

Corso di Laurea in Informatica
Calcolo Numerico
Esame del 12/9/2017

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare

$$f(x) = \frac{2 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} - \frac{2 - \sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}}$$

per piccoli valori di x .

(a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di $f(x)$.

(b) Studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi per il calcolo di $f(x)$:

(a1): $x \mapsto r := \sqrt{x} \mapsto p := 2 + r, m := 2 - r \mapsto r1 := \frac{p}{m}, r2 := \frac{m}{p} \mapsto y1 := r1 - r2$

(a2): $x \mapsto r := \sqrt{x} \mapsto n := 8r, d := 4 - x \mapsto y2 := n/d$

2. Determinare una riflessione di Householder che porti il vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ nella forma $\begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, con α opportuno.

Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

3. Determinare la retta di regressione che approssima ai minimi quadrati i seguenti dati:

x	-1	$-1/2$	$-1/2$	0	0	0	1	1
y	-2	$-1/2$	-1	0	$1/2$	$-1/2$	1	3

Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

4. Calcolare gli autovalori e le relative molteplicità algebriche e geometriche della matrice 7×7

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Si consideri il metodo delle potenze inverse applicato alla matrice A ; per quali valori dello shift p il metodo converge all'autovalore $\lambda = -1$?

5. Si consideri, al variare dei parametri α e β , la funzione

$$S(x) = \begin{cases} -\alpha x^3 + \beta x & \text{se } x \in [-1, 0] \\ \alpha x^3 + \beta x & \text{se } x \in [0, 1]. \end{cases}$$

(i) Determinare per quali valori di α e β la funzione S è una spline sui nodi $-1, 0, 1$.

(ii) Determinare per quali valori di α e β la funzione S interpola sui nodi $-1, 0, 1$ la funzione $f(x) = x^2$.

(iii) Per i valori di α e β determinati al punto (ii), confrontare le curvature medie delle funzioni $S(x)$ e $f(x)$.