Secondo compitino Davide Scarsò

1) $P = \{$ probabilità di laurearsi $\}$

$P = 0.6$ $S = n°$ studenti

$P^c = 0.4$

a) $n =$ prob. di insuccesso

$K =$ prob. di successo

$$\binom{n}{k} = a^{n-k} \cdot b^k$$

$$\binom{5}{0} = (0.4)^5 \cdot (0.6)^0 = (0.4)^5 = 0.01024$$

b) $$5 \cdot \binom{5}{1} = \left[(0.4)^4 \cdot (0.6)^1\right] \cdot 5 = (0.0256 \cdot 0.6) \cdot 5 = 0.0768$$

c) È il complementare di a) quindi

$$1 - 0.01024 = 0.98976$$

2) $P = \{$ probabilità di passare l'esame medico

$P = 0.7$

È una distribuzione geometrica: un successo dopo 4 tentativi

$$P(\text{passare al quarto tentativo}) = (1-p)^{i-1} \cdot p = (1-0.7)^3 \cdot 0.7 = 0.0189$$

3) $f(x) = c\,x^3$ $\left[0, \frac{1}{2}\right]$

a) $$\int_0^{1/2} dx\, x^3 = \frac{1}{c} \qquad \frac{x^4}{4}\Big|_0^{1/2} = \frac{1}{c} \qquad \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^4}{4} = \frac{1}{c} \qquad \frac{1}{64} = \frac{1}{c} \qquad c = 64$$

b) $P\left\{\frac{1}{3} \leq x \leq 1\right\}$ → fuori dall'intervallo di definizione di $f(x)$

$$\int_{1/3}^{1/2} 64(x^3) = 64 \cdot \frac{x^4}{4}\Big|_{1/3}^{1/2} = 16x^4\Big|_{1/3}^{1/2} = 16\left(\frac{1}{2}\right)^4 - 16\left(\frac{1}{3}\right)^4 = 1 - \frac{16}{81}$$

$$= \frac{65}{81}$$

c) $$E[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} dx\, f(x) \cdot x = \int_0^{1/2} 64x^4 = 64\int x^4\,dx = 64 \cdot \frac{x^5}{5}\Big|_0^{1/2}$$

$$= \frac{64\left(\frac{1}{2}\right)^5}{5} - \frac{0}{5} = \frac{2}{5}$$

$$E[x^2] = \int_0^{1/2} 64x^3 \cdot x^2 \, dx = \int_0^{1/2} 64 x^5 dx = 64 \int x^5 dx = 64 \cdot \frac{x^6}{6} \Big|_0^{1/2} =$$

$$= \frac{32\left(\frac{1}{2}\right)^6}{3} - \frac{32 \cdot 0}{3} = \frac{1}{6}$$

$$Var(x) = E[x^2] - E[x]^2 = \frac{1}{6} - \frac{4}{25} = \frac{1}{150}$$

5) $N(3, 9)$

$\mu = 3 \qquad \sigma^2 = 9 \qquad \sigma = \pm 3$

$a = \frac{1}{\sigma} \qquad a = \pm \frac{1}{3}$

$b = -\frac{\mu}{\sigma} \qquad b = \pm 1$

6) Si tratta di una distribuzione uniforme, quindi:

il bus passa ogni 15 min.

$$P\{x < 5\} = \int_0^5 \frac{1}{15} = \frac{1}{15} \cdot 5 - \frac{1}{15} \cdot 0 = \frac{1}{3}$$

tempo che devo aspettare

$$P\{x > 10\} = \int_{10}^{15} \frac{1}{15} = \frac{1}{15} \cdot 15 - \frac{1}{15} \cdot 10 = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

7) Si tratta di una distribuzione esponenziale, quindi

a) $$\int_0^{+\infty} \lambda e^{-\lambda x} dx = \int_0^{1/4} 6.9 \cdot e^{-6.9x} = 6.9 \cdot \int e^{-6.9x} dx =$$

$$= 6.9 \cdot \frac{1}{-6.9} \cdot e^{-6.9x} = -1 \cdot \frac{1}{e^{6.9x}} = -\frac{1}{e^{6.9x}} \Big|_0^{1/4} = -\frac{1}{e^{6.9 \cdot \frac{1}{4}}} - \left(-\frac{1}{e^{6.9 \cdot 0}}\right)$$

$$= -\frac{1}{e^{\frac{6.9}{4}}} + 1 = -\frac{1}{\sqrt[4]{e^{6.9}}} + 1 = 0.821$$

b) $$\int_{1/4}^{3/4} 6.9 \, e^{-6.9x} = -\frac{1}{e^{6.9x}} \Big|_{1/4}^{3/4} = -\frac{1}{e^{6.9 \cdot \frac{3}{4}}} - \left(-\frac{1}{e^{6.9 \cdot 1/4}}\right) = 0.1725$$