

**Corso di Laurea in Informatica**  
**Calcolo Numerico**  
**Esame dell'11/7/2019**

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare  $f(x) = \frac{2}{1-2x} - \frac{4}{2+x}$  per piccoli valori di  $x$ .

(a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di  $f(x)$ .

(b) Studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi per il calcolo di  $f(x)$ :

(b1):  $x \mapsto f1 := \frac{2}{1-2x}, f2 := \frac{4}{2+x} \mapsto y1 := f1 - f2$

(b2):  $x \mapsto n := 10x, d := 2 - 3x - 2x^2 \mapsto y2 := n/d$

(b3):  $x \mapsto r := 1/x \mapsto t1 := \frac{r}{r/2-1}, t2 := \frac{2r}{r+1/2} \mapsto y3 := t1 - t2$

2. Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$  nella forma  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \beta \\ 0 \end{pmatrix}$ , con  $\beta$  opportuno (esplicitare le matrici di rotazione). Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

3. Determinare i parametri  $\alpha, \beta, \gamma$  della funzione scritta nella forma  $g(x) = \alpha x + \beta/x + \gamma$  che approssima ai minimi quadrati i seguenti dati:

$x$	$-2$	$-1$	$1$	$2$
$y$	$-1/2$	$0$	$0$	$1/2$

Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

4. Calcolare gli autovalori e le relative molteplicità algebriche e geometriche della matrice  $4 \times 4$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Studiare la convergenza del metodo delle potenze inverse applicato alla matrice  $A$  nei tre casi in cui vengono usati rispettivamente gli shift  $p = 0$ ,  $p = 2$  e  $p = 3$ .

5. Dimostrare che la funzione

$$S(x) = \begin{cases} (x+1)^3 & \text{se } -2 \leq x \leq -1 \\ 0 & \text{se } -1 \leq x \leq 0 \\ 4x^3 & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

è una spline. Disegnare inoltre un grafico approssimativo di  $S''(x)$ .