

## Calculus 1 Prova scritta del 13 luglio 2022

1. Consideriamo la funzione  $f$  definita da

$$f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x}$$

- (a) Determinare  $\text{dom } f$ , calcolare i limiti di  $f$  agli estremi di  $\text{dom } f$ , studiare il segno e determinare eventuali asintoti orizzontali e verticali.
- (b) Calcolare la derivata di  $f$  e determinare eventuali punti di minimo/massimo assoluti e relativi e eventuali punti di non derivabilità.
- (c) Studiare la concavità / convessità di  $f$  e determinare gli eventuali punti di flesso.
- (d) Determinare l'immagine di  $f$  e disegnare un grafico qualitativo di  $f$ .

2. Calcolare i seguenti integrali definiti:  $\int_{-10}^{10} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx$  ,  $\int_{-1}^0 x e^x dx$

3. Per  $a > 0$ , sia  $f_a: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f_a(x) = \begin{cases} \arctan(ax + a) & \text{se } x \geq 0, \\ \frac{2}{x^2}(1 - \cos x) & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

- (a) Stabilire per quali valori di  $a$  la funzione  $f_a$  è continua.
- (b) Stabilire per quali valori di  $a$  la funzione  $f_a$  è derivabile.

## Calculus 1 Prova scritta del 13 luglio 2022

1. Consideriamo la funzione  $f$  definita da

$$f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x}$$

- (a) Determinare  $\text{dom } f$ , calcolare i limiti di  $f$  agli estremi di  $\text{dom } f$ , studiare il segno e determinare eventuali asintoti orizzontali e verticali.
- (b) Calcolare la derivata di  $f$  e determinare eventuali punti di minimo/massimo assoluti e relativi e eventuali punti di non derivabilità.
- (c) Studiare la concavità / convessità di  $f$  e determinare gli eventuali punti di flesso.
- (d) Determinare l'immagine di  $f$  e disegnare un grafico qualitativo di  $f$ .

2. Calcolare i seguenti integrali definiti:  $\int_{-10}^{10} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx$  ,  $\int_{-1}^0 x e^x dx$

3. Per  $a > 0$ , sia  $f_a: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f_a(x) = \begin{cases} \arctan(ax + a) & \text{se } x \geq 0, \\ \frac{2}{x^2}(1 - \cos x) & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

- (a) Stabilire per quali valori di  $a$  la funzione  $f_a$  è continua.
- (b) Stabilire per quali valori di  $a$  la funzione  $f_a$  è derivabile.