• POKER

1) 5 CARTE SU 52 ⟹ COMBINAZIONI SEMPLICI

$$\frac{52!}{47! \, 5!} = \frac{\overset{4}{\cancel{16}} \quad \overset{5}{\cancel{15}}}{\frac{48 \cdot 49 \cdot 50 \cdot 51 \cdot 52}{8 \cdot 4 \cdot \underset{2}{\cancel{3}} \cdot \cancel{2}}} = \boxed{2\,538\,960}$$

- $\Omega = \{\{w_1, w_2, w_3, w_4\}\}$, CON PROB. UNIFORME
- $\forall A \subseteq \Omega \quad P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} \quad$ DOVE $\quad |\Omega| = $ ✳

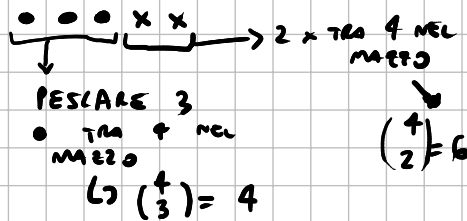**2)** $A = \{POKER\}$ (4 CARTE UGUALI)

● ● ● ● ?

13 TIPI DI CARTE NEL POKER   RIMANGONO 48 (52-8) CARTE

$|A| = 13 \cdot 48$ e $P(A) = \dfrac{13 \cdot 48}{✳}$

$= \sim 0,024\%$

3) $A = \{FULL\}$ (3 e 2)

● ● ● ✗ ✗ → 2 ✗ TRA 4 NEL MAZZO

PESCARE 3

● TRA 4 NEL MAZZO

↳ $\binom{4}{3} = 4$

$\binom{4}{2} = 6$

e 2 VINDI $4 \cdot 6 = 24$ MODI PER FARE FULL SINGOLO

$\left(\begin{array}{l} \text{CONTA L'ORDINE} \\ \text{PERCHÈ} \quad ●●● ✗ ✗ \neq ✗✗×●● \end{array} \right)$

IL # DI FULL è D(13, 2) CIOè $\dfrac{13!}{(13-2)!} = 13 \cdot 12$

TOTALE: $13 \cdot 12 \cdot \binom{4}{2}\binom{4}{3}$ e DIVISO PER $|\Omega| = \sim 0,14\%$

4) $C = \{DOPPIA \ COPPIA\}$

$\underset{\binom{4}{2}}{● ●} \ \underset{\binom{4}{2}}{✗ ✗} \ \underset{44}{?}$

DI TIPI DI DOPPIA COPPIA $C(13,2) = 6 \cdot 13$

5) $A = \{COPPIA\}$

$\underset{\binom{4}{2}}{● ●} \ \underset{\substack{4 \cdot 12 \\ \binom{12}{3}}}{?} \ \underset{4 \cdot 11}{?} \ \underset{\substack{4 \cdot 10 \\ 4^3}}{?}$
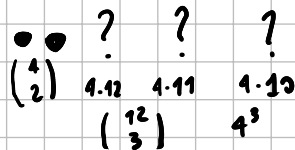
DI DOPPIE COPPIE $= 13$

QUINDI $13 \cdot \binom{12}{3} \cdot 4^3 \qquad \dfrac{|A|}{|\Omega|} = \sim 43\%$

---

h = biglie estratte
r = rosse
b = bianche
h ≤ r + b

$|\Omega| = \binom{r+b}{h} = $

$A = \{$ESATT. k DELLE h BIGLIE ESTRATTE SIANO ROSSE$\}$

$|A| = \binom{r}{k}\binom{b}{h-k} \qquad P(A) \ \dfrac{\binom{r}{k}\binom{b}{h-k}}{\binom{r+b}{h}}$

PROBABILITÀ CONDIZIONATA

$$\Omega = \{(r,b) \quad r \in \{1,...,6\} \quad b \in \{1,...,6\}\}$$

$$|\Omega| = 6^2 = 36 \qquad \text{DISPOS. CON RIPETIZIONE}$$

$\bullet$ DADO ROSSO & DADO BLU
PROB. DI ESITO 5 DEL DADO ROSSO

$$P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

PROB. CHE SOMMA SIA 9

$B = \{r + b = 9\}$ CIOÈ $B = \{(3,6)(4,5)(5,4)(6,3)\}$ $|B| = 4$

$\downarrow$ $\boxed{P(A|B) = P \text{ DI } A \text{ DATO } B}$

$= \frac{1}{4} = \frac{|A \wedge B|/|\Omega|}{|B|/|\Omega|} \Rightarrow P(A \wedge B)/P(B)$

$\bullet$ DEFINIZIONE PROB. CONDIZIONATA

$$\boxed{P(A|B) = P \text{ DI } A \text{ DATO } B} = \frac{P(A \wedge B)}{P(B)} \left(\text{MANTIENE I POSTULATI} \right)$$

$\bullet$ $P(A^c | C) = 1 - P(A|C)$

DIM:

$$P(A^c | C) = \frac{P(A^c \wedge C)}{P(C)} = * \Rightarrow C = (A \wedge C) \vee (A^c \wedge C) \Rightarrow P(C) = P(A \wedge C) \vee P(A^c \wedge C)$$

$$= \frac{P(C) - P(A \wedge C)}{P(C)} = 1 - \boxed{\frac{P(A \wedge C)}{P(C)}} = \underbrace{}_{\substack{\text{PROB. CONDIZIONATA} \\ P(A|C) \boxed{\checkmark}}}$$

ESERCIZIO

$S_1 = $ PRIMA CARTA ESTRATTA DI CUORI $\Rightarrow \frac{4}{52} = \frac{1}{13} \oslash$

$S_2 = $ ESTRARRE CUORI ALLA SECONDA, DOPO UN CUORI.

   $\bullet P(S_2 | S_1) = 12/51$
   $\bullet P(S_2 | S_1^c) = 13/51$

$\bullet P(S_2 \wedge S_1) = P(S_1 | S_2) \cdot P(S_1) = \frac{\overset{3}{\cancel{12}}}{\underset{17}{\cancel{51}}} \cdot \frac{1}{\cancel{4}} = \frac{1}{17} = *$

$\bullet P(S_2 \wedge S_1^c) = P(S_2 | S_1^c) \cdot P(S_1^c) = \frac{13}{51} \cdot \frac{3}{4}$

CON CALCOLO COMB:

$|\Omega| = D(52,2) = 51 \cdot 52$

$|S_2 \wedge S_1| = \frac{|S_2 \wedge S_1|}{|\Omega|} = \frac{13 \cdot 12}{52 \cdot 51}$ $*$

$$\Omega = \{(M,M)(M,F)(F,M)(F,F)\} \qquad \text{EQUIPROBABILE} \qquad B = \{\text{ALMENO UNO } M\}$$

$|B| = 3 \qquad P(B) = \frac{3}{4}$

$A = \{2 \text{ MASCHI}\}$ CIOÈ $|A| = 1$ & $P(A) = \frac{|A|}{|B|} = \boxed{\frac{1}{3}} \checkmark$

$\bullet$ **TEO PROB. COMPOSTA**
   DISPENSE