

Corso di Laurea in Informatica
Algebra Lineare e Analisi Numerica
Esame del 10/2/2022 (6 CFU + seconda parte per 9 CFU)

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare

$$f(x) = \sqrt{3x+2} - \sqrt{-3x+2}$$

per piccoli valori di x .

- (a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di $f(x)$.
- (b) Determinare il condizionamento della funzione radice quadrata.
- (c) Studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi per il calcolo di $f(x)$:

$$(a1): x \mapsto s := 3x + 2, d := -3x + 2 \mapsto r1 := \sqrt{s}, r2 := \sqrt{d} \mapsto y1 := r1 - r2$$

$$(a2): x \mapsto r1 := \sqrt{3x + 2}, r2 := \sqrt{-3x + 2} \mapsto n := 6x, dd := r1 + r2 \mapsto y2 := n/dd$$

2. Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $x = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ nella forma $\begin{pmatrix} 0 \\ \beta \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, con β opportuno (esplicitare le matrici di rotazione). Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

3. Data la funzione

$$g(x) = \alpha x^2 + 2\beta x + \gamma$$

calcolare i coefficienti α , β e γ per approssimare ai minimi quadrati i seguenti dati:

x	-2	-1	0	1	2
y	8	5	-7	-1	1

Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

4. Calcolare, se esiste, una diagonalizzazione della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Studiare la convergenza del metodo delle potenze.

5. Si consideri la funzione

$$S(x) = \begin{cases} x^3 + 9x^2 + 2 & \text{se } x \in [-2, -1] \\ -x^3 + 3x^2 - 6x & \text{se } x \in [-1, 0]. \end{cases}$$

(i) Dimostrare che la funzione S è una spline sui nodi $-2, -1, 0$. È anche naturale?

(ii) Verificare che S è interpolante per la funzione $f(x) = 5x^2 - 5x$ sui nodi $-2, -1, 0$.