

Corso di Laurea in Informatica
Calcolo Numerico
Esame del 23/7/2015

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare

$$f(x) = \frac{1}{1 - \sqrt{x}} - \frac{1}{1 + \sqrt{x}}$$

per piccoli valori di x .

(a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di $f(x)$.

(b) Determinare il condizionamento della radice quadrata.

(c) Supponendo che la radice quadrata possa essere calcolata con un errore relativo maggiorato dalla precisione di macchina, studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi per il calcolo di $f(x)$:

(a1): $x \mapsto r := \sqrt{x} \mapsto d1 := 1 - r, d2 := 1 + r \mapsto y1 := 1/d1 - 1/d2$

(a2): $x \mapsto r := \sqrt{x} \mapsto n := 2r, d := 1 - x \mapsto y2 := n/d$

2. Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ nella forma $\begin{pmatrix} s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, con s opportuno (esplicitare le matrici di rotazione). Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

3. Determinare la retta di regressione che approssima ai minimi quadrati i seguenti dati:

x	-1	-1	0	0	0	1	1	1
y	1.9	2.1	2	0	1	0.1	-0.1	0

Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

4. Calcolare, se esiste, una diagonalizzazione di $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Quali valori dello shift p possono essere scelti affinché il metodo delle potenze inverse applicato alla matrice A converga all'autovalore 1?

5. Si consideri la funzione

$$S(x) = \begin{cases} \alpha x^3 - \beta x^2 & \text{se } x \in [0, 1] \\ \alpha x^2 - \beta x^3 & \text{se } x \in [-1, 0]. \end{cases}$$

(i) Determinare per quali valori di α e β la funzione S è una spline sui nodi $-1, 0, 1$.

(ii) Calcolare, in funzione dei valori di α e β trovati al punto i), la curvatura media sull'intervallo $[-1, 1]$ della funzione S . Per quali valori dei parametri la curvatura vale 2?