

Corso di Laurea in Informatica
Calcolo Numerico
Esame del 21/7/2011

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare $f(x) = \log(1+x) - \log(1-x)$ per piccoli valori di x .
 - (a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di $f(x)$.
 - (b) Determinare il condizionamento della funzione logaritmo.
 - (c) Supponendo che la funzione logaritmo possa essere calcolata con un errore relativo maggiorato dalla precisione di macchina, studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi per il calcolo di $f(x)$:

$$(b1): \quad x \mapsto p := 1 + x, \quad m := 1 - x \mapsto \log p - \log m$$

$$(b2): \quad x \mapsto p := 1 + x, \quad m := 1 - x \mapsto \log \frac{p}{m}$$

2. Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ nella forma $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ m \end{pmatrix}$, con m opportuno (esplicitare le matrici di rotazione).

3. Risolvere nel senso dei minimi quadrati il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 = 1 \\ 3x_2 = 0 \\ 3x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$$

4. Calcolare, se esiste, una diagonalizzazione di $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

Studiare la convergenza del metodo delle potenze applicato alla matrice A .

5. Richiamare la definizione di “Spline cubica”. Dire se la funzione

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^3 & \text{se } x \in [-2, -1] \\ 0 & \text{se } x \in [-1, 0] \\ -2x^2 & \text{se } x \in [0, 1] \end{cases}$$

è una spline cubica.