

**Calcolo differenziale ed integrale 1 – Prova scritta**  
11 GIUGNO 2018

**Esercizio 1 - Foglio 1.** Data la funzione

$$f(x) = x^3 e^x,$$

- a) determinate il dominio di definizione e calcolate la derivata prima  $f'$  e la derivata seconda  $f''$ ;
- b) calcolate i limiti agli estremi del dominio di definizione, le intersezioni con gli assi cartesiani e l'equazione della retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $P_0 = (-1, f(-1))$ ;
- c) stabilite gli intervalli di monotonia di  $f$  determinando, se esistono, i punti di massimo e minimo relativi;
- d) stabilite gli intervalli di convessità di  $f$  determinando, se esistono, i punti di flesso;
- e) disegnate il grafico di  $f$  stabilendo se la funzione ammette massimo e/o minimo assoluto, e determinate quante sono le soluzioni dell'equazione  $f(x) = -1$ .

**Esercizio 2 - Foglio 2.** Calcolate, se esistono, i seguenti limiti

$$a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^x - 3x^5 + 4 \ln x}{4x - 6x + x^2}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} e^{\frac{1}{x-1}} \arctan x$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3 \sin x)}{e^{2x} - 1}$$

**Esercizio 3 - Foglio 3.** Data la funzione

$$f(x) = \frac{\ln x + 1}{x} + \frac{1}{1 + x^2};$$

- a) determinate il dominio di  $f$  e calcolate la derivata prima  $f'$ ;
- b) calcolate

$$\int f(x) dx \quad ;$$

- c) calcolate la funzione integrale di estremo 1

$$F(x) = \int_1^x f(t) dt,$$

specificando il suo dominio.