

● ES 3 R 6 ●

0) R_1, R_2, R_3 R: = i-es:ma Pallina Rossa $P(R_1) = 3/15 \rightarrow P(R_2|R_1) = \frac{8}{14} \rightarrow P(R_3|R_2, R_1) = \frac{7}{13}$

$$P(R_1 \cap R_2 \cap R_3) = P(R_3|R_2 \cap R_1) \cdot P(R_2 \cap R_1) = P(R_3|R_2, R_1) \cdot P(R_2|R_1) \cdot P(R_1)$$

7/13 8/14 3/15

STESSA COSA DI $\frac{D(3,3)}{D(15,3)}$

b) $P(R_1 \cap R_2 \cap R_3) = \frac{P(R_3|R_1 \cap R_2) \cdot P(R_2|R_1) \cdot P(R_1)}{3/15} = \frac{3^3}{15^3} \left(\text{CHE SAREBBE } \frac{D^R(3,3)}{D^R(15,3)} \right) \left(\begin{smallmatrix} \text{DISPOSIZ.} \\ \text{CON} \\ \text{RIPETIZIONE} \end{smallmatrix} \right)$

● ES: TRA N PERSONE ALMENO 2 LO STESSO GIORNO B_n

CALCOLO B_n^c PER COMODITÀ = A_n (TUTTI COMPLEANNI \neq)

ES con $n=2 \Rightarrow P(A_2) = \frac{364}{365}$

$n=3 \Rightarrow P(A_3) = \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365}$
 $P(A_2) \quad P(A_3|A_2)$

$A_3 \subseteq A_2 \subseteq A_1$



$P(A_n) = P(A_n \cap A_{n-1}) = P(A_n|A_{n-1})P(A_{n-1}) = P(A_n|A_{n-1})P(A_{n-2})P(A_{n-1}) \dots$ FINO AD A_2

CIOÈ $\frac{364 \cdot 363 \cdot \dots}{365 \cdot 365 \cdot \dots} = \frac{365!}{(365-n)!} \cdot \frac{1}{365^n} = \frac{D(365, n)}{D^R(365, n)} \approx 0,4313$ $P(B_n) = 1 - 0,4313 = 0,5687 = 56,87\%$

↳ DISPOSIZ. SENZA RIPETIZIONE

● $P(A) = \frac{1}{3}$ e $P(B|A^c) = \frac{1}{4}$ $P(A \cup B)?$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ POSSO CALCOLARE: $P(B \cap A^c) = \frac{P(B|A^c) \cdot P(A^c)}{1/4} = \frac{1}{6}$

QUINDI $A \cup B = A \cup (B \cap A^c)$ CON A, B DISGIUNTI e APPLICO ADDITIVITÀ: $P(A \cup B) = P(A) + P(B \cap A^c) = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$

$P(A \cup B) = \frac{1}{2}$ $P(A^c|B^c) = \frac{1}{2}$ CALCOLA $P(B)$

$P(A \cup B) = \frac{1}{2}$
 $P(A^c|B^c) = \frac{P(A^c \cap B^c)}{P(B^c)} = \frac{1}{2}$ e $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c \Rightarrow P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

INDIPENDENZA STOCASTICA

A È INDIPENDENTE DA B SE: $P(A|B) = P(A)$

● $\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A) \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

● $P(B|A) \cdot P(A) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow P(B|A) = P(B)$

= MODI PER DESCRIVERE L'INDIPENDENZA

ESTRAZIONE LUOLI e REGINA È INDIPENDENTE

$P(A) = \frac{1}{13}$ (Q) $P(B) = \frac{1}{4}$ (C) $P(A \cup B) = \frac{1}{13 \cdot 4} = P(A) \cdot P(B)$ ① È INDIP.

SE AGGIUNGO 2 JOKER, È INDIP?

$S = \{1, 2, \dots, \frac{52}{2} \text{ Joker}\} \rightarrow |S| = 54$

$A = \text{REGINA} \Rightarrow P(A) = \frac{4}{54}$

$$B = \text{Quori} \Rightarrow P(B) = \frac{13}{54}$$
$$P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \quad \underline{\underline{\Rightarrow}} \quad \frac{1}{54} \neq \frac{9 \cdot 13}{54^2}$$