

**Esercizio 1.** Data la funzione

$$f(x) = 1 - x^3 e^{-2x},$$

- a) determinate il dominio di definizione e calcolate la derivata prima  $f'$  e la derivata seconda  $f''$ ;
- b) calcolate i limiti agli estremi del dominio di definizione, le intersezioni con gli assi cartesiani e l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $P_0 = (0, f(0))$ ;
- c) stabilite gli intervalli di monotonia di  $f$  determinando, se esistono, i punti di massimo e minimo relativi;
- d) stabilite gli intervalli di convessità di  $f$  determinando, se esistono, i punti di flesso;
- e) disegnatte il grafico di  $f$  stabilendo se la funzione ammette massimo e/o minimo assoluto, e determinate l'immagine  $\text{Im } f$

**Esercizio 2.** Date le funzioni

$$f(x) = \frac{\ln^2 x + 3}{x} \quad g(x) = \frac{x^2}{x^2 + x - 2}$$

a) calcolate

$$\int f(x) dx \quad \int g(x) dx$$

b) calcolate la funzione integrale

$$F(x) = \int_1^x (f(t) + g(t)) dt,$$

e la derivata prima  $F'(x)$ .

**Esercizio 3.** Calcolate, se esistono, i seguenti limiti

$$a) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 - 3x^5 + 4}{e^x + x^5 - x^2}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 2} e^{\frac{1}{x-2}} \arctan\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3 \sin x)}{e^{2x} - 1}$$