

# Calculus 1 - Prova scritta del 06 giugno 2022

1. Consideriamo la funzione  $f$  definita da

$$f(x) = \frac{|x-2|}{x^2} - 1$$

- (a) Determinare  $\text{dom } f$ , calcolare i limiti di  $f$  agli estremi di  $\text{dom } f$ , studiare il segno e determinare eventuali asintoti orizzontali e verticali.
- (b) Calcolare la derivata di  $f$  e determinare eventuali punti di minimo/massimo assoluti e relativi e eventuali punti di non derivabilità.
- (c) Studiare la concavità / convessità di  $f$  e determinare gli eventuali punti di flesso.
- (d) Determinare l'immagine di  $f$  e disegnare un grafico qualitativo di  $f$ .

2. Calcolare i seguenti integrali definiti:  $\int_0^1 \frac{x-1}{x^2+1} dx$  ,  $\int_{-1}^1 x \sin(3x^2-1) dx$

3. Per  $a \in \mathbb{R}$ , sia  $f_a: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f_a(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1+a^2x)}{x} - a & \text{se } x > 0, \\ 2\cos x - \frac{x}{2} & \text{se } x \leq 0. \end{cases}$$

- (a) Stabilire per quali valori di  $a$  la funzione  $f_a$  è continua.
- (b) Stabilire per quali valori di  $a$  la funzione  $f_a$  è derivabile.