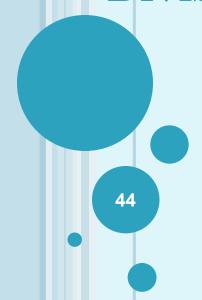
# **DIVISIONE**



#### DIVISIONE

• Si chiama così perché è *un'inversa* del prodotto cartesiano

$$R = (R \times S) \div S$$

- Serve a selezionare le tuple che su un sottoinsieme degli attributi (il divisore) compaiono con tutte le possibili combinazioni di valori
  - i film che sono disponibili in ogni formato video
  - i clienti che hanno affittato tutti i film di un certo regista
- Si definisce togliendo le tuple per cui manca almeno un completamento

### DIVISIONE

In realtà la definizione è corretta solo se S ha schema  $A_n, \dots, A_k$  per qualche  $n \! \in \! (\text{1,k})$ 

Esercizio proposto: correggere la formula definitoria (hint: riordinare gli attributi di R)

Date due relazioni

- $\circ$  R con attributi  $A_1,...,A_k$ ,
- $\circ$  S tale che  $U_R \supset U_S$

Detto  $D = purge(A_1,...,A_k,U_S)$  i nomi di attributi in  $A_1,...,A_k$  che **non** compaiono in S

$$R \div S = \prod_{D} (R) - \prod_{D} ((\prod_{D} (R) \times S) - R)$$

tuple su D che hanno tutti i possibili completamenti in S tuple su D completate in tutti i modi possibili rispetto a S tuple su D per cui manca almeno un completamento in S

#### In altre parole

- $t \in R \div S$  se e solo se  $\forall$  s  $\in$  S  $\exists$   $r_s \in$  R tale che  $r_s[U_R U_S] = t$  e  $r_s[U_S] = s$
- $t \in R \div S$  se e solo se  $\{t\} \times S \subseteq R$ 
  - usando gli isomorfismi di associatività del prodotto cartesiano per fare quadrare gli schemi

#### DIVISIONE - ESEMPIO

$\mathbf{A}_1$	$A_2$	$A_3$
k	a	a
j	a	b
j	a	a
k	b	b
m	c	b
m	a	a
k	a	b

R



In SQL come si esprime?
Non c'è un costrutto ad hoc
Si può usare l'espressione di definizione
Spesso ci sono modi più furbi di ottenere lo
stesso risultato usando il potere espressivo
ulteriore di SQL (operazioni sui dati, count,
group by...)

#### DIVISIONE — ESEMPIO

Determinare i codici dei clienti che hanno noleggiato tutti i film di Tim Burton

#### Film di Tim Burton

$$TB = \Pi_{\text{titolo,regista}}(\sigma_{\text{regista}='\text{tim burton'}}(\text{Film}))$$

titolo	${\tt regista}$
edward mani di forbice	tim burton
nightmare before christmas	tim burton
ed wood	tim burton
mars attacks	tim burton
il mistero di sleepy hollow	tim burton
big fish	tim burton
la sposa cadavere	tim burton
la fabbrica di cioccolato	tim burton

## DIVISIONE — ESEMPIO

#### 2. Film noleggiati dai clienti

 $NC = \Pi_{\texttt{codCli}, \texttt{titolo}, \texttt{regista}}(\texttt{Noleggio} \bowtie \texttt{Video})$ 

	, , ,	
codCli	titolo	regista
6635	underground	emir kusturica
6635	edward mani di forbice	tim burton
6635	nightmare before christmas	tim burton
6635	ed wood	tim burton
6642	underground	emir kusturica
6635	mars attacks	tim burton
6635	il mistero di sleepy hollow	tim burton
6642	nightmare before christmas	tim burton
6642	ed wood	tim burton
6635	la sposa cadavere	tim burton
6635	la fabbrica di cioccolato	tim burton
6635	big fish	tim burton
6635	le iene	quentin tarantino
6642	mars attacks	tim burton
6610	mediterraneo	gabriele salvatores
6610	underground	emir kusturica
6610	big fish	tim burton
6642	pulp fiction	quentin tarantino
6610	io non ho paura	gabriele salvatores
6610	edward mani di forbice	tim burton
6642	io non ho paura	gabriele salvatores
6610	nightmare before christmas	tim burton
6635	pulp fiction	quentin tarantino
6635	nirvana	gabriele salvatores
6642	la fabbrica di cioccolato	tim burton
6642	big fish	tim burton

#### DIVISIONE — ESEMPIO

codCli titolo regista  6635 underground emir kusturica  6635 edward mani di forbice tim burton  6635 ed wood tim burton  6642 underground emir kusturica  6635 mars attacks tim burton  6642 nightmare before christmas tim burton  6642 nightmare before christmas tim burton  6642 ed wood tim burton  6642 ed wood tim burton  6642 ed wood tim burton  6635 la sposa cadavere tim burton  6635 la fabbrica di cioccolato tim burton  6635 le iene quentin tarantino  6642 mars attacks tim burton  6610 mediterraneo gabriele salvatorss  6610 big fish tim burton  6642 pulp fiction quentin tarantino  6642 pulp fiction quentin tarantino  6642 pulp fiction quentin tarantino  6642 io non ho paura gabriele salvatores  6610 edward mani tim burton  6635 pulp fictic quentin tarantino  6635 nirvana gabriele salvatores  6642 la fabbrica di cioccolato tim burton  6635 nirvana gabriele salvatores  6642 la fabbrica di cioccolato tim burton  6643 tim burton  6644 tim burton  6655 pulp fictic tim burton  6655 pulp fictic tim burton  6656 tim burton  6657 tim burton  6658 pulp fictic tim burton  6659 tim burton  6640 tim burton  6650 tim burton  6651 tim burton  6652 tim burton  6653 tim burton  66542 la fabbrica di cioccolato tim burton  66542 tim burton  66542 tim burton			
edward mani di forbice tim burton  6635 ed wood tim burton  6642 underground emir kusturica  6635 il mistero di sleepy hollow tim burton  6642 ed wood tim burton  6642 ed wood tim burton  6642 nightmare before christmas tim burton  6642 ed wood tim burton  6635 la sposa cadavere tim burton  6635 la fabbrica di cioccolato tim burton  6635 le iene quentin tarantino  6642 mars attacks tim burton  6640 mediterraneo gabriele salvatores  6610 mediterraneo gabriele salvatores  6610 dio non ho paura gabriele salvatores  6610 edward mani tim burton  6642 io non ho r COdCli gabriele salvatores  6610 nightmare to Gabriele salvatores  6610 nightmare to COdCli gabriele salvatores  6611 tim burton	codCli	titolo	regista
6635 ed wood tim burton 6642 underground emir kusturica 6635 mars attacks 6635 il mistero di sleepy hollow tim burton 6642 nightmare before christmas tim burton 6642 ed wood tim burton 6642 ed wood tim burton 6635 la sposa cadavere tim burton 6635 la fabbrica di cioccolato tim burton 6635 le iene quentin tarantino 6642 mars attacks tim burton 6610 mediterraneo gabriele salvatores 6610 underground emir kusturica 6610 big fish tim burton 6642 pulp fiction quentin tarantino 6642 pulp fiction quentin tarantino 6642 io non ho paura gabriele salvatores 6610 edward mani tim burton 6635 pulp fictic quentin tarantino 6635 pulp fictic quentin tarantino 6635 nirvana gabriele salvatores 6642 la fabbrica di cioccolato tim burton	6635	underground	emir kusturica
6635 ed wood tim burton  6642 underground emir kusturica  6635 mars attacks 6635 il mistero di sleepy hollow tim burton 6642 nightmare before christmas tim burton 6642 ed wood tim burton 6635 la sposa cadavere tim burton 6635 la fabbrica di cioccolato tim burton 6635 big fish tim burton 6635 le iene quentin tarantino 6642 mars attacks tim burton 6610 mediterraneo gabriele salvatores 6610 underground emir kusturica 6610 big fish tim burton 6642 pulp fiction quentin tarantino 6642 pulp fiction quentin tarantino 6642 io non ho paura gabriele salvatores 6610 edward mani tim burton 6635 pulp fictic quentin tarantino 6635 pulp fictic quentin tarantino 6635 nirvana gabriele salvatores 6642 la fabbrica di cioccolato tim burton	6635	edward mani di forbice	tim burton
mars attacks  6635 il mistero di sleepy hollow  6642 nightmare before christmas  6642 ed wood  6635 la sposa cadavere  6635 la fabbrica di cioccolato  6635 le iene  6642 mars attacks  6636 le iene  6640 mediterraneo  6610 mediterraneo  6640 big fish  6640 big fish  6640 big fish  6650 le iene  6660 underground  6641 big fish  6650 le iene  6660 big fish  6660 io non ho paura  6660 edward mani  6660 nightmare before christmas  6610 dio non ho paura  6610 edward mani  6642 lo non ho paura  6655 pulp fictic  6655 pulp fictic  6655 nirvana  6662 la fabbrica di cioccolato  6663 tim burton  66635 nirvana  66642 la fabbrica di cioccolato  66642 tim burton	6635	nightmare before christmas	tim burton
6635 il mistero di sleepy hollow tim burton 6642 nightmare before christmas tim burton 6642 ed wood tim burton 6635 la sposa cadavere tim burton 6635 la fabbrica di cioccolato tim burton 6635 big fish tim burton 6635 le iene quentin tarantino 6642 mars attacks tim burton 6610 mediterraneo gabriele salvatores 6610 underground emir kusturica 6610 big fish tim burton 6642 pulp fiction quentin tarantino 6642 pulp fiction quentin tarantino 6642 io non ho paura gabriele salvatores 6610 edward mani tim burton 6642 io non ho r COdCli gabriele salvatores 6610 nightmare t 6635 pulp fictic quentin tarantino 6635 nirvana gabriele salvatores 6642 la fabbrica di cioccolato tim burton	6635	ed wood	tim burton
il mistero di sleepy hollow tim burton  6642 nightmare before christmas tim burton  6642 ed wood tim burton  6635 la sposa cadavere tim burton  6635 la fabbrica di cioccolato tim burton  6635 big fish tim burton  6635 le iene quentin tarantino  6642 mars attacks tim burton  6610 mediterraneo gabriele salvatores  6610 underground emir kusturica  6610 big fish tim burton  6642 pulp fiction quentin tarantino  6642 pulp fiction quentin tarantino  6640 io non ho paura gabriele salvatores  6610 edward mani tim burton  6641 io non ho r CODCLI gabriele salvatores  6610 nightmare to GASE tim burton  6635 pulp fictic quentin tarantino  6635 nirvana gabriele salvatores  6642 la fabbrica di cioccolato tim burton	6642	underground	emir kusturica
6642 ed wood tim burton 6635 la sposa cadavere tim burton 6635 la fabbrica di cioccolato tim burton 6635 le iene quentin tarantino 6642 mars attacks tim burton 6610 mediterraneo gabriele salvatores 6610 underground emir kusturica 6610 big fish tim burton 6642 pulp fiction quentin tarantino 6642 pulp fiction quentin tarantino 6642 io non ho paura gabriele salvatores 6610 edward mani tim burton 6642 io non ho paura gabriele salvatores 6610 nightmare balvatores 6610 nightmare balvatores 6635 pulp fictic quentin tarantino 6635 nirvana gabriele salvatores 6642 la fabbrica di cioccolato tim burton	6635	mars attacks	tim burton
6642 ed wood tim burton  6635 la sposa cadavere tim burton  6635 la fabbrica di cioccolato tim burton  6635 le iene quentin tarantino  6642 mars attacks tim burton  6610 mediterraneo gabriele salvatores  6610 underground emir kusturica  6610 big fish tim burton  6642 pulp fiction quentin tarantino  6642 pulp fiction quentin tarantino  6640 io non ho paura gabriele salvatores  6610 edward mani tim burton  6642 io non ho r COdCli gabriele salvatores  6610 nightmare r 6635 pulp fictic quentin tarantino  6635 nirvana gabriele salvatores  6642 la fabbrica di cioccolato tim burton	6635	il mistero di sleepy hollow	tim burton
la sposa cadavere tim burton  6635 la fabbrica di cioccolato tim burton  6635 big fish tim burton  6635 le iene quentin tarantino  6642 mars attacks tim burton  6610 mediterraneo gabriele salvatores  6610 big fish tim burton  6642 pulp fiction quentin tarantino  6642 pulp fiction quentin tarantino  6640 io non ho paura gabriele salvatores  6610 edward mani tim burton  6642 io non ho r COCCli gabriele salvatores  6610 nightmare t 6635 pulp fictic quentin tarantino  6635 nirvana gabriele salvatores  6642 la fabbrica di cioccolato tim burton	6642	nightmare before christmas	tim burton
la fabbrica di cioccolato tim burton 6635 big fish tim burton 6635 le iene quentin tarantino 6642 mars attacks tim burton 6610 mediterraneo gabriele salvatores 6610 underground emir kusturica 6610 big fish tim burton 6642 pulp fiction quentin tarantino 6640 io non ho paura gabriele salvatores 6610 edward mani tim burton 6642 io non ho r COdCli gabriele salvatores 6610 nightmare t 6635 6635 pulp fictic quentin tarantino 6635 nirvana gabriele salvatores 6642 la fabbrica di cioccolato tim burton	6642	ed wood	tim burton
big fish tim burton quentin tarantino  6635 le iene quentin tarantino  6642 mars attacks tim burton  6610 mediterraneo gabriele salvatores  6610 underground emir kusturica  6610 big fish tim burton  6642 pulp fiction quentin tarantino  6640 io non ho paura gabriele salvatores  6610 edward mani tim burton  6642 io non ho r COCCli gabriele salvatores  6610 nightmare r 6635 tim burton  6635 pulp fictic quentin tarantino  6635 nirvana gabriele salvatores  6642 la fabbrica di cioccolato tim burton	6635	la sposa cadavere	tim burton
6635 le iene quentin tarantino 6642 mars attacks tim burton 6610 mediterraneo gabriele salvatores 6610 underground emir kusturica 6610 big fish tim burton 6642 pulp fiction quentin tarantino 6640 io non ho paura gabriele salvatores 6610 edward mani tim burton 6642 io non ho r COdCli gabriele salvatores 6610 nightmare r 6635 tim burton 6635 pulp fictic quentin tarantino 6635 nirvana gabriele salvatores 6642 la fabbrica di cioccolato tim burton	6635	la fabbrica di cioccolato	tim burton
6642 mars attacks tim burton 6610 mediterraneo gabriele salvatores 6610 underground emir kusturica 6610 big fish tim burton 6642 pulp fiction quentin tarantino 6610 io non ho paura gabriele salvatores 6610 edward mani tim burton 6642 io non ho r COdCli gabriele salvatores 6610 nightmare r 6635 pulp fictic quentin tarantino 6635 pulp fictic quentin tarantino 6635 nirvana gabriele salvatores 6642 la fabbrica di cioccolato tim burton	6635	big fish	tim burton
6610 mediterraneo gabriele salvatores 6610 underground emir kusturica 6610 big fish tim burton 6642 pulp fiction quentin tarantino 6610 io non ho paura gabriele salvatores 6610 edward mani tim burton 6642 io non ho r COCCLI gabriele salvatores 6610 nightmare r COCCLI quentin tarantino 6635 pulp fictic quentin tarantino 6635 nirvana gabriele salvatores 6642 la fabbrica di cioccolato tim burton	6635	le iene	quentin tarantino
6610 underground emir kusturica 6610 big fish tim burton 6642 pulp fiction quentin tarantino 6610 io non ho paura gabriele salvatores 6610 edward mani tim burton 6642 io non ho r COCCII gabriele salvatores 6610 nightmare r 6635 tim burton 6635 pulp fictic quentin tarantino 6635 nirvana gabriele salvatores 6642 la fabbrica di cioccolato tim burton	6642	mars attacks	tim burton
6610 big fish tim burton 6642 pulp fiction quentin tarantino 6610 io non ho paura gabriele salvatores 6610 edward mani tim burton 6642 io non ho r COdCli gabriele salvatores 6610 nightmare t 6635 tim burton 6635 pulp fictic quentin tarantino 6635 nirvana gabriele salvatores 6642 la fabbrica di cioccolato tim burton	6610	mediterraneo	gabriele salvatores
6642 pulp fiction quentin tarantino 6610 io non ho paura gabriele salvatores 6610 edward mani tim burton 6642 io non ho r COCCli gabriele salvatores 6610 nightmare r 6635 tim burton 6635 pulp fictic quentin tarantino 6635 nirvana gabriele salvatores 6642 la fabbrica di cioccolato tim burton	6610	underground	emir kusturica
6610 io non ho paura gabriele salvatores 6610 edward mani tim burton 6642 io non ho r COCCII gabriele salvatores 6610 nightmare r 6635 tim burton 6635 pulp fictic quentin tarantino 6635 nirvana gabriele salvatores 6642 la fabbrica di cioccolato tim burton	6610	big fish	tim burton
6610 edward mani tim burton  6642 io non ho r COCCli gabriele salvatores  6610 nightmare t 6635 tim burton  6635 pulp fictic quentin tarantino  6635 nirvana gabriele salvatores  6642 la fabbrica di cioccolato tim burton	6642	pulp fiction	quentin tarantino
6642 io non ho r COCCII gabriele salvatores 6610 nightmare t 6635 tim burton 6635 pulp fictic quentin tarantino 6635 nirvana gabriele salvatores 6642 la fabbrica di cioccolato tim burton	6610	io non ho paura	gabriele salzazores
6610 nightmare t 6635 tim burton 6635 pulp fictic quentin tarantino 6635 nirvana gabriele salvatores 6642 la fabbrica di cioccolato tim burton	6610		tim burton
6635 pulp fictic quentin tarantino 6635 nirvana gabriele salvatores 6642 la fabbrica di cioccolato tim burton	6642	io non ho; codCli	gabriele salvatores
6635 pulp fictic quentin tarantino 6635 nirvana gabriele salvatores 6642 la fabbrica di cioccolato tim burton	6610	nightmare l 6625	tim burton
6642 la fabbrica di cioccolato tim burton	6635		quentin tarantino
	6635	nirvana	gabriele salvatores
6642 big fish tim burton	6642	la fabbrica di cioccolato	tim burton
	6642	big fish	tim burton

#### → 6642 non sarà nel risultato titolo regista edward mani di forbice tim burton nightmare before christmas tim burton ed wood tim burton mars attacks tim burton il mistero di sleepy hollow tim burton big fish tim burton la sposa cadavere tim burton

Manca
→ 6610 non sarà nel risultato

la fabbrica di cioccolato

Manca

NC ÷ TB

tim burton

# **E**SEMPI

51

#### ALGEBRA RELAZIONALE — ESEMPIO

Selezionare i codici dei clienti che hanno noleggiato film drammatici

1. Codici clienti che hanno noleggiato almeno un film drammatico

$$R = \prod_{codCli}(Noleggio \bowtie Video \bowtie \sigma_{genere='drammatico'}(Film))$$

Selezionare i codici dei clienti che hanno noleggiato sia film drammatici che film horror

- 1. Codici clienti che hanno noleggiato almeno un film drammatico: fatto in R
- 2. Codici clienti che hanno noleggiato almeno un film horror  $S = \prod_{\text{codCli}}(\text{Noleggio} \bowtie \text{Video} \bowtie \sigma_{\text{genere='horror'}}(\text{Film}))$
- 3. Risultato:  $\mathbb{R} \cap \mathbb{S}$

#### ALGEBRA RELAZIONALE - ESEMPIO

Selezionare i codici dei clienti che non hanno **mai** noleggiato film horror

1. Codici di tutti i clienti

$$R = \Pi_{codCli}(Cliente)$$

2. Codici clienti che hanno noleggiato almeno un film horror

$$S = \prod_{\text{codCli}}(\text{Noleggio} \bowtie \text{Video} \bowtie \sigma_{\text{genere='horror'}}(\text{Film}))$$

3. Risultato: R - S

#### ALGEBRA RELAZIONALE — ESEMPIO

Selezionare i codici dei clienti che hanno noleggiato film di almeno due generi diversi

1. Coppie cliente/genere film noleggiati

$$R = \Pi_{\text{codCli. genere}}$$
 (Noleggio  $\bowtie$  Video  $\bowtie$  Film)

2. Coppie di coppie cliente/genere film noleggiati

$$S = \rho_{\text{codCli, genere} \leftarrow c, g}(R) \times R$$

3. Selezione delle coppie relative a stesso cliente e generi diversi

$$T = \sigma_{\text{codCli} = c \land \text{genere} \neq g}(S)$$

4. Proiezione sul codice cliente

$$\Pi_{codCli}(T)$$

Ci sono tutte le coppie anche quelle relative a clienti diversi o stesso cliente e stesso genere

Analogamente usando il join naturale

$$\Pi_{\text{codCli}} \left( \sigma_{\text{genere} \neq g} \left( \rho_{\text{genere} \leftarrow g} \left( R \right) \bowtie R \right) \right) = T????$$

#### ALGEBRA RELAZIONALE - ESEMPIO

Selezionare titolo e regista del film con la valutazione più alta

1. Titolo e regista di tutti i film

$$R = \Pi_{\text{titolo,regista}}(\text{Film})$$

1. Titolo, regista e valutazione di tutti i film

$$S = \prod_{\text{titolo,regista,valutaz}} (Film)$$

3. Coppie di tuple in S in cui la valutazione del primo è (strettamente) minore di quella del secondo

$$T = S \bowtie_{valutaz \le v} \rho_{titolo, regista, valutaz \leftarrow t, r, v}(S)$$

4. Proiezione su titolo e regista

$$H = \prod_{\text{titolo,regista}} (T)$$

Risultato R-H

titolo e regista (il primo) vanno esclusi dal risultato

# ALGEBRA RELAZIONALE — SINTESI

Op.	Funzionalità	Cond.	Semantica
$\Pi_A$	$\mathcal{R}(U) \to \mathcal{R}(A)$	$A \subseteq U$	$\Pi_A(R) = \{ t[A] \mid t \in R \}$
$\sigma_F$	$\mathcal{R}(U) \to \mathcal{R}(U)$	$A(F) \subseteq U$	$\sigma_F(R) = \{ t \mid t \in R \land F(t) \}$
×	$\mathcal{R}(U) \times \mathcal{R}(V) \to \mathcal{R}(U \cup V)$	$U \cap V = \emptyset$	$R_1 \times R_2 = \{ t_1 \cdot t_2 \mid t_1 \in R_1 \land t_2 \in R_2 \}$
U	$\mathcal{R}(U) \times \mathcal{R}(U) \to \mathcal{R}(U)$		$R_1 \cup R_2 = \{t \mid t \in R_1 \lor t \in R_2\}$
_	$\mathcal{R}(U) \times \mathcal{R}(U) \to \mathcal{R}(U)$		$R_1 - R_2 = \{t \mid t \in R_1 \land t \notin R_2\}$
$\cap$	$\mathcal{R}(U) \times \mathcal{R}(U) \to \mathcal{R}(U)$		$R_1 \cap R_2 = \{t \mid t \in R_1 \land t \in R_2\}$
$\bowtie_F$	$\mathcal{R}(U) \times \mathcal{R}(V) \to \mathcal{R}(U \cup V)$	$U \cap V = \emptyset$	$R_1 \bowtie_F R_2 = \{t_1 \cdot t_2 \mid t_1 \in R_1 \land t_2 \in R_2\}$
			$\wedge F(t_1 \cdot t_2)$
$\bowtie$	$\mathcal{R}(U) \times \mathcal{R}(V) \to \mathcal{R}(U \cup V)$		$R_1 \bowtie R_2 = \{t \mid t[U] \in R_1 \land t[V] \in R_2\}$
÷	$\mathcal{R}(U) \times \mathcal{R}(V) \to \mathcal{R}(U \setminus V)$	$V \subset U$	$R_1 \div R_2 = \{t \mid \forall t_2 \in R_2 \; \exists t_1 \in R_1 \; t.c. \}$
			$t_1[U \setminus V] = t, t_1[V] = t_2\}$