

Corso di Laurea in Informatica
Calcolo Numerico
Esame del 16/6/2015

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare

$$f(x) = \frac{3-x}{3+2x} - \frac{3-2x}{3+x}$$

per piccoli valori di x .

(a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di $f(x)$.

(b) Studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi per il calcolo di $f(x)$:

(a1): $x \mapsto n1 := 3 - x, n2 := 3 - 2x, d1 := 3 + 2x, d2 := 3 + x \mapsto y1 := \frac{n1}{d1} - \frac{n2}{d2}$

(a2): $x \mapsto q := x^2 \mapsto n := 3q, d := 2q + 9x + 9 \mapsto y2 := n/d$

(a3): $x \mapsto r := 3/x \mapsto r1 := (r-1)/(r+2), r2 := (r-2)/(r+1) \mapsto y3 := r1 - r2$

2. Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ nella forma $\begin{pmatrix} 0 \\ m \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, con m opportuno (esplicitare le matrici di rotazione). Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

3. Determinare i parametri α, β, γ della funzione $g(x) = \alpha x + \beta/x + \gamma$ che approssima ai minimi quadrati i seguenti dati:

x	-1	$-1/2$	$1/2$	1
y	-1	0	1	3

Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

4. Calcolare, se esiste, una diagonalizzazione di $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Studiare la convergenza del metodo delle potenze inverse applicato alla matrice A con shift $p = -2/3$.

5. Sia $A \in \mathbf{R}^{10 \times 4}$ e sia $A = U\Sigma V^t$ la sua SVD. Si assuma inoltre che i valori singolari di A siano

$$10, 1, 0, 0.$$

- (a) Determinare la dimensione delle matrici U, Σ, V .
- (b) Determinare, in funzione di U, Σ, V , una diagonalizzazione delle matrici $A^t \cdot A$ e $A \cdot A^t$.
- (c) La matrice $A^t \cdot A$ è invertibile?
- (d) Con l'aiuto delle diadi, descrivere una rappresentazione della matrice A che usa solo 30 locazioni di memoria.