

Corso di Laurea in Informatica
Calcolo Numerico
Esame del 12/7/2018

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare

$$f(x) = \frac{2x-1}{2x+1} - \frac{x-2}{x+2}$$

per valori di x molto grandi.

(a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di $f(x)$.

(b) Studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi per il calcolo di $f(x)$:

(a1): $x \mapsto n1 := 2x - 1, d1 := 2x + 1, n2 := x - 2, d2 := x + 2, \mapsto y1 := n1/d1 - n2/d2$

(a2): $x \mapsto q := x^2 \mapsto n := 6x, d := 2q + 5x + 2 \mapsto y2 := n/d$

(a3): $x \mapsto r := 1/x \mapsto f1 := (2 - r)/(2 + r), f2 := (1 - 2r)/(1 + 2r) \mapsto y3 := f1 - f2$

2. Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ nella forma $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ s \end{pmatrix}$, con s opportuno (esplicitare le matrici di rotazione). Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

3. Determinare la retta di regressione che approssima ai minimi quadrati i seguenti dati:

x	-1	-1	$-1/2$	$-1/2$	0	0	$1/2$	1
y	0	1	0	1	0	1	$-1/2$	4

Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

4. Calcolare gli autovalori e le relative molteplicità algebriche e geometriche della matrice 8×8

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Studiare la convergenza del metodo delle potenze applicato alla matrice A .

5. Si consideri la funzione

$$S(x) = \begin{cases} (x-1)^3 & \text{se } x \geq 1 \\ 0 & \text{se } x \leq 1. \end{cases}$$

- (i) Dimostrare che la funzione S è una spline sui nodi $0, 1, 2, 3$.
- (ii) La spline S è anche naturale?
- (iii) Calcolare la curvatura media di S sull'intervallo $[0, 3]$.