

ESERCIZI DEL CORSO “CALCULUS I” - FOGLIO 5

INFORMATICA 21/22

Esercizi su dominio di funzioni, limiti notevoli e continuità.

1. **Esercizio.** Per ciascuna delle seguenti funzioni:

- (1) Calcolare il dominio
- (2) Calcolare limiti agli estremi del dominio
- (3) Tracciare sul grafico il comportamento della funzione per ogni limite
- (4) Nel caso di domini “bucati” dire se la funzione è prolungabile per continuità

(Frazioni e radici)

$$(1) f(x) = \sqrt{x-2} - \sqrt{x-1}$$

$$(4) f(x) = \frac{\sqrt{|x-1|} - \sqrt{|x+1|}}{x-1}$$

$$(2) f(x) = \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$$

$$(5) f(x) = \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{x^2+1}}{x-1}$$

$$(3) f(x) = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x+2} + \sqrt{3} - 1}{x-1}$$

$$(6) f(x) = \frac{x}{\sqrt{|x-1|} - \sqrt{|x+1|}}$$

(Logaritmi)

$$(1) f(x) = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$$

$$(3) f(x) = \frac{\ln|x|^2}{1-x}$$

$$(2) f(x) = x \ln(|x|)$$

$$(4) f(x) = \frac{x-2}{\ln(x-1)}$$

(Esponenziali)

$$(1) f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$(4) f(x) = \frac{1}{\left(e^{\frac{1}{x}} + e^{-\frac{1}{x}}\right)}$$

$$(2) f(x) = e^{\frac{1}{x}} + e^{-\frac{1}{x}}$$

$$(5) f(x) = e^{\frac{x+7}{x-1}}$$

$$(3) f(x) = e^{-x+\ln(1+x^3)}$$

$$(6) f(x) = e^{(2+x)} - e^x$$

(Trigonometriche)

$$(1) f(x) = x(2 + \sin(x))$$

$$(5) f(x) = \cos\left(\frac{e^x}{x+1}\right)$$

$$(2) f(x) = x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$(6) f(x) = x^2(1 - \cos\left(\frac{1}{x}\right))$$

$$(3) f(x) = \frac{x \sin x}{1 - \cos x}$$

$$(7) f(x) = \frac{(1 - \cos\left(\frac{1}{x}\right))}{(2 + \sin(x))}$$

$$(4) f(x) = \frac{1 - \cos(x)}{x}$$

$$(8) f(x) = \frac{\sin(x)}{\ln(x+1)}$$

(Trigonometriche inverse)

$$(1) f(x) = \frac{\arctan x}{x}$$

$$(3) f(x) = \frac{1}{x^2} \arcsin\left(\frac{x^2}{x^2 + 1}\right)$$

$$(2) f(x) = \arctan\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{\pi}{2} \frac{x}{|x|}$$

$$(4) f(x) = \frac{\arccos(x)}{\sqrt{1-x^2}}$$

2. **Esercizio.** Calcolare se esistono valori del parametro a in modo che la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{x} & \text{se } x > 0 \\ x^2 + a & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

sia continua nel punto $x = 0$.

3. **Esercizio.** Calcolare se esistono valori del parametro $a \in \mathbb{N}$ in modo che la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^a} & \text{se } x < 0 \\ ax & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

sia continua nel punto $x = 0$.

4. **Esercizio.** Calcolare se esistono valori del parametro a in modo che la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sqrt{1-x}}{ax} & \text{se } x \leq -1 \\ (1-x) \ln(x-1) + a & \text{se } x > -1 \end{cases}$$

sia continua nel punto $x = 0$.

5. **Esercizio.** Calcolare se esistono valori del parametro $a > 0$ in modo che la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} (x+a) \arctan \frac{1}{(a+1)x} & \text{se } x > 0 \\ x + a^2 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

sia continua nel punto $x = 0$.

6. **Esercizio.** Sia f la funzione definita da

$$f(x) = \frac{\ln x}{x-a}$$

Determinare il dominio e dire per quale valore del parametro a è prolungabile per continuità in $x = a$.