	Université Abdelmalek Essaâdi **Ecole Normale Supérieure**	
Licence d'éducation Spécialité: Maths Matière: Analyse	SERIE (3)	Année scolaire: 2023/2024 Semestre: 2 Prof: EL ALAMI LAAROUSSI Adil

Exercice 1

Les intégrales suivantes sont-elles convergentes:

$$I_1 = \int_1^e ln(t-1)\,dt,\ \ I_2 = \int_0^{+\infty} e^{-t^2+1}\,dt,\ \ I_3 = \int_0^{+\infty} tcos(t)e^{-2t}\,dt,\ I_4 = \int_0^{+\infty} ln(2t)e^{-2t}\,dt$$

$$I_5 = \int_0^{+\infty} \frac{2}{e^t-1}dt,\quad I_6 = \int_0^{+\infty} \frac{te^{-2t}}{t^2+1}dt,\ \ I_7 = \int_0^1 sin\left(\frac{1}{t}\right)dt \text{ et } I_8 = \int_2^{+\infty} \frac{5}{t\left(ln(t)\right)^2}dt.$$

Exercice 2

Etudier la convergence des intégrales suivantes selon la valeur du paramètre α.

$$I_1 = \int_0^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha}dx,\quad I_2 = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-x}-1}{x^\alpha}dx \text{ et }\ \ I_3 = \int_0^{+\infty} \frac{1-sin(x)}{x^\alpha}dx$$

Exercice 3

Soit

$$I(\alpha) = \int_0^{+\infty} \frac{1}{(1+t^2)(1+t^\alpha)}dt.$$

1) Montrer que $I(\alpha)$ converge pour tout réel α.
2) En utilisant le changement de variable $t = \frac{1}{x}$, calculer cette intégrale.

Exercice 4

Soit

$$I(n) = \int_1^{+\infty} \frac{ln(t)}{t^n}dt$$

1) Etudier pour quelles valeurs de $n \in \mathbb{N}$ l'intégrale $I(n)$ converge.
2) Calculer $I(n)$ dans le cas où cette dernière est convergente.

Exercice 5

Soit f une fonction décroissante de $[\,a, +\infty\,[$ dans $\mathbb{R}^+$

1) Montrer que si $x \geq a$, l'inégalité: $xf(2x) \leq \int_x^{2x} f(t)\,dt$.
2) En déduire que si l'intégrale $\int_0^{+\infty} f(t)\,dt$ converge, alors $lim_{x\to+\infty} xf(x) = 0$.
3) Montrer par un contre-exemple que la réciproque est fausse.