

Corso di Laurea in Informatica
Calcolo Numerico
Esame del 4/6/2019

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare $f(x) = \sin^2(2x) - \sin^2 x$ per piccoli valori di x .

(a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di $f(x)$.

(b) Determinare il condizionamento della funzione seno.

(c) Supponendo che la funzione seno possa essere calcolata con un errore relativo maggiorato dalla precisione di macchina, studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi per il calcolo di $f(x)$:

(b1): $x \mapsto s1 := \sin x, s2 := \sin(2x) \mapsto y1 := (s2)^2 - (s1)^2$

(b2): $x \mapsto s1 := \sin x, s2 := \sin(2x) \mapsto u := s2 + s1, v := s2 - s1 \mapsto y2 := u \cdot v$

(b3): $x \mapsto s1 := \sin x \mapsto q := (s1)^2 \mapsto y3 := (3 - 4q) \cdot q$

2. Determinare una riflessione di Householder che porti il vettore $\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ nella forma $\begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, con α opportuno. Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

3. Determinare la retta di regressione che approssima ai minimi quadrati i seguenti dati:

x	-2	-1	0	1
y	-1	0	0	0

Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

4. Calcolare, se esiste, una diagonalizzazione di $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1/2 & 1 \end{pmatrix}$.

Studiare la convergenza del metodo delle potenze applicato alla matrice A .

5. Richiamare la definizione di pseudoinversa.

Nel seguito, sia $A \in \mathbf{R}^{8 \times 5}$ avente i valori singolari

$$100, 2, 1/3, 10^{-3}, 0.$$

- (a) Determinare le dimensioni delle matrici U, Σ, V della SVD di A .
- (b) Determinare le dimensioni della pseudoinversa A^\dagger .
- (c) Determinare il terzo valore singolare di A^\dagger .