

Calculus 1

Simulazione prova scritta del 08 luglio 2022

1. Consideriamo la funzione f definita da

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{e^{2x} - 1}$$

- (a) Determinare $\text{dom } f$, calcolare i limiti di f agli estremi di $\text{dom } f$, studiare il segno e determinare eventuali asintoti orizzontali e verticali.
- (b) Calcolare la derivata di f e determinare eventuali punti di minimo/massimo assoluti e relativi e eventuali punti di non derivabilità.
- (c) Studiare la concavità / convessità di f e determinare gli eventuali punti di flesso.
- (d) Determinare l'immagine di f e disegnare un grafico qualitativo di f .

2. Siano $f(x) = \frac{x}{1+x^4} \arctan(x^2)$ e $g(x) = x \cos x$.

Calcolare i seguenti integrali definiti: $\int_0^1 f(x) dx$, $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} g(x) dx$

3. Per $a \in \mathbb{R}$, sia $f_a: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f_a(x) = \begin{cases} x(\ln(x^2 + 1) + a) & \text{se } x \leq 0. \\ \frac{\sin x}{\ln(1+x)} - 1 & \text{se } x > 0, \end{cases}$$

- (a) Stabilire per quali valori di a la funzione f_a è continua.
- (b) Stabilire per quali valori di a la funzione f_a è derivabile.