CURCIO FRANCESCO S4863740

ES 1

SIA X UNA VARIABILE ALEATORIA BINOMIALE CHE CONTA IL NUMERO DI STUDENTI CHE SI LAUREANO

a) $P(X=0) = \underbrace{\binom{5}{0}}_{1} \underbrace{(0,6)^0}_{1} (0,4)^5 = \left(\frac{4}{10}\right)^5 = \frac{1024}{100000} \approx 0,01$

b) $P(X=1) = \binom{5}{1} (0,6)^1 (0,4)^4 = 5 \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{256}{10000} = \frac{7680}{100000} \approx$

$\approx 0,0768$

c) $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - 0,01 = 0,99$

ES 2

$P(\text{PASSARE AL QUARTO TENTATIVO}) = 0,7 \cdot (1-0,7)^3 = \frac{7}{10} \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^3 =$

$= \frac{7}{10} \cdot \frac{27}{1000} = \frac{189}{10000} = 0,0189$

ES 3

a) CALCOLO c

$\int_0^{\frac{1}{2}} x^3 \, dx = \frac{1}{c} = 0,015625$

$1 = 0,015625 \cdot c$

$c = \frac{1}{0,015625}$ #

$\boxed{c = 64}$

$\boxed{c \text{ è } 64}$

(b) $\int_{\frac{1}{3}}^{1} f(x)\, dx = \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{2}} f(x)\, dx + \boxed{\int_{\frac{1}{2}}^{1} f(x)\, dx} =$

$= 0$ PERCHÉ NON È DEFINITA $f(x)$ PER $x > \frac{1}{2}$

$$= \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{2}} c x^3 \, dx = c \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{2}} x^3 \, dx = \underset{c}{64} \cdot \frac{65}{5184} = \frac{4160}{5184} \approx 0,80247$$

(c)

$$E[x^2] = \int_0^{\frac{1}{2}} 64 x^3 \cdot x^2 \, dx = 64 \int_0^{\frac{1}{2}} x^5 = \frac{1}{6} \approx 0,16667$$

CALCOLO ANCHE $E[x]$ PERCHÉ MI SERVE PER IL CALCOLO DI $Var(x)$

$$E[x] = \int_0^{\frac{1}{2}} 64 x^4 = \frac{2}{5} = 0,4$$

$$Var(x) = E[x^2] - (E[x])^2 = \frac{1}{6} - \left(\frac{2}{5}\right)^2 = 0,0066 \approx \frac{1}{150}$$

$\boxed{\text{ES. B}}$

$$Var(Y) = E[Y^2] - (E[Y])^2 =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} n^2 \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda} - \lambda^2 = \qquad [n^2 = n(n-1) + n]$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda} + \sum_{n=0}^{\infty} n \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda} - \lambda^2 =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda} + \lambda - \lambda^2 =$$

$$= \lambda^2 e^{-\lambda} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\lambda^{(n-2)}}{(n-2)!} + \lambda - \lambda^2 =$$

$$= \cancel{\lambda^2} + \lambda - \cancel{\lambda^2} = \lambda$$

$\boxed{\text{ES 8}}$

$$Var(X) = E[X^2] - (E[X])^2$$

CALCOLO $E[X]$, IL VALORE ATTESO IN UNA VARIABILE GEOMETRICA:

$$E(X) = \sum_{K=0}^{\infty} K (1-P)^K P = P \sum_{K=0}^{\infty} K (1-P)^K$$

$$= P(1-P) \sum_{K=0}^{\infty} K (1-P)^{K-1} = P(P-1) \sum_{K=0}^{\infty} \frac{d(1-P)^K}{dP} =$$

$$= P(1-P) \frac{d}{dP} - \sum_{K=0}^{\infty} (1-P)^K = P(1-P) \frac{d}{dP} - \frac{1}{P} = \frac{1-P}{P}$$

ORA CALCOLO $E[x^2] = -p(1-p) \frac{d}{dp} \frac{1-p}{p^2} =$

$\cancel{\sum_{k=0}^{+\infty}}$ $= p(1-p) \frac{p^2 + p(1-p)}{p^4} =$

$= \frac{(1-p)(2-p)}{p^2}$

$Var(x) = E[x^2] - (E[x])^2 = \frac{(1-p)(2-p)}{p^2} - \frac{(1-p)^2}{p^2} =$

$= \frac{1-p}{p^2}$

$\boxed{\text{ES } 4}$

LA PDF DI UNA VARIABILE CASUALE ESPONENZIALE

È $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ PER $x \geq 0$ E $\emptyset$ ALTRIMENTI

IN QUANTO

- $\int_0^{+\infty} e^{-\lambda x}\, dx = -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x} \Big|_0^{+\infty} = 0 - \left(-\frac{1}{\lambda}\right) = \frac{1}{\lambda}$

E INOLTRE:

- $\int_0^{+\infty} \lambda e^{-\lambda x}\, dx = \underline{1}$

IL VALORE ATTESO È $\Rightarrow E[e^x] = \frac{1}{\lambda}$

MENTRE $VAR(x) = \frac{2}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda^2}^2 = \frac{1}{\lambda^2}$