

## ESERCIZI SULLE DERIVATE

CALCULUS I, INFORMATICA 20/21

**Es 1.** Calcolate la derivate delle seguenti funzioni.

- |  |  |                                      |
|--|--|--------------------------------------|
| a) $e^x x^2 + \sin x$                    | b) $2 \cos(3x) - \log x$                 | c) $\frac{\tan x}{x^2 + 1}$          |
| d) $\log(x^3 - \sqrt{x})$                | e) $\frac{\sqrt[3]{x} - 2^x}{\arctan x}$ | f) $\sin(e^{3x-3})$                  |
| g) $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^4 + \log_3 x}$ | h) $4^{x/2} - \log_4(3x)$                | i) $x^\pi \arcsin(3x)$               |
| j) $\pi^x \arccos(2x)$                   | k) $\left(\frac{1}{\tan x}\right)^2$     | l) $\arctan x + \arctan \frac{1}{x}$ |
| m) $\sqrt[4]{\log x^2 + 5x + 1}$         | n) $\frac{e^{3x} - x}{x^2 + 2^x}$        | o) $\cos \log \sqrt{x}$              |
| p) $\log \frac{\sin x}{e^x}$             | q) $\frac{\cos e^x}{\sqrt[22]{x}}$       | r) $x \log x^4 - 3 \cdot 2^{3x-7}$   |
| s) $(x+2)^x$                             | t) $(\sin x)^{\cos x}$                   | u) $(\log \log x)^2$                 |

(Suggerimento per gli esercizi (u) e (v): usare la relazione  $f(x)^{g(x)} = e^{g(x) \log f(x)}$ ).

**Es 2.** Calcolate la retta tangente al grafico di  $f(x)$  nel punto  $P_0 = (x_0, f(x_0))$  (potete disegnare il grafico della funzione e della retta usando Desmos).

- |                                     |  |
|-------------------------------------|--|
| a) $f(x) = 2x^2 - x + 1$ $x_0 = -1$ | b) $f(x) = \arctan x$ $x_0 = 0$        |
| c) $f(x) = xe^x$ $x_0 = -1$         | d) $f(x) = \log x$ $x_0 = 1$           |
| e) $f(x) = \arccos x$ $x_0 = 0$     | f) $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ $x_0 = -2$ |

**Es 3.** Determinate gli intervalli di monotonia delle seguenti funzioni studiando il segno della derivata prima (potete confrontare il risultato con il grafico della funzione ottenuto usando Desmos).

- |                            |                      |                            |
|----------------------------|----------------------|----------------------------|
| a) $2x^3 - 9x^2 + 12x - 1$ | b) $\frac{x+1}{x-3}$ | c) $\frac{x}{x^2+1}$       |
| d) $xe^{\frac{8}{x}}$      | e) $\sqrt{x^2 - 2x}$ | f) $\sqrt[3]{x^2 + x - 2}$ |
| g) $\log \frac{x}{x-2}$    | h) $\cos x - \sin x$ | i) $\sin x - \frac{x}{2}$  |

**Es 4.** Studiate il grafico delle seguenti funzioni

- |                                |                               |
|--------------------------------|-------------------------------|
| a) $f(x) = x - 2 \sin x$       | b) $f(x) = \ln x - \arctan x$ |
| c) $f(x) = e^{2x} - e^{3x}$    | d) $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$   |
| e) $f(x) = \frac{e^x - 1}{x}$  | f) $f(x) = xe^{-\frac{1}{x}}$ |
| g) $f(x) = \log(x^2 - 3x + 2)$ | h) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$ |

**Es 5.** Data la funzione

$$f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}}}{1-x}$$

- a) trovate il dominio  $A$  e i limiti agli estremi di  $A$ . Studiate la derivata individuando eventuali massimi e minimi relativi. Disegnate il grafico.
- b) Stabilite se  $f$  è crescente nell'intervallo  $[\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}, +\infty)$ .
- c) Stabilite se la funzione  $f$  ristretta all'intervallo  $[2, +\infty)$  sia invertibile. In caso positivo determinate dominio e immagine della sua inversa disegnandone il grafico.