

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x) = x^3 e^x - 2,$$

- a) determinate il dominio di definizione, calcolate la derivata prima f' e la derivata seconda f''
- b) calcolate i limiti agli estremi del dominio di definizione e l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $P_0 = (-1, f(-1))$
- c) stabilite gli intervalli di monotonia di f determinando, se esistono, i punti di massimo e minimo relativi
- d) stabilite gli intervalli di convessità di f determinando, se esistono, i punti di flesso
- e) disegnatte il grafico di f stabilendo se la funzione ammette massimo e/o minimo assoluto, e determinate quante soluzioni ha l'equazione $f(x) = 0$

Esercizio 2. Date le funzioni

$$f(x) = \frac{1 + \ln x}{2x} \quad g(x) = \frac{x^2}{1 + x^2}$$

a) calcolate

$$\int f(x) dx \quad \int g(x) dx$$

b) calcolate la funzione integrale

$$F(x) = \int_1^x (f(t) - g(t)) dt,$$

e la derivata prima $F'(x)$.

Esercizio 3. Calcolate, se esistono, i seguenti limiti

$$a) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 - 3x^5 + 4}{e^{3x} + 2x^5 - x^2}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \arctan\left(\frac{2x}{x+1}\right)$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - 3\sin x)}{e^{4x} - 1}$$