

Corso di Laurea in Informatica
Calcolo Numerico
Esame del 12/6/2014

Cognome..... Nome..... Email.....

1. Si supponga di dover calcolare $f(x) = \cos x/2 - \cos x$ per piccoli valori di x .

(a) Determinare (e discutere) il condizionamento del problema del calcolo di $f(x)$.

(b) Determinare il condizionamento delle funzioni seno e coseno.

(c) Supponendo che le funzioni seno e coseno possano essere calcolate con un errore relativo maggiorato dalla precisione di macchina, studiare l'errore di arrotondamento nei seguenti algoritmi per il calcolo di $f(x)$:

(a1): $x \mapsto c := \cos x, c2 := \cos x/2 \mapsto y1 := c2 - c$

(a2): $x \mapsto c2 := \cos x/2 \mapsto f1 := 1 + 2 \cdot c2, f2 := 1 - c2 \mapsto y2 := f1 \cdot f2$

(a3): $x \mapsto d := 1 + \cos x, s := \sin x/2 \mapsto p1 := s^2, p2 := 2 - 1/d \mapsto y3 := p1 \cdot p2$

2. Determinare una sequenza di rotazioni di Givens che porti il vettore $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ nella forma $\begin{pmatrix} m \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, con m opportuno (esplicitare le matrici di rotazione).

3. Determinare la retta di regressione che approssima ai minimi quadrati i seguenti dati:

x	-1	-1	0	0	1	2
y	2	3	2	1	-1	0

4. Calcolare, se esiste, una diagonalizzazione di $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Studiare la convergenza del metodo delle potenze applicato alla matrice A .

5. Si considerino le funzioni

$$f(x) = x^4 ; \quad g_1(x) = x^2 ; \quad g_2(x) = \begin{cases} x^3 & \text{se } x \in [0, 1] \\ -x^3 & \text{se } x \in [-1, 0]. \end{cases}$$

(i) Dimostrare che g_1 e g_2 sono entrambe spline interpolanti per f sui nodi $-1, 0, 1$.

(ii) Una delle spline g_1 e g_2 è completa? è naturale?

(iii) Calcolare le curvature medie sull'intervallo $[-1, 1]$ delle funzioni f, g_1, g_2 .