Deber 05 Métodos numéricos.

Nombre: Luis Enrique Pérez Señalin

CONJUNTO DE EJERCICIOS

1. Sea $f(x) = -x^3 - \cos x$ y $p_0 = -1$. Use el método de Newton y de la Secante para encontrar p_2. ¿Se podría usar $p_0 = 0$?

$p_2 = -0.8654740331016162$ con el método de Newton
No podemos utilizar p= 0, porque $p'_0 = 0$

$p_2 = -0.8654740331679321$ con el método de la secante
No podemos utilizar p= 0, porque $p'_0 = 0$

2. Encuentre soluciones precisas dentro de 10^{-4} para los siguientes problemas.
a. $x^3 - 2x^2 - 5 = 0, \ \ [1,4]$ b. $x^3 + 3x^2 - 1 = 0, \ \ [-3,-2]$
c. $x - \cos x = 0, \ \ [0, \pi/2]$ d. $x - 0.8 - 0.2 \operatorname{sen} x = 0, \ \ [0, \pi/2]$

Método de Newton:

$$a = 2.6906474480286287$$
$$b = -2.8793852448366706$$
$$c = 0.739085133385284$$
$$d = 0.9643338876952227$$

Método de la secante:

$$a = 2.6906474478837734$$
$$b = -2.879385194736809$$
$$c = 0.739085133034638$$
$$d = 0.9643338835706312$$

3. Use los 2 métodos en esta sección para encontrar las soluciones dentro de 10^{-5} para los siguientes problemas.
a. $3x - e^x = 0$ para $1 \leq x \leq 2$
b. $2x + 3\cos x - e^x = 0$ para $1 \leq x \leq 2$

Método de newton
Elegimos un valor inicial x_0 . En este caso, probamos con $x_0 = 1$.
Usamos la fórmula: $X_n = x_{n-1} - f x_{n-1}) / f'(x_{n-1})$
Iteramos usando la fórmula de Newton hasta $|x_{n+1} - x_n| < 10^{-5}$

Método de la secante
Elegimos un valor inicial x_0 y un x_1 . En este caso, probamos con $x_0 = 1$ y $x_1 = 2$.
Usamos la fórmula $X_{n+1} = x_n - f(x_n) * \dfrac{x_n - x_{n-1}}{f(x_n) - f(x_{n-1})}$
Iteramos usando la fórmula de la secante hasta $|x_{n+1} - x_n| < 10^{-5}$

Problema a
Primero calculamos su derivada.
$f'(x) = 3 - e^x$
Método de newton: x = 0.61906
Método de la secante: x = 1.51213

Problema b
Primero calculamos su derivada.
$f'(x) = 2 - 3\sin(x) - e^x$
Método de newton: x = 1.23971
Método de la secante: x = 1.23971

4. El polinomio de cuarto grado

$$f(x) = 230x^4 + 18x^3 + 9x^2 - 221x - 9$$

tiene dos ceros reales, uno en $[-1,0]$ y el otro en $[0,]$. Intente aproximar estos ceros dentro de 10^{-6} con
a. El método de la secante (use los extremos como las estimaciones iniciales)
b. El método de Newton (use el punto medio como estimación inicial)

Derivada de f(x)

f'(x) = $920x^3 + 54x^2 + 18x - 221$

Resultados:

Raíz en [-1, 0] usando el método de la secante: -0.040659288315725135

Raíz en [-1, 0] usando el método de Newton: -0.04065928831575899

Raíz en [0, 1] usando el método de la secante: -0.04065928831557162

Raíz en [0, 1] usando el método de Newton: -0.040659288315758865

5. La función $f(x) = \tan \pi x - 6$ tiene cero en $({}^{1}/_{\pi})$ arcotangente 6 ≈ 0.447431543. Sea $p_0 = 0$ y $p_1 = 0.48$ y use 10 iteraciones en cada uno de los siguientes métodos para aproximar esta raíz. ¿Cuál método es más eficaz y por qué?
a. método de bisección
b. método de Newton
c. método de la secante

Respuesta:

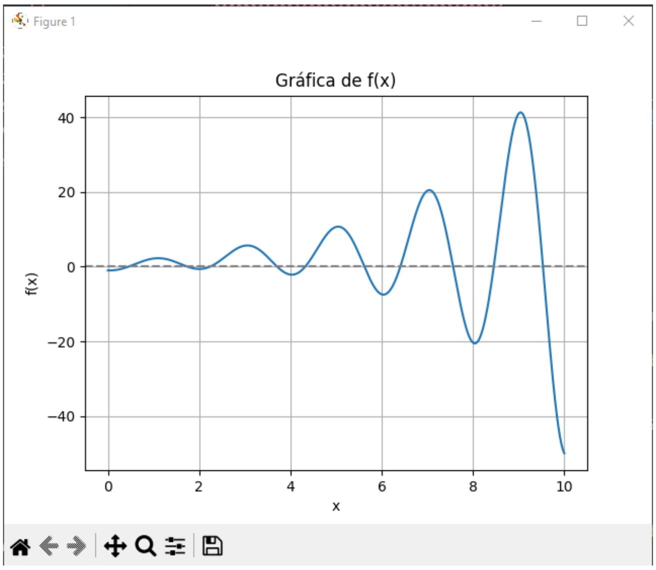
$$f'(x) = \pi \sec^2(\pi x)$$

b. Método de newton con $p_0 = 0$ en f’(x)
Resultados:
Método de bisección: 0.44765625
Método de Newton: 0.44743154329035373
Método de la secante: 0.4474315432500218

Método eficaz:
Por lo tanto, **el método de la secante puede considerarse más eficaz en términos de facilidad de implementación y robustez**, especialmente cuando no se tiene una derivada fácilmente disponible o cuando la derivada presenta problemas. Sin embargo, si la derivada está disponible y es fácil de calcular, **el método de Newton** puede ser preferido debido a su rapidez de convergencia.

6. La función descrita por $f(x) = \ln(x^2 + 1) - e^{0.4x} \cos \pi x$ tiene un número infinito de ceros.
a. Determine, dentro de 10^{-6}, el único cero negativo.
b. Determine, dentro de 10^{-6}, los cuatro ceros positivos más pequeños.
c. Determine una aproximación inicial razonable para encontrar el enésimo cero positivo más pequeño de f. [*Sugerencia:* Dibuje una gráfica aproximada de f.]
d. Use la parte c) para determinar, dentro de 10^{-6}, el vigesimoquinto cero positivo más pequeño de f.

Respuesta:
F’(x) = $\frac{2x}{x^2+1} - \pi e^{0.4x} \sin(\pi x) + 0.4 e^{0.4x} \cos(\pi x)$
Único cero negativo aproximado: -0.43414304728572883
Cuatro ceros positivos más pequeños:



Cuatro ceros positivos más pequeños aproximados: [np.float64(0.4506567478899403), np.float64(1.7447380533688863), np.float64(2.238319795016953), np.float64(3.709041201384946)]

Encontrar el enésimo cero positivo más pequeño, si vemos la grafica y los valores dado, tenemos como (0.4506567478899403) es el cero positivo más pequeño

Vigesimoquinto cero positivo aproximado: -55.60501722333146

7. La función $f(x) = x^{(1/3)}$ tiene raíz en $x = 0$.Usando el punto de inicio de $x = 1$ y $p_0 = 5, p1 = 0.5$ para el método de secante, compare los resultados de los métodos de la secante y de Newton.

Primero sacamos f'(x) $= \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$

Usamos la función del método de newton y reemplazamos.

$x_{n+1} = -2x_n$

Usamos la formula del método de la secante tal cual está.

método de la secante: 0.8203606203010696

El método de newton termina dando Nan usando código Python.