

Corso di Laurea in Informatica
Calcolo Numerico
Esame del 17/9/2014

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare

$$f(x) = \frac{1}{1/x - x} - \frac{1}{1/x + x}$$

per valori di x molto vicini a 0.

(a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di $f(x)$.

(b) Studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi per il calcolo di $f(x)$:

(a1): $x \mapsto r := 1/x \mapsto s := r + x, d := r - x \mapsto y1 := 1/d - 1/s$

(a2): $x \mapsto q := x^2 \mapsto f1 := x/(1 - q), f2 := x/(1 + q) \mapsto y2 := f1 - f2$

(a3): $x \mapsto q := x^2 \mapsto m := 1/q, n := 2x \mapsto y3 := n/(m - q)$

2. Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ nella forma $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ s \\ 0 \end{pmatrix}$, con s opportuno (esplicitare le matrici di rotazione).

3. Determinare i parametri α, β, γ della funzione $g(x) = \alpha x + \beta|x| + \gamma$ che approssima ai minimi quadrati i seguenti dati:

x	-2	-1	0	1	2
y	1/2	1/2	-3/2	1/2	1

4. Calcolare gli autovalori e le relative molteplicità algebriche e geometriche della matrice 6×6

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Studiare la convergenza del metodo delle potenze applicato alla matrice A .

5. Si consideri la funzione

$$S(x) = \begin{cases} \alpha x^3 - \beta x & \text{se } -1 \leq x \leq 0 \\ -\alpha x^3 + \beta x^2 & \text{se } 0 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

- (a) Determinare per quali valori di α e β la funzione $S(x)$ verifica la definizione di spline cubica sui nodi $-1, 0, 1$.
- (b) Calcolare in funzione di α e β i momenti di $S(x)$.