

ESPERIMENTO STOCASTICO

ES: LANCIO DI DADI

$\Omega: \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow$ CAMPO STOCASTICO DISCRETO

$\underbrace{\quad}_{\text{EVENTO}} \rightarrow \text{ESITO SINGOLO RISULTATO}$

EVENTO = SOTTOSPAZIO DEL CAMPO STOCASTICO

EVENTO ELEMENTARE = EVENTO CON CARDINALITÀ 1

CIOÈ HA UN SOLO ELEMENTO = ω

INSIEME DISCRETO:

UN INSIEME Ω È DISCRETO SE PUÒ ESSERE MESSO IN CORRISPONDENZA BIUNIVOCAMENTE CON \mathbb{N} , UN SOTTOINSIEME DI \mathbb{N}

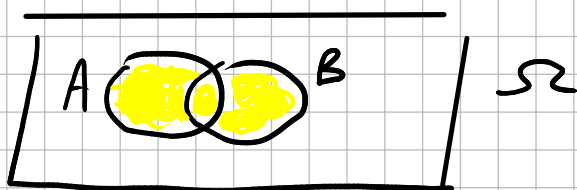
CIOÈ SE È NUMERABILE

VALGONO LE REGOLE BASE DELL'INSIEMISTICA

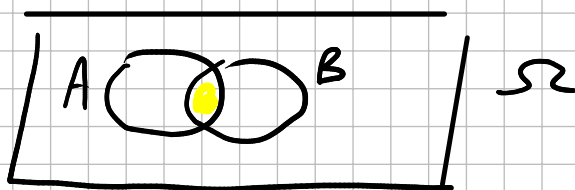
ESEMPIO:

$A, B \subseteq \Omega$

OR
 $A \cup B$



AND
 $A \cap B$



NOT
 A^c



Ω = EVENTO CERTO

\emptyset = EVENTO IMPOSSIBILE

A, B SONO DISGIUNTI SE $A \cap B = \emptyset$

INOLTRE • $A \cup A^c = \Omega$

• $A \cap A^c = \emptyset$

FUNZIONE DI PROBABILITÀ

ASSEGNA A OGNI EVENTO UN NUM $0 \leq P(A) \leq 1$

↑
PROBABILITÀ di
A

Σ (SIGMA) = L'INSIEME DEI SOTTOINSIEMI DI Ω
 $= \{A: A \subseteq \Omega\}$

$P: \Sigma \rightarrow [0, 1]$

$A \rightarrow P(A)$

ESEMPIO: NUMERI PARI NEL DADO

$A = \{2, 4, 6\}$

$$P(A) = P(\{2\}) + P(\{4\}) + P(\{6\}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

POSTULATI DI SIGMA:

• $P(\Omega) = 1$ (EVENTO CERTO)

• $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ CON A, B DISGIUNTI (ADDITIVITÀ)

REGOLA DEL COMPLEMENTO:

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

DIM

HP: $A^c \cup A = \Omega$ $A^c \cap A = \emptyset \Rightarrow A, A^c$ sono DISGIUNTI

$$P(\Omega) = P(A^c \cup A) = P(A^c) + P(A)$$

↓
POSTULATO 1 APPLICAZIONE
 ADDITIVITÀ

$$1 = P(A^c) + P(A) \Rightarrow P(A^c) = 1 - P(A) \quad (\checkmark)$$

$P(\emptyset) = 0$ NON È POSTULATO:

DIM

$$\emptyset = \Omega^c \quad P(\Omega) = 1$$

$$P(\emptyset) = P(\Omega^c) = 1 - P(\Omega) = 1 - 1 = 0 \quad (\checkmark)$$

REGOLA DELL'ADDIZIONE (PER 2 EVENTI)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - \underbrace{P(A \cap B)}_{\rightarrow 0 \text{ SE } A, B \text{ DISGIUNTI}}$$

DIM

$$A \cup B = \underbrace{(A \setminus B)}_{\rightarrow A \cap B^c} \cup \underbrace{(A \cap B)}_{\text{intersezione}} \cup \underbrace{(B \setminus A)}_{\rightarrow B \cap A^c}$$

$$\rightarrow \underbrace{A \cap B^c}_{\text{questi sono disgiunti a 2 a 2}}$$

QUESTI SONO DISGIUNTI A 2 A 2 *



$$P(A \cup B) = P((A/B) \cup (A \cap B) \cup (B/A)) =$$

$$= P(A/B) + P(A \cap B) + P(B/A)$$

$$\text{PONGO } A = (A/B) \cup (A \cap B)$$

$$B = (B/A) \cup (B \cap A)$$

↓ ESSENDO DISGIUNTI

$$\text{QUINDI } P(A) = P(A/B) + P(A \cap B)$$

$$P(B) = P(B/A) + P(B \cap A)$$

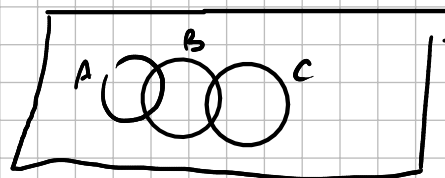
$$= P(A/B) + \underbrace{2P(A \cap B)}_{\text{DEVO TOGLIERE 1 PER ARRIVARE ALLA FORMA FINALE}} + P(B/A)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

SE A, B DISGIUNTI $\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

E PRENDO A, B, C

• $A \cap B \cap C = \emptyset$ COMPLESS. DISGIUNTI



\Rightarrow COMPLESSIVAMENTE DISGIUNTI PERCHÉ NON SI TOCCANO TUTTI E 3

SE INVECE SONO DISGIUNTI A 2 o 2 ALLORA

$$\begin{aligned} \Rightarrow A \cap B &= \emptyset \\ B \cap C &= \emptyset \\ A \cap C &= \emptyset \end{aligned}$$



GENERALIZZANDO:

$$\forall i, j \in \{1, \dots, n\} \quad A_i \cap A_j = \emptyset \quad A \text{ 2 a 2}$$

\Rightarrow IMPLICA CHE SIANO COMPLESSIV. DISGIUNTI, MA NON IL CONTRARIO

ADDITIVITA' PER n ELEMENTI DISGIUNTI *

$$P(A_1 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + \dots + P(A_n)$$

DIM

$$P((A \cup B) \cup C) = P(A \cup B) + P(C) = P(A) + P(B) + P(C)$$

② \uparrow $A \cup B$ È DISGIUNTO \uparrow ②