

Corso di Laurea in Informatica
Calcolo Numerico
Esame del 1/7/2013

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare $f(x) = \cos 2x - \cos^2 x$ per piccoli valori di x .
 - (a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di $f(x)$.
 - (b) Determinare il condizionamento delle funzioni seno e coseno.
 - (c) Supponendo che le funzioni seno e coseno possano essere calcolate con un errore relativo maggiorato dalla precisione di macchina, studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi per il calcolo di $f(x)$:

$$(a1): \quad x \mapsto c := \cos x, \quad c2 := \cos 2x \mapsto y1 := c2 - c^2$$

$$(a2): \quad x \mapsto c := \cos x \mapsto y2 := c^2 - 1$$

$$(a3): \quad x \mapsto s := \sin x \mapsto y3 := -s^2$$

2. Determinare una riflessione di Householder che porti il vettore $\begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix}$ nella forma $\begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \end{pmatrix}$, con α opportuno.

3. Determinare la retta di regressione che approssima ai minimi quadrati i seguenti dati:

x	0	0	-1	1	-1	1
y	0	-1	1	-2	0	0

4. Calcolare, se esiste, una diagonalizzazione di $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Studiare la convergenza del metodo delle potenze applicato alla matrice A .

5. Sia $A = X\Lambda X^t$, dove

$$X = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \Lambda = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

(a) Dimostrare che X è una matrice ortogonale.

(b) Determinare le matrici U, Σ, V della SVD di A , permutando e cambiando opportuni segni a X e Λ .