

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(x) = \frac{e^x - x^2}{e^x + x^2},$$

- a) determinate il dominio di definizione e calcolate la derivata prima f'
- b) calcolate i limiti agli estremi del dominio di definizione, e l'equazione della retta tangente al grafico di f nel punto $(-1, y_0)$ dove $y_0 = f(-1)$
- c) stabilite gli intervalli di monotonia di f determinando, se esistono, i punti di massimo e minimo relativi
- d) determinate estremo inferiore e superiore di f , calcolate l'immagine $\text{Im } f$ e determinate quante sono le soluzioni dell'equazione $f(x) = 0$
- e) disegnate il grafico di f
- f) stabilite se la funzione f ristretta all'intervallo $(-\infty, 0]$ è invertibile e, in caso, denotata con g la funzione inversa, calcolate $g'(y_0)$ dove $y_0 = f(-1)$

Esercizio 2.

- a) Calcolate i seguenti integrali indefiniti

$$\int x \sin x^2 dx \qquad \int \frac{e^x - 1}{e^x + 1} e^x dx$$

- b) calcolate l'area dell'insieme

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq \pi/2, 0 \leq y \leq x \sin x^2\}$$

- c) calcolate la funzione integrale

$$F(x) = \int_0^x \frac{e^t - 1}{e^t + 1} e^t dt$$

e la derivata prima $F'(x)$.

Esercizio 3. Calcolate, se esistono, i seguenti limiti

$$a) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{10} - 2e^x - 1 + 4^{-x}}{3e^x - 7x^{10} - \ln x^6}$$

$$b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(3x)}{\sin(2x^2)}$$

$$c) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x - \sin(3x)}{e^{x^3} - 1}$$