

Corso di Laurea in Informatica
Calcolo Numerico
Esame del 30/6/2011

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare $f(x) = 1 - \cos 2x$ per piccoli valori di x .
 - (a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di $f(x)$.
 - (b) Supponendo che le funzioni seno e coseno possano essere calcolate con un errore relativo maggiorato dalla precisione di macchina e dopo averne determinato i condizionamenti, studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi:

$$(b1): \quad x \mapsto c := \cos 2x \mapsto 1 - c$$

$$(b2): \quad x \mapsto s1 := \sin x \mapsto 2(s1)^2$$

$$(b3): \quad x \mapsto c := \cos 2x, \quad s2 := \sin 2x \mapsto \frac{(s2)^2}{1 + c}$$

2. Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ nella forma $\begin{pmatrix} 0 \\ c \\ 0 \end{pmatrix}$, con c opportuno (esplicitare le matrici di rotazione).

3. Determinare la parabola che approssima ai minimi quadrati i seguenti dati:

x	-1	0	1	2
y	0	0	0	1

4. Calcolare gli autovalori e le relative molteplicità algebriche e geometriche della matrice 6×6

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Determinare (se esiste) un valore dello shift p che faccia convergere il metodo delle potenze inverse, applicato alla matrice A , verso l'autovalore -1 .

5. Sia A una matrice 4×4 avente condizionamento in norma 1 pari a $\mu(A) = 100$; considerare i sistemi lineari $Ax = b$ e $A\tilde{x} = \tilde{b}$ con

$$b = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \tilde{b} = \begin{pmatrix} -4/5 \\ 1 \\ -1/10 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Calcolare l'errore relativo $\epsilon_b = \|\tilde{b} - b\|_1 / \|b\|_1$.
(b) Quale valore massimo ci si può aspettare per l'errore relativo $\epsilon_x = \|\tilde{x} - x\|_1 / \|x\|_1$?