PROBABILITÀ

03/13/20

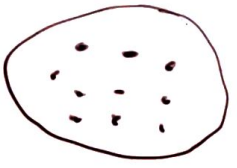
- NOZIONE INTUITIVA

PIANO DI OGGI:

- NOZIONI DI FONDAMENTALI
- ASSIOMI
- EVENTI EQUIPROBABILI
- PROBABILITÀ SOGGETTIVA

NOZIONI FONDAMENTALI

- SPAZIO CAMPIONARIO (INSIEME)



(DEI DATI)

(DI RISULTATI)

ES. RISULTATO DI LANCIO DI UNA MONETA

" " DUE MONETE

" " UN DADO $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

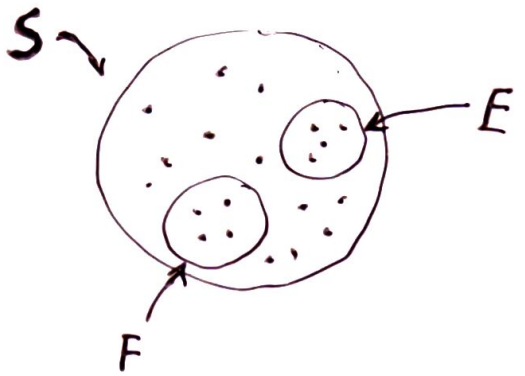
MISURE.

PIOVE O NO PER UN MESE

- EVENTO: SOTTOINSIEME

ES. LANCIO DI UN DADO: $\{1, 2, 3\}$

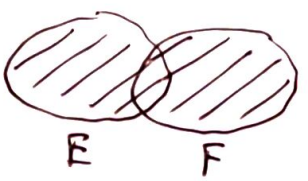
" " DUE DADI: COMBINAZIONI CHE FANNO 7



INSIEMISTICA

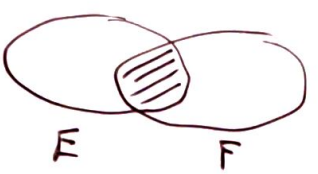
UNIONE:

- $E \cup F$



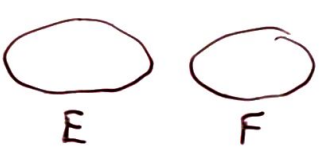
INTERSECIONE:

- $EF = E \cap F$



EVENTI MUTUALMENTE ESCLUSIVI

- $EF = \emptyset$

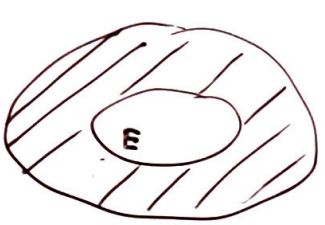


EVENTO COMPLEMENTARE

- E^c

$E^c E = \emptyset$

$E^c \cup E = S$

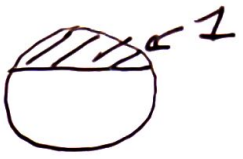


tutto quello che è al di fuori di E

ASSIOMI

$P: E \mapsto P(E)$

1 $\forall E \subseteq S;\ P(E) \in [0,1]$

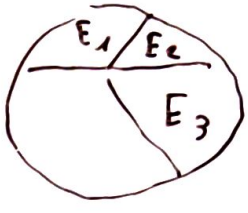


2 $P(S) = 1$

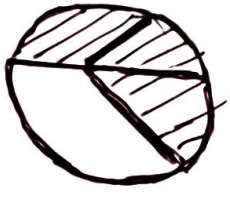
3 $i = 1, 2 \ldots \quad E_i \subset S$

$E_i E_j = \emptyset;\ i \neq j$] MUTUAMENTE ESCLUSIVI

$$P\left(\bigcup_i E_i\right) = \sum_i P(E_i)$$



$E_1 \quad E_2 \quad E_3$



PROPRIETA'

A) $\forall E;\ P(E^c) \stackrel{?}{=} 1 - P(E)$

DIMOSTRAZIONE

$$S = E \cup E^c$$

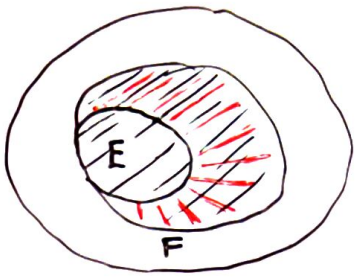
$P(E \cup E^c) = P(S)$ ← COMPLEMENTARE $E^c \cup E = S$

mopa. 3 → $P(E) + P(E^c) = 1$ ← mop 2

$\Rightarrow \quad P(E^c) = 1 - P(E)$

B) $E, F \subseteq S$, $E \subseteq F$

$$P(E) \leq P(F)$$



DIMOSTRAZIONE

- $P(EF) = P(E)$

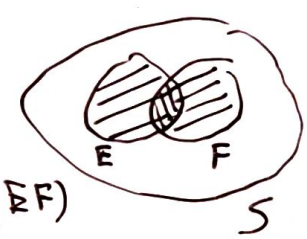
$$F = E \cup E^c F$$

$$P(F) = P(E) + \underbrace{P(E^c F)}_{\geq 0}$$

$$\Rightarrow P(E) \leq P(F)$$

C) $E, F \subseteq S$

$$P(E \cup F) = P(E) + P(F) - P(EF)$$



EVENTI EQUIPROBABILI

S spazio campionario

$\# S = N$ cardinalità è N

$$S = \{1, 2, 3, \ldots, N-1, N\}$$

EVENTI BASE HANNO LA STESSA PROBABILITÀ

$\forall i = 1 \ldots N$

$$P(\{i\}) = \frac{1}{N}$$

$\Rightarrow \forall E \subseteq S \qquad P(E) = \dfrac{\#E}{\#S}$

" CASI FAVOREVOLI SU CASI POSSIBILI "

$E \{1,2,7,6\}$

1 2 3
4 5 6
7

$P(\{1,2,3\}) = P(\{1\}) + P(\{2\}) + P(\{7\}) + P(\{6\})$

$\frac{1}{N} + \frac{1}{N} + \frac{1}{N} + \frac{1}{N} = \frac{4}{N} = \frac{\#E}{\#S}$

EX. Probabilità di ottenere 7 lanciando due dadi

$6 \cdot 6 = 36$ CASI POSSIBILI

$\{6,1\}, \{1,6\}, \{5,2\}, \{2,5\}, \{4,3\}, \{3,4\} = 6$ CASI FAVOREVOLI

$P(\text{"di 7"}) = 1/6$

EX Urna con 6 palline bianche e 5 palline nere

calcola prob. di estrarre 1 BIANCA

" " 2 NERE

(1) COMBINAZIONI

$\binom{11}{3} = \frac{11!}{3!\,8!} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot \cancel{8!}}{3! \cdot \cancel{8!}} = 165$ CASI POSSIBILI

$\binom{6}{1} = \frac{6!}{1!\,5!} = \frac{6 \cdot \cancel{5!}}{1! \cdot \cancel{5!}} = 6 \qquad \binom{5}{2} = \frac{5!}{2!\,3!} = \frac{5 \cdot 4}{2} = 10$

$\binom{6}{1} \cdot \binom{5}{2} = 60$ CASI FAVOREVOLI

$\Rightarrow \frac{60}{165} = \frac{4}{11}$

② DISPOSIZIONI

$11 \cdot 10 \cdot 9 = 990$ CASI POSSIBILI

B N N $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ +

N B N $5 \cdot 6 \cdot 4 = 120$ +

N N B $5 \cdot 4 \cdot 6 = 120$ =

360 → CASI FAVOREVOLI

$\frac{360}{990} = \frac{4}{11}$

EX calcolare la prob. che almeno 2 siano nate lo stesso giorno

$P(E)$

$$\left[P(E^c) = \frac{365\,(365-1)(365-2)\dots(365-N+1)}{365 \cdot 365 \cdot \dots} = 365^{n-1} \right.$$

↳ diventa piccolo velocemente per n che cresce

$N = 23 \quad P(E) > 1/2$