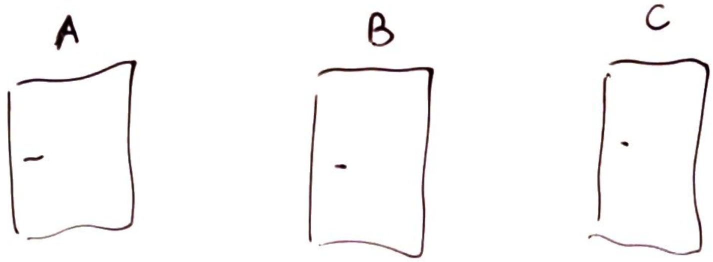
## 03/19/20 ##

PROB. CONDIZIONATA E INDIPENDENZA

MONTY HALL PROBLEM




- DIETRO 1 PORTA C'È UN FERRARI
  DIETRO 2 PORTE C'È UNA CAPRA
- gioco: scegliere la porta con la ferrari
- inizio: scelgo una porta a caso
  ad. esempio la A

monty apre la porta c e mostra una capra

DOMANDA : VOGLIAMO CAMBIARE OPPURE NO?

PIANO

- PROB. CONDIZIONATA
- TEOREMA DI BAYES
- INDIPENDENZA

1. PROB. CONDIZ.

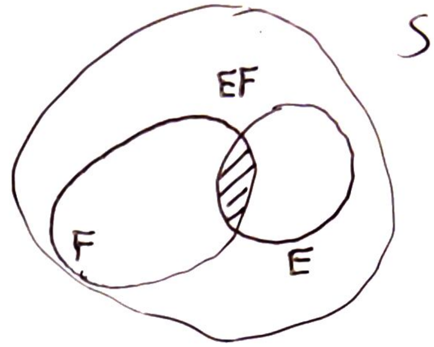
$$E, F \subset S$$

$$P(E|F) = \frac{P(EF)}{P(F)}$$

PROB. CHE AVVENGA E

SE È AVVENUTO F

PROB. DI E CONDIZIONATO A F




ES 3.1.1. LANCIATO 1 DADO

PROB. DI FARE 1 SE IL RISULTATO È TRA 1 e 3

OPPURE

SE IL RISULTATO È TRA 4 e 5

$$P(\{1\}) = \frac{1}{6}$$

$$P(\{1\} | \{1, 2, 3\}) = \frac{1}{3}$$

$$P(\{1\} | \{4, 5\}) = \emptyset$$

<u>OSS</u>

$$P(E|F) = \frac{P(EF)}{P(F)}$$

1. • LO SPAZIO CAMPIONARIO SI È RIDOTTO A F
   • $P(\cdot\,|F) : E \mapsto P(E|F)$
     È UNA PROBABILITÀ SU F!

2. • $0 < P(E|F) < 1$
   • $P(F|F) = 1$

$$E_i E_j = \emptyset \quad . \quad P\left(\cup E_i \mid F\right) = \sum_i P(E_i \mid F)$$
$$i \neq j$$

3. REGOLA DI MOLTIPLICAZIONE

iniziamo scrivendo

$$P(E|F) = \frac{P(EF)}{P(F)} \Rightarrow P(EF) = P(E|F)\,P(F)$$

DATI $E_1 \; E_2 \; E_3$

$$P(E_1 E_2 E_3) = P(E_1 \mid E_2 E_3)\,P(E_2 E_3)$$
$$P(E_1 E_2 E_3) = P(E_1 \mid E_2 E_3)\,P(E_2 \mid E_3)\,P(E_3)$$

SI GENERALIZZA A $E_1, E_2, \ldots, E_n$

ES. LANCIO MONETA DUE VOLTE

PROB. DI 2 TESTE CONDIZIONATA A:

1) IL PRIMO LANCIO E' TESTA

2) UN LANCIO E' TESTA

$\rightarrow E = \{T, T\}$ 1) $F = \{\{T, C\}, \{T, T\}\}$

$$P(\{T,T\} \mid \{(T,C), (T,T)\}) = \frac{1}{2}$$

2) $F = \{\{T,C\}, \{T,T\}, \{C,T\}\}$

$$P(\{T,T\} \mid \{T,C\}, \{T,T\} \mid \{C,T\}) = \frac{1}{3}$$

# TEOREMA DI BAYES

- FORMULA DI BAYES

$$P(E|F) = \frac{P(F|E)\,P(E)}{P(F)}$$

DATA LA DEF. DI PROB. COND., SEGUE

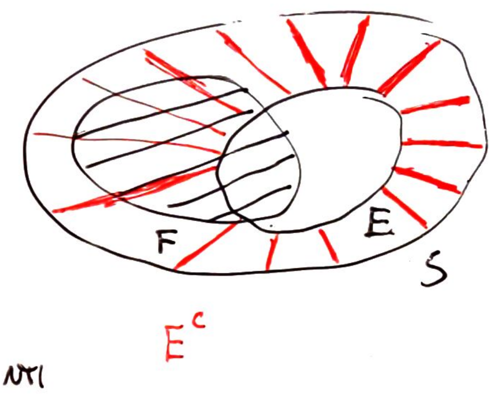
$$\frac{P(EF)}{P(F)} = \frac{P(E|F)\,\cancel{P(F)}}{\cancel{P(F)}} = \frac{P(F|E)\,P(E)}{P(F)}$$

<u>NUOVA</u>

- FORMULA DELLA PROB. ASSOLUTA

$$P(F) = P(E)\,P(F|E) + P(E^c)\,P(F|E^c)$$

- $F = EF \cup E^c F$




- $P(F) = P(EF) + P(E^c F)$

DATO CHE $EF$ E $E^c F$ SONO DISGIUNTI

- $P(F) = P(E)\,P(F|E) + P(E^c)\,P(F|E^c)$

DALLA FORMULA DI BAYES

- TEOREMA DI BAYES

$$P(E|F) = \frac{P(F|E)\,P(E)}{P(F|E)\,P(E) + P(F|E^c)\,P(E^c)}$$

<u>OSSERVAZIONE</u> si può generalizzare a più eventi

---

MONTY

- abbiamo scelto A

- $R_c$ : l' evento Monty sceglie di aprire la porta C

$$P(A|R_c) = \frac{\overset{1/2}{P(R_c|A)}\,\overset{1/3}{P(A)}}{\underset{1/2}{P(R_c|A)}\,\underset{1/3}{P(A)} + \underset{1}{P(R_c|B)}\,\underset{1/3}{P(B)} + \underset{0}{P(R_c|C)}\,\underset{1/3}{P(C)}}$$

$$P(B|R_c) = \frac{\overset{1}{P(R_c|B)}\,\overset{1/3}{P(B)}}{\underset{\frac{1}{2}}{P(R_c|A)}\,\underset{1/3}{P(A)} + \underset{1}{P(R_c|B)}\,\underset{1/3}{P(B)} + \underset{0}{P(R_c|C)}\,\underset{1/3}{P(C)}}$$

$P(A|R_c) < P(B|R_c)$ conviene cambiare