

**Corso di Laurea in Informatica**  
**Calcolo Numerico**  
**Esame del 2/9/2013**

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare  $f(x) = \sqrt{2 + x/2} - \sqrt{2 - x/2}$  per valori di  $x$  molto piccoli.

(a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di  $f(x)$ .

(b) Determinare il condizionamento della radice quadrata.

(c) Supponendo che la radice quadrata possa essere calcolata con un errore relativo maggiorato dalla precisione di macchina, studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi per il calcolo di  $f(x)$ :

(c1):  $x \mapsto u := x/2 \mapsto r1 := \sqrt{2 + u}, r2 := \sqrt{2 - u} \mapsto y1 := r1 - r2$

(c2):  $x \mapsto u := x/2 \mapsto r1 := \sqrt{2 + u}, r2 := \sqrt{2 - u} \mapsto d := r1 + r2 \mapsto y2 := x/d$

2. Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore  $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$  nella forma  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \beta \end{pmatrix}$ , con  $\beta$  opportuno (esplicitare le matrici di rotazione).

3. Determinare i parametri  $\alpha, \beta$  della funzione  $g(x) = \alpha + \beta|x|$  che approssima ai minimi quadrati i seguenti dati:

$x$	$-1$	$0$	$0$	$1$
$y$	$0$	$0$	$1$	$0$

4. Calcolare, se esiste, una diagonalizzazione di  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

Il metodo delle potenze applicato alla matrice  $A$  converge? Se sì, a quale velocità?

5. Richiamare l'enunciato del “teorema di minima curvatura” per le spline.

Calcolare la curvatura media sull'intervallo  $[-1, 1]$  per le seguenti funzioni, e dire qual è la minore:

$$f(x) = 2x^3 ; \quad g(x) = 2x.$$

Il teorema si può applicare a questa situazione?