

Esercizi Inferenza

I.1 Si assuma che $y_i = w_*x_i + \epsilon_i$ dove $\epsilon_i \sim \mathcal{N}(0, 1)$ e w_* è una costante non nota. Utilizzare il principio di massima verosimiglianza per stimare w_* , data la sequenza ordinata di punti $\{x_i\}_{i=1}^4 = [-2, 4, 6, 10]$ e la corrispondente sequenza di valori $\{y_i\}_{i=1}^4 = [4, 16, 25, 100]$. Si calcoli, inoltre, il valore dello stimatore nei punti $x = 10$, $x = -2$ e $x = 6$.

I.2 Sia ω_0 il valore vero di un parametro e $\hat{\omega}$ uno stimatore tale che $E[\hat{\omega}] = 3\omega_0 - 1$. Dire se lo stimatore è distorto, in caso affermativo calcolarne la distorsione. Dato lo stimatore $\hat{\omega}_c := \frac{\hat{\omega} + a}{b}$, che valori devono avere le costanti a e b affinché $\hat{\omega}_c$ non sia distorto?

I.3 Sia data la variabile aleatoria $X \sim \mathcal{N}(5, 2)$. Fissato il valore di confidenza $\alpha = 5\%$ determinare lo stimatore di intervallo per l'intervallo $[x - 2\sigma, x + 2\sigma]$ dove σ è la deviazione standard di X .

(Suggerimento: Per calcolarlo si trasformi X in una variabile aleatoria Z di media nulla e varianza unitaria e si utilizzi il fatto che $P(|Z| \leq 2) \simeq 0.95$).

Dire se ciascuno dei seguenti valori $x_1 = -0.5$, $x_2 = 0.9$ e $x_3 = 3.5$ rientra nell'intervallo stimato.