ESERCIZI SULLE DISEQUAZIONI E SUL DOMINIO DI FUNZIONI

CALCULUS I, INFORMATICA 20/21

1. Disequazioni

Risolvere le seguenti disequazioni scrivendo l'insieme di validità nei due modi seguenti:
1) come unione di condizioni, per esempio $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0 \ \vee \ 2 < x < 4\}$.
2) come unione di intervalli, per esempio $(-\infty, 0] \cup (2, 4)$.

- Lineari, quadratiche (e prodotti di lineari e quadratiche).

(1) $3x - 5 > 0$

(2) $x^2 - 1 \geq 0$

(3) $x^2 - 16 \leq 0$

(4) $x^2 - x - 1 \neq 0$

(5) $x(x-1)^2 \leq 0$

(6) $5x^2 - 1 \geq 0$

(7) $4x^2 + 5x + 3 \geq 0$

(8) $(x^2 + 1)(x + 3) \neq 0$

(9) $(2x - 5)(x^2 - 1) \leq 0$

(10) $(x^2 - 5x + 4)x \geq 0$

(11) $(x^2 - 4x + 4)(x + 1) < 0$

(12) $(x^2 + x - 12)(x^2 - 1) \leq 0$

(13) $(x^2 - 5x)x^4 \geq 0$

(14) $(3x^2 - x + 3)(2x - 1) < 0$

(15) $x^2(x^3 - 8) \leq 0$

(16) $(x^3 + x)(x - 1) \leq 0$

- Frazionarie (la prima è "*1 fratto una retta*", le successive hanno la forma "*1 fratto una parabola*" e le ultime tre sono miste: *retta diviso parabola*, *parabola diviso parabola* e *cubica diviso parabola*).

(1) $\dfrac{1}{x-1} > 0$ (2) $\dfrac{1}{2x^2-1} \geq 0$ (3) $\dfrac{1}{x^2+1} \neq 0$

(4) $\dfrac{1}{x^2+x+1} \neq 0$

(5) $\dfrac{1}{x^2-1} \leq 0$

(6) $\dfrac{1}{(x-1)^2} \leq 0$

(7) $\dfrac{x-12}{2x^2-x+1} \neq 0$

(8) $\dfrac{x^2+x}{x^2-1} \leq 0$

(9) $\dfrac{x^3}{(x+4)^2} \leq 0$

- Irrazionali (la prima è *radice di una retta*, le altre sono *radice di una parabola*).

(1) $\sqrt{x-1} > 0$

(2) $\sqrt{2x^2-1} \geq 0$

(3) $\sqrt{x^2+1} \neq 0$

(4) $\sqrt{x^2-1} \leq 0$

(5) $\sqrt{x^2+2x+1} \neq 0$

(6) $\sqrt{x^2-2x} \neq 0$

2. Dominio di funzioni

- Per ogni disequazione scritta sopra, scrivere una funzione per cui la disequazione rappresenti la condizione per trovare il dominio della funzione.

- Trovare il dominio (massimale su R) e il codominio delle funzioni f definite dalle seguenti formule:

(1) $f(x) = x$

(2) $f(x) = x^2$

(3) $f(x) = x^3$

(4) $f(x) = x+5$

(5) $f(x) = x^2 - 100$

(6) $f(x) = x^3 + 2$

(7) $f(x) = \sqrt{x}$

(8) $f(x) = \sqrt{x^2}$

(9) $f(x) = \sqrt{x^3}$

(10) $f(x) = \sqrt{x+5}$

(11) $f(x) = \sqrt{x^2-100}$

(12) $f(x) = \sqrt{x^3+2}$

(13) $f(x) = \dfrac{1}{x}$

(14) $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$

(15) $f(x) = \dfrac{1}{x^3}$

(16) $f(x) = \dfrac{1}{x+5}$

(17) $f(x) = \dfrac{1}{x^2-100}$

(18) $f(x) = \dfrac{1}{x^3+2}$

- Per ciascuna funzione scritta sopra, dire se è iniettiva e se è surgettiva (su $\mathbb{R}$).

- Trovare il dominio (massimale su R) e il codominio delle funzioni f definite dalle seguenti formule:

(1) $f(x) = \dfrac{5x + \sqrt{7x + 21}}{5x^2 + 1}$

(2) $f(x) = \dfrac{\cos x}{\sqrt{-7x + 8}}$

(3) $f(x) = \dfrac{\sqrt{-7x - 4} + 1}{\sqrt{-x + 3}}$

(4) $f(x) = \dfrac{\sqrt{-7x - 4} + 1}{\sqrt{x}}$

(5) $f(x) = \dfrac{\sqrt{-7x - 4} + 1}{\sqrt{x + 3}}$

(6) $f(x) = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{4x^2 + 5x + 3}}$

(7) $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 4x + 4}$

(8) $f(x) = \dfrac{6}{x^2 + x - 12}$