

Corso di Laurea in Informatica
Calcolo Numerico
Esame del 14/6/2011

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare $f(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ per piccoli valori di x .
 - (a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di $f(x)$.
 - (b) Supponendo che la radice quadrata possa essere calcolata con un errore relativo maggiorato dalla precisione di macchina, studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi:

$$(b1): \quad x \mapsto r1 := \sqrt{1+x}, \quad r2 := \sqrt{1-x} \mapsto r1 - r2$$

$$(b2): \quad x \mapsto r1 := \sqrt{1+x}, \quad r2 := \sqrt{1-x} \mapsto \frac{2x}{r1 + r2}$$

2. Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ nella forma $\begin{pmatrix} \beta \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, con β opportuno (esplicitare le matrici di rotazione).

3. Determinare la retta che approssima ai minimi quadrati i seguenti dati:

x	-1	-1	0	0	1	1
y	1	1.5	0.5	1	0	-0.5

4. Calcolare, se esiste, una diagonalizzazione di $A = \begin{pmatrix} 1/2 & 2 \\ 2 & 1/2 \end{pmatrix}$.

A quale autovalore converge il metodo delle potenze applicato alla matrice A ? Con quale velocità?

5. Sia $A \in \mathbf{R}^{8 \times 5}$ avente i valori singolari

$$10, 1, 1, 10^{-3}, 0.$$

- (a) Determinare le dimensioni delle matrici U, Σ, V della SVD di A .
- (b) Determinare il rango (o caratteristica) di A .
- (c) Qual è la minima distanza tra A e le matrici di rango 3?