

Corso di Laurea in Informatica
Calcolo Numerico
Esame del 12/1/2018

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare

$$f(x) = \frac{1}{2 - 3x^2} - \frac{1}{2 + 3x^2}$$

per piccoli valori di x .

(a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di $f(x)$.

(b) Studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi per il calcolo di $f(x)$:

(a1): $x \mapsto q := x^2 \mapsto p := 2 + 3 \cdot q, m := 2 - 3 \cdot q \mapsto y1 := 1/m - 1/p$

(a2): $x \mapsto q := x^2 \mapsto n := 6q, d := 4 - 9 \cdot q^2 \mapsto y2 := n/d$

(a3): $x \mapsto q := x^2 \mapsto p := 2 + 3 \cdot q, m := 2 - 3 \cdot q$
 $\mapsto f1 := 2 \cdot x/m, f2 := 3 \cdot x/p \mapsto y3 := f1 \cdot f2$

2. Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ nella forma $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ q \\ 0 \end{pmatrix}$, con q opportuno (esplicitare le matrici di rotazione). Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

3. Determinare la funzione della forma $g(x) = \alpha + \beta x^2$ che approssima ai minimi quadrati i seguenti dati:

x	-1	0	1
y	0.1	0.9	-0.1

Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

4. Calcolare, se esiste, una diagonalizzazione di $A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$.

Studiare la convergenza del metodo delle potenze applicato alla matrice A .

5. Si consideri, al variare del parametro k , la funzione

$$S(x) = \begin{cases} 1 - kx^2 - 2x^3 & \text{se } x \in [-1, 0] \\ 1 - kx^2 + 2x^3 & \text{se } x \in [0, 1]. \end{cases}$$

(i) Determinare per quali valori di k la funzione S è una spline sui nodi $-1, 0, 1$.

(ii) Determinare per quali k , tra i valori determinati al punto (i), la spline S è anche periodica.

(iii) Per i valori di k trovati al punto (ii), calcolare i momenti sui nodi $-1, 0, 1$.