

**Corso di Laurea in Informatica**  
**Calcolo Numerico**  
**Esame del 7/7/2014**

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare

$$f(x) = \frac{1}{3 - x/2} - \frac{1}{3 + x/2}$$

per piccoli valori di  $x$ .

(a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di  $f(x)$ .

(b) Studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi per il calcolo di  $f(x)$ :

(a1):  $x \mapsto d1 := 3 - x/2, d2 := 3 + x/2 \mapsto t1 := 1/d1, t2 := 1/d2 \mapsto y1 := t1 - t2$

(a2):  $x \mapsto q := x^2/4 \mapsto d := 9 - q \mapsto y2 := x/d$

2. Determinare una riflessione di Householder che porti il vettore  $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$  nella forma  $\begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ , con  $\alpha$  opportuno.

3. Risolvere nel senso dei minimi quadrati il seguente sistema lineare:

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 = -1 \\ x_1 - x_2 = 1 \\ -x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$$

4. Calcolare, se esiste, una diagonalizzazione della matrice  $2 \times 2$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Studiare la convergenza del metodo delle potenze applicato alla matrice  $A$ .

5. Sia  $A \in \mathbf{R}^{4 \times 8}$  e sia  $A = U\Sigma V^t$  la sua SVD. Si assuma inoltre che i valori singolari di  $A$  siano

$$10, 1/2, 0, 0.$$

- (a) Determinare la dimensione delle matrici  $U, \Sigma, V$ .
- (b) Esprimere la SVD di  $A^t$  in funzione di  $U, \Sigma, V$ .
- (c) Esprimere, in funzione di  $U, \Sigma, V$ , una base ortonormale del nucleo di  $A$ .
- (d) Esprimere, in funzione di  $U, \Sigma, V$ , una base ortonormale dell'immagine di  $A^t$ .