

**Corso di Laurea in Informatica**  
**Calcolo Numerico**  
**Esame dell'8/6/2012**

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare  $f(x) = \frac{1}{2-x} - \frac{2}{4+x}$  per piccoli valori di  $x$ .

(a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di  $f(x)$ .

(b) Studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi per il calcolo di  $f(x)$ :

$$(b1): \quad x \mapsto f1 := \frac{1}{2-x}, \quad f2 := \frac{2}{4+x} \mapsto y1 := f1 - f2$$

$$(b2): \quad x \mapsto n := 3x, \quad d := 8 - 2x - x^2 \mapsto y2 := n/d$$

$$(b3): \quad x \mapsto t1 := \frac{8}{3x}, \quad t2 := \frac{x+2}{3} \mapsto y3 := \frac{1}{t1 - t2}$$

2. Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore  $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$  nella forma  $\begin{pmatrix} m \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ , con  $m$  opportuno (esplicitare le matrici di rotazione).

3. Risolvere nel senso dei minimi quadrati il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 2 \\ -x_1 = 2 \\ -x_2 = 1 \\ -x_2 = 1 \end{cases}$$

4. Calcolare, se esiste, una diagonalizzazione di  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1/2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ .

Studiare la convergenza del metodo delle potenze inverse applicato alla matrice  $A$  con valori di shift  $p = \pm 3$ .

5. Sia  $A \in \mathbf{R}^{7 \times 3}$  avente i valori singolari

10, 0.01, 0.

- (a) Determinare le dimensioni delle matrici  $U, \Sigma, V$  della SVD di  $A$ .
- (b) Determinare una base dell'immagine di  $A$ .
- (c) Determinare una base dell'immagine di  $A^t A$ .
- (d) Determinare una base dell'immagine di  $AA^t$ .
- (e) Che significato geometrico ha il vettore  $u_5$  (quinto vettore singolare sinistro)?