

● ES 3 R 6 ●

0)  $R_1, R_2, R_3$  R: = i-es:ma Pallina Rossa  $P(R_1) = 3/15 \rightarrow P(R_2|R_1) = \frac{8}{14} \rightarrow P(R_3|R_2, R_1) = \frac{7}{13}$

$$P(R_1 \cap R_2 \cap R_3) = P(R_3|R_2 \cap R_1) \cdot P(R_2 \cap R_1) = P(R_3|R_2, R_1) \cdot P(R_2|R_1) \cdot P(R_1)$$

7/13      8/14      3/15

STESSA COSA DI  $\frac{D(3,3)}{D(15,3)}$

b)  $P(R_1 \cap R_2 \cap R_3) = \frac{P(R_3|R_1 \cap R_2) \cdot P(R_2|R_1) \cdot P(R_1)}{\frac{3}{15}} = \frac{3^3}{15^3} \left( \text{CHE SAREBBE } \frac{D^R(3,3)}{D^R(15,3)} \right) \left( \begin{smallmatrix} \text{DISPOSIZ.} \\ \text{CON} \\ \text{RIPETIZIONE} \end{smallmatrix} \right)$

● ES: TRA N PERSONE ALMENO 2 LO STESSO GIORNO  $B_n$

CALCOLO  $B_n^c$  PER COMODITÀ =  $A_n$  (TUTTI COMPLEANNI  $\neq$ )

ES con  $n=2 \Rightarrow P(A_2) = \frac{364}{365}$

$n=3 \Rightarrow P(A_3) = \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365}$

$\underbrace{\frac{364}{365}}_{P(A_2)} \cdot \underbrace{\frac{363}{365}}_{P(A_3|A_2)}$

$A_3 \subseteq A_2 \subseteq A_1$



$P(A_n) = P(A_n \cap A_{n-1}) = P(A_n|A_{n-1})P(A_{n-1}) = P(A_n|A_{n-1})P(A_{n-2})P(A_{n-1}) \dots$  FINO AD  $A_2$

CIOÈ  $\frac{364 \cdot 363 \cdot \dots}{365 \cdot 365 \cdot \dots} = \frac{365!}{(365-n)!} \cdot \frac{1}{365^n} = \frac{D(365, n)}{D^R(365, n)} \approx 0,4313$   $P(B_n) = 1 - 0,4313 = 0,5687 = 56,87\%$

↳ DISPOSIZ. SENZA RIPETIZIONE

●  $P(A) = \frac{1}{3}$  e  $P(B|A^c) = \frac{1}{4}$   $P(A \cup B)?$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

POSSO CALCOLARE:  $P(B \cap A^c) = \frac{P(B|A^c) \cdot P(A^c)}{\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}} = \frac{1}{6}$

QUINDI  $A \cup B = A \cup (B/A)$  CON A, B DISGIUNTI e APPLICO ADDITIVITÀ:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B/A) = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$

$P(A \cup B) = \frac{2}{3}$   $P(A^c|B^c) = \frac{1}{2}$  CALCOLA  $P(B)$

$P(A \cup B) = \frac{2}{3}$

$P(A^c|B^c) = \frac{P(A^c \cap B^c)}{P(B^c)} \quad \text{e} \quad (A \cup B)^c = A^c \cap B^c \Rightarrow P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

$\frac{1}{2} = \frac{\frac{1}{3}}{P(B^c)} \Rightarrow P(B^c) = \frac{2}{3} \Rightarrow P(B) = \frac{1}{3}$

## INDIPENDENZA STOCASTICA

A È INDIPENDENTE DA B SE:  $P(A|B) = P(A)$

●  $\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A) \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

●  $P(B|A) \cdot P(A) = P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow P(B|A) = P(B)$

ESTRAZIONE LUOLI e REGINA È INDIPENDENTE

$P(A) = \frac{1}{13} (Q)$   $P(B) = \frac{1}{4} (CLOU)$   $P(A \cup B) = \frac{1}{13 \cdot 4} = P(A) \cdot P(B) \text{ ① } \Rightarrow \text{È INDIP.}$

SE AGGIUNGO 2 JOKER, È INDIP?

$\Omega = \left\{ \frac{1}{2}, \dots, \frac{304}{2} \right\} \rightarrow |\Omega| = 54$

$A = \text{REGINE} \Rightarrow P(A) = \frac{4}{54}$

= MODI PER DESCRIVERE L'INDIPENDENZA

$$B = \text{Quori} \Rightarrow P(B) = \frac{13}{54}$$
$$P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \quad \underline{\underline{\Rightarrow}} \quad \frac{1}{54} \neq \frac{9 \cdot 13}{54^2}$$