

Corso di Laurea in Informatica
Algebra Lineare e Analisi Numerica
Esame del 22/6/2022 (6 CFU + seconda parte per 9 CFU)

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare

$$f(x) = \sqrt{3+2x} - \sqrt{3-2x}$$

per piccoli valori di x .

- (a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di $f(x)$.
- (b) Determinare il condizionamento della funzione radice quadrata.
- (c) Studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi per il calcolo di $f(x)$:

$$(a1): x \mapsto s := 3 + 2x, d := 3 - 2x \mapsto r1 := \sqrt{s}, r2 := \sqrt{d} \mapsto y1 := r1 - r2$$

$$(a2): x \mapsto r1 := \sqrt{3 + 2x}, r2 := \sqrt{3 - 2x} \mapsto n := 4x, dd := r1 + r2 \mapsto y2 := n/dd$$

2. Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $x = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ nella forma $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \eta \end{pmatrix}$, con η opportuno (esplicitare le matrici di rotazione). Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

3. Data la funzione

$$g(x) = \alpha x + \beta$$

calcolare i coefficienti α e β per approssimare ai minimi quadrati i seguenti dati:

x	-5	-3	-2	0	1	4
y	5	-3	-2	-1	-1	4

Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

4. Calcolare, se esiste, una diagonalizzazione della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Dire per quali valori p dello shift il metodo delle potenze inverse converge all'autovalore $\lambda = 1$.

5. Sia $A = X\Lambda X^t$, dove

$$X = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad \Lambda = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

- (a) Dimostrare che X è una matrice ortogonale.
- (b) Verificare che A è una matrice simmetrica.
- (c) Determinare le matrici U, Σ, V della SVD di A , permutando e cambiando opportuni segni a X e Λ .