

Calcolo differenziale ed integrale 1 – Prova scritta

17 SETTEMBRE 2018

Esercizio 1 - Foglio 1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{8x}{4 + x^2},$$

- a) determinate il dominio di definizione e calcolate la derivata prima f' e la derivata seconda f'' ;
- b) calcolate i limiti agli estremi del dominio di definizione, determinate $y_0 \in \mathbb{R}$ in modo tale che il punto $P_0 = (-1, y_0)$ appartenga al grafico $y = f(x)$ e calcolate la retta tangente al grafico di f nel punto P_0 ;
- c) stabilite gli intervalli di monotonia di f determinando, se esistono, i punti di massimo e di minimo relativi;
- d) stabilite gli intervalli di convessità di f determinando, se esistono, i punti di flesso;
- e) disegnate il grafico di f determinando se la funzione è iniettiva e/o surgettiva, e stabilite quante sono le soluzioni dell'equazione $f(x) = 1$.

Esercizio 2 - Foglio 2. Calcolate, se esistono, i seguenti limiti

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - x + 2 \ln x}{x - 2x^2 + \sqrt{x}}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{\sin(4x)}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \cos\left(\frac{x + \pi}{x^2 + e^x}\right) \frac{1}{x \ln x}$$

Esercizio 3 - Foglio 3. Data la funzione

$$f(x) = \frac{2x - 1}{x - 1} + \frac{\sin x}{1 + \cos^2(x)}$$

- a) determinate il dominio di f e calcolate la derivata prima f' ;
- b) calcolate

$$\int \frac{2x - 1}{x - 1} dx \quad \text{e} \quad \int \frac{\sin x}{1 + \cos^2(x)} dx;$$

- c) calcolate

$$\int_{-\pi}^0 f(x) dx.$$