

Métodos numéricos.

Nombre: Luis Enrique Pérez Señalín.

CONJUNTO DE EJERCICIOS

1. Use el método de Euler para aproximar las soluciones para cada uno de los siguientes problemas de valor inicial.

- a. $y' = te^{3t} - 2y, 0 \leq t \leq 1, y(0) = 0$, con $h = 0.5$
b. $y' = 1 + (t - y)^2, 2 \leq t \leq 3, y(2) = 1$, con $h = 0.5$
c. $y' = 1 + y/t, 1 \leq t \leq 2, y(1) = 2$, con $h = 0.25$
d. $y' = \cos 2t + \sin 3t, 0 \leq t \leq 1, y(0) = 1$, con $h = 0.25$

Respuesta:

A: 1.12
B: 2.625
C: 5.269
D: 2.236

2. Las soluciones reales para los problemas de valor inicial en el ejercicio 1 se proporcionan aquí. Compare el error real en cada paso.

- a. $y(t) = \frac{1}{5}te^{3t} - \frac{1}{25}e^{3t} + \frac{1}{25}e^{-2t}$
b. $y(t) = t + \frac{1}{1-t}$
c. $y(t) = t \ln t + 2t$
d. $y(t) = \frac{1}{2}\sin 2t - \frac{1}{3}\cos 3t + \frac{4}{3}$

Respuesta:

A: real: 3.219 pred: 1.12
B: real: 2.5 pred: 2.625
C: real: 5.386 pred: 5.269
D: real: 2.117 pred: 2.236

Pasos:

A)
Real: [0.0, 0.283, 3.219],
Aproximado [0, 0.0, 1.12],
Error [0.0, 0.283, 2.0986]

B)
Real: [1.0, 1.833, 2.5],
Aproximado [1, 2.0, 2.625],
Error [0.0, 0.166, 0.125]

C)
Real: [2.0, 2.7789, 3.608, 4.4793, 5.386],
Aproximado [2, 2.75, 3.55, 4.3916, 5.269],
Error [0.0, 0.0289, 0.05819, 0.0876, 0.117]

D)
Real: [1.0, 1.329, 1.730, 2.04147, 2.1179],
Aproximado [1, 1.25, 1.6398, 2.024, 2.236],
Error [0.0, 0.0791, 0.090, 0.017, 0.118]

3. Utilice el método de Euler para aproximar las soluciones para cada uno de los siguientes problemas de valor inicial.

- a. $y' = y/t - (y/t)^2, 1 \leq t \leq 2, y(1) = 1$, con $h = 0.1$
b. $y' = 1 + y/t + (y/t)^2, 1 \leq t \leq 3, y(1) = 0$, con $h = 0.2$
c. $y' = -(y+1)(y+3), 0 \leq t \leq 2, y(0) = -2$, con $h = 0.2$
d. $y' = -5y + 5t^2 + 2t, 0 \leq t \leq 1, y(0) = \frac{1}{5}$, con $h = 0.1$

Respuesta:

A: 1.17
B: 4.514
C: -1.018
D: 0.979

4. Aquí se dan las soluciones reales para los problemas de valor inicial en el ejercicio 3. Calcule el error real en las aproximaciones del ejercicio 3.

a. $y(t) = \frac{t}{1+\ln t}$

b. $y(t) = t \tan(\ln t)$

c. $y(t) = -3 + \frac{2}{1+e^{-2t}}$

d. $y(t) = t^2 + \frac{1}{3}e^{-5t}$

Respuesta:

A: real: 1.17 pred: 1.181

B: real: 4.514 pred: 5.874

C: real: -1.018 pred: -1.035

D: real: 0.979 pred: 1.002

Pasos:

A)

Real: [1.0, 1.004, 1.0149, 1.0298, 1.0475, 1.06, 1.088, 1.11, 1.1336, 1.157, 1.181]

Aproximado [1, 1.0, 1.008, 1.0216, 1.038, 1.057, 1.078, 1.1004, 1.123, 1.1467, 1.17]

Error [0.0, 0.004, 0.006, 0.008, 0.009, 0.009, 0.0099, 0.01, 0.01, 0.01, 0.01]

B)

Real: [0.0, 0.221, 0.489, 0.81, 1.199, 1.66, 2.21, 2.875, 3.678, 4.658, 5.874]

Aproximado [0, 0.2, 0.438, 0.721, 1.052, 1.437, 1.884, 2.40, 3.00, 3.70, 4.51],

Error [0.0, 0.021, 0.05, 0.091, 0.147, 0.224, 0.329, 0.47, 0.67, 0.958, 1.359]

C)

Real: [-2.0, -1.80, -1.62, -1.46, -1.3359, -1.238, -1.166, -1.1146, -1.078, -1.05, -1.0359]

Aproximado [-2, -1.8, -1.608, -1.438, -1.301, -1.199, -1.127, -1.079, -1.049, -1.029, -1.018]

Error [0.0, 0.0026, 0.012, 0.024, 0.034, 0.039, 0.0388, 0.0349, 0.029, 0.023, 0.0178]

D)

Real: [0.333, 0.212, 0.162, 0.164, 0.205, 0.27, 0.376, 0.50, 0.64, 0.8137, 1.0],

Aproximado [-0.5, -0.25, -0.099, 0.01, 0.110, 0.215, 0.33, 0.46, 0.618, 0.789, 0.979],

Error [0.833, 0.462, 0.262, 0.154, 0.095, 0.0623, 0.044, 0.0338, 0.0279, 0.0246, 0.0227]

5. Utilice los resultados del ejercicio 3 y la interpolación lineal para aproximar los siguientes valores de $y(t)$. Compare las aproximaciones asignadas para los valores reales obtenidos mediante las funciones determinadas en el ejercicio 4.

a. $y(0.25)$ y $y(0.93)$

b. $y(t) = y(1.25)$ y $y(1.93)$

c. $y(2.10)$ y $y(2.75)$

d. $y(t) = y(0.54)$ y $y(0.94)$

Respuesta:

A: No se puede evaluar porque su intervalo va de 1 a 2.

B:

t = 1.25, Error: 0.023930903973006623

t = 1.93, Error: 0.18780121684809004

C: No se puede evaluar porque su intervalo es de 0 a 2

D:

t = 0.54, Error: 0.052001837579916554

t = 0.94, Error: 0.021381759033898495

6. Use el método de Taylor de orden 2 para aproximar las soluciones para cada uno de los siguientes problemas de valor inicial.

a. $y' = te^{3t} - 2y, 0 \leq t \leq 1, y(0) = 0$, con $h = 0.5$

b. $y' = 1 + (t - y)^2, 2 \leq t \leq 3, y(2) = 1$, con $h = 0.5$

c. $y' = 1 + y/t, 1 \leq t \leq 2, y(1) = 2$, con $h = 0.25$

d. $y' = \cos 2t + \sin 3t, 0 \leq t \leq 1, y(0) = 1$, con $h = 0.25$

Respuesta:

A: 2.0232

B: 2.425

C: 5.344

D: 2.20

7. Repita el ejercicio 6 con el método de Taylor de orden 4

Respuesta:

A: 4.2635

B: 2.4832

C: 5.273

D: 1.833