

Tarea 8

Nombre: Luis Enrique Pérez Señalín.

CONJUNTO DE EJERCICIOS

Fórmula de mínimos cuadrados:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

1. Dados los datos:

x_i	4.0	4.2	4.5	4.7	5.1	5.5	5.9	6.3	6.8	7.1
y_i	102.56	130.11	113.18	142.05	167.53	195.14	224.87	256.73	299.50	326.72

a. Construya el polinomio por mínimos cuadrados de grado 1 y calcule el error.

$$SM = \sum_{i=1}^n (y_i - (B_0 + xB_1))^2$$

b. Construya el polinomio por mínimos cuadrados de grado 2 y calcule el error.

$$SM = \sum_{i=1}^n (y_i - (ax^2 + bx + c))^2$$

c. Construya el polinomio por mínimos cuadrados de grado 3 y calcule el error.

$$SM = \sum_{i=1}^n (y_i - (ax^3 + bx^2 + cx + d))^2$$

d. Construya el polinomio por mínimos cuadrados de la forma be^{ax} y calcule el error.

$$SM = \sum_{i=1}^n (y_i - (be^{ax_i}))^2$$

e. Construya el polinomio por mínimos cuadrados de la forma bx^a y calcule el error.

$$SM = \sum_{i=1}^n (y_i - (bx^a))^2$$

Método de resolución:

Se utilizó las librerías de sympy para resolver ecuaciones y numpy para funciones matemáticas como calcular el exponente de un valor.

Para separar la lógica se creó un archivo Python con las funciones principales para calcular el resultado de los polinomios y también para graficar los resultados, dentro del notebook de jupyter se llaman a las funciones y se calcula el "MSE" (Error cuadrático medio).

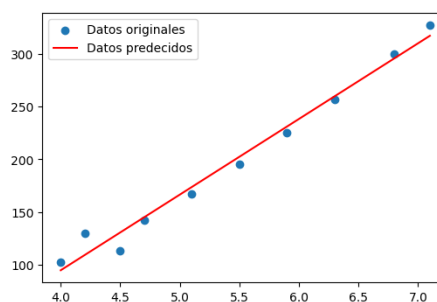
Resultados:

a.

Polinomio

$$y_i + 191.57 - x71.61 = 0$$

b0: -191.572418526473, b1: 71.6102437202353, error: 105.88388862638901

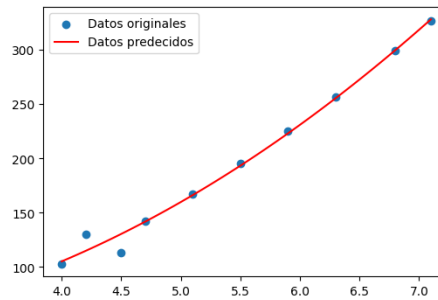


b.

Polinomio

$$y_i - 8.21x^2 + 19.30x - 51 = 0$$

a: 8.21707232027677, b: -19.3086037920577, c: 51.0007893901555, error: 55.16562001170247

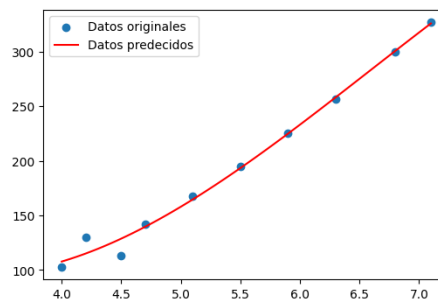


c.

Polinomio

$$y_i + 2.60x^3 - 51.56x^2 + 254.87x - 469.16 = 0$$

a: -2.60683872291, b: 51.5609569358, c: -254.874783382, d: 469.163265281, error: 51.838306474030

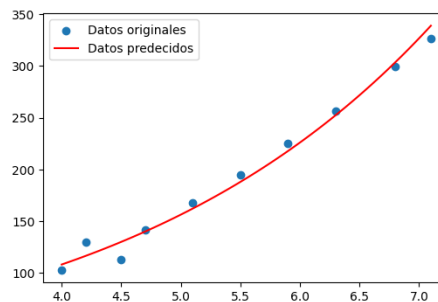


d.

Polinomio

$$y_i - 24.77e^{0.36x} = 0$$

'a': 0.3684766238316912, 'b': 24.776723697838264, error: 82.10051092575841

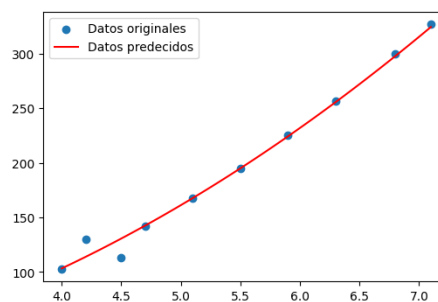


e.

Polinomio

$$y_i - 6.51x^{1.99} = 0$$

'a': 1.993284578947818, 'b': 6.518682345786362, error: 58.15572726014282



2. Repita el ejercicio 5 para los siguientes datos.

x_i	0.2	0.3	0.6	0.9	1.1	1.3	1.4	1.6
y_i	0.050446	0.098426	0.33277	0.72660	1.0972	1.5697	1.8487	2.5015

Métodos de resolución:

Se utilizó el mismo método que se usó para resolver la pregunta 1.

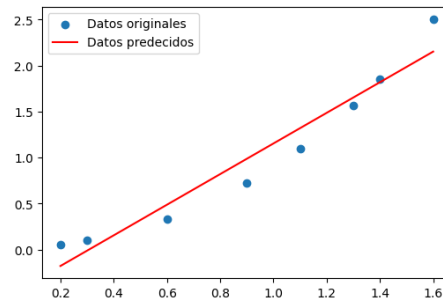
Resultados:

a.

Polinomio

$$y_i + 0.51 - x1.66 = 0$$

b0: -0.512456824000000, b1: 1.66554008000000, error: 0.04194873196993601

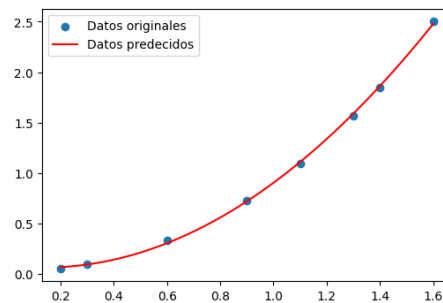


b.

Polinomio

$$y_i - 1.129x^2 + 0.311x - 0.085 = 0$$

a: 1.12942386701952, b: -0.311403456830963, c: 0.0851439325173668, error: 0.00030248936617833984

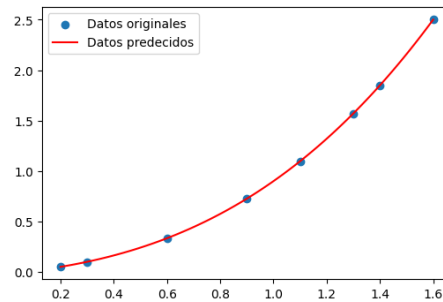


c.

Polinomio

$$y_i - 0.266x^3 - 0.402x^2 - 0.248x + 0.018 = 0$$

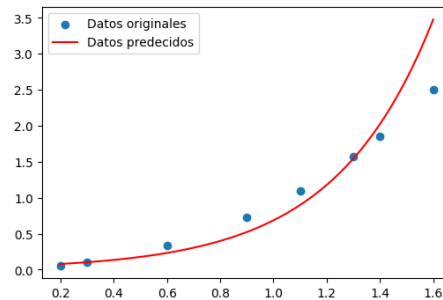
a: 0.2662080977, b: 0.4029322130, c: 0.2483857841, d: -0.01840139929622, error: 6.3433394445e-07



d. Polinomio

$$y_i - 0.0457e^{2.70x} = 0$$

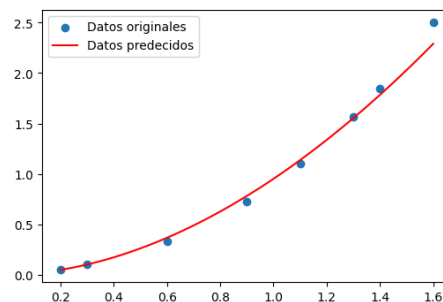
'a': 2.707294686913415, 'b': 0.045707480695330406, error: 0.13438106289864651



e. Polinomio

$$y_i - 0.95x^{1.872} = 0$$

'a': 1.872009284326524, 'b': 0.9501564755920636, error: 0.006809597528292772



3. La siguiente tabla muestra los promedios de puntos del colegio de 20 especialistas en matemáticas y ciencias computacionales, junto con las calificaciones que recibieron estos estudiantes en la parte de matemáticas de la prueba ACT (Programa de Pruebas de Colegios Americanos) mientras estaban en secundaria. Grafique estos datos y encuentre la ecuación de la recta por mínimos cuadrados para estos datos.

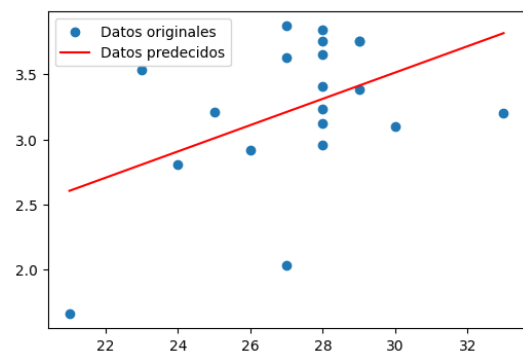
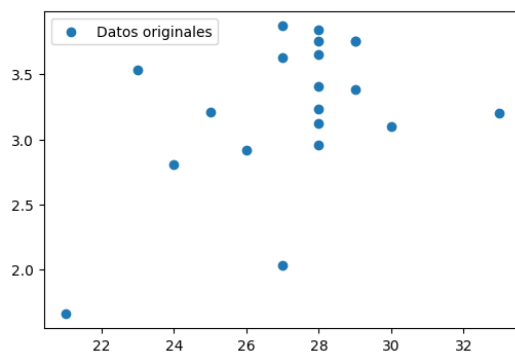
Puntuación ACT	Promedio de puntos	Puntuación ACT	Promedio de puntos
28	3.84	29	3.75
25	3.21	28	3.65
28	3.23	27	3.87
27	3.63	29	3.75
28	3.75	21	1.66
33	3.20	28	3.12
28	3.41	28	2.96
29	3.38	26	2.92
23	3.53	30	3.10
27	2.03	24	2.81

Métodos de solución:

Se utilizó el mismo método que se usó para resolver la pregunta 1.

Polinomio: $y_i - 0.48 - x0.1 = 0$

b0: 0.486575663026521 b1: 0.100858034321373



4. El siguiente conjunto de datos, presentado al Subcomité Antimonopolio del Senado, muestra las características comparativas de supervivencia durante un choque de automóviles de diferentes clases. Encuentre la recta por mínimos cuadrados que aproxima estos datos (la tabla muestra el porcentaje de vehículos que participaron en un accidente en los que la lesión más grave fue fatal o seria).

Tipo	Peso promedio	Porcentaje de presentación
1. Regular lujoso doméstico	4800 lb	3.1
2. Regular intermediario doméstico	3700 lb	4.0
3. Regular económico doméstico	3400 lb	5.2
4. Compacto doméstico	2800 lb	6.4
5. Compacto extranjero	1900 lb	9.6

Métodos de solución:

Se utilizó el mismo método que se usó para resolver la pregunta 1.

Polinomio: $y_i - 13.14 + x0.0022 = 0$

$b_0: 13.1464995678479, b_1: -0.00225496974935177$

