

Esercizi sulla Lezione 4

E4.1 Nell'Esercizio 3.2 della Lezione 3, ipotizzando che ogni tiro costi 1€ e che ogni centro dia in premio 5€, qual è il valore medio vinto da un partecipante con un singolo tiro?

E4.2 Un'urna contiene 2 palline verdi, 3 rosse e 5 bianche. Estraiamo casualmente 3 palline senza reinserimento. Guadagniamo 1€ per ogni pallina verde, nulla per ogni pallina bianca e perdiamo 1€ per ogni pallina rossa. Calcola la funzione di probabilità di massa e il valore atteso della vincita a questo gioco. E nel caso di 2 palline verdi, 2 rosse e 6 bianche?

E4.3 Sia $P\{X = -1\} = 0.3$, $P\{X = 0\} = 0.5$ e $P\{X = 1\} = 0.2$. Calcola $E[2X^2 - 1]$.

E4.4 Dimostra che per qualunque a costante $Var(X + a) = Var(X)$.

4.1.

Niccolò Parodi S4668271

Tiro costo 1 €

se prendo il bersaglio 5 €

fa centro il 35%

$$E = (5 - 1)(0,35) - (1)(0,65) = 0,75$$

4.2

3 palline senza reinserire

2	V	+ 1€ V
3	R	- 1€ R
5	B	+ 0€ B

-3, -2, -1, 0, 1, 2

$$P(-3) = RRR = 0,8\%$$

$$P(-2) = RRB, RBR, BRR = 12,5\%$$

$$P(-1) = RBB, BBR, BRB, RRV, VRR, RVR = 30\%$$

$$P(0) = BBB, VBR, VRB, RVB, RBV, BRV, BVR = 33,3\%$$

$$P(1) = VVR, VRV, RVV, VBB, BVV, BBV = 19,2\%$$

$$P(2) = VVB, VBV, BBV = 4,2\%$$

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 = 1$$

$$a_1 = -3 \quad a_2 = -2 \quad a_3 = -1 \quad a_4 = 0 \quad a_5 = 1 \quad a_6 = 2$$

$$P_1 = 0,8\% \quad P_2 = 12,5\% \quad P_3 = 30\% \quad P_4 = 33,3\% \quad P_5 = 19,2\% \quad P_6 = 4,2\%$$

$$E[X] = \sum_{i=1}^N a_i P(i) =$$

$$= -3 \cdot 0,008 + (-2)(0,125) + (-1)0,3 + 0 \cdot 0,33 + 1(0,192) + 2(0,042) =$$

$$= -0,024 - 0,25 - 0,33 + 0 + 0,192 + 0,084 = -0,328$$

$$\begin{array}{ll} 2 V & V(+1€) \\ 2 R & R(-1€) \\ 6 B & B(+0€) \end{array} \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$P(-2) = RRB, RBR, BRR = 5\%$$

$$P(-1) = RRV, RVR, VRR, RBB, BRB, BBR = 26,6\%$$

$$P(0) = BBB, VBR, VRB, RVB, RBV, BRV, BVR = 36,6\%$$

$$P(1) = VBB, BVB, BBV, VVR, VRV, RVV = 26,6\%$$

$$P(2) = VVB, VBV, BVV = 5\%$$

$$a_1 = -2 \quad a_2 = -1 \quad a_3 = 0 \quad a_4 = 1 \quad a_5 = 2$$

$$P_1 = 0,05 \quad P_2 = 0,267 \quad P_3 = 0,334 \quad P_4 = 0,267 \quad P_5 = 0,05$$

$$E[X] = -2(0,05) + (-1)0,267 + (0)0,334 + (1)0,267 + (2)0,05 = 0$$

4.3

$$P\{X = -1\} = 0,3$$

$$E[2X^2 - 1]$$

$$P\{X = 0\} = 0,5$$

$$P\{X = 1\} = 0,2$$

$$a_1 = -1 \quad p_1 = 0,3$$

$$a_2 = 0 \quad p_2 = 0,5$$

$$a_3 = 1 \quad p_3 = 0,2$$

$$\begin{aligned} E[2X^2 - 1] &= (+2 - 1) \cdot 0,3 + (-1) \cdot 0,5 + (+2 - 1) \cdot 0,2 = \\ &= 0 \end{aligned}$$

4.4.

$$\text{Var}(X + a) = E(X + \cancel{a} - E[X] - \cancel{a})^2 = \text{Var}(X)$$