

MA0748 - FISICA PER I DISPOSITIVI IOT

Lorenzo Santi

AA 2022/23 – Lezione 4 09/03/2023

Argomenti della lezione di oggi

- La conduzione elettrica nei materiali
 - La resistenza elettrica
- La resistività
- La legge di Ohm
- L'effetto Joule
- Conduttori ed isolanti
- Dipendenza della resistività dalla temperatura
 - Conduttori
 - Isolanti
- Semiconduttori

La conduzione elettrica nei materiali

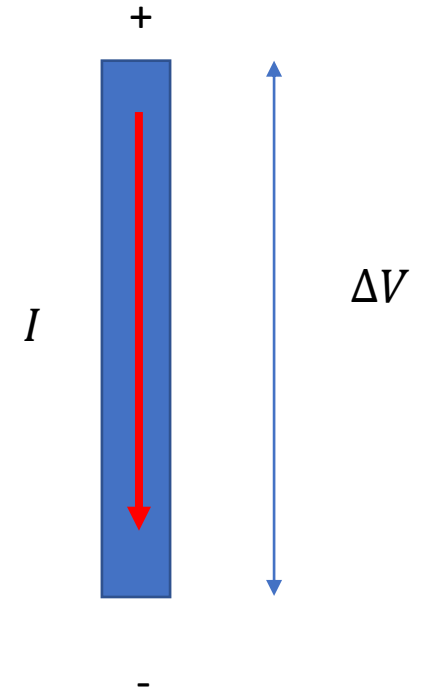
la resistenza elettrica

Nella conduzione di una corrente elettrica I tra due punti di un materiale posti ad una differenza di potenziale ΔV (ad esempio tra i capi della barretta metallica di figura) il rapporto

$$R = \frac{\Delta V}{I}$$

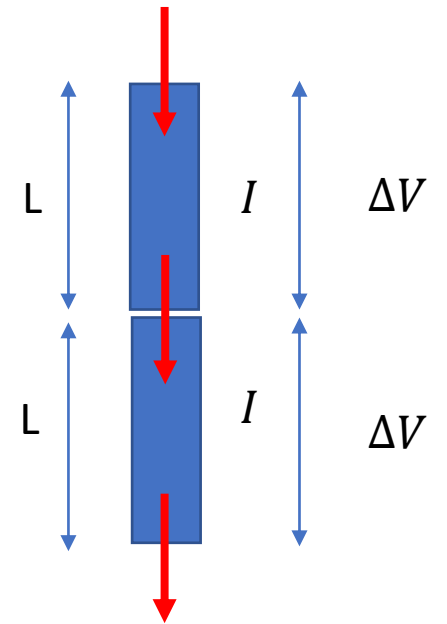
descrive con quanta «difficoltà» la corrente fluisca. Tale rapporto R viene chiamato **resistenza elettrica** ed è una proprietà dell'oggetto, **dipendente dal tipo di materiale di cui è costituito e dalla sua geometria**.

Nel Sistema Internazionale la resistenza viene misurata in Volt / A, unità che viene anche chiamata **Ohm** (Ω).



La dipendenza della resistenza elettrica dalla geometria dell'oggetto è relativamente semplice da ricavare.

Consideriamo un conduttore della forma di un'asta lunga L ed applichiamo alle sue estremità una differenza di potenziale ΔV , ottenendo una corrente I .



La resistenza di questa asta sarà data dal rapporto $R = \Delta V / I$.

Consideriamo ora un'asta lunga $2L$, ottenuta saldando alle estremità due aste eguali, di lunghezza L .

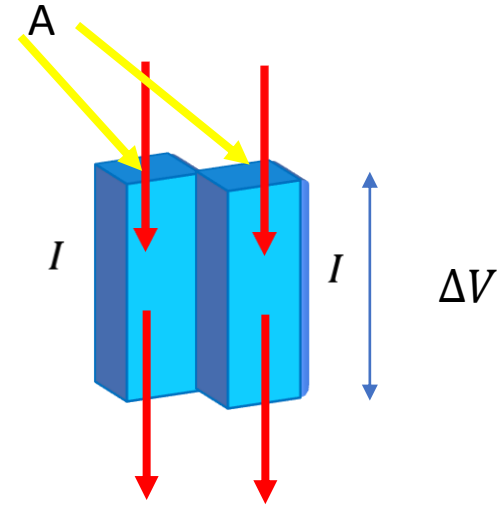
Per la legge della conservazione della carica, di nuovo abbiamo che la corrente circolante è I lungo tutta la lunghezza $2L$ dell'asta saldata. Però la differenza di potenziale attraversata dalla corrente è doppia: $\Delta V + \Delta V$ e quindi la nuova resistenza è $R' = 2\Delta V / I = 2R$.

In maniera analoga si ottiene che considerando un'asta lunga $L_{tot} = n L$, la resistenza aumenterà di un fattore n : la **resistenza è proporzionale alla lunghezza L_{tot} del conduttore**

$$R \propto L_{tot}$$

In maniera analoga, si vede che la resistenza dell'asta dipende anche dall'area A della sezione attraverso la quale fluisce la corrente.

Prendiamo due aste uguali e poniamole una accanto all'altra (**in parallelo**): quando alle loro estremità viene applicata la stessa differenza di potenziale ΔV , in ciascuna di esse circola la stessa corrente I .



Complessivamente, la corrente che circola nelle due aste sarà $2I$ e la resistenza del conduttore formato dalle due aste in parallelo sarà

$$R' = \Delta V / 2I = R/2$$

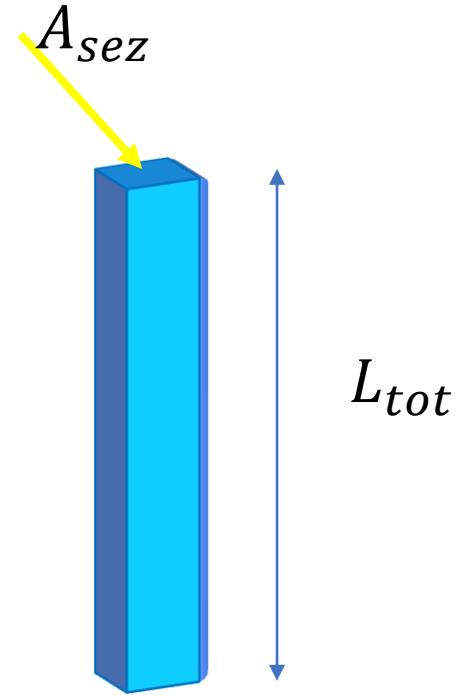
Considerando n aste poste in parallelo, la resistenza diminuirà di un fattore n : poiché l'area della sezione del conduttore così realizzato è $A_{sez} = n A$, risulta che la **resistenza è inversamente proporzionale all'area A_{sez} della sezione del conduttore**

$$R \propto 1/A_{sez}$$

La resistività

Abbiamo visto come la resistenza di un conduttore (supposto composto da un **materiale allo stato solido**) dipenda dalla geometria dell'oggetto secondo la relazione

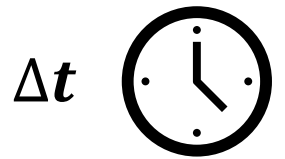
$$R \propto L_{tot} / A_{sez}$$



La costante di proporzionalità nella precedente relazione viene chiamata **resistività** ρ del materiale

$$R = \rho \, L_{tot} / A_{sez}$$

La resistività è una grandezza il cui valore viene espresso in **Ohm metro** ($\Omega \text{ m}$), anche se di uso comune è pure l'unità $\Omega \text{ cm}$



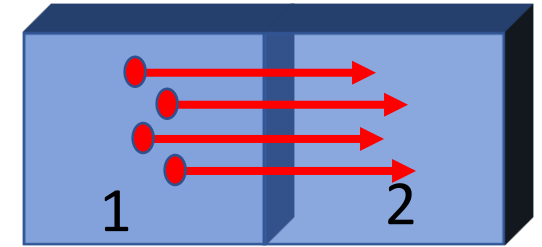
La resistività di un materiale dipende dal numero di cariche libere di muoversi in esso e quindi di condurre corrente (**portatori di carica**).

Poiché ogni carica si comporta in maniera indipendente dalle altre, la carica complessiva che fluisce attraverso una superficie in un intervallo di tempo Δt è proporzionale al numero di portatori di carica coinvolti

Più esattamente la corrente risulta essere proporzionale alla densità volumetrica dei portatori di carica $n_{portatori}$ (cioè il numero di portatori per unità di volume).

Ne segue quindi che la resistività è inversamente proporzionale a $n_{portatori}$

$$\rho \propto 1/n_{portatori}$$



La legge di Ohm

La resistività di un materiale omogeneo è una quantità che in generale dipende dallo stato in cui si trova il materiale stesso.

La resistività può dipendere anche dal valore della differenza di potenziale ΔV applicata: abbiamo visto che per ΔV elevate ci può essere una moltiplicazione del numero di cariche di conduzione, con un aumento della corrente circolante (fino ad arrivare alla scarica distruttiva).

Per differenze di potenziale non troppo elevate, si trova empiricamente che la resistività dipende in maniera trascurabile dalla ΔV applicata (a parità delle altre variabili di stato, ad esempio la temperatura).

Questo viene riassunto nella cosiddetta **legge di Ohm: la resistenza di un conduttore omogeneo è indipendente dalla differenza di potenziale applicata ai suoi estremi.**

Questa legge non va confusa con la relazione

$$R I = \Delta V$$

che semplicemente definisce la grandezza resistenza.

Come conseguenza della legge di Ohm, anche la resistività ρ del materiale è indipendente dalla ΔV applicata.

Come la resistenza R , anche la resistività ρ dipende dallo stato del materiale, in particolare dalla sua temperatura T

$$\rho = \rho(T)$$

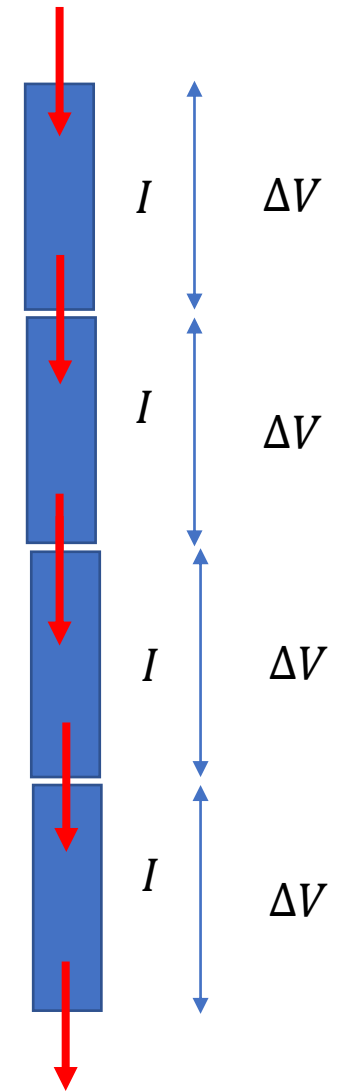
L'effetto Joule

Un conduttore, per effetto del passaggio di corrente in esso, tende a scaldarsi. Questo fenomeno, chiamato **effetto Joule**, può essere giustificato a partire dalla legge di Ohm e dalle due leggi di conservazione che abbiamo visto finora: la conservazione dell'energia e la conservazione della carica elettrica.

Per fare ciò, consideriamo un conduttore idealmente suddiviso in un certo numero di elementi identici connesse in serie.

Lungo tutto il conduttore fluisce una corrente I : per la conservazione della carica, abbiamo che tale corrente è la stessa in tutti gli elementi di cui è costituito il conduttore.

Inoltre, poiché gli elementi sono identici, hanno la stessa resistenza R e quindi agli estremi di ciascun elemento la differenza di potenziale $R I = \Delta V$ è sempre la stessa.



Esaminiamo ora la situazione dal punto di vista energetico.

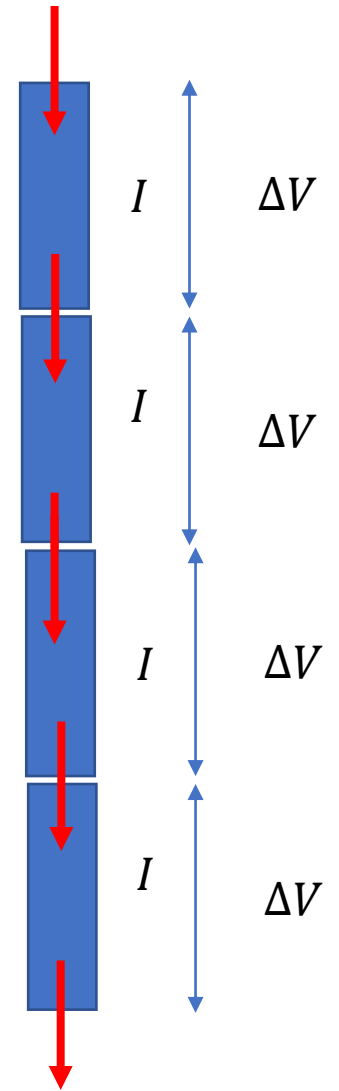
Per semplificare il ragionamento, supporremo che la corrente I che fluisce attraverso la superficie di separazione tra due elementi contigui sia conseguenza del moto della carica Q contenuta in un elemento attraverso tale superficie.

Dalla conservazione dell'energia (considerando solo i termini del potenziale elettrico e dell'energia cinetica della carica) si avrà

$$Q \Delta V + \Delta K(v) = 0$$

Poiché il moto delle cariche avviene tendenzialmente verso il punto di potenziale di segno opposto (cariche positive verso un potenziale minore e viceversa) avremo

$$Q \Delta V < 0 \rightarrow \Delta K(v) > 0$$

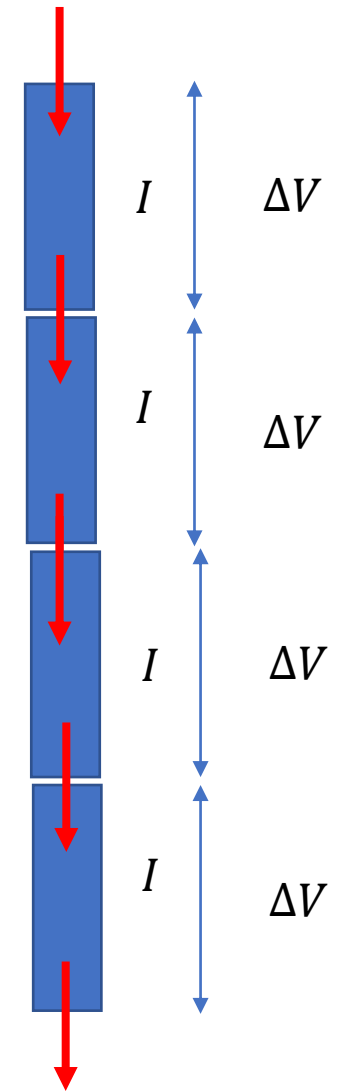


Ma se l'energia cinetica della carica Q aumenta, significa che aumenta pure la sua velocità. Ne segue che nel successivo passaggio attraverso la superficie di delimitazione tra due elementi la carica impiega un tempo $\Delta t'$ inferiore a quello precedente, Δt .

Questo implica che la corrente nell'elemento successivo al primo, la corrente $I' = Q/\Delta t'$, è maggiore di $I = Q/\Delta t$, la corrente nel precedente, il che è in contrasto con l'uniformità della corrente in tutto il conduttore.

La ragione di questo risultato contraddittorio è che nella espressione dell'energia totale deve essere considerato un termine di energia interna $U_{int}(T)$ dipendente dalla temperatura dell'oggetto e quindi

$$Q \Delta V + \Delta K(v) + \Delta U_{int}(T) = 0$$



Poiché si osserva che la corrente è uniforme in tutto il conduttore, l'energia cinetica della carica Q in moto non deve variare $\Delta K(v) = 0$, e quindi

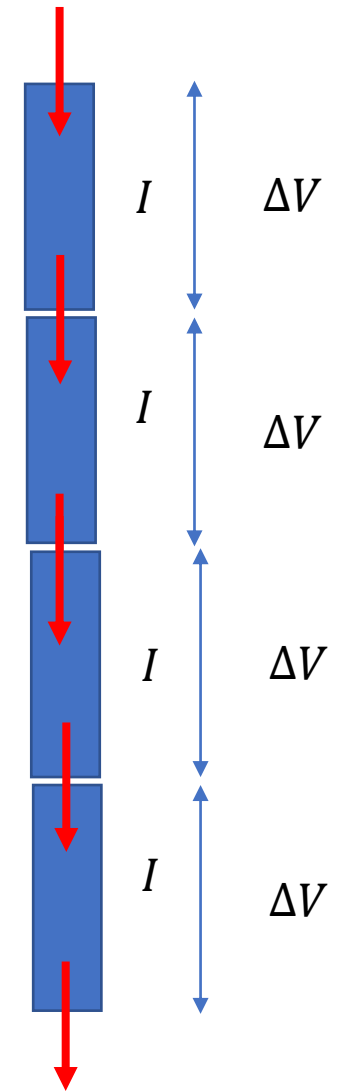
$$\Delta U_{int}(T) = -Q \Delta V > 0$$

(abbiamo sempre che nel moto delle cariche nel conduttore, $Q \Delta V < 0$).

Se ci svincoliamo dall'intervallo di tempo Δt in cui fluisce la carica Q in un elemento, possiamo definire la potenza P

$$P \equiv \frac{\Delta U_{int}}{\Delta t} = -\frac{Q}{\Delta t} \Delta V = -I \Delta V$$

che viene dissipata sotto forma di energia termica nel materiale.



Questa potenza, se non è dissipata verso l'esterno, fa aumentare la temperatura del conduttore.

Questo è quanto accade nelle lampadine ad incandescenza (o quelle alogene): il passaggio di corrente nel filamento ne provoca il riscaldamento, fino a che, raggiunte temperature dell'ordine di 1800-2000 °C, viene emessa radiazione luminosa, dissipando verso l'esterno la potenza generata dall'effetto Joule.

(Nel processo, con l'aumento della temperatura, la resistenza elettrica del filamento aumenta di circa un ordine di grandezza)



Conduttori ed isolanti

In base alla resistività i materiali possono essere classificati in due categorie (i valori riportati sono ad una temperatura di 20°C).

- **Materiali conduttori:** hanno una resistività tipica di $10^{-8} - 10^{-7} \Omega \text{ m}$ (ad esempio: rame $1.68 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$, tungsteno $5.6 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}$, acciaio $1.43 \cdot 10^{-7} \Omega \text{ m}$)

Sono tipicamente dei metalli, anche se ci sono casi di conduttori speciali, come la grafite (resistività $\cong 10^{-6} \Omega \text{ m}$)

- **Materiali isolanti:** hanno una resistività superiore a $10^{10} \Omega \text{ m}$ (ad esempio Teflon $\cong 10^{24} \Omega \text{ m}$)

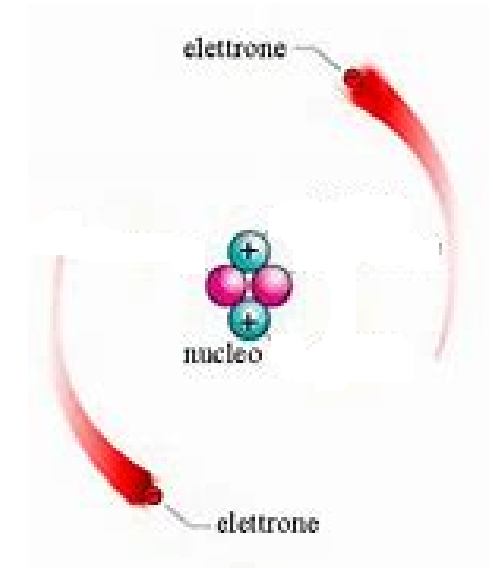
Quale è la ragione per cui i conduttori e gli isolanti hanno proprietà di conduzione elettrica così diverse?

Dopo tutto, essi sono costituiti da atomi, che a loro volta sono formati da un nucleo «pesante» carico positivamente e da un certo numero Z di elettroni che si muovono attorno al nucleo.

La ragione è che gli elettroni sono delle particelle con proprietà peculiari.

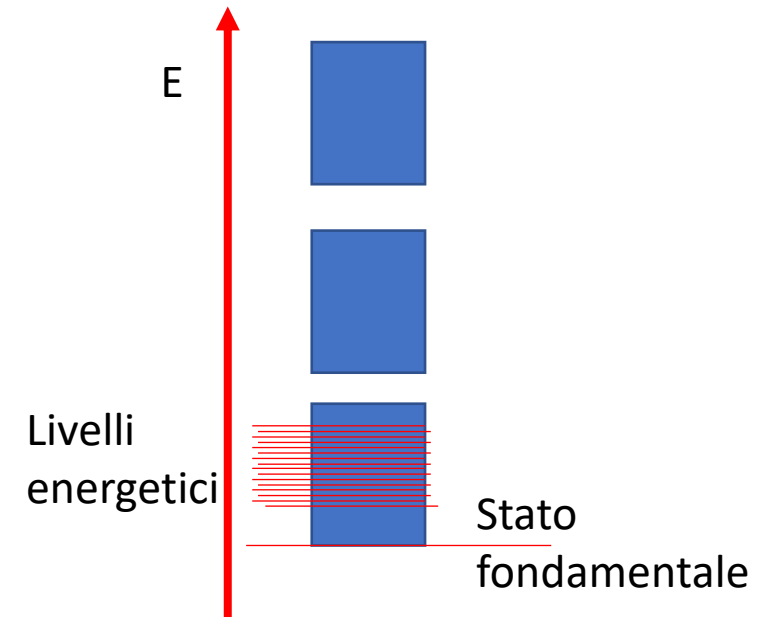
Ogni particella ha un ben definito stato, descritto ad esempio dal valore della sua energia (ci sono anche altre grandezze di stato, ma ci limiteremo a considerare l'energia).

Gli elettroni obbediscono al cosiddetto **principio di esclusione di Pauli**: **due elettroni non possono avere lo stesso stato** (cioè, ai fini del ragionamento, non possono avere la stessa energia)



In un modello semplificato in cui due elettroni non possono avere lo stesso stato in energia, gli elettroni di una certa quantità di materiale hanno energie tutte diverse fra di loro.

In un materiale cristallino però queste energie non possono avere un valore qualsiasi, ma solo **ben determinati valori, i livelli energetici elettronici** della struttura.

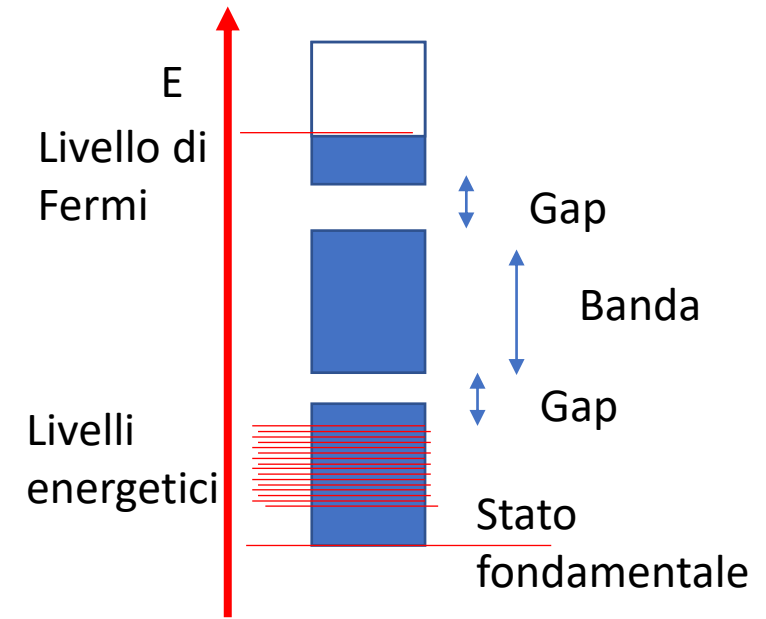


I livelli energetici hanno un livello minimo in energia, chiamato **stato fondamentale**, e poi sono distribuiti discretamente per valori di energia crescenti (la distribuzione discreta significa che in un certo intervallo di valori di energia, sono definiti un numero molto grande di livelli, ma comunque finito).

I livelli energetici sono così densi nella distribuzione in energia che la differenza tra due contigui di norma non è misurabile.

Vi sono delle eccezioni nella distribuzione estremamente densa dei livelli energetici: ci sono degli intervalli di energia estesi (chiamati **gap**) nei quali non sono permessi dei livelli energetici.

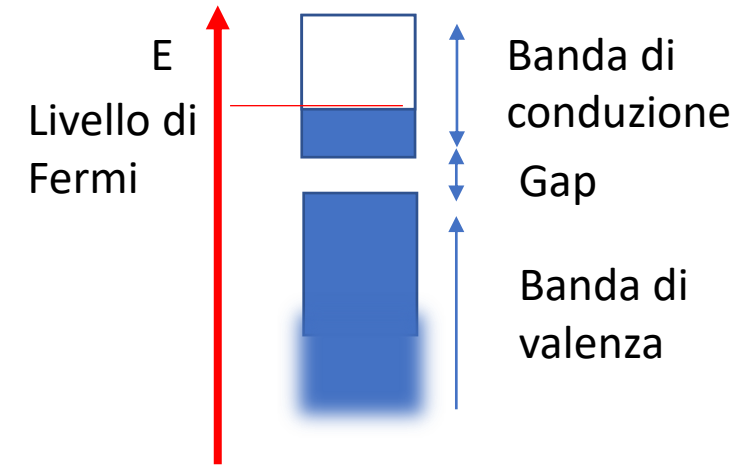
Questi gap formano delle strutture nella distribuzione dei livelli, chiamate **bande**, nelle quali i livelli sono distribuiti fittamente, separate da intervalli di energia proibita.



Gli elettroni **di norma** si distribuiscono in modo da ridurre l'energia complessiva del sistema e quindi riempiono i livelli fino ad un **valore massimo di energia**, associato a quello del cosiddetto **livello di Fermi**. Il livello di Fermi è definito dal numero complessivo degli elettroni del materiale, che devono riempire tutti i livelli ad energia inferiore.

Trascurando le bande ad energie più basse, le bande rilevanti per il fenomeno di conduzione di corrente sono due

- La banda di energia più bassa non occupata da elettroni almeno parzialmente, chiamata **banda di conduzione**.
- La banda immediatamente sottostante, chiamata **banda di valenza**.



La banda di conduzione viene chiamata così perché gli elettroni in essa contenuti possono variare la propria energia sotto l'effetto di una differenza di potenziale esterna, contribuendo alla circolazione di una corrente.

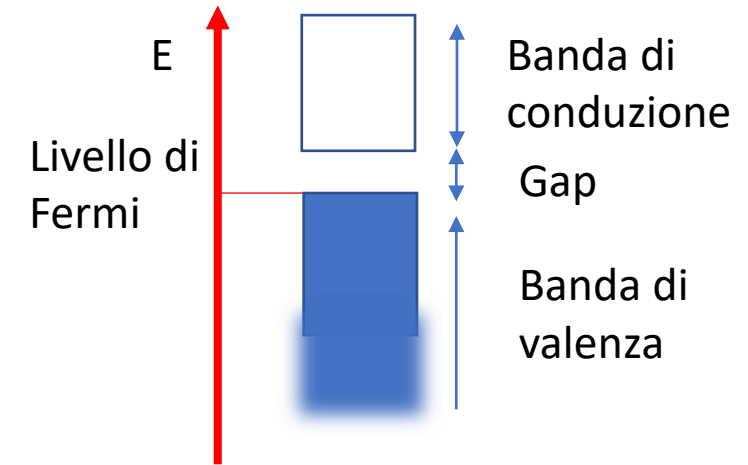
Questo è quanto succede nei metalli, per i quali il livello di Fermi si trova nella banda di conduzione e quindi ci sono degli elettroni liberi di muoversi nel reticolo cristallino.

Negli isolanti invece il livello di Fermi è sul limite superiore della banda di valenza, e quindi quella di conduzione è vuota (in condizioni di minimo di energia del sistema complessivo).

Gli elettroni nella banda di valenza non sono liberi di muoversi, perché non possono assorbire energia per effettuare il moto (lo potrebbero fare solo superando il gap con la banda di conduzione, cosa che normalmente non possono fare).

Gli elettroni nella banda di valenza sono quindi strettamente legati agli atomi a cui appartengono.

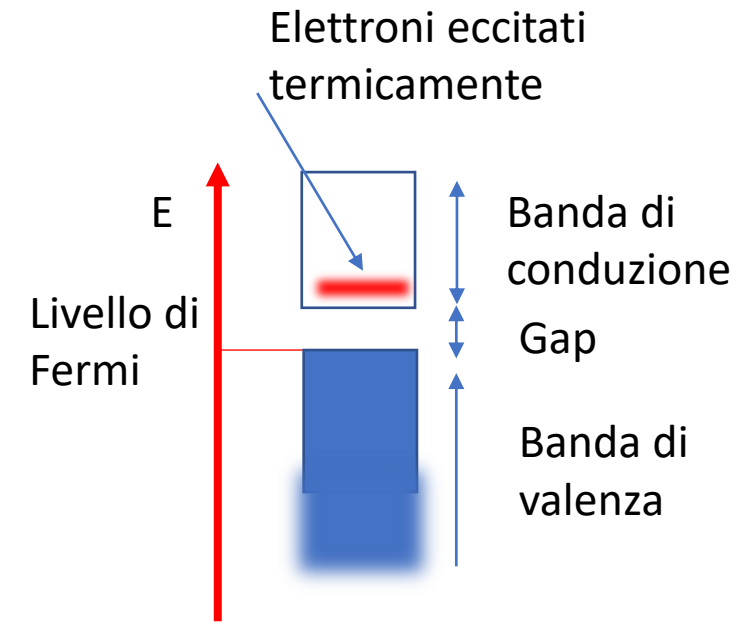
Se però il materiale è eccitato, ad esempio è ad un valore di temperatura non trascurabile, alcuni elettroni della banda di valenza possono assumere una quantità di energia sufficiente a superare il gap con la banda di conduzione.



Questi **elettroni eccitati termicamente nella banda di valenza** contribuiscono alla **conduzione elettrica**.

La frazione di questi elettroni, comunque piccola rispetto al totale, contribuisce alla conduzione elettrica.

La resistività, pur essendo molto alta, risulta essere finita.



Dipendenza della resistività dalla temperatura

Conduttori

La resistività dei conduttori aumenta con l'aumentare della temperatura.

Una buona approssimazione di questa dipendenza è lineare, del tipo

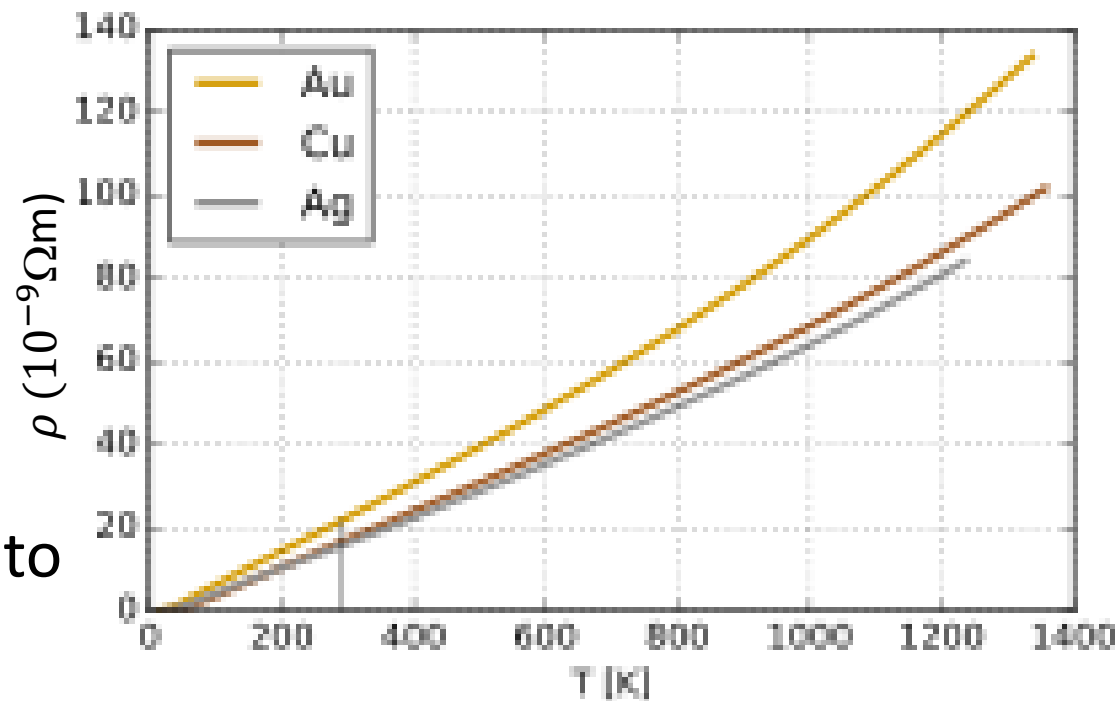
$$\rho(T) = \rho(T_0)(1 + A(T - T_0))$$

Ove $T_0 = 20^\circ$ è la temperatura di riferimento e A un coefficiente di temperatura (unità $1/K$).

Ad esempio

rame $A = 3.8 \cdot 10^{-3} 1/K$

tungsteno $A = 4.5 \cdot 10^{-3} 1/K$

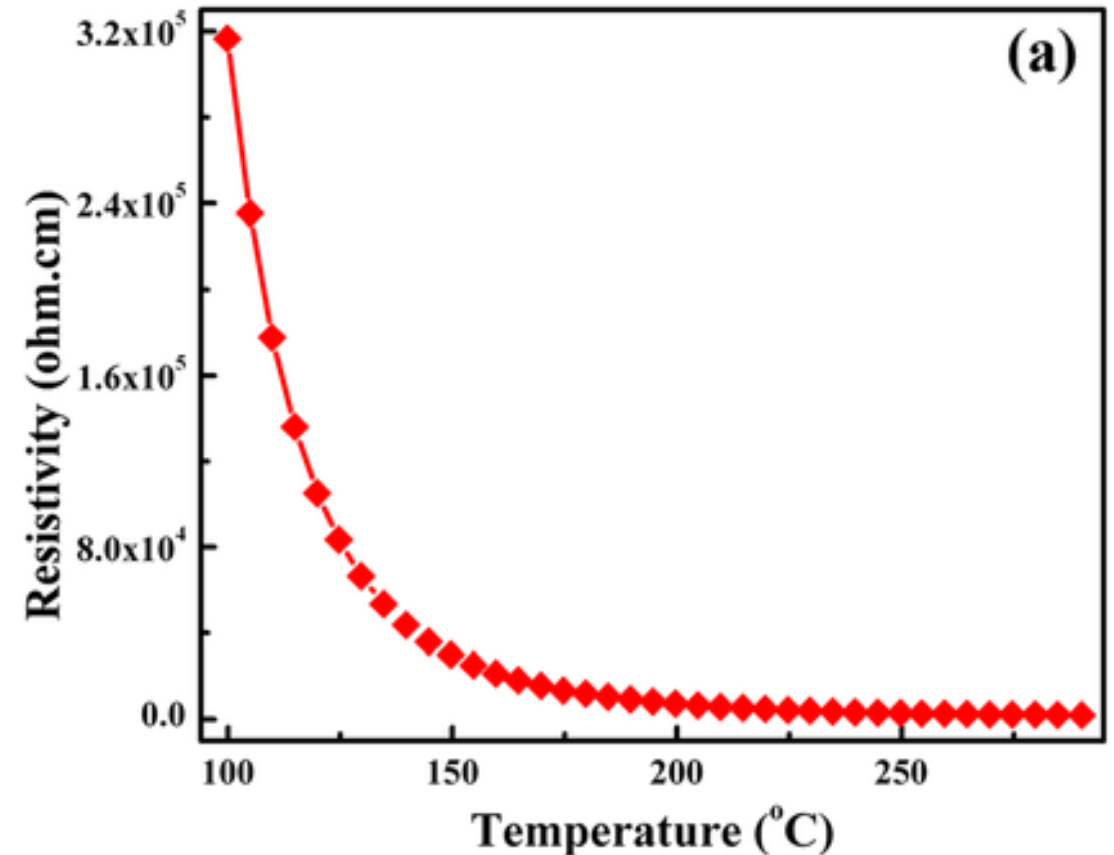


Dipendenza della resistività dalla temperatura

Isolanti

Negli isolanti gli elettroni di conduzione sono estremamente rari, ma il loro numero cresce molto rapidamente con l'aumentare della temperatura (più elettroni di valenza riescono a passare nella banda di conduzione).

Ne segue una diminuzione altrettanto rapida della resistività.



In figura vediamo il caso del silicio: passando da 100° a 150° , la resistività diminuisce di circa un fattore 10. (La resistività rimane comunque diversi ordini di grandezza superiore a quella dei metalli)

Semiconduttori

I semiconduttori sono simili agli isolanti, nel senso che il loro livello di Fermi esclude la banda di conduzione. Il gap tra la banda di valenza e quella di conduzione è però minore, per cui a parità di temperatura, la frazione di elettroni eccitati per l'energia termica è molto maggiore.

Questo si traduce in una resistività molto minore di quella degli isolanti, piazzando i semiconduttori in una regione intermedia.

Resistività tipiche a 20° di materiali intrinseci (puri)

Germanio $4.6 \cdot 10^{-1} \Omega\text{m}$

Silicio $2.3 \cdot 10^3 \Omega\text{m}$

La dipendenza della resistività dalla temperatura poi è simile a quella degli isolanti, per lo meno in un intervallo di temperature abbastanza ampio.

