

## RESUMEN DE ECUACIONES

### Relaciones trigonométricas

$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) \mp \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) \pm \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$
$\sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) = \frac{1}{2} \cdot [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$
$\cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) = \frac{1}{2} \cdot [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$
$\sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) = \frac{1}{2} \cdot [\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)]$
$\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)$
$\sin(2\alpha) = 2 \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)$
$\sin^2(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos(2\alpha))$
$\cos^2(\alpha) = \frac{1}{2} \cdot (1 + \cos(2\alpha))$

### Pares básicos de la Transformada de Fourier

$\mathbf{x(t)}$	$\mathbf{X(\omega)}$
$e^{j\omega_0 t}$	$2\pi\delta(\omega - \omega_0)$
$\cos(\omega_0 t)$	$\pi [\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)]$
$\sin(\omega_0 t)$	$\frac{\pi}{j} [\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)]$
1	$2\pi\delta(\omega)$
$\Pi\left(\frac{t}{2T_1}\right) = \begin{cases} 1 &  t  < T_1 \\ 0 &  t  > T_1 \end{cases}$	$2T_1 \operatorname{sinc}\left(\frac{\omega T_1}{\pi}\right) = \frac{2 \sin(\omega T_1)}{\omega}$
$\frac{W}{\pi} \operatorname{sinc}\left(\frac{Wt}{\pi}\right) = \frac{\sin(Wt)}{\pi t}$	$X(\omega) = \begin{cases} 1 &  \omega  < W \\ 0 &  \omega  > W \end{cases}$
$\delta(t)$	1
$\delta(t - t_0)$	$e^{-j\omega t_0}$

### Propiedades de la Transformada de Fourier

Señal	Transformada de Fourier
$x(t)$	$X(\omega)$
$y(t)$	$Y(\omega)$
$ax(t) + by(t)$	$aX(\omega) + bY(\omega)$
$x(t - t_0)$	$e^{-j\omega t_0} X(\omega)$
$e^{-j\omega_0 t} x(t)$	$X(\omega - \omega_0)$
$x(at)$	$\frac{1}{ a } X\left(\frac{\omega}{A}\right)$
$x(t) * y(t)$	$X(\omega) \cdot Y(\omega)$
$x(t) \cdot y(t)$	$\frac{1}{2\pi} X(\omega) * Y(\omega)$

### MODULACIONES LINEALES

	Modulación AM	Modulación DBL
$x_p(t)$	$A_p \cdot [1 + mx_n(t)] \cdot \cos(\omega_p t)$	$A_p \cdot x(t) \cdot \cos(\omega_p t)$
$P_m$	$\frac{A_p^2}{2} + \frac{m^2 A_p^2}{2} S_{xn} = P_p + 2P_{BL}$	$\frac{A_p^2}{2} S_x = 2P_{BL}$
$P_{CRESTA}$	$\frac{1}{2} A_p^2 (1 + m)^2$	$\frac{1}{2} [A_p \cdot  x(t) _{max}]^2$
$B_T$	$2 \cdot W_x$	

### RUIDO EN MODULACIONES LINEALES

Ruido en modulación de amplitud		Ruido en demodulación (detector síncrono)	
Señal banda base		Modulación AM	Modulación DBL
$\gamma = \frac{P_R}{N_0 W_x}$	$\left(\frac{S}{N}\right)_R = \frac{W_x}{B_T} \cdot \gamma$	$\left(\frac{S}{N}\right)_D = \frac{m^2 S_{xn}}{1 + m^2 S_{xn}} \cdot \gamma$	$\left(\frac{S}{N}\right)_D = \gamma$

### Ruido en modulación AM (detector de envolvente)

$\left(\frac{S}{N}\right)_D = \frac{m^2 S_{xn}}{1 + m^2 S_{xn}} \gamma$ si $\left(\frac{S}{N}\right)_R \geq \left(\frac{S}{N}\right)_{RTh}$	No hay señal si $\left(\frac{S}{N}\right)_R < \left(\frac{S}{N}\right)_{RTh}$
---	---

## MODULACIONES ANGULARES

	Modulación FM
Señal	$x(t) = A_p \cdot \cos \left( \omega_p t + \omega_d \int^t x(\lambda) d\lambda \right)$
Desviación máxima de fase	$D = \frac{\omega_d  x(t) _{max}}{W_x}$
Ancho de banda	$B_T \approx 2(D + a)W_x$ $a = \begin{cases} 2 & 2 \leq D \leq 10 \\ 1 & c.c. \end{cases}$

### Ruido en demodulación angular

	FM	FM deénfasis ( $B_{de} \ll W_x$ )
$\left(\frac{S}{N}\right)_D$	$3D^2 S_{xn} \gamma$	$\left(\frac{\omega_d}{B_{de}}\right)^2 S_x \gamma$

Sistema M-ario unidimensional	Cota de la unión	Cota de la unión simplificada
$P_e = \frac{2(M-1)}{M} Q \left( \frac{d}{\sqrt{2N_0}} \right)$	$P_e \leq \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^M Q \left( \frac{d_{ik}}{\sqrt{2N_0}} \right)$	$P_e \leq (M-1) \cdot Q \left( \frac{d_{min}}{\sqrt{2N_0}} \right)$

### Modulaciones paso banda

PSK	$M = 2$	$P_e = Q \left( \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \right)$
	$M \geq 4$	$P_e = 2 \cdot Q \left( \sqrt{\frac{2E_s}{N_0}} \sin \left( \frac{\pi}{M} \right) \right)$
FSK	$M = 2$	$P_e = Q \left( \sqrt{\frac{E_b}{N_0}} \right)$
	$M \geq 4$	$P_e = (M-1) \cdot Q \left( \sqrt{\frac{E_s}{N_0}} \right)$
QAM	$\log_2(M)$ par	$P_e = 4 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{M}} \right) \cdot Q \left( \sqrt{\frac{3 \cdot E_s}{(M-1) \cdot N_0}} \right)$

Función de densidad de probabilidad normal	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$
--	---

Función de densidad de probabilidad uniforme (a,b)	$f(x) = \frac{1}{b-a} \quad a < x < b$
--	--

	Codificación Gray (ASK, QAM, PSK)	FSK
Probabilidad de error de bit	$P_b = \frac{1}{\log_2(M)} P_e$	$P_b = \frac{2^{\log_2(M)-1}}{2^{\log_2(M)} - 1} P_e$

**Filtro de coseno alzado,  $0 \leq \alpha \leq 1$**

$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq \pi \frac{1-\alpha}{T} \\ \frac{1}{2} \left[ 1 + \cos \left( \frac{T}{2\alpha} \cdot \left( |\omega| - \pi \frac{1-\alpha}{T} \right) \right) \right] & \pi \frac{1-\alpha}{T} \leq |\omega| \leq \pi \frac{1+\alpha}{T} \\ 0 & c.c. \end{cases}$$

**Densidad espectral de potencia de la PAM (banda base)**

$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n h(t - nT)$	$S_x(\omega) = \frac{1}{T}  H(\omega) ^2 S_a(\omega)$	$S_a(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} R_a[m] \cdot e^{-j\omega mT}$
--	---	--

**Ancho de banda (Hz) de las modulaciones paso banda**

Modulación	Valores nominales*	Valores óptimos**
	$B$	$B$
M-PSK y M-QAM	$\frac{2R_b}{\log_2(M)} = \frac{2}{T}$	$\frac{R_b}{\log_2(M)} = \frac{1}{T}$
M-FSK	$\frac{(M+3)R_b}{2 \cdot \log_2(M)} = \frac{(M+3)}{2 \cdot T}$	$\frac{(M+1)R_b}{2 \cdot \log_2(M)} = \frac{(M+1)}{2 \cdot T}$
	$* \Rightarrow h(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T}} & 0 \leq t < T \\ 0 & c.c. \end{cases}$	$** \Rightarrow h(t) = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{T}t\right)}{\frac{\pi}{T}t}$

Tabla de valores de  $Q(x)$

$x$	$Q(x)$	$x$	$Q(x)$	$x$	$Q(x)$	$x$	$Q(x)$
0,0	5,000000e-01	1,8	3,593032e-02	3,6	1,591086e-04	5,4	3,332043e-08
0,1	4,601722e-01	1,9	2,871656e-02	3,7	1,077997e-04	5,5	1,898956e-08
0,2	4,207403e-01	2,0	2,275013e-02	3,8	7,234806e-05	5,6	1,071760e-08
0,3	3,820886e-01	2,1	1,786442e-02	3,9	4,809633e-05	5,7	5,990378e-09
0,4	3,445783e-01	2,2	1,390345e-02	4,0	3,167124e-05	5,8	3,315742e-09
0,5	3,085375e-01	2,3	1,072411e-02	4,1	2,065752e-05	5,9	1,817507e-09
0,6	2,742531e-01	2,4	8,197534e-03	4,2	1,334576e-05	6,0	9,865876e-10
0,7	2,419637e-01	2,5	6,209665e-03	4,3	8,539898e-06	6,1	5,303426e-10
0,8	2,118554e-01	2,6	4,661189e-03	4,4	5,412542e-06	6,2	2,823161e-10
0,9	1,840601e-01	2,7	3,466973e-03	4,5	3,397673e-06	6,3	1,488226e-10
1,0	1,586553e-01	2,8	2,555131e-03	4,6	2,112456e-06	6,4	7,768843e-11
1,1	1,356661e-01	2,9	1,865812e-03	4,7	1,300809e-06	6,5	4,016001e-11
1,2	1,150697e-01	3,0	1,349898e-03	4,8	7,933274e-07	6,6	2,055790e-11
1,3	9,680049e-02	3,1	9,676035e-04	4,9	4,791830e-07	6,7	1,042099e-11
1,4	8,075666e-02	3,2	6,871378e-04	5,0	2,866516e-07	6,8	5,230951e-12
1,5	6,680720e-02	3,3	4,834242e-04	5,1	1,698268e-07	6,9	2,600125e-12
1,6	5,479929e-02	3,4	3,369291e-04	5,2	9,964437e-08	7,0	1,279813e-12
1,7	4,456546e-02	3,5	2,326291e-04	5,3	5,790128e-08		