TD 1

Exercice 1
Un groupe d'élèves de terminale constitue le bureau de l'association " Le succès ". Ce bureau est composé d'un président, d'un secrétaire et d'un trésorier. Combien y a-t-il de bureaux possibles ? (il y a 24 élèves dans la classe).
Six personnes choisissent mentalement un nombre entier compris entre 1 et 6.
1) Combien de résultats peut-on obtenir ?
2) Combien de résultats ne comportant pas deux fois le même nombre peut-on obtenir ?

Exercice 2
Combien y-a-t-il d'anagrammes du mot EXAMEN ?

Exercice 3
Yassine et Tarik font partie d'un club de 18 personnes. On doit former un groupe constitué de cinq d'entre elles pour représenter le club à la compétition universitaire de mathématiques.
1) Combien de groupes de 5 personnes peut-on constituer ?
2) Dans combien de ces groupes peut gurer Yassine ?
3) Yassine et Tarik ne pouvant se supporter, combien de groupes de 5 personnes peut-on constituer de telle façon que Yassine et Tarik ne se retrouvent pas ensemble ?

Exercice 4
On sort du jeu de cartes les 4 as et les 4 rois. On tire ensuite simultanément 2 cartes de ces 8 cartes. Quelle probabilité a-t-on de tirer :
1) deux as ?
2) deux as si l'on sait qu'une des deux cartes au moins est un as ?
3) deux as si l'on sait qu'une des deux cartes est l'as de coeur ?

Exercice 5
Une urne contient 7 boules numérotés de 1 à 7.

1. On tire 2 boules de l'urne successivement avec remise. Et on construit un nombre de deux chiffres quel est le nombre de résultats possibles ?
2. On tire 2 boules de l'urne successivement sans remise, quel est le nombre de résultats possibles ?
3. On tire 2 boules simultanément quel est le nombre de tirages possibles pour que la somme des numéros des boules tirées soit pair ?
4. Toujours le tirage de 2 boules simultanément quel est le nombre de tirages possibles pour que la somme des numéros des boules tirées soit impair ?

Exercice 6
Un tournoi sportif compte 8 équipes engagées. Chaque équipe doit rencontrer toutes les autres une seule fois. Combien doit-on organiser de matchs ?

Exercice 7
On prend au hasard, en même temps, trois ampoules dans un lot de 15 dont 5 sont défectueuses.
Calculer la probabilité des événements :
A : au moins une ampoule est défectueuse ;
B : les 3 ampoules sont défectueuses ;
C : exactement une ampoule est défectueuse.

Dans une usine deux machines A_1, A_2 fabriquent des boulons de même type. A_1 produit en moyenne 2% de boulons défectueux ($\bar{E}$), tandis que A_2 produit 5%. Notons que A_1 fabrique 65% de la production totale. On choisit un boulon au hasard. Quelle la probabilité qu'il n'est pas défectueux (E).

Exercice 8

Une entreprise utilise trois types d'ampoules électriques notés T_1, T_2, T_3, dans les proportions $60\%, 30\%, 10\%$. Les probabilités de bon fonctionnement de ces trois types pour un temps donné s'élèvent à $0.9, 0.8$ et 0.5 respectivement. Quelle est la probabilité qu'une ampoule tombée en panne soit du type T_1 ?

Exercice 9

On sait qu'à une date donnée, 3% d'une population est atteinte d'hépatite On dispose de tests de dépistage de la maladie :
- Si la personne est malade, alors le test est positif avec une probabilité de 95%.
- Si la personne est saine, alors le test est positif avec une probabilité de 10%.

1. Quelle est la probabilité pour une personne d'être malade si son test est positif ?
2. Quelle est la probabilité pour une personne d'être saine si son test est positif ?
3. Quelle est la probabilité pour une personne d'être malade si son test est négatif ?
4. Quelle est la probabilité pour une personne d'être saine si son test est négatif ?

Exercice 10

On lance un dé. On appelle X le numéro obtenu et Y son complément à 6 et $Z = \sup(X, Y)$.

1. Déterminer les ensemble des observables de X, Y et Z.
2. Déterminer les lois des v.a X et Y et Z.

Exercice 11

Un sac contient 5 jetons numérotés de 1 à 5. Pour jouer une partie, on doit miser 1 euro. On tire au hasard un jeton. Si on a le numéro 1, on gagne 4 euros, si on a un numéro pair on reçoit 2 euros et rien sinon. On note X le gain (algébrique). X est une variable aléatoire.

1. Déterminer l'espaces des observables $X(\Omega)$.
2. Déterminer la loi de X.
3. Déduire la fonction de répartition de X, et tracer cette fonction.

Exercice 12

Soit la fonction f définie par :

$$f(x) = \begin{cases} a^2x + bx & si \quad x \in [0,1] \\ 0 & sinon \end{cases}$$

1.Quelles sont les conditions sur a et b pour que la fonction f soit la densité d'une variable aléatoire continue ?

2. Parmi ces fonctions définies su $\mathbb{R}$ déterminer lesquelles sont la densité d'une variable aléatoire.

$$f_1(x) = \begin{cases} \cos(x) & si \quad x \in [0, \frac{\pi}{2}] \\ 0 & sinon \end{cases} \qquad f_2(x) = \frac{1}{1+x^2} \qquad f_3(x) = \begin{cases} 1+x & si \quad x \in [-1,0] \\ 1-x & si \quad x \in [0,1] \\ 0 & sinon \end{cases}$$

3. Déterminer pour chaque densité, la fonction de répartition et l'espérance.