

• ES

$$y(x) = \alpha x^2, \quad x \in (0, +\infty)$$

PER QUALI VALORE DI  $\alpha \in \mathbb{R}$   $y(x)$  È SOLUZIONE DI:

$$y'' = \frac{x y'}{y} ?$$

PROCEDIMENTO

$$(\alpha x^2)'' = \frac{x(\alpha x^2)'}{\alpha x^2} \Rightarrow 2\alpha = 2 \quad \alpha = 1$$

CON  $y(x) \neq 0$  CIOÈ  $\alpha \neq 0$  E  $x \neq 0$

$$y(x) = x^2 \quad x \in (0, +\infty), \quad y(x) = x^2 \quad \forall x \in (-\infty, 0)$$

PERCHÉ EQ. DIFF. NON POSSONO AVERE SOLUZIONI DI INTERVALLI. (QUINDI DIVIDO IL DOMINIO IN 2)

• ES: RISOLVERE

$$y^3 y' + 8x = 0$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} y^3 y' + 8x = 0 \\ y(0) = -\sqrt{3} \end{cases} \xrightarrow{y \neq 0} y' = -\frac{8x}{y^3} \quad \text{SE } y=0 \Rightarrow 8x=0 \text{ NON È IDENTITÀ}$$

$$\int y^3 y' dx = -8 \int x dx \Rightarrow \int y^3 y' dx = -4x^2 \Rightarrow y^4 = -16x^2 + 4c$$

$$y = \pm \sqrt[4]{-16x^2 + 4c} \quad -16x^2 + 4c \geq 0 \xrightarrow{4} x^2 \leq \frac{c}{4} \quad \text{CON } c > 0, \quad x \in \left(-\frac{\sqrt{c}}{2}, \frac{\sqrt{c}}{2}\right)$$

PER AVERE  $y(0) = -\sqrt{3}$  ALLORA:  $\pm \sqrt[4]{0+4c} = -\sqrt{3} \Rightarrow -\sqrt[4]{4c} = -\sqrt{3} \Rightarrow 4c = 9 \quad c = \frac{9}{4}$

$$y = -\sqrt[4]{-16x^2 + 9}$$

$$\textcircled{1} \begin{cases} y' - 2xy = 2xy^2 \\ y(1) = -1 \end{cases}$$

RISOLVO PER PRIMA

• CON  $y \neq 0$  E  $y \neq -1$

$$\frac{y'}{y(1+y)} = 2x$$

$$\hookrightarrow \int \frac{y'}{y(1+y)} dx = \int 2x dx$$

$$\hookrightarrow \int \frac{1}{y(1+y)} dy = x^2 + c$$

• RISOLVO CON FRATTI SEMPLICI

$$\int \frac{1}{y} dy - \int \frac{1}{1+y} dy = x^2 + c$$

$$\ln|y| + c_1 - \ln|1+y| + c_2 = x^2 + c_3 \Rightarrow \ln \frac{|y|}{|1+y|} = x^2 + c \Rightarrow e^{\ln \frac{|y|}{|1+y|}} = e^{x^2+c} \Rightarrow \frac{|y|}{|1+y|} = e^{x^2+c}$$

$$\frac{y}{1+y} = \pm e^{x^2} \cdot e^c \Rightarrow \frac{y}{1+y} = k e^{x^2} \Rightarrow y(x) = k e^{x^2} (1+y(x)) \Rightarrow y(x) = k e^{x^2} + y(x) k e^{x^2} \Rightarrow$$

$k \neq 0$

$$\Rightarrow y(x) \cdot (1 - k e^{x^2}) = k e^{x^2} \Rightarrow$$

$$\boxed{y(x) = \frac{k e^{x^2}}{1 - k e^{x^2}}}$$

SOLUZIONI EQ. DIFFERENZIALI

$$\textcircled{2} \Rightarrow y(0) = -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2} = \frac{k e^{0^2}}{1 - k e^{0^2}} \Rightarrow -\frac{1}{2} = \frac{k}{1-k} \Rightarrow k-1 = 2k \Rightarrow k = -1 \quad y(x) = -\frac{e^{x^2}}{1+e^{x^2}}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} y' - 2xy = 2xy^2 \\ y(0) = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

COSA LA EQ. DIFF.

• CON  $y=0$   
FUNZ. COSTANTE

E VIENE

$$0' = 2x \cdot 0 \cdot (1+0)$$

$$0=0$$

$y(x)=0$  È SOLUZ. DI

EQ MA NON DI  $\textcircled{2}$

NO SOLUZIONE

$$\textcircled{3} \begin{cases} y' - 2xy = 2xy^2 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

$y' = 2xy(1+y)$  A VARIABILI SEPARABILI

•  $y = -1$

FUNZ. COSTANTE  $\forall x \in \mathbb{R}$

$$(-1)' = 2x \cdot (-1) \cdot (-1+1)$$

$$0=0$$

$y(x) = -1$  È SOLUZ. DI

EQ E DI  $\textcircled{3}$

$$\boxed{PC\ 3} \Rightarrow y(0)=2 \Rightarrow 1 = \frac{k}{1-k}$$

$$1-k=k \Rightarrow k=\frac{1}{2} \quad y(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{e^{x^2}}{1-\frac{1}{2}e^{x^2}} = \frac{e^{x^2}}{2-e^{x^2}}$$

C.E.  $x \neq \pm \sqrt{\ln 2}$

MAX INTERVALL:  $(-\ln 2, \ln 2)$