

**Corso di Laurea in Informatica**  
**Calcolo Numerico**  
**Esame del 6/6/2016**

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare  $f(x) = 2 \sin x - \sin 2x$  per piccoli valori di  $x$ .
  - (a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di  $f(x)$ .
  - (b) Determinare il condizionamento della funzione seno.
  - (c) Supponendo che la funzione seno possa essere calcolata con un errore relativo maggiorato dalla precisione di macchina, studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi per il calcolo di  $f(x)$ :

$$(a1): \quad x \mapsto s := \sin x, \quad s2 := \sin 2x \mapsto y1 := 2s - s2$$

$$(a2): \quad x \mapsto s := \sin x, \quad sh := \sin(x/2) \mapsto y2 := 4s \cdot sh^2$$

2. Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore  $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$  nella forma  $\begin{pmatrix} 0 \\ c \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ , con  $c$  opportuno (esplicitare le matrici di rotazione). Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

3. Determinare la parabola di regressione  $g(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$  che approssima ai minimi quadrati i seguenti dati:

$x$	$-\sqrt{2}$	$-1$	$0$	$1$	$\sqrt{2}$
$y$	$1$	$1/2$	$0$	$1/2$	$1$

Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

4. Calcolare, se esiste, una diagonalizzazione di  $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$ .

Studiare la convergenza del metodo delle potenze inverse applicato alla matrice  $A$  con shift  $p = -4$ .

5. Si consideri, al variare del parametro  $k$ , la funzione

$$S(x) = \begin{cases} kx - x^3/2 & \text{se } x \in [0, 1] \\ x^3/2 - kx & \text{se } x \in [-1, 0]. \end{cases}$$

(i) Determinare per quali valori di  $k$  la funzione  $S$  è una spline sui nodi  $-1, 0, 1$ .

(ii) Per i valori trovati di  $k$ , la spline  $S$  è anche naturale?

(iii) Per i valori trovati di  $k$ , calcolare i momenti sui nodi  $-1, 0, 1$  e la curvatura media sull'intervallo  $[-1, 1]$  della funzione  $S$ .