SOLUZIONI AMMISSIBILI
- DIPENDERE DA ALTRE VARIABILI

$$\boxed{\begin{aligned} z &= 80x + 70y \\ \hline s_1 &= -3x - 2y + 15 \\ s_2 &= -2x - 3y + 15 \end{aligned}}$$

∞^2 SOLUZIONI $\quad (0, 0, 15, 15) \quad z = 0 \xrightarrow[\text{IL PIÙ POSSIBILE}]{\text{AUMENTO } x} \begin{cases} s_1 = -3x + 15 > 0 \\ s_2 = -2x + 15 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \leq 5 \\ x \leq \frac{15}{2} \end{cases} \longrightarrow x = 5,\ s_1 = 0$

TABLEAU

x	y	s_1	s_2		
80	70	0	0	0	
3	2	1	0	15	s_1
2	3	0	1	15	s_2

$3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot s_1 + 0 \cdot s_2 = 15$

$2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 0 \cdot s_1 + 1 \cdot s_2 = 15$

SI TRASFORMA $\longrightarrow$

PIVOT

CHE ABBIA "1" NELLA POSIZIONE DEL PIVOT

ESEMPIO

$\max \quad z = x_1 + 3x_2$

s.t.
$$
\begin{aligned}
x_1 - 2x_2 &\leq 4 \rightarrow x_1 - 2x_2 + x_3 = 4 \\
x_1 - x_2 &\leq 8 \rightarrow x_1 - x_2 + x_4 = 8 \\
x_1, x_2 &\geq 0 \rightarrow x_3, x_4 \geq 0
\end{aligned}
$$

$\xrightarrow{\text{PIVOT}}$

x_1	x_2	x_3	x_4		
1	3	0	0	0	$-z$
1	-2	1	0	4	
1	-1	0	1	8	

SOTTRAGGO RIGA PIVOT ALLE ALTRE 2 $\longrightarrow$

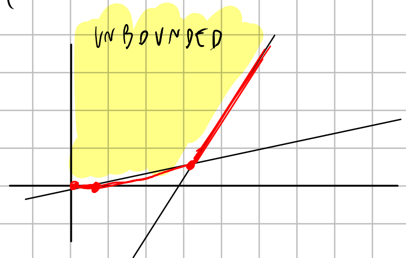
x_1	x_2	x_3	x_4		
0	5	-1	0	-4	$-z$
1	-2	1	0	4	
0	1	-1	1	4	

$$\begin{cases} x_1 = 2x_2 + 4 \geq 0 \\ x_4 = -x_2 + 4 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \text{TRUE } \forall x_1, x_2 \\ x_2 \leq 4 \end{cases} \Rightarrow x_2 = 4 \quad x_4 = 0$$

x_1	x_2	x_3	x_4		
0	0	4	-5	-24	
1	0	-1	2	12	x_1
0	1	-1	1	4	x_2

$$\begin{cases} x_1 = x_3 + 12 \geq 0 & \text{TRUE} \\ x_2 = x_3 + 4 \geq 0 & \text{TRUE} \end{cases}$$

PUOI ALLONTANARTI ∞



ESERCIZIO 1. PRODOTTO A, B DA ESERCIZI

X_A = ton PROD A
X_B = ton PROD B

$$\begin{cases} \overset{0,2}{\cancel{200}} X_A + \overset{0,2}{\cancel{200}} X_B \le \overset{0,7}{\cancel{700}} \\ X_A \le 3 \wedge X_B \le 3 \\ X_A, X_B \ge 0 \end{cases}$$

max: $2000 X_A + 1000 X_B$

$\xrightarrow{\text{SLACK}}$

max $z = 2000 X_A + 1000 X_B$

$$\begin{aligned} 2X_A + 2X_B + S_1 &= 7 \\ X_A + S_2 &= 3 \\ X_B + S_3 &= 3 \\ X_A + X_B + S_1 + S_2 + S_3 &\ge 0 \end{aligned}$$

X_A	X_B	S_1	S_2	S_3	
2	1	0	0		0
2	2	1	0	0	7
1 (PIVOT)	0	0	1	0	3
0	1	0	0	1	3

$(0, 0, 7, 3, 3)$ $z = 0$

STO MAX, QUINDI PRENDO COEFF. POS. $\xrightarrow{\text{SCELGO}}$ X_A

PER LA RIGA → COEFF POSITIVI. LA TROVO IN BASE A QUELLA PIU RESTRITTIVA $\left(\frac{7}{2} \text{ vs } \frac{3}{1}\right)$

⇓

X_A	X_B	S_1	S_2	S_3	
0	1	0	-2	0	-6
0	2	1	-2	0	1
1	0	0	1	0	3
0	1	0	0	1	3

$(3, 0, 1, 0, 3)$
$z = +6$

⇓

X_A	X_B	S_1	S_2	S_3	
0	0	$-\frac{1}{2}$	-1	0	$-\frac{13}{2}$
0	1	$\frac{1}{2}$	-1	0	$\frac{1}{2}$
1	0	0	1	0	3
0	0	$-\frac{1}{2}$	1	1	$\frac{5}{2}$

SOTTRAGGO PER FARE VENIRE 0

/2 PER FARE VENIRE 1

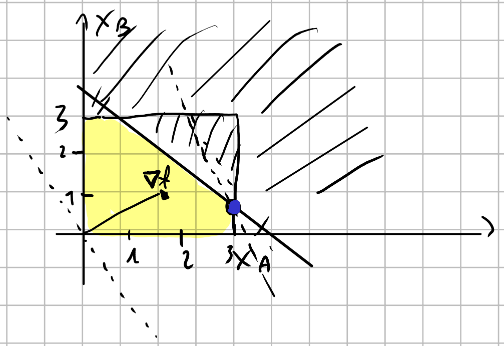
= PERCHÈ C'È GIÀ 0

SOTTRAE PER FARE VENIRE 0

$\left(3, \frac{1}{2}, 0, 0, \frac{5}{2}\right)$

$z = \frac{13}{2}$

AMMISSIBILITÀ: $2 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 1 \le 7$



ESERCIZIO 2

(1) (2)
x_1, x_2 $\longrightarrow$

$\max z = x_1 + x_2$

$$\begin{cases} x_2 \le 4 \\ 2x_2 \ge 3x_1 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{SLACK}} \begin{cases} +x_2 + s_1 + \quad = 4 \\ -3x_1 + 2x_2 + 0 - s_2 = 0 \\ x_1, x_2, s_1, s_2 \ge 0 \end{cases}$$

x_1	x_2	s_1	s_2	z
1	1	0	0	0
0	1	1	0	4
-3	-2	0	+1	$\cancel{0}$

PIVOT

PER OTTENERE MATRICE IDENTITA'

$(0, 0, 4^*, 0^*)$ $z = 0$

↓ ENTRA x_1

SONO UGUALI ?

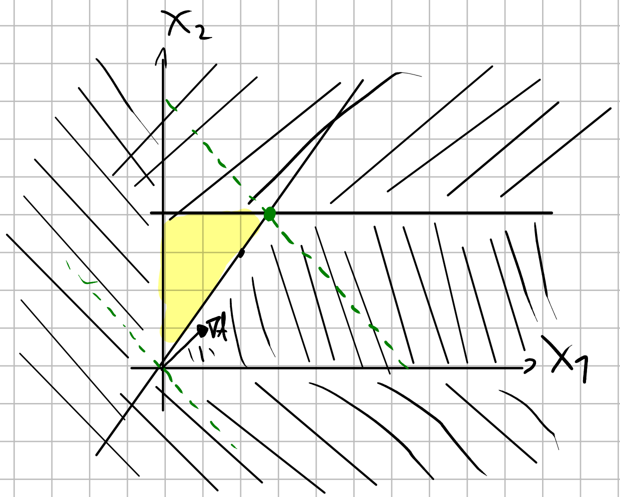
x_1	x_2	s_1	s_2	z
0	$\frac{5}{3}$	0	$-\frac{1}{3}$	0
0	1	1	0	4
1	$-\frac{2}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	0

$(0^*, 0, 4^*, 0)$ $z = 0$

↓ ENTRA x_2

x_1	x_2	s_1	s_2	z
0	0	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{20}{3}$
0	1	1	0	4
1	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{8}{3}$

$\left(\frac{8}{3}, 4, 0, 0\right)$ $z = \frac{20}{3}$



SOLUZ OTT $x_2 = 4 \wedge x_1 = \frac{8}{3}$ ✓