FORMULE

- $\dim(\operatorname{Ker} f) + \dim(\operatorname{Im} f) = n = rK(A)$ con $A = M_{\mathcal{E}}^{\mathcal{E}}(f)$
- $\det(A) = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{i+j} (a_{ij}) \cdot \det(C_{ij})$

DET CON MOSSE DI GAUSS

1) scambio due righe $\Rightarrow$ $\det(A') = -\det(A)$
2) moltiplico una riga per λ $\Rightarrow$ $\det(A') = \lambda \det(A)$
3) aggiungo λR_n a una riga $\Rightarrow$ $\det(A') = \det(A)$

A	A'
$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} c & d \\ a & b \end{pmatrix}$
$\det(A') =$	$-\det(A)$
$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} \lambda a & \lambda b \\ c & d \end{pmatrix}$
$\det(A') =$	$\lambda \det(A)$
$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} a+c & b+d \\ b & d \end{pmatrix}$
$\det(A') =$	$\det(A)$

Gram-Schmidt

(tolgo ad ogni vettore le sue proiezioni sui precedenti

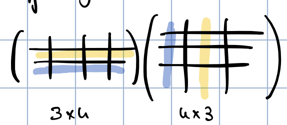
- $W_k = V_i - P_{W_1}(V_k) \cdots - P_{W_{k-1}}(V_k)$

$\longrightarrow$ W_k normalizzabile con $U_k = \dfrac{W_k}{\| W_k \|}$ $\Rightarrow B = \{ \dots U_k \}$

$$w_1 = v_1,$$
$$w_2 = v_2 - \frac{\langle v_2, w_1 \rangle}{\langle w_1, w_1 \rangle} w_1,$$
$$w_3 = v_3 - \frac{\langle v_3, w_1 \rangle}{\langle w_1, w_1 \rangle} w_1 - \frac{\langle v_3, w_2 \rangle}{\langle w_2, w_2 \rangle} w_2,$$
$$\vdots$$
$$w_k = v_k - \frac{\langle v_k, w_1 \rangle}{\langle w_1, w_1 \rangle} w_1 - \dots - \frac{\langle v_k, w_{k-1} \rangle}{\langle w_{k-1}, w_{k-1} \rangle} w_{k-1}.$$

$M_{n \times m} \cdot M_{m \cdot k} = M_{n \times k} = n \left\{ \underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots \\ \dots & a_{22} & \dots \\ a_{31} & \dots & a_{33} \end{pmatrix}}_{K} \right.$

a_{ij} = riga i • colonna j



$f: V \to W$, $\dim V = \dim \operatorname{Ker}(f) + \dim \operatorname{Im}(f)$

- $rK(A|b) = rK(A)$ $\begin{cases} = n \to 1 \text{ sol.} \\ < n \to \infty \text{ sol} \end{cases}$
- $rK(A|b) > rK(A)$ $\to 0$ sol.

$1 \leq m_g(\lambda) \leq m_a(\lambda)$

$M_C^B(f) = \left([f([v_i]_B)]_C \right)$

$$f: V \longrightarrow W$$

è *lineare* se valgono gli assiomi seguenti:

(1) $f(0) = 0$.
(2) $f(v + w) = f(v) + f(w)$ per ogni $v, w \in V$.
(3) $f(\lambda v) = \lambda f(v)$ per ogni $v \in V$ e $\lambda \in \mathbb{K}$.

$P = ([v_1]_{B'} | [v_k]_{B'})$

$A_C^B = Q^{-1} \cdot A_{C'}^{B'} \cdot P = Q_C^{C'} \cdot A_{C'}^{B'} \cdot P_{B'}^{B}$

P: prende $B = \{v_1, v_k\}$ e restituisce $B' = \{w_1, w_k\}$
Q^{-1}: prende C' e restituisce C

$\mathcal{E}_2 = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

$B = \begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$

$[e_1]_B = x_1 v_1 + x_2 v_2 = (-2,-1)$ $\qquad [v_1]_{\mathcal{E}} = (0,-1)$

$[e_2]_B = x_3 v_1 + x_4 v_2 = (-1, 0)$ $\qquad [v_2]_{\mathcal{E}} = (-1, 2)$

$$P = \begin{pmatrix}-2 & -1\\ -1 & 0\end{pmatrix} = \left([e_1]_B \mid [e_2]_B \right)$$

$$P\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$$

$[v_1]_{\mathcal{E}}$ $\qquad [v_1]_B$

P prende un vettore in coordinate $\mathcal{E}$ e le restituisce in coordinate B.

P è la mat che ha come colonne i vettori della base di partenza rispetto alle coordinate di arrivo

$$P = \left(\dots \ [e_K]_B \right)$$

prende vettori in $\mathcal{E}$ e li restituisce in B

$\mathcal{E}_2 = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$

$B = \begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-3\\1\end{pmatrix}$

$[e_1]_B = \left(-\frac{4}{3}, -\frac{1}{3}\right)$

$[e_2]_B = (-1, 0)$

$[v_1]_{\mathcal{E}} = (0,-1)$

$$P = \begin{pmatrix}-\frac{4}{3} & -1\\ -\frac{1}{3} & 0\end{pmatrix}$$

$$P\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$$

$[\ ]_{\mathcal{E}}$ $\qquad [\ ]_B$