	Université Abdelmalek Essaâdi **Ecole Normale Supérieure**	
Licence d'éducation **Spécialité : Maths**	**EXAMEN D'ANALYSE MATHEMATQUE**	Année scolaire : 2023/2024 Durée: deux heures

Exercice 1: (3 points) (6 × 0.5)

Calculer les intégrales suivantes :

$$I_1 = \int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{1}{arcos(t)\sqrt{1-t^2}}dt, \quad I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(t)\cos^5(t)\,dt, \quad I_3 = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan^2(t)\,dt$$

$$I_4 = \int_0^{\frac{\pi}{3}} e^{2t} ln(1+e^t)\,dt, \quad I_5 = \int_1^{e} \frac{1}{2+cos(t)}dt \quad u = tan\left(\frac{t}{2}\right) \quad et$$

$$I_6 = \int_{\sqrt{3}}^{+\infty} \frac{1}{t\sqrt{1+t^2}}dt \quad (u = tan(t))$$

Exercice 2: (4.5 points) (3 × 1.5)

Les intégrales suivantes sont-elles convergentes:

$$I_1 = \int_0^{+\infty} ln(t)\,dt, \; I_2 = \int_1^{+\infty} t^2 e^{-t}\,dt, \; I_3 = \int_1^{+\infty} \frac{ln(t)}{t^3}dt, \quad I_4 = \int_1^{+\infty} \left(1 - cos\left(\frac{1}{t}\right)\right)dt$$

Exercice 3: (4.5 points) (3 × 1.5)

Déterminer les valeurs de α pour lesquelles les intégrales suivantes sont convergentes :

$$I_1 = \int_0^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha(1+x^\alpha)}dx, \quad I_2 = \int_0^{+\infty} \frac{1-cos(x)}{x^\alpha}dx \quad et \quad I_3 = \int_0^{+\infty} \frac{ln((1+x^\alpha))}{x^{2\alpha}}dx$$

Exercice 4: (3 points)

On définit :

$$I = \int_0^{\pi} \cos^4(t)\,dt \text{ et } J = \int_0^{\pi} \sin^4(t)\,dt$$

1) Justifier que I peut s'écrire sous la forme : (0.5 pts)

$$I = \int_0^{\pi} cos(t)(cos(t) - \; cos(t)\sin^2(t))\,dt$$

2) A l'aide d'une intégration par parties, montrer la relation : (0.5 pts)

$$J = \int_0^{\pi} \sin^2(t)dt - \frac{1}{3}I$$

3) Montrer de même que : (1pt)

$$I = \int_0^{\pi} \cos^2(t)dt - \frac{1}{3}J$$

4) Donner les valeurs de $I + J$ et de $J - I$. En déduire celles de I et de J. (1pt)

Exercice 5: (2 points)

1) Monter que si f et g sont Riemann-intégrables sur $[a, b]$, alors fg est Riemann-intégrable sur $[a, b]$.
2) Montrer qu'une fonction f monotone sur $[a, b]$ est Riemann-intégrable sur $[a, b]$

Exercice 6: (3 points)

1) On définit pour tout $n \in \mathbb{N}$:

$$U_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x}\, dx$$

a) Calculer $U_{n+1} + U_n$. en déduire que (1pt)

$$U_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}}{k} + (-1)^k U_0$$

b) Déterminer (1pt)

$$\lim_{n\to+\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}}{k}$$

2) Exploiter (1pt)

$$V_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x^2}\, dx$$

Pour déterminer

$$\lim_{n\to+\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}}{2k+1}$$

	Université Abdelmalek Essaâdi **Ecole Normale Supérieure**	
Licence d'éducation **Spécialité : Maths**	**EXAMEN D'ANALYSE MATHEMATQUES**	Année scolaire : 2023/2024 Durée: deux heures

Exercice 1 (6 points) (8×0.75)

Calculer les intégrales suivantes:

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{3}} cos^3(t)\,dt, \quad I_2 = \int_1^e ln(t)e^t\,dt, \quad I_3 = \int_1^2 \frac{t^2}{t+1}dt, \quad I_4 = \int_0^1 arcsinx\,dx\,,$$

$$I_5 = \int_2^3 \frac{1}{t(t+1)}dt, \quad I_6 = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{tan^3(t)}{cos^2(t)}dt, \quad I_7 = \int_1^e \frac{1}{\sqrt[3]{t+2}}dt \;\; et \; I_8 = \int_1^e \frac{1}{t\sqrt{ln(t)+1}}dt$$

Exercice 2 **(6 points) (6×1)**

1) Les intégrales suivantes sont-elles convergentes:

$$I_1 = \int_1^{+\infty} \frac{1}{\left(ln(t)\right)^2}dt, \quad I_2 = \int_0^{+\infty} \frac{x^2}{1+e^x}dx \; et \;\; I_3 = \int_1^{+\infty} \frac{ln(t)}{t^2+1}dt$$

2) Etudier la convergence des intégrales suivantes selon la valeur du paramètre α.

$$I_1 = \int_0^{+\infty} \frac{x^{3\alpha}}{x^\alpha - sin(x^\alpha)}dx, \quad I_2 = \int_0^{+\infty} \frac{3e^{-x}-3}{x^{\alpha+2}}dx \quad e \quad I_3 = \int_0^{+\infty} \frac{1-cosx^\alpha}{x^{3\alpha}}dx\,.$$

Exercice 3 (6 points)

Soient $n \in \mathbb{N}$ et

$$I = \int \frac{\alpha x + \beta}{(x^2+bx+c)^n}dx$$

1) Déterminer p et q tels que (1pt)

$$I = \int \frac{\alpha x + \beta}{((x-p)^2+q)^n}dx$$

2) En utilisant le changement de variable $x = p + qt$, montrer que $t = \frac{x-p}{q}$ (1pt)

$$I = \alpha' \int \frac{t}{(t^2+1)^n}dt + \beta' \int \frac{1}{(t^2+1)^n}dt$$

$\alpha x + \beta$

3) Par la suite, posons

$$I_n = \int \frac{t}{(t^2+1)^n} dt \text{ et } J_n = \int \frac{1}{(t^2+1)^n} dt$$

a) Montrer que (2pts)

$$I_n = \begin{cases} \dfrac{-1}{2(n-1)(t^2+1)^{n-1}} + cte & si\, n \neq 1 \\ \dfrac{1}{2} ln(t^2+1) + cte & si \quad n = 1 \end{cases}$$

b) Calculer J_{n+1} en fonction de J_n. (2pts)

<u>Exercice 4</u> (2 points)

Soit

$$I(n) = \int_1^{+\infty} \frac{ln(t)}{t^n} dt$$

1) Etudier pour quelles valeurs de $n \in \mathbb{N}$ l'intégrale $I(n)$ converge. (1pt)
2) Calculer $I(n)$ dans le cas où cette dernière est convergente. (1pt)

Université Abdelmalek Essadi
Ecole Normale Supérieure
Martil

LE-Mathématiques 2023/2024
Semestre 2

18 mai 2024. | Contrôle continu : Analyse 3 | Durée : deux heures

Exercice 1. *(4 points)*
Soit $x \in \mathbb{R}^{+*}$ et $n \in \mathbb{N}$. En appliquant la formule de Taylor avec reste intégrale sur $[0, x]$ montrer que:

$$\left| e^x - \sum_{h=0}^{n} \frac{x^k}{k!} \right| \leq \frac{x^{n+1} e^x}{(n+1)!}$$

Exercice 2. *(4 points)*

1. *Montrer que :*
   $cos(3x) = 4cos^3(x) - 3cos(x)$
2. *Montrer que :*
   $(cos(3x))^{(n)} = 3^n cos(3x + n\pi/2)$ *pour tout* $n \in \mathbb{N}$.
3. *Montrer que :*
   $(cos^3(x))^{(n)} = \frac{1}{4}(3cos(x + n\pi/2) + 3^n cos(3x + n\pi/2))$
4. *Determiner le développement limité à l'orde 4, au voisinage de $\frac{\pi}{3}$, de la fonction:*
   $f(x) = cos(x)$

Exercice 3. *(6 points)*
Soit f la fonction définie par:

$$f(x) = \frac{e^{arcsin(x)} - \sqrt{1 - x^2}}{x}$$

1. *Montrer que $D_f = [-1, 0[\cup]0, 1]$*
2. *Donner le développement limité de la fonction f à l'ordre 2 au voisinage de 0.*
3. *Montrer que la fonction f admet un prolongement par continuité en 0 qu'on note $\tilde{f}$.*
4. *Etudier la dérivabilité de $\tilde{f}$ en 0.*
5. *Donner l'équation de la tangente T à $(C\tilde{f})$ en 0 .*

Exercice 4. *(6 points) Soit $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}e^{\frac{1}{x}}$.*

1. *Montrer que le développement asymptotique de la fonction $\phi : x \to \frac{f(x)}{x}$ au voisinage de $+\infty$ est :*
   $\phi(x) = 1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{3}\frac{1}{x^3} + o(\frac{1}{x^3})$.
2. *Déduire l'équation de l'asymptote ainsi que sa position relativement à la courbe de f en $+\infty$*
3. *Donner l'équation de l'asymptote à la courbe de f en $-\infty$ en montrant leurs positions relatives.*

06 juin 2024. Contrôle continu : Analyse 3 Durée : deux heures

N.B : L'épreuve comprend trois exercices initiaux, ainsi qu'un choix entre l'exercice 4 ou 5 selon vos préférences.

Exercice 1. *(5 points)*

1. (a) *Donner les développements limités à l'ordre 3 en 0 de $x \mapsto \ln(1+x)$ puis de $x \mapsto \ln(2+x)$.*
   (b) *Déterminer le réel a pour lequel*
$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{2\ln(2+x)-e^x-2\cos(x)+a-\frac{1}{4}x^2}{sin^3(x)}\right)$$
   est finie et calculer alors cette limite.
2. (a) *Déterminer la $DL_2(e)$ de la fonction $\varphi : x \mapsto x^e - e^x$.*
   (b) *Montrer que:*
$$\lim_{x\to e}\frac{x^e-e^x}{1-\cos(x-e)} = -e^{e-1} \text{ (Utilisez 2.(a))}$$

Exercice 2. *(6 points) Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{x}{\ln(1+x)}$.*

1. *Montrer que $D_g =]-1,0[\cup]0,+\infty[$.*
2. *Donner le développement limité de g à l'ordre 2 en 0.*
3. *Montrer que la fonction g admet un prolongement par continuité en 0 qu'on note $\tilde{g}$.*
4. *Etudier la dérivabilité de $\tilde{g}$ en 0 et donner l'équation de la tangente τ à $C_{\tilde{g}}$ en 0.*

Exercice 3. *(6 points) On considère la fonction définie par $\forall x \in \mathbb{R} : f(x) = \frac{x^3+x^2+x}{x^2-x+1}$.*

1. *Déterminer le développement limité à l'ordre 2 de la fonction $\Phi : h \to hf(\frac{1}{h})$ lorsque $h \to 0, h > 0$.*
2. *En posant $h = \frac{1}{x}$, en déduire l'équation de la droite asymptote au graphe de f en $+\infty$.*
3. *Quelle est la position du graphe de f par rapport à cette asymptote?*

Exercice 4. *(3 points) Une fonction $f : I \to \mathbb{R}$ où I est un intervalle de $\mathbb{R}$ est dite convexe si elle vérifie l'inégalité suivante :*
$$\forall (x,y) \in I^2, \forall t \in [0,1], f(tx+(1-t)y) \leq tf(x)+(1-t)f(y).$$
Supposons que la fonction f est convexe.
Soit $(a,b) \in I^2$ avec $a < b$.

1. *Montrer que :*
$$\forall x \in [a,b], f(x) \leq f(a) + \frac{x-a}{b-a}(f(b)-f(a)).$$
   Soit $(a,b,c) \in I^3$ avec $a < b < c$.
2. *Montrer que :*
$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a} \leq \frac{f(c)-f(a)}{c-a} \leq \frac{f(c)-f(b)}{c-b}.$$

Exercice 5. *(3 points)*
Déterminer les points d'inflexion de l'arc paramétré $t \mapsto ((t-2)^3, t^2-4)$.

Université Abdelmalek Essaadi
Ecole Normale Supérieure
Martil

المدرسة العليا للأساتذة
ECOLE NORMALE SUPÉRIEURE

LE-Mathématiques 2023/2024
Semestre 2

26 juin 2024. Examen de rattrapage : Analyse 3 Durée : deux heures

Exercice 1. *(2 points)*

1. *Donner la formule de Taylor-Young pour une fonction f de class C^n au voisinage d'un réel x_0 avec $n \in \mathbb{N}$*

2. *Soit f une fonction de classe C^3 sur un interballe I de $\mathbb{R}$ et $x_0 \in I$*

   Déterminer : $\lim_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-2f(x_0)+f(x_0-h)}{h^2}$

Exercice 2. *(6 points)*
Soit f la fonction définie sur $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ par: $f(x) = 2\tan x - x$.

1. *Montrer que f admet une fonction réciproque de classe C^∞.*

2. *Justifier que f^{-1} est impaire.*

3. *Donner le développement limité de f^{-1} à l'ordre 6 en 0. On rappelle que $\tan x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + o(x^6)$.*

Exercice 3. *(4 points)*
Soit ϕ uen fonction de $\mathbf{R}$ dans $\mathbf{R}$. On suppose que ϕ est dérivable sur $\mathbf{R}$ et que ϕ' est une fonction croissante.

1. *Soit $(x, y, z) \in \mathbf{R}^3$ avec $x < z < y$. Montrer que $\frac{\phi(z)-\phi(x)}{z-x} \leq \frac{\phi(y)-\phi(z)}{y-z}$*

2. *Montrer que ϕ est convexe, c'est à dire que $\phi(tx + (1-t)y) \leq t\phi(x) + (1-t)\phi(y)$ pour tout $x, y \in \mathbf{R}$ et tout $t \in [0, 1]$.*

Exercice 4. *(8 points)*

1. *En utilisant la formule de Taylor-Young, déterminer le développement limité de la fonction arctan à l'ordre 3 au point 1.*

2. *Soit f la fonction définie par: $f(x) = arctan(\sqrt{\frac{x+1}{x+2}})$*

   (a) *Donner le domaine de définition de f.*

   (b) *Donner le développement limité à l'ordre 3 au point 0 de la fonction $\varphi_1 : t \to \sqrt{\frac{t+1}{2t+1}}$*

   (c) *En Déduire le développement asymptotique à l'ordre 3 de la fonction $\varphi_2 : x \to \sqrt{\frac{x+1}{x+2}}$ en $+\infty$.*

   (d) *Déduire le développement asymptotique à l'ordre 3 de la fonction f en $+\infty$.*

   (e) *Donner l'équation de l'asymptote à la courbe de f en $+\infty$ et déterminer sa position relative par rapport à cette courbe.*

Contrôle surveillé	LE-Math	**Semestre 2**
Algèbre	**Durée 2h00**	2023–2024
	Documents non autorisés & Téléphone éteint	

Exercice 1. (4 pts)
On considère l'application :

$$f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$$
$$(x, y, z) \longmapsto f(x, y, z) = (x - y, 2y + z)$$

1. Montrer que f est une application linéaire.
2. Déterminer une base et la dimension des sous espaces vectoriels $Ker(f)$ et une base de $Im(f)$.
3. f est-elle injective ? surjective ? bijective ?

Exercice 2. (5 pts)
Dans le $\mathbb{R}$ espace vectoriel $E_2 = \{P \in \mathbb{R}[X],\ degP \leq 2\}$, on considère les polynômes $P(X) = X$, $Q(X) = X - 1$ et $R(X) = (X-1)(X-2)$.

1. Montrer que la famille $(P(X), Q(X), R(X))$ forme une base de E_2.
2. Exprimer le polynôme $T(X) = X^2 + X + 1$ dans la base $(P(X), Q(X), R(X))$.
3. Soient a, b et c trois nombres réels, déterminer un polynôme $S(X)$ de E_2, tel que $S(1) = a$, $S(2) = b$ et $S(3) = c$.

Exercice 3. (6 pts)
Dans le $\mathbb{R}$ espace vectoriel $\mathbb{R}^3$, on considère les parties $F = \{(a-b, a+b, a-3b),\ (a,b) \in \mathbb{R}^2\}$ et $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3,\ x + y - z = 0\}$.

1. (a) Montrer que F est un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$ et en donner une base.
   (b) Montrer que H est un sous espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$ et en donner une base.
2. (a) Déterminer une base de $F + H$.
   (b) La somme $F + H$ est-elle directe ?.

Exercice 4. (4 pts)
On considère $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ définie par $f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} -x-2y \\ x+2y \end{pmatrix}$.

1. Montrer que f est un projecteur.
   (a) Déterminer ses éléments caractéristiques (Ker et Image).

Examen	LE-Math	**Semestre 2**
Algèbre	**Durée 2h00**	2023–2024
	Documents non autorisés & Téléphone éteint	

Exercice 1. (Questions de cours) (4.5 pts)
Soient E un $\mathbb{K}$-espace vectoriel, E_1 et E_2 deux sous-espaces vectoriels supplémentaires dans E i.e. $E = E_1 \oplus E_2$.
Soit $p(x) = x_1$ (où $x = (x_1 + x_2) \in E$, $x_1 \in E_1$ et $x_2 \in E_2$) la projection sur E_1 parallèlement à E_2.

1. Montrer que $p \in \mathcal{L}(E)$ et que $pop = p$.
2. Déterminer $Ker(p)$ et $Im(p)$.
3. Montrer que $Ker(p - Id_E) = E_1$.

Exercice 2. (6 pts)

On considère l'application
$$f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$$
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 6x-4y-4z \\ 5x-3y-4z \\ x-y \end{pmatrix}$$

1. Montrer que f linéaire.
2. Ecrire sa matrice A dans la base canonique $B = (e_1, e_2, e_3)$ de $\mathbb{R}^3$. f est-elle bijective?
3. (a) Déterminer $\ker f$ et en donner une base.
   (b) Déterminer $\operatorname{Im} f$ et en donner une base.
4. Montrer que $\mathbb{R}^3 = \ker f + \operatorname{Im} f$. La somme est-elle directe?
5. On pose $e'_1 = (2,2,1)$, $e'_2 = (1,1,0)$ et $e'_3 = (0,1,-1)$.
   (a) Montrer que $B' = (e'_1, e'_2, e'_3)$ est une base de $\mathbb{R}^3$.
   (b) déterminer les matrices de passage P et P^{-1} entre les base B et B'.
   (c) Ecrire la matrice A' de f dans la base B'.

Exercice 3. (3 pts)

Soit $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{M}_{(3,2)}(\mathbb{R})$

1. Existe-il une matrice $B \in \mathbb{M}_{(2,3)}(\mathbb{R})$ telle que $A\,B = I_3$? Si oui donner explicitement une telle matrice B.
2. Existe-il une matrice $C \in M_{(2,3)}(\mathbb{R})$ telle que $C\,A = I_2$? Si oui donner explicitement une telle matrice C.

Exercice 4. (6.5 pts)
Nous considérons les deux s.e.v. du $\mathbb{R}$ e.v. $\mathbb{R}^4$:
$E = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4, x+4y-3t = 0,\ 2x+4y-z-3t = 0,\ 3x+4y-2z-3t = 0\}$ et $F = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4, z = 0,\ t = 0\}$

1. Déterminer une base B de E.
2. Vérifier que les vecteurs $u = (1,-1,1,-1)$ et $v = (0,3,0,4)$ appartiennent à E et déterminer leurs coordonnées dans la base B.
3. Montrer que $\{u, v\}$ est une base de E.
4. Déterminer une base B' de F.
5. Monter que $E \cap F = \{0\}$.
6. Soit $X = (x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4$, montrer qu'il existe $X' = (x', y', z', t') \in E$ et $X" = (x", y", z", t") \in F$ tel que : $X = X' + X"$. On déterminera X' et $X"$.

Université Abdelmalek Essaâdi

Ecole Normale Supérieure de Tétouan

Année universitaire 2023/2024

Filière LE-MATH, Semestre S2

Contrôle continue d'optique géométrique

Durée 1h30min

<u>Questions du cours :</u>

a. Donner les formules du prisme d'angle A.

b. Quels sont les types des milieux optiques ?

c. Quelle est la différence entre un dioptre plan et un dioptre sphérique ?

d. Donner les types des lentilles minces avec des schémas explicatives pour chaque cas.

Exercice 1 :

On considère un prisme d'angle au sommet $A = \mathbf{60°}$ et d'indice $n = \sqrt{2}$.

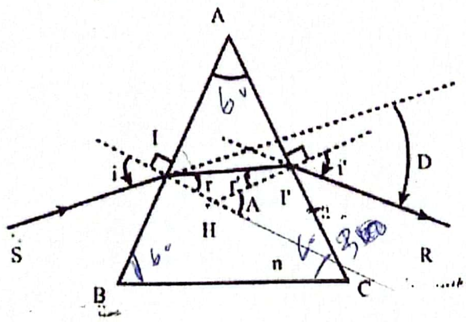
Un rayon arrive sur le prisme avec un angle incident $i = \mathbf{45°}$.

a. Calculer successivement les angles r, r', i' ainsi que la déviation D.

L'angle du prisme est maintenant $A = \mathbf{61°}$ et i reste égal à 45°.

b. Calculer la nouvelle déviation D.

c. De combien a-t-elle varié ?



Exercice 2 :

Soit un dioptre sphérique de sommet S_1, de centre C_1 et de rayon de courbure $\overline{S_1C_1} = +2cm$.

Ce dioptre sépare deux milieux d'indice $n_1 = 1$ et $n_2 = \frac{3}{2}$.

La lumière venant du milieu 1 se propage de gauche à droite.

1°/ Quelle est la concavité de ce dioptre ?

2°/ Indiquer la nature de ce dioptre en justifiant votre réponse.

3°/

a) Déterminer les positions des foyers objets F_1 et F'_1 image par rapport à S_1 en fonction de $\overline{S_1C_1}$, n_1 et n_2.

b) Quelle sont les valeurs en cm des distances focales f_1 et f'_1 ?

c) Calculer la vergence V_1 en dioptrie. Vérifier le résultat de la question 2°/.

4°/ Sur l'axe optique, on place un objet (AB) tel que $\overline{S_1A} = 4cm$:

a) L'objet (AB) est-t-il réel ou virtuel ? Justifier.

b) Déterminer la position en cm de l'image (A'B') à travers le dioptre par rapport à S_1. En déduire la nature de cette image.

c) Calculer le grandissement transversal γ_1 du dioptre.

d) Soit $\overline{AB} = 1cm$, quels sont la taille et le sens de l'image (A'B') ?

e) Sur une figure, placer l'objet (AB) et construire géométriquement son image (A'B'). (Échelle : 1/1).

Université Abdelmalek Essaâdi *Année universitaire 2023/2024*

Ecole Normale Supérieure de Tétouan *Filière LE-MATHS, Semestre S2*

Examen final
Optique géométrique
Session Normale
Durée 2h

3 *Vrai ou faux ?*

a. Un rayon passant par le centre optique d'une lentille n'est pas dévié. Tous les rayons incidents parallèles à ce dernier ne sont dons également pas déviés par la lentille.

b. Pour une lentille divergente, on peut écrire $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = -\frac{1}{\overline{OF'}}$,mais pas pour une lentille convergente.

c. Le grandissement d'une lentille mince est donné par : $\gamma = \frac{\overline{OA}}{\overline{OA'}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$.

Exercice 1 :

Soit un miroir **concave** de centre C, de sommet S et de rayon $|R| = 6$ **cm.**

1. Quelle est sa distance focale **SF' = f '** ? En déduire sa vergence V.

2. On place un objet réel à **9 cm** de son sommet S. Calculer la position de l'image dans l'approximation de Gauss, en déduire sa nature. Vérifier les résultats précédents à l'aide d'une construction géométrique. AB = 1cm

3. Calculer le grandissement linéaire γ . S'agit-il d'une image droite ou renversée.

4. Trouver la position d'un objet lorsque l'image est virtuelle, droite et trois fois plus grande que l'objet.

5. Trouver la position d'un objet lorsque l'image est réelle, droite et **3 fois plus petite** que l'objet.

18 ***Exercice 2 :***

3

Un dioptre sphérique de centre C, de sommet S et de rayon de courbure $R = \overline{SC} = -2\ cm$ sépare deux milieux d'indices de réfraction respectivement **n = 1,5 et** $n' = 1$.

Ce dioptre est utilisé dans les conditions de l'approximation de Gauss.

1. Le dioptre est-il convexe ou bien concave ? Justifier.
2. Donner la formule de conjugaison du dioptre sphérique avec origine au sommet.
3. Donner la formule de conjugaison du dioptre sphérique avec origine au centre.
4. Déterminer les positions de foyers **F** et F' par rapport au sommet **S**.
5. Calculer la vergence **V** du dioptre.
6. Le dioptre est-il convergent ou bien divergent ? Justifier.
7. Déterminer la position de l'image A' d'un objet ponctuel A situé sur l'axe optique à une distance $\overline{SA} = 4,5R$.
8. Calculer le grandissement linéaire γ du dioptre.
9. Un objet AB de hauteur $\overline{AB} = 1$ cm situé en A perpendiculairement à l'axe optique. Quelle est la taille, le sens et la nature de l'image $A'B'$?
10. Placer l'objet AB et son image A'B' sur la figure en montrant les rayons principaux qui permettent de faire la construction géométrique de l'image.

Université Abdelmalek Essaâdi — Année universitaire 2023/2024

Ecole Normale Supérieure de Tétouan — Filière LE-Math, Semestre S2

Contrôle d'électrostatique

Durée 1h30min

Exercice 1 :

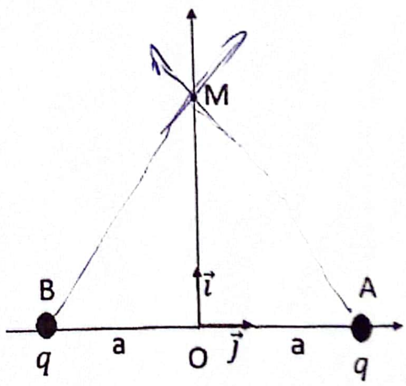
On considère deux charges ponctuelles identiques (**q > 0**) distantes de **2a** et placées dans le vide en deux points **A (0, a)** et **B (0, -a)** de l'axe Oy.

1. Donner le sens et la direction du champ total $\vec{E}(M)$ au point M.

   Faire une représentation sur un schéma.

2. Déterminer l'expression du champ électrostatique $\vec{E}(M)$ crée par ces deux charges en un point M de la médiatrice de AB. On note O le milieu de AB et on pose : $\overrightarrow{OM} = x\,\vec{\imath}$.

3. Que devient l'expression de $\vec{E}(M)$ lorsqu'on remplace la charge **q** en A par – **q**.



Exercice 2

Trouver la charge totale pour chacune des distributions suivantes :

a. Charge linéaire λ_0 distribuée uniformément sur un cercle de rayon a.

b. Charge surfacique σ_0 distribuée uniformément sur un disque de rayon a.

c. Charge surfacique σ_0 distribuée uniformément sur une sphère de rayon R.

d. Charge volumique ρ_0 distribuée uniformément dans une sphère de rayon R.