CALCOLO COMBINATORIO:

- 10 PERSONE IN FILA : PERMUTAZIONI $= 10!$ (SENZA RIPETIZIONE) ($n!$)
- QUANTE PASSWORD DI 4 LETTERE DA A a L (10)

  ↳ □ □ □ □ DISPOSIZIONI CON RIPETIZIONE : n^k $\left(\text{QUI: } \begin{matrix} n=10 \\ k=4 \end{matrix}\right)$

  $D^R(n;k) = n^k$

- 4 PERSONE SCELTE A CASO TRA 10 IN FILA:

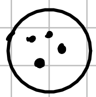
  ORDINE CONTA: $\underset{10}{□}\ \underset{9}{□}\ \underset{8}{□}\ \underset{7}{□}$ CIOÈ: $\frac{10!}{6!}$ IN GENERALE — n PERSONE, k CASELLE

  $\frac{n!}{(n-k)!}$ DISPOSIZIONI SEMPLICI (NO RIPETIZIONE)

  $0! = 1$ CONVENZIONE

- 4 PERSONE A CASO TRA 10:

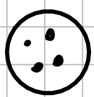
  NON CONTA L'ORDINE e NON CI SONO RIPETIZIONI



COMBINAZIONI SEMPLICI $\binom{n}{k}$ $\frac{n!}{k!(n-k)!}$

PER SPIEGARE: $D(n,k)$
- PRIMA LI METTO NELL'INSIEME
- POI LI ORDINO

$1, 2, 3 \dots, 10$ $\big\} \frac{n!}{(k-n)!}$ $\big\} k!$



PER AVERE COMBINAZIONI, DEVO TOGLIERE IL VERDE, CIOÈ

$$\boxed{\frac{n!}{(k-n)!} \cdot \frac{1}{k!}} = \binom{n}{k}$$

DISPOSIZIONI = (TONDE) COMBINAZIONI = {GRAFFE}

△ DI TARTAGLIA

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \underbrace{T(n,k)}\, x^{n-k} \cdot y^k$$

↳ $T(n,k) = \binom{n}{k}$

$$\begin{array}{ccccccccccc} &&&&&1&&&&& n=0 \\ &&&&1&&1&&&& =1 \\ &&&1&&2&&1&&& =2 \\ &&1&&3&&3&&1&& =3 \\ &1&&4&&6&&4&&1& =4 \\ &&&&\dots&&&&&& =n \end{array}$$

PER CALCOLO DEI COEFF. DI BINOMI DI GRADO n

$T(n-1,k-1) = T(n-1,k)$

PER INDUZIONE VERO PER $k=0 \Rightarrow \binom{n}{0} = \frac{n!}{n!} = 1$

$k=1 \Rightarrow \binom{n}{1} = \frac{n!}{1!(n-1)!} = n$

IN GENERALE

$$\binom{n}{n-k} = \frac{n!}{(n-k)!(n-n+k)!} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!} = \binom{n}{k}$$

TEOREMA: $T(n,k) = \binom{n}{k}$

DIM: $\binom{n}{k}$ $T(n,k)$ $\forall k \in \{0, n\}$ $\binom{n}{0} = 1 = T_n(n,0)$ $\binom{n}{n} = 1 = T(n,n)$ $\forall n$

- $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$

PERCHÉ

↳ $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ e $\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \frac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!} + \frac{(n-1)!}{k!(n-k-1)!}$

$(n-k)(n-k-1)!$ $k \cdot (k-1)!$

$= (n-1)!\left\{\frac{k+n-k}{(k-1)!(n-k)(n-k-1)!\,k}\right\} = \frac{n(n-1)!}{k!\,(n-k)!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ ✓

- DATO INSIEME S DI n ELEMENTI, CALCOLARE IL NUM DEI SUOI SOTTOINSIEMI

$S = \{1, \dots, n\}$ # NUM DI SOTTOINSIEMI DI CARDIN. $k = C(n,k) = \binom{n}{k}$

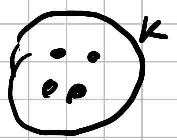
QUINDI # SOTTOINSIEM. $= \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}$

PER CALCOLARLO USO IL BINOMIO DI NEWTON CON $X = Y = 1$

CIOÈ $(1+1)^n = 2^n$

- DA n PERSONE, FORMARE COMITATO DI k PERSONE, CON UN PRESIDENTE

① CREO COMMISSIONE



② SCELGO PRESIDENTE

$\binom{n}{k}$ e k QUINDI MOLTIPLICO $\boxed{\binom{n}{k}\cdot k}$

① PRESIDENTE

② COMMISSIONE

TRA $n-1$ PERSONE, PRENDO $k-1$

$\binom{n-1}{k-1}$

k

↓

$\frac{(n-1)!}{(k-1)!(k-n)!} = \binom{n}{k}k$ IN GENERALE $n\binom{n-1}{k-1} = \dots$

- ESTRAZIONE DI 4 PALLINE ALLA VOLTA. PROBABILITÀ DI AVERE 1

$\Omega = \{(w_1, w_2, w_3, w_4),\ w_i \in \{1, \dots, 20\}\}$

↳ DISPOSIZIONE CON RIPETIZIONE (CON REIMISSIONE)

- P UNIFORME $\forall A \subseteq \Omega$ $P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$

EVENTO COMPLEMENTARE

$|\Omega| = D^R(20,4) = 20^4$ $A^c = \{4$ PALLINE TRA $\{2, \dots, 20\}\}$ CIOÈ 13^4

$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{13^4}{20^4}$

- SENZA REIMMISSIONE

$\Omega = \{(w_1, w_2, w_3, w_4),\ w_i \in \{1 \dots 20\}\}$, QUINDI DISP. SEMPLICI DI

$\neq \quad \neq \quad \neq$

4 OGGETTI

$|\Omega| = D(20,4)$ $\frac{20!}{16!}$

$A^c = \{(w_1 \neq w_2 \neq w_3 \neq w_4) \in \{2 \dots 20\}\}$ CIOÈ $\frac{19!}{15!}$

$P(A) = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$

$\frac{19!}{15!} \cdot \frac{16!}{20!} = \frac{16}{20} = \frac{4}{5}$