

Corso di Laurea in Informatica
Calcolo Numerico
Esame del 26/1/2016

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare

$$f(x) = \frac{4}{x + 2/x} - \frac{2}{x + 1/x}$$

per piccoli valori di x .

(a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di $f(x)$.

(b) Studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi per il calcolo di $f(x)$:

(a1): $x \mapsto r1 := 1/x, r2 := 2/x \mapsto f1 := \frac{2}{x + r1}, f2 := \frac{4}{x + r2} \mapsto y1 := f2 - f1$

(a2): $x \mapsto q := x^2 \mapsto n := 2q \cdot x, d := q^2 + 3q + 2 \mapsto y2 := n/d$

2. Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ nella forma $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \\ 0 \end{pmatrix}$, con α opportuno (esplicitare le matrici di rotazione). Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

3. Determinare i parametri α, β, γ della funzione $g(x) = \alpha + \beta \sin x + \gamma \cos 2x$ che approssima ai minimi quadrati i seguenti dati:

x	$-\pi/2$	0	$\pi/2$	π
y	1	-1	0	0

Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

4. Calcolare, se esiste, una diagonalizzazione di $A = \begin{pmatrix} 5/3 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Studiare la convergenza del metodo delle potenze inverse applicato alla matrice A con shift $p = -3/2$.

5. Si considerino la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 100 & 102 \end{pmatrix}$ e i vettori $x = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$,
 $b = A \cdot x$ e $\delta b = \begin{pmatrix} 10^{-3} \\ -10^{-3} \end{pmatrix}$.
- (i) Verificare che $A^{-1} = \begin{pmatrix} 51 & -1/2 \\ -50 & 1/2 \end{pmatrix}$.
 - (ii) Calcolare i condizionamenti $\mu_1(A)$ e $\mu_\infty(A)$ relativi alle norme $\|\cdot\|_1$ e $\|\cdot\|_\infty$ rispettivamente.
 - (iii) Calcolare le norme $\|\cdot\|_1$ e $\|\cdot\|_2$ per ognuno dei vettori x , b e δb .
 - (iv) Calcolare una maggiorazione dell'errore $\|\tilde{x} - x\|_1$ per la soluzione del sistema lineare perturbato $A\tilde{x} = b + \delta b$.