

Corso di Laurea in Informatica
Calcolo Numerico
Esame del 15/9/2016

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare $f(x) = e^x - e^{-x}$ per piccoli valori di x .

(a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di $f(x)$.

(b) Determinare il condizionamento della funzione esponenziale.

(c) Supponendo che la funzione esponenziale possa essere calcolata con un errore relativo maggiorato dalla precisione di macchina, studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi per il calcolo di $f(x)$:

(a1): $x \mapsto g := e^x \mapsto y1 := g - 1/g$

(a2): $x \mapsto g := e^x \mapsto f1 := g + 1, f2 := 1 - 1/g \mapsto y2 := f1 \cdot f2$

2. Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ nella forma $\begin{pmatrix} \xi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, con ξ opportuno (esplicitare le matrici di rotazione). Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

3. Determinare la retta di regressione che approssima ai minimi quadrati i seguenti dati:

x	-1	-1	0	0	1	1	2
y	-1	-2	-1	0	0	1	1

Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

4. Calcolare gli autovalori e le relative molteplicità algebriche e geometriche della matrice 6×6

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Studiare la convergenza del metodo delle potenze applicato alla matrice A .

5. Sia $A = X\Lambda X^t$, dove

$$X = \begin{pmatrix} -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \Lambda = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

(a) Dimostrare che X è una matrice ortogonale.

(b) Determinare le matrici U, Σ, V della SVD di A , permutando e cambiando opportuni segni a X e Λ .