

Esercizi sulla Lezione 2

E2.1 Dimostra che per tutti gli eventi E e F

1. $P(E^c) = 1 - P(E)$
2. Se $E \subseteq F$, $P(E) \leq P(F)$
3. $P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(EF)$

E2.2 Partendo da un gruppo di 10 donne e 5 uomini, quanti comitati di 3 donne e 2 uomini si possono formare?

E2.3 In un mazzo di 52 carte da Poker ogni carta è identificata da un seme (cuori, quadri, fiori, picche) e da un tipo (un numero da 1 a 10 oppure J, Q, K). Quindi il mazzo di carte può essere identificato con l'insieme:

$$M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K\} \times \{\clubsuit, \spadesuit, \heartsuit, \diamondsuit\} \quad (1)$$

Una “mano” consiste di 5 carte estratte dal mazzo, ossia un elemento dell'insieme

$$\Omega = \{A \subseteq M : |A| = 5\} \quad (2)$$

Munendo Ω della probabilità uniforme, si calcoli la probabilità di ottenere poker e scala reale, dove:

- poker vuol dire avere 4 carte dello stesso tipo, la quinta arbitraria;
- scala reale vuol dire avere 5 carte dello stesso seme e con tipi crescenti in progressione aritmetica di passo 1, per es. $\{5\heartsuit, 6\heartsuit, 7\heartsuit, 8\heartsuit, 9\heartsuit\}$. Le progressioni ammissibili sono $\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $\{2, 3, 4, 5, 6\}$... fino a $\{10, J, Q, K, 1\}$.

E2.4 Calcola la probabilità che, pescando a caso 7 numeri dall'insieme dei numeri N_{30} (insieme dei numeri interi positivi minori o uguali di 30) si ottenga una sequenza che contiene esattamente tre numeri pari e quattro numeri minori di 10?

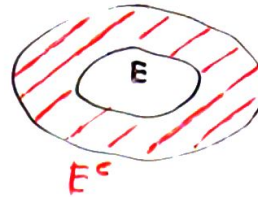
E2.5 Un'urna contiene 6 palline blu e 4 rosse. Si estraggono 2 palline, quale è la probabilità dell'evento $\{1 \text{ pallina blu}, 1 \text{ pallina rossa}\}$?

ES 2.1

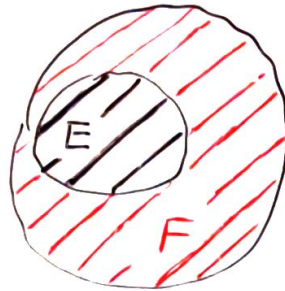
ES. LEZIONE 2

1. $P(E^c) = 1 - P(E)$

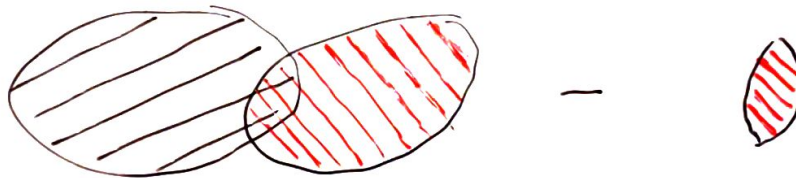
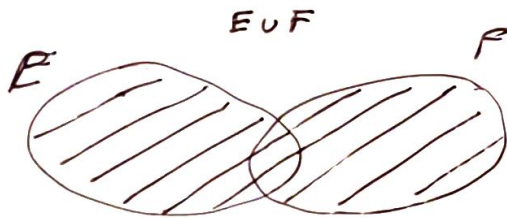
$P = 1$



2. Se $E \subseteq F$, $P(E) \leq P(F)$



3. $P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(EF)$



E 2.2

10 D
5 U

Quanti gruppi 3 D e 2 U

$$\binom{15}{5} = \frac{15!}{5! \cdot 10!} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10!}{5! \cdot 10!} = 3003$$

$$\begin{aligned} \binom{10}{3} &= \frac{10!}{3! \cdot 7!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7!}{3 \cdot 2 \cdot 7!} = 120 \\ \binom{5}{2} &= \frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{2 \cdot 3!} = 10 \\ \Rightarrow \frac{1200}{3003} &\approx 40\% \end{aligned}$$

ES 2.3

52

POKER 4 carte stesso tipo

$\binom{52}{5}$ no. carte possibili

$$\frac{13 \cdot 48}{\binom{52}{5}} = 2,4 \cdot 10^{-4}$$

n° carte fav. $13 \cdot (52 - 4)$

SCALA REALE

TOT 13 (5 carte)
comacc.

14

10 carte $10 \cdot 4$ (uni)

$$\frac{40}{\binom{52}{5}} = 1,5 \cdot 10^{-5}$$

ES 2.4

7 numeri

N_{30}

3 NUM. PARI (15)

4 NUM. MIN 10

$$\binom{30}{7} = \frac{30!}{7! 23!} = 2 \cdot 035 \cdot 800$$

$$\binom{15}{3} = \frac{15!}{3! 12!} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot \cancel{12!}}{3! \cdot \cancel{12!}} = \frac{2730}{6} = 455$$

$$\binom{10}{4} = \frac{10!}{4! 6!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot \cancel{6!}}{4! \cdot \cancel{6!}} = 210$$

$$\binom{15}{3} \cdot \binom{10}{4} = 95 \cdot 550$$

$$\Rightarrow \frac{95 \cdot 550}{2 \cdot 035 \cdot 1000} = 0,0469 \simeq 5\%$$

2.5

10 PALLINE

6 BLU

4 ROSSE

1 R e 1 B ?

LASI
POSSIBILI

$$\binom{10}{2} = \frac{10 \cdot 9 \cdot \cancel{8!}}{2! \cdot \cancel{8!}} = 45$$

$$\binom{6}{1} = \frac{6 \cdot \cancel{5!}}{1! \cdot \cancel{5!}} = 6$$

$$\binom{4}{1} = 4$$

$$\binom{6}{1} \cdot \binom{4}{1} = 6 \cdot 4 = 20$$

$$\frac{20}{45} = 0,44 \Rightarrow 44\%$$