

Esercizi sulla Lezione 3

E3.1 Si supponga che il 70% degli studenti che si presentano ad un esame abbiano preparazione sufficiente. L'esame viene superato dal 90% degli studenti preparati e dal 2% degli studenti impreparati. Si calcolino:

- a) la probabilità che uno studente scelto a caso superi l'esame;
- b) la probabilità che uno studente che ha passato l'esame sia in effetti impreparato.

E3.2 Al tiro a segno tra coloro che sparano il 10% hanno probabilità $p_1 = 0,8$ di colpire il bersaglio (tipo 1); il 30% hanno probabilità $p_2 = 0,5$ di colpire il bersaglio (tipo 2); il 60% hanno probabilità $p_3 = 0,2$ di colpire il bersaglio (tipo 3). Si calcoli:

- a) Si calcoli la probabilità che un cliente colpisca il bersaglio in un singolo tiro.
- b) Un cliente spara 5 volte: le prime 4 manca il bersaglio ed alla quinta volta lo colpisce. Qual è la probabilità che il cliente sia di tipo 1? Di tipo 2? Di tipo 3?

E3.3 Un test di laboratorio rileva la presenza di una patologia il 98% delle volte. L'1% delle volte il test rileva la presenza erroneamente. Se la patologia affligge il 2% della popolazione, con quale probabilità un individuo positivo al test sia affetto dalla patologia?

E3.4 Un'urna contiene due monete di tipo A e una moneta di tipo B . La probabilità di ottenere testa è $2/5$ lanciando una moneta di tipo A e $4/5$ lanciando una moneta di tipo B . Se ottieni testa dal lancio di una moneta estratta a caso dall'urna, con quale probabilità è una moneta di tipo A ?

E3.5 Dimostra che due eventi indipendenti non possono essere mutuamente esclusivi, a meno che uno dei due eventi non abbia probabilità nulla.

E3.6 Un cassetto contiene due dadi onesti e otto dadi con $P(1) = P(2) = P(3) = 1/9$ e $P(4) = P(5) = P(6) = 2/9$. Pescando un dado a caso dal cassetto e lanciandolo, qual è la probabilità di ottenere 1 o 2? E di ottenere 2 o 6?

ES 3.1

Niccolò Parodi 4668271

70 % SUFF.

ESAME PASSATO DAL

90 % del 70 %

e 2 % del 30 %

$$90 : 100 = x : 70$$

63 %

$$2 : 100 = x : 30$$

0,6 %

a) TOT 63,6 %

$$b) \frac{0,6}{63,6} = 0,00947 = 0,95 \%$$

3.2

1. 8%2. 15%3. 12%

$$a) (0,1 \cdot 0,8) + (0,3 \cdot 0,5) + (0,6 \cdot 0,2) = 0,35 = 35 \%$$

$$b) P(E) = P(E|T_1)P(T_1) + P(E|T_2)P(T_2) + P(E|T_3)P(T_3) =$$

$$= (0,2)^4 \cdot 0,8 \cdot 0,1 + (0,5)^4 \cdot 0,5 \cdot 0,3 + (0,8)^4 \cdot 0,2 \cdot 0,6 =$$

$$= 0,000128 + 0,009375 + 0,049152 = 0,058655$$

$$P(T_1|E) = \frac{P(E|T_1)P(T_1)}{P(E)} = \frac{0,000128}{0,058655} \approx 0,0028 \Rightarrow 0,28 \%$$

$$P(T_2|E) = \frac{0,009375}{0,058655} \approx 0,1593 \Rightarrow 15,93 \%$$

$$P(T_3|E) = \frac{0,049152}{0,058655} \approx 0,8379 \Rightarrow 83,79 \%$$

3.3

M = MALATO

S = SANO

 T^+ = Test pos. T^- = Test neg.

	M	S	TOT
T^+	1,96	0,98	2,94
T^-	0,04	97,02	97,06
TOT	2	98	100

$$P(M|T^+) = \frac{P(MT^+)}{P(T^+)} = \frac{1,96}{2,94} = 0,6\bar{6} \approx 66,6\%$$

3.4

$$P(\text{TESTA con } A) = \frac{2}{5} \quad A \frac{2}{3} \quad B \frac{1}{3}$$

$$P(\text{TESTA con } B) = \frac{4}{5}$$

$$P(A|T) = \frac{P(A) \cdot P(T|A)}{P(A) \cdot P(T|A) + P(B) \cdot P(T|B)} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5}}{\left(\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{4}{5}\right)} = 50\%$$

3.5. due eventi sono mutualmente esclusivi se la loro intersezione è vuota. $A \cap B = \emptyset$

• due eventi, dato uno spazio di probabilità (Ω, \mathcal{F}, P) , A e B sono indipendenti se $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$\text{quindi: } P(A \cap B) = P(\{\emptyset\}) = 0 \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0$$

$$P(A) = 0 \vee P(B) = 0$$

ES 3.6

$$P(1) = P(2) = P(3) = \frac{1}{9}$$

$$P(4) = P(5) = P(6) = \frac{2}{9}$$

PROBABILITA' DI PRENDERE

DADO ONESTO $\Rightarrow 20\%$

DADO TRUCATO $= 80\%$

PROBABILITA' DI OTTENERE 1 o 2 CON DADO ONESTO $\frac{1}{3}$

2 o 6 CON DADO ONESTO $\frac{1}{3}$

1 o 2 CON DADO TRUCATO $\frac{2}{9}$

2 o 6 CON DADO TRUCATO $\frac{1}{3}$

1 o 2 CON UN DADO CASUALE

$$(0,2)(0,33) + (0,88)(0,22) = 0,242 = 24,2\%$$

2 o 6 CON UN DADO CASUALE

$$(0,2)(0,33) + (0,88)(0,33) = 0,33 = 33\%$$