

Calcolo differenziale ed integrale 1 – Prova scritta
23 GIUGNO 2018

Esercizio 1 - Foglio 1. Data la funzione

$$f(x) = 3x + 2\ln(x^2 - 3x + 2),$$

- a) determinate il dominio di definizione e calcolate la derivata prima f' e la derivata seconda f'' ;
- b) calcolate i limiti agli estremi del dominio di definizione, determinate $y_0 \in \mathbb{R}$ in modo tale che il punto $P_0 = (-1, y_0)$ appartenga al grafico $y = f(x)$ e calcolate la retta tangente al grafico di f nel punto P_0 ;
- c) stabilite gli intervalli di monotonia di f determinando, se esistono, i punti di massimo e di minimo relativi;
- d) stabilite gli intervalli di convessità di f determinando, se esistono, i punti di flesso;
- e) disegnate il grafico di f determinando se la funzione è iniettiva e/o surgettiva, e stabilite quante sono le soluzioni dell'equazione $f(x) = 0$.

Esercizio 2 - Foglio 2. Calcolate, se esistono, i seguenti limiti

- a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^4 - 3x^2 + 5}{5x^4 - x + \ln x}$
- b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \ln(x^2 + x)}{3x + 1}$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x^2} - 1}{1 - \cos x} \arctan\left(\frac{1}{x}\right)$

Esercizio 3 - Foglio 3. Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4} + \frac{\cos(\ln x)}{x}$$

- a) determinate il dominio di f e calcolate la derivata prima f' ;
- b) calcolate

$$\int \frac{x^2}{x^2 - 4} dx \quad \text{e} \quad \int \frac{\cos(\ln x)}{x} dx;$$

- c) calcolate

$$\int_3^5 f(x) dx.$$