

Calculus 1

Prova scritta del 13 settembre 2021

1. Consideriamo la funzione

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2-5x+6}.$$

- (a) Determinare $\text{dom } f$, calcolare i limiti di f agli estremi di $\text{dom } f$ e determinare eventuali asintoti orizzontali e verticali.
- (b) Studiare il segno e la monotonia di f , determinando eventuali punti di minimo/massimo assoluti e relativi.
- (c) Determinare l'immagine di f e disegnare un grafico qualitativo di f .

2. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da $f(x) = \cos(x) \sin^3(x) - \sin(x) \cos^3(x)$.

- (a) Determinare gli zeri di f .
- (b) Determinare $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ e dire se F è una primitiva di f .
- (c) Calcolare la retta tangente a F nel punto $x_0 = 0$.

3. Consideriamo la funzione $f(x) = \log(x^2 - 1)$ e l'intervallo $I = (1, +\infty)$.

- (a) Determinare il dominio di f .
- (b) Stabilire se f è iniettiva e/o surgettiva.
- (c) Determinare $\text{dom}(f|_I)^{-1}$ e l'espressione di $(f|_I)^{-1}(x)$.