

Corso di Laurea in Informatica
Calcolo Numerico
Esame del 7/6/2013

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare $f(x) = \frac{1}{1 - 1/x} - \frac{1}{1 + 1/x}$ per valori molto grandi di x .

(a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di $f(x)$.

(b) Studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi per il calcolo di $f(x)$:

(b1): $x \mapsto r := 1/x \mapsto p := 1 + r, m := 1 - r \mapsto y1 := 1/m - 1/p$

(b2): $x \mapsto n := 2x, d := x^2 - 1 \mapsto y2 := n/d$

2. Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ nella forma $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \gamma \\ 0 \end{pmatrix}$, con γ opportuno (esplicitare le matrici di rotazione).

3. Determinare la retta di regressione che approssima ai minimi quadrati i seguenti dati:

x	$-3/2$	$-1/2$	$1/2$	$3/2$
y	1	0	1	0

4. Calcolare gli autovalori e le relative molteplicità algebriche e geometriche della matrice 6×6

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Studiare la convergenza del metodo delle potenze applicato alla matrice A .

5. Si consideri la funzione

$$S(x) = \begin{cases} \alpha x^3 & \text{se } -1 \leq x \leq 0 \\ -\alpha x^3 & \text{se } 0 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

- (a) Determinare per quali valori di α la funzione $S(x)$ verifica la definizione di spline cubica.
- (b) Determinare per quali valori di α la funzione $S(x)$ è una spline naturale.