

**Corso di Laurea in Informatica**  
**Calcolo Numerico**  
**Esame del 4/7/2012**

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare  $f(x) = \cos x - \cos 2x$  per piccoli valori di  $x$ .

(a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di  $f(x)$ .

(b) Supponendo che le funzioni seno e coseno possano essere calcolate con un errore relativo maggiorato dalla precisione di macchina, studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi per il calcolo di  $f(x)$ :

(b1):  $x \mapsto c := \cos x, c2 := \cos 2x \mapsto y1 := c - c2$

(b2):  $x \mapsto c := \cos x \mapsto t1 := 1 + c, t2 := 2c^2 \mapsto y2 := t1 - t2$

(b3):  $x \mapsto c := \cos x, s := \sin x \mapsto n := s^2(1 + 2c), d := 1 + c \mapsto y3 := n/d$

2. Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  nella forma  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ , con  $\alpha$  opportuno (esplicitare le matrici di rotazione).

3. Determinare la retta di regressione che approssima ai minimi quadrati i seguenti dati:

$x$	$-1$	$0$	$1$	$2$
$y$	$0$	$0$	$0$	$1$

4. Calcolare, se esiste, una diagonalizzazione di  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

Studiare la convergenza del metodo delle potenze applicato alla matrice  $A$ .

5. Come sono definiti i “momenti” di una spline? Come vengono utilizzati?

Calcolare i momenti della spline

$$S(x) = \begin{cases} -x^3 & \text{se } -1 \leq x \leq 0 \\ 0 & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ 2(x-1)^3 & \text{se } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

e disegnare un grafico approssimativo di  $S''(x)$ .