

# ESPERIMENTO STOCASTICO

ES: LANCIO DI DADI

$\Omega: \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow$  CAMPO STOCASTICO DISCRETO

$\underbrace{\quad}_{\text{EVENTO}} \rightarrow \text{ESITO SINGOLO RISULTATO}$

EVENTO = SOTTOSPAZIO DEL CAMPO STOCASTICO

EVENTO ELEMENTARE = EVENTO CON CARDINALITÀ 1

CIOÈ HA UN SOLO ELEMENTO =  $\omega$

## INSIEME DISCRETO:

UN INSIEME  $\Omega$  È DISCRETO SE PUÒ ESSERE MESSO IN CORRISPONDENZA BIUNIVOCAMENTE CON  $\mathbb{N}$ , UN SOTTOINSIEME DI  $\mathbb{N}$

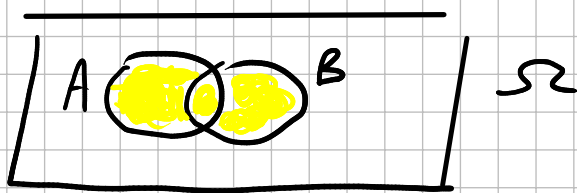
CIOÈ SE È NUMERABILE

VALGONO LE REGOLE BASE DELL'INSIEMISTICA

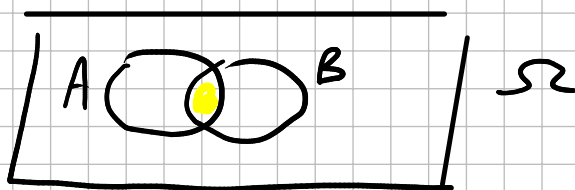
ESEMPIO:

$A, B \subseteq \Omega$

OR  
 $A \cup B$



AND  
 $A \cap B$



NOT  
 $A^c$



$\Omega$  = EVENTO CERTO

$\emptyset$  = EVENTO IMPOSSIBILE

$A, B$  SONO DISGIUNTI SE  $A \cap B = \emptyset$

INOLTRE •  $A \cup A^c = \Omega$

•  $A \cap A^c = \emptyset$

FUNZIONE DI PROBABILITÀ

ASSEGNA A OGNI EVENTO UN NUM  $0 \leq P(A) \leq 1$

↑  
PROBABILITÀ di  
A

$\Sigma$  (SIGMA) = L'INSIEME DEI SOTTOINSIEMI DI  $\Omega$   
 $= \{A: A \subseteq \Omega\}$

$P: \Sigma \rightarrow [0, 1]$

$A \rightarrow P(A)$

ESEMPIO: NUMERI PARI NEL DADO

$A = \{2, 4, 6\}$

$$P(A) = P(\{2\}) + P(\{4\}) + P(\{6\}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

POSTULATI DI SIGMA:

•  $P(\Omega) = 1$  (EVENTO CERTO)

•  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$  CON  $A, B$  DISGIUNTI (ADDITIVITÀ)

## REGOLA DEL COMPLEMENTO:

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

DIM

HP:  $A^c \cup A = \Omega$        $A^c \cap A = \emptyset \Rightarrow A, A^c$  sono DISGIUNTI

$$P(\Omega) = P(A^c \cup A) = P(A^c) + P(A)$$

↓  
POSTULATO 1      APPLICAZIONE  
                    ADDITIVITÀ

$$1 = P(A^c) + P(A) \Rightarrow P(A^c) = 1 - P(A) \quad (\checkmark)$$

$P(\emptyset) = 0$  NON È POSTULATO:

DIM

$$\emptyset = \Omega^c \quad P(\Omega) = 1$$

$$P(\emptyset) = P(\Omega^c) = 1 - P(\Omega) = 1 - 1 = 0 \quad (\checkmark)$$

## REGOLA DELL'ADDIZIONE (PER 2 EVENTI)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{\rightarrow 0 \text{ SE } A, B \text{ DISGIUNTI}}$$

DIM

$$A \cup B = \underbrace{(A \setminus B)}_{\rightarrow A \cap B^c} \cup (A \cap B) \cup \underbrace{(B \setminus A)}$$

$$\rightarrow \underline{A \cap B^c}$$

QUESTI SONO DISGIUNTI A 2 a 2 \*



$$P(A \cup B) = P((A/B) \cup (A \cap B) \cup (B/A)) =$$

$$= P(A/B) + P(A \cap B) + P(B/A)$$

$$\text{PONGO } A = (A/B) \cup (A \cap B)$$

$$B = (B/A) \cup (B \cap A)$$

↓ ESSENDO DISGIUNTI

$$\text{QUINDI } P(A) = P(A/B) + P(A \cap B)$$

$$P(B) = P(B/A) + P(B \cap A)$$

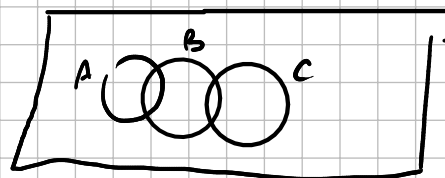
$$= P(A/B) + \left[ \overset{\text{DEVO TOGLIERE 1 PER ARRIVARE ALLA FORMA FINALE}}{P(A \cap B) + P(B/A)} \right]$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

SE  $A, B$  DISGIUNTI  $\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

E PRENDO  $A, B, C$

•  $A \cap B \cap C = \emptyset$  COMPLESS. DISGIUNTI



$\Rightarrow$

COMPLESSIVAMENTE

DISGIUNTI

PERCHÉ NON SI TOCCANO TUTTI

E 3

SE INVECE SONO DISGIUNTI A 2 a 2 ALLORA

$$\Rightarrow A \cap B = \emptyset$$

$$B \cap C = \emptyset$$

$$A \cap C = \emptyset$$



GENERALIZZANDO:

$$\forall i, j \in \{1, \dots, n\}$$

$$A_i \cap A_j = \emptyset$$

A 2 A 2

$\Rightarrow$  IMPLICA CHE SIANO COMPLESSIV. DISGIUNTI, MA NON IL CONTRARIO

## ADDITIVITA' PER N ELEMENTI DISGIUNTI \*

$$P(A_1 \vee \dots \vee A_n) = P(A_1) + \dots + P(A_n)$$

DIM

$$P((A \cup B) \cup C) = P(A \cup B) + P(C) = P(A) + P(B) + P(C)$$

$\uparrow$                        $\uparrow$   
 ②  $A \cup B$      $\hat{=}$     DISJUNCT    ②