

**Esercizio 1.** Data la funzione

$$f(x) = \ln(1 + x^2) - 2 \arctan x + 2x$$

- a) determinate il dominio di definizione e calcolate la derivata prima  $f'$  e la derivata seconda  $f''$   
b) calcolate i limiti di  $f$  agli estremi del dominio di definizione, il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2}$$

e calcolate la retta tangente al grafico di  $f$  nel punto  $(1, f(1))$

- c) stabilite gli intervalli di monotonia di  $f$  determinando, se esistono, i massimi ed i minimi relativi  
d) stabilite gli intervalli di convessità di  $f$  determinando, se esistono, i punti di flesso  
e) disegnate il grafico di  $f$  determinando l'immagine di  $f$  e stabilite se la funzione è iniettiva e/o surgettiva (il grafico deve essere coerente con le informazioni dei punti precedenti)  
f) Dato  $y_0 \in \mathbb{R}$ , stabilite quante sono le soluzioni dell'equazione  $f(x) = y_0$   
g) stabilite se  $f$ , ristretta all'intervallo  $(0, +\infty)$  è invertibile, determinate il dominio della funzione inversa  $f^{-1}$  e calcolate  $f^{-1}(y_0)$  e  $(f^{-1})'(y_0)$  dove  $y_0 = f(1)$ .