

**Corso di Laurea in Informatica**  
**Calcolo Numerico**  
**Esame del 16/2/2016**

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare

$$f(x) = \frac{2 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} - 1$$

per piccoli valori di  $x$ .

(a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di  $f(x)$ .

(b) Studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi per il calcolo di  $f(x)$ :

(a1):  $x \mapsto r := \sqrt{x} \mapsto n := 2 + r, d := 2 - r \mapsto y1 := n/d - 1$

(a2):  $x \mapsto rr := 1/\sqrt{x} \mapsto m := rr - 1/2 \mapsto y2 := 1/m$

2. Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore  $\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  nella forma  $\begin{pmatrix} \gamma \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ , con  $\gamma$  opportuno (esplicitare le matrici di rotazione). Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

3. Determinare la retta di regressione che approssima ai minimi quadrati i seguenti dati:

$x$	$-1$	$-1/2$	$-1/2$	$1/2$	$1/2$	$1$
$y$	$1$	$0$	$1$	$1/2$	$-1/2$	$-1$

Dare inoltre un'interpretazione geometrica dell'esercizio svolto.

4. Calcolare gli autovalori e le relative molteplicità algebriche e geometriche della matrice  $7 \times 7$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Studiare la convergenza del metodo delle potenze applicato alla matrice  $A$ .

5. Si considerino le funzioni

$$f(x) = x^5 ; \quad g(x) = 2x^3 - x ; \quad h(x) = x .$$

(a) Dire, giustificando le risposte, se le seguenti affermazioni sono vere o false:

(a1)  $g(x)$  è la spline completa che interpola  $f(x)$  sui nodi  $-1, 0, 1$ .

(a2)  $g(x)$  è la spline naturale che interpola  $f(x)$  sui nodi  $-1, 0, 1$ .

(b) Quale tra le funzioni  $f(x)$ ,  $g(x)$  e  $h(x)$  ha la curvatura media più piccola sull'intervallo  $[-1, 1]$ ?