

Programmazione e Algoritmica - B (1)
Quarta prova in itinere, 3 maggio 2024

Cognome Nome:

N. Matricola:

Esercizio 1– Programmazione Dinamica

Problema del taglio della corda

INPUT: lunghezza della corda data, e tabella prezzi di vendita dei suoi frammenti di lunghezza intera

OUTPUT: il taglio della corda in pezzi di lunghezza intera che massimizzi il ricavo totale di vendita

1. Si mostri l'esecuzione dell'algoritmo di programmazione dinamica (ovvero la tabella completa e una/la soluzione ottima) che risolve il problema del taglio della corda per l'istanza: corda lunga 8cm e con la seguente tabella dei prezzi di vendita

lunghezza	1	2	3	4	5	6	7	8
ricavo vendita	1	1	2	2	3	3	4	5

2. Si enunci la proprietà della sottostruttura ottima di un problema di ottimizzazione;
3. Si declini la proprietà suddetta per lo specifico problema del taglio della corda, e se ne dimostri la validità.

Esercizio 2 – Problem solving su grafi

Si consideri un grafo orientato $G = (V, E)$ i cui nodi memorizzano chiavi intere (ossia contengono valori interi memorizzati in un campo chiave). Dati due vertici x e y di chiave pari, e dato un intero k , si deve stabilire se esiste un cammino da x a y i cui vertici hanno tutti chiave pari.

1. **Progettare e descrivere** in pseudocodice un algoritmo efficiente per risolvere il problema
2. **Valutare** la complessità dell'algoritmo proposto, spiegando il risultato indicato

Esercizio 3 – Classe NP

Si consideri il problema decisionale **Vertici Indipendenti**:

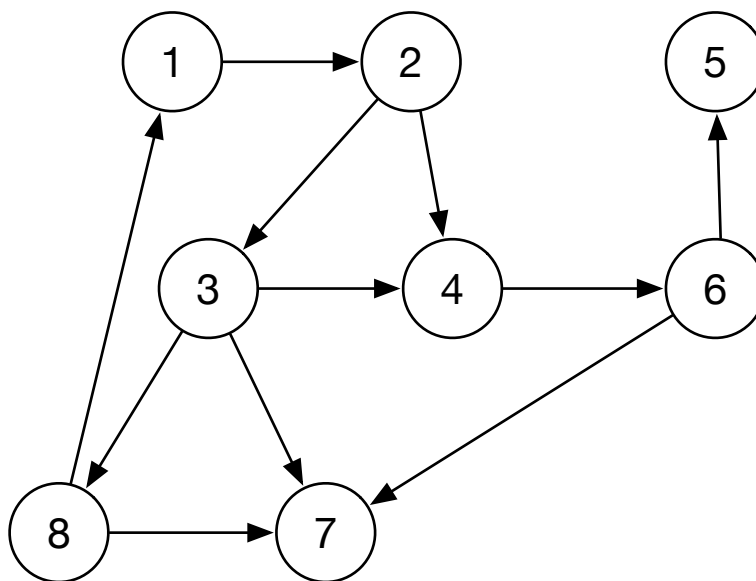
Dato un grafo G e un intero k , stabilire se esiste un sottoinsieme di almeno k vertici di G in cui nessuna coppia è adiacente.

Si dimostri che il problema appartiene alla classe NP, indicando:

1. un certificato polinomiale per il problema
2. un algoritmo di verifica polinomiale (si può scegliere liberamente la rappresentazione del grafo in memoria)

Esercizio 4 – Visite di Grafi

È dato il seguente grafo orientato, rappresentato con liste di adiacenza ordinate in **modo crescente** per nodo destinazione



1. Indicare l'ordine di visita BFS e DFS dei vertici del grafo, partendo dal vertice **1**.
2. Disegnare gli alberi BFS e DFS ottenuti con le visite.
3. Indicare la classificazione degli archi indotta dalla visita DFS.

Programmazione e Algoritmica - B (2)
Quarta prova in itinere, 3 maggio 2024

Cognome Nome:

N. Matricola:

Esercizio 1– Programmazione Dinamica

Problema del taglio della corda

INPUT: lunghezza della corda data, e tabella prezzi di vendita dei suoi frammenti di lunghezza intera

OUTPUT: il taglio della corda in pezzi di lunghezza intera che massimizzi il ricavo totale di vendita

1. Si mostri l'esecuzione dell'algoritmo di programmazione dinamica (ovvero la tabella completa e una/la soluzione ottima) che risolve il problema del taglio della corda per l'istanza: corda lunga 8cm e con la seguente tabella dei prezzi di vendita

lunghezza	1	2	3	4	5	6	7	8
ricavo vendita	2	2	3	3	4	4	5	6

2. Si enunci la proprietà della sottostruttura ottima di un problema di ottimizzazione;
3. Si declini la proprietà suddetta per lo specifico problema del taglio della corda, e se ne dimostri la validità.

Esercizio 2 – Problem solving su grafi

Si consideri un grafo orientato $G = (V, E)$ i cui nodi sono pesati (ossia contengono valori interi memorizzati in un campo peso). Dato un intero positivo k e dati due vertici x e y di peso minore o uguale a k , si deve stabilire se esiste un cammino da x a y i cui vertici hanno tutti peso minore o uguale a k .

1. **Progettare e descrivere** in pseudocodice un algoritmo efficiente per risolvere il problema
2. **Valutare** la complessità dell'algoritmo proposto, spiegando il risultato indicato

Esercizio 3 – Classe NP

Si consideri il problema decisionale **Bisezione di grafi**:

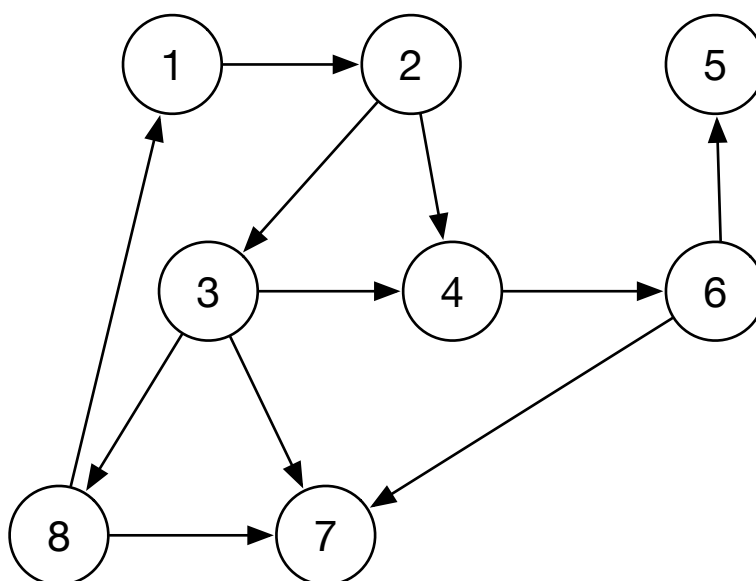
Dati un grafo non orientato $G = (V, E)$ di n vertici, e un intero positivo k , esiste un sottoinsieme V' di $n/2$ vertici, tale che il numero di archi con un solo estremo in V' è minore di k ?

Si dimostri che il problema appartiene alla classe NP, indicando:

1. un certificato polinomiale per il problema
2. un algoritmo di verifica polinomiale (si può scegliere liberamente la rappresentazione del grafo in memoria)

Esercizio 4 – Visite di Grafi

È dato il seguente grafo orientato, rappresentato con liste di adiacenza ordinate in **modo decrescente** per nodo destinazione



1. Indicare l'ordine di visita BFS e DFS dei vertici del grafo, partendo dal vertice **8**.
2. Disegnare gli alberi BFS e DFS ottenuti con le visite.
3. Indicare la classificazione degli archi indotta dalla visita DFS.