

**Corso di Laurea in Informatica**  
**Calcolo Numerico**  
**Esame del 10/9/2019**

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare  $f(x) = \cos^2 x - \cos^2(2x)$  per piccoli valori di  $x$ .

(a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di  $f(x)$ .

(b) Determinare il condizionamento delle funzioni seno e coseno.

(c) Supponendo che le funzioni seno e coseno possano essere calcolate con un errore relativo maggiorato dalla precisione di macchina, studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi per il calcolo di  $f(x)$ :

(a1):  $x \mapsto c := \cos x, c2 := \cos(2x) \mapsto y1 := c^2 - (c2)^2$

(a2):  $x \mapsto c := \cos x, c2 := \cos(2x) \mapsto u := c + c2, v := c - c2 \mapsto y2 := u \cdot v$

(a3):  $x \mapsto cq := \cos^2 x, sq := \sin^2 x \mapsto y3 := (4cq - 1) \cdot sq$

2. Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore  $\begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$  nella forma  $\begin{pmatrix} 0 \\ \sigma \\ 0 \end{pmatrix}$ , con  $\sigma$  opportuno (esplicitare le matrici di rotazione). Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

3. Determinare la retta di regressione che approssima ai minimi quadrati i seguenti dati:

$x$	-1	-1	0	0	1	1	2
$y$	-2	0	0	2	2	4	5

Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

4. Calcolare gli autovalori e le relative molteplicità algebriche e geometriche della matrice  $5 \times 5$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Studiare la convergenza del metodo delle potenze applicato alla matrice  $A$ .

5. Determinare i valori dei parametri  $\alpha$  e  $\beta$  tali che la funzione

$$S(x) = \begin{cases} \alpha x^3 - \beta x^2 & \text{se } -1 \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ x^3 - 1 + \alpha x(x - 1) & \text{se } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

sia una spline. È anche naturale?