ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS
INGENIERÍA DE SISTEMAS INFORMÁTICOS Y DE COMPUTACIÓN

Fabian Alexander Simbaña Pinduisaca

Gr1

15/6/2024

1. Determine el orden de la mejor aproximación para las siguientes funciones, usando la Serie de Taylor y el Polinomio de Lagrange:

Para las ecuaciones dadas usaremos tanto la serie de Taylor como el polinomio de Lagrange que tienen las siguientes formulas:

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!}(x - x_0)^k$$

También hay que resaltar que cuando X_0 es 0 la serie de Taylor se le conoce como Maclaurin.

$$P(x) = \sum_{k=0}^{n} f(x_k)L_k(x)$$

Donde

$$L_k(x) = \prod_{\substack{i=0 \\ i \neq k}}^{n} \frac{x - x_i}{x_k - x_i}$$

a) $\frac{1}{25*x^2+1}, x_0 = 0$

Ejecutando el código obtenemos los siguientes resultados

Polinomios de Taylor para a):

Orden 2: $1 - 25x^2$

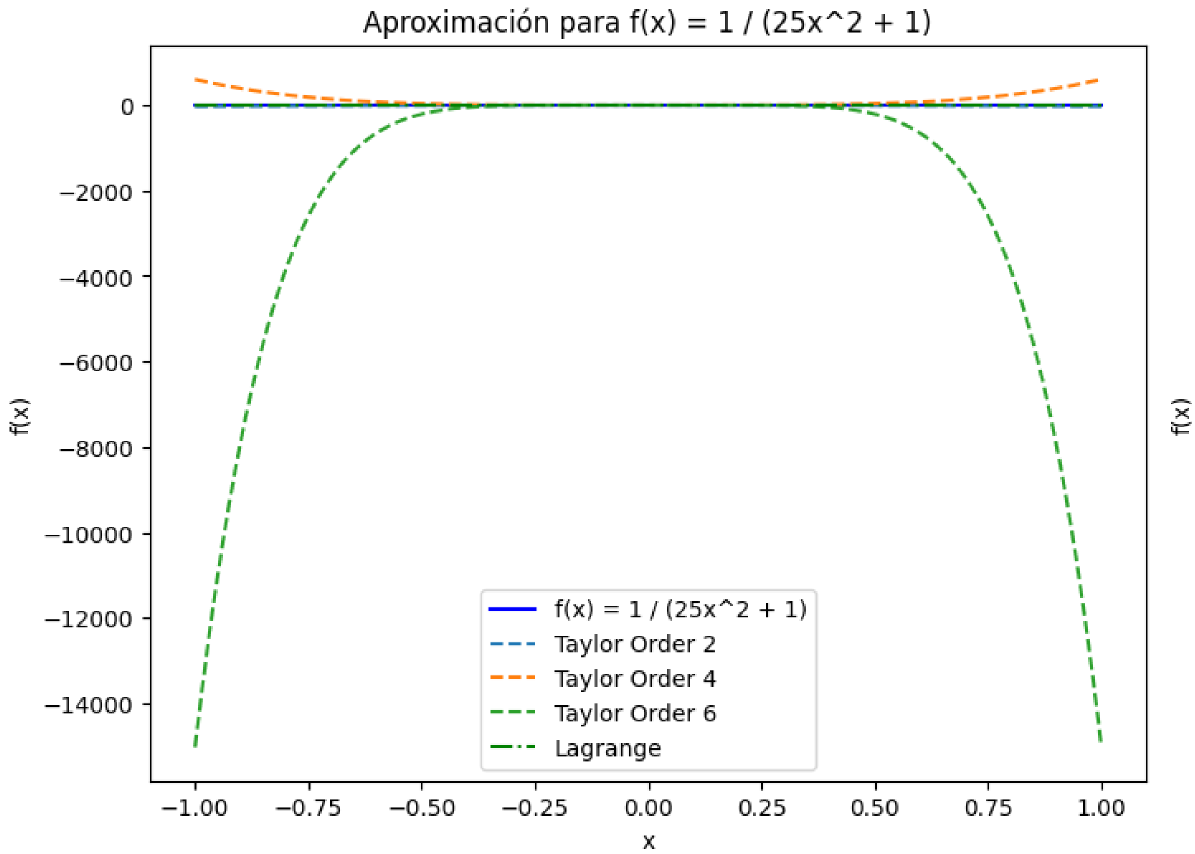
Orden 4: $625x^4 - 25x^2 + 1$

Orden 6: $-15625x^6 + 625x^4 - 25x^2 + 1$

Polinomio de Lagrange para a):

$$-0.961538461538461x^2$$

Gráficamente lo observamos de la siguiente manera



b) $\arctan(x), x_0 = 1$

Ejecutando el código obtenemos los siguientes resultados

Polinomios de Taylor para b):

Orden 2: $-\frac{x^2}{4} + x - \frac{3}{4} + \frac{\pi}{4}$

Orden 4: $\frac{x^3}{12} - \frac{x^2}{2} + \frac{5x}{4} - \frac{5}{6} + \frac{\pi}{4}$

Orden 6: $\frac{x^6}{48} - \frac{3x^5}{20} + \frac{7x^4}{16} - \frac{7x^3}{12} + \frac{x^2}{16} - \frac{63}{80} + \frac{\pi}{4}$

Polinomio de Lagrange para b):

$$x(1.0172219789785 - 0.231823804500403x)$$

Gráficamente lo observamos de la siguiente manera