Relazione laboratorio SVD

Esercizi facoltativi da svolgere in Matlab

Pezzano Enrico (S4825087)

ESERCIZIO 1
Come da consegna, si costruisce una matrice *Mx3*, dati *d0* e *d1* uguali alla penultima ed ultima cifra del mio numero di matricola, con *m=10*(d0+1)+d1*.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & x_m & x_m^2 \end{pmatrix}$$

Dove $x_i = \dfrac{i}{m}$ per i = 1,...,m

Si calcoleranno:

- le decomposizioni ai valori singolari di *A* e *A'* (siccome quella *singolare* aiuta a ridurre gli insiemi di dati che contengono un numero elevato di *valori*)
- gli autovalori di *AA'* e *A'A*
- tramite la funzione *orth()* abbiamo confrontato l'immagine di *A* con la matrice dei vettori singolari sinistri di *A*
- tramite *null()* abbiamo confrontato il nucleo di *A* con la matrice dei vettori singolari destri di *A*

Output programma:

```
Command Window

Enrico Pezzano 4825087
Es1 SVD

Vettore risultante con A: 11.1756, 3.2881, 0.4832,

Vettore risultante con A trasposto: 11.1756, 3.2881, 0.4832,

Autovalori di AA'
-0.0000, -0.0000, -0.0000, -0.0000, -0.0000, -0.0000, -0.0000, -0.0000, -0.0000, -0.0000, -0.0000, -0.0000, -0.0000, -0.0000, -0.0000, -0.0000, -0.0000, -0.0000, -0.0000, -0.0

Autovalori di A'A
0.2335, 10.8117, 124.8939,

Immagine di A, confrontandola con U:
   -0.0742    0.1660   -0.2543
   -0.0746    0.1642   -0.2380
   -0.0751    0.1622   -0.2221
   -0.0756    0.1603   -0.2065
   -0.0761    0.1582   -0.1913
   -0.0767    0.1561   -0.1764
   -0.0772    0.1540   -0.1619
   -0.0777    0.1518   -0.1478
   -0.0782    0.1496   -0.1340
   -0.0788    0.1473   -0.1207
   -0.0793    0.1450   -0.1076
   -0.0799    0.1426   -0.0950
   -0.0805    0.1401   -0.0827
   -0.0810    0.1377   -0.0707
   -0.0816    0.1351   -0.0592
   -0.0822    0.1325   -0.0480
   -0.0828    0.1299   -0.0372
   -0.0834    0.1272   -0.0267
   -0.0840    0.1244   -0.0166
   -0.0846    0.1216   -0.0069
   -0.0852    0.1188    0.0025
   -0.0859    0.1159    0.0115
   -0.0865    0.1129    0.0201
   -0.0872    0.1099    0.0284
   -0.0878    0.1069    0.0363
   -0.0885    0.1038    0.0439
   -0.0892    0.1006    0.0510
   -0.0898    0.0974    0.0578
   -0.0905    0.0942    0.0643
   -0.0912    0.0909    0.0703
   -0.0919    0.0875    0.0761
   -0.0926    0.0841    0.0814
   -0.0934    0.0806    0.0864
```

OSSERVAZIONE OUTPUT:
Simile a quanto fatto nello scorso laboratorio (matlab sugli autovalori), per motivi di spazio nello screenshot, lascio allegato nell'archivio l'output dell'IDE nel file "**output es 1.txt**":

Confrontando il nucleo di A rispetto a A^t con la matrice dei vettori singolari destri di A rispetto a A^t tramite la funzione *null()* si può constatare che si ottiene una matrice vuota come nucleo di A. Mentre come nucleo di A^t una matrice di 88 righe e 85 colonne.

ESERCIZIO 2
Nel secondo esercizio invece, data una matrice **tridiagonale** superiore di B di ordine n crescenti. Si calcoleranno:

$$b_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{se} \quad i = j \\ -1 & \text{se} \quad i < j \\ 0 & \text{se} \quad i > j \end{cases}$$

1. I valori *singolari*
2. L'andamento, rispetto a n, dei valori singolari massimo e minimo e del condizionamento in *norma 2*
3. Gli *autovalori*

Infine, si perturberà l'elemento $b_{n,1}$ della quantità -22^{-n}. La matrice di ordine n è stata creata usando un ciclo *for* in cui, per ogni iterazione, sono stati calcolati i punti *2* e *3*.

Output programma:

```
Command Window
Enrico Pezzano 4825087
Es2 SVD

Matrice di taglia nxn con n=5
29

Valori singolari e condizionamento in norma 2
1, 1, 1, 1, 1,
29.4275

Perturbazione in A(n,1) di -2^(2-n)...autovalori della matrice perturbata
  -0.0000 + 0.0000i
   1.0600 + 0.7299i
   1.0600 - 0.7299i
   1.4400 + 0.1986i
   1.4400 - 0.1986i

Matrice di taglia nxn con n=10
30

Valori singolari e condizionamento in norma 2
1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
1918.4869

Perturbazione in A(n,1) di -2^(2-n)...autovalori della matrice perturbata
   0.0000 + 0.0000i
   0.5332 + 0.7087i
   0.5332 - 0.7087i
   1.0973 + 0.6065i
   1.0973 - 0.6065i
   1.3041 + 0.3623i
   1.3041 - 0.3623i
   1.3714 + 0.1664i
   1.3714 - 0.1664i
   1.3878 + 0.0000i

Matrice di taglia nxn con n=15
30

Valori singolari e condizionamento in norma 2
1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
95279.2272
```

```
Command Window
Perturbazione in A(n,1) di -2^(2-n)...autovalori della matrice perturba
   0.0000 + 0.0000i
   0.3127 + 0.5928i
   0.3127 - 0.5928i
   0.8031 + 0.7011i
   0.8031 - 0.7011i
   1.1011 + 0.5700i
   1.1011 - 0.5700i
   1.2467 + 0.4125i
   1.2467 - 0.4125i
   1.3176 + 0.2755i
   1.3176 - 0.2755i
   1.3522 + 0.1578i
   1.3522 - 0.1578i
   1.3666 + 0.0514i
   1.3666 - 0.0514i

Matrice di taglia nxn con n=20
30

Valori singolari e condizionamento in norma 2
1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1,
4148898.7849

Perturbazione in A(n,1) di -2^(2-n)...autovalori della matrice perturbata
  -0.0000 + 0.0000i
   0.2029 + 0.4958i
   0.2029 - 0.4958i
   0.5936 + 0.6928i
   0.5936 - 0.6928i
   0.9080 + 0.6613i
   0.9080 - 0.6613i
   1.1020 + 0.5528i
   1.1020 - 0.5528i
   1.2147 + 0.4368i
   1.2147 - 0.4368i
   1.2808 + 0.3315i
   1.2808 - 0.3315i
   1.3201 + 0.2380i
   1.3201 - 0.2380i
   1.3431 + 0.1538i
   1.3431 - 0.1538i
   1.3553 + 0.0755i
   1.3553 - 0.0755i
   1.3591 + 0.0000i

>>
```

OSSERVAZIONE OUTPUT:
Tramite questo procedimento, si può notare che ogni volta che la dimensione della matrice aumenta, gli autovalori di quella perturbata si avvicinano sempre di più allo zero.
Inoltre, si nota che è possibile calcolare il rango della matrice di partenza *B*, siccome è pari al numeri di valori singolari non nulli.

ESERCIZIO 3
L'incipit della codice di questo esercizio è il medesimo della parte iniziale del primo esercizio, il cui scopo era calcolare un vettore e la matrice A. Successivamente si è calcolata la soluzione ai minimi quadrati del sistema $Ac=y$:

- tramite la decomposizione ai valori singolari
- tramite la decomposizione *QR*
- tramite le equazioni normali $A^t{*}Ac = A^t{*}y$
- per mezzo dell'operazione di Matlab $c = A\backslash y$

Output programma:

```
Command Window
Enrico Pezzano 4825087
Es3 SVD

Soluzione di Ac=y con SVD:
   -0.0080
    1.0938
   -0.2379

Soluzione di Ac=y con QR:
   -0.0080
    1.0938
   -0.2379

Soluzione di Ac=y con A'Ac=A'y:
   -0.0080
    1.0938
   -0.2379

Soluzione di Ac=y con c=A\y:
   -0.0080
    1.0938
   -0.2379

fx >>
```

OSSERVAZIONE OUTPUT:
Studiando e confrontando le soluzioni ottenute dall'algoritmo, si può notare che i metodi usati per il calcolo sono identici tra loro.