14/12/2021 **LE-M(S1): CONTRÔLE Algèbre 1** **Durée 1h35**

DOCUMENTS NON-AUTORISÉS, PORTABLES ÉTEINTS, CALCULATRICES NON-AUTORISÉES

Exercice 1. **(5 pts)**

1. Soient $(P), (Q)$ et (R) trois propositions, donner la négation de

   1-1. $(P) \wedge (\text{non}(Q) \vee (R))$

   1-2. $((P) \wedge (Q)) \Rightarrow (R)$

2. Soient $x_0 \in \mathbb{R}$ et f une application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.
$$\forall \epsilon > 0, \exists \alpha > 0, \forall x \in \mathbb{R}, \quad |x - x_0| < \alpha \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \epsilon$$
   Donner la négation et la contraposée de cette phrase logique.

3. Montrer que
$$\forall a \in \mathbb{R}_+^*, \forall n \in \mathbb{N}, (1+a)^n \geqslant 1 + na.$$

Exercice 2. **(5 pts)**
Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On définit dans $\mathbb{Z}$ la relation $\mathfrak{R}_n$ définie-par :
$$\forall x, y \in \mathbb{Z} : x\mathfrak{R}_n y \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} : x - y = kn$$

1. Montrer que $\mathfrak{R}_n$ est une relation d'équivalence sur $\mathbb{Z}$.
2. Montrer que $\forall x \in \mathbb{Z}, \exists r \in \mathbb{Z} : 0 \leq r < n$ et $\overline{x} = \overline{r}$
3. En déduire que l'ensemble des classes d'équivalences qu'on note $\mathbb{Z}/_{n\mathbb{Z}}$ est $\mathbb{Z}/_{n\mathbb{Z}} = \{\overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \dots, \overline{n-1}\}$.

Exercice 3. **(7 pts)**

1. Soit $\mathfrak{R}$ la relation définie sur $\mathbb{R}$ par
$$x\mathfrak{R}y \Longleftrightarrow x^3 - y^3 = 3(x - y).$$
   1-1. Montrer qu'il s'agit d'une relation d'équivalence.

   1-2. Déterminer les classes d'équivalence de cette relation.

2. Soit $\mathbf{E}$ l'ensemble des nombres **premiers** différents de **2**.
   On définit sur $\mathbf{E}$ une relation binaire $\mathfrak{R}_p$ par:
$$\forall (x, y) \in \mathbf{E} \times \mathbf{E}, \quad x\mathfrak{R}_p y \Longleftrightarrow \frac{x+y}{2} \in \mathbf{E}.$$
   2-1. Donner un exemple de couple (x, y) tel que x et y sont en relation, puis un exemple de couple (x, y) tel que x et y ne sont pas en relation.

   2-2. La relation $\mathfrak{R}_p$ est-elle une relation d'équivalence?

Exercice 4. **(3 pts)**
Soit E un ensemble et soit $f : \mathcal{P}(E) \to \mathbb{R}$.
On suppose que pour toutes parties A et B disjointes ($A \cap B = \emptyset$) de E, on a $f(A \cup B) = f(A) + f(B)$.

1. Montrer que $f(\emptyset) = 0$.
2. Montrer que pour toutes parties A et B de E telles que $A \subset B$, on a $f(B \backslash A) = f(B) - f(A)$.
3. Montrer que pour toutes parties A et B de E, on a $f(A \cup B) = f(A) + f(B) - f(A \cap B)$.

EXAMEN: ALGÈBRE 1

20/01/2022 | LE-MATH(S1) | Durée 2h

DOCUMENTS NON-AUTORISÉS, PORTABLES ÉTEINTS

Exercice 1. (6 pts)

Soit E un ensemble et $\mathcal{R}$ une relation d'ordre sur E.

1. On définit une relation $\mathcal{R}^\circ$ sur $E \times E$ par:

$$(x,y)\mathcal{R}^\circ(x',y') \Leftrightarrow x\mathcal{R}x' \text{ et } y\mathcal{R}y'$$

   1-1. Montrer que $\mathcal{R}^\circ$ est une relation d'ordre.

   1-2. Montrer que si E possède au moins deux éléments, $\mathcal{R}^\circ$ n'est pas totale.

2. On définit sur $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ la relation

$$(a,b)S(c,d) \Leftrightarrow \begin{cases} a+b < c+d \\ \text{ou} \\ a+b = c+d \text{ et } b \leq d \end{cases}$$

   2-1. Montrer que S est une relation d'ordre.

   2-2. On admettra qu'il s'agit d'une relation d'ordre totale. Classer par ordre croissant les dix premiers couples de $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ muni de la relation d'ordre S.

Exercice 2. (6 pts)

1. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{Z}$, les entiers $14n + 3$ et $5n + 1$ sont premiers entre eux
2. On considère l'équation $(E) : 87x + 31y = 2$ où x et y sont des entiers relatifs

   2-1. Montrer que 87 et 31 sont premiers entre eux.

   2-2. En déduire un couple $(u, v) \in \mathbb{Z}^2$ tels que $87u + 31v = 1$, puis une solution (x_0, y_0) de (E)

   2-3. Déterminer l'ensemble des solutions de (E).

Exercice 3. (6 pts)

1. Trouver toutes les solutions dans $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ de :

$$\begin{cases} 7x + 3y \equiv 10[23] \\ 2x + 5y \equiv 3[23] \end{cases}$$

2. Déterminer le nombre de diviseurs positifs de

$$A = 40 \times 250 \times 8100$$

Exercice 4. (2 pts)

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{1}{1-x}$ pour tout $x \neq 1$.
Démontrer que, pour tout entier $n \geqslant 1, f^{(n)}(x) = \frac{n!}{(1-x)^{n+1}}$ où $f^{(n)}$ désigne la dérivée n^{ieme} de f.

Examen: Algèbre 1

10/02/2022 — **LE-MATH(S1)** — **Durée 1h30**

Documents non-autorisés, Portables éteints

Exercice 1. (8 pts)
Soit $f : X \longrightarrow Y$ une application.

1. Montrer que pour toute famille $(B_i)_{i\in I}$ de parties de Y,
$$f^{-1}\left(\bigcup_{i\in I} B_i\right) = \bigcup_{i\in I} f^{-1}(B_i), \quad f^{-1}\left(\bigcap_{i\in I} B_i\right) = \bigcap_{i\in I} f^{-1}(B_i)$$
2. Montrer que pour toute famille $(A_i)_{i\in I}$ de parties de X,
$$f\left(\bigcup_{i\in I} A_i\right) = \bigcup_{i\in I} f(A_i).$$
3. Montrer que si f est injective,
$$f\left(\bigcap_{i\in I} A_i\right) = \bigcap_{i\in I} f(A_i).$$
4. Montrer par un contre-exemple que l'égalité précédente est fausse en général.

Exercice 2. (4 pts)

1. Déterminer les restes de la division de 5^p par 13 pour p entier naturel.
2. En déduire que pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1 , le nombre $N = 31^{4n+1} + 18^{4n-1}$ est divisible par 13.

Exercice 3. (8 pts)

1. Soit $\mathbb{P}^*$ l'ensemble des nombres premiers strictement supérieurs à 2. On considère la relation $\mathcal{R}_1$ entre deux éléments de $\mathbb{P}^*$ définie par:
$$p\mathcal{R}_1 q \Leftrightarrow \frac{p+q}{2} \in \mathbb{P}^*$$
La relation est-elle réflexive, symétrique et transitive?
2. On considère la relation $\mathcal{R}_2$ entre deux éléments de $\mathbb{R}$ définie par:
$$x\mathcal{R}_2 y \Longleftrightarrow \cos^2 x + \sin^2 y = 1$$
La relation est-elle réflexive, symétrique et transitive?
3. $\mathcal{R}_1$, $\mathcal{R}_2$ sont-elles des relations d'ordre? d'équivalence ?

المدرسة العليا للأساتذة
ECOLE NORMALE SUPERIEURE

Examen de la session normale: Analyse 1

Exercice 1 : (5pts)

I. Soit f une fonction définie sur un intervalle ouvert contenant 0. Parmi les propositions suivantes, lesquelles sont équivalentes à : $\lim_{x\to 0} f(x) = 0$ et pourquoi ?

1. $\forall \varepsilon > 0, \exists \ \eta > 0, \forall x < \eta, \ |f(x)| < \varepsilon$.
2. $\forall \varepsilon \in]0,1[, \exists \eta \in \ ]0,1[, 0 < |x| < \eta \Rightarrow \ |f(x)| < \varepsilon$.
3. $\forall \varepsilon > 0, \exists \eta > 0, \forall x \in \ [-\eta, \eta], \ |f(x)| < \varepsilon$.
4. $\forall n \in \mathbb{N}^*, \exists m \in \mathbb{N}^*, |x| < (1/m) \Rightarrow |f(x)| < (1/n)$.

II. Soit (U_n) une suite de réels. parmi les affirmations suivantes lesquelles sont vraies.

1. Si les suites extraites (U_{2k}) et (U_{2k+1}) sont bornées et monotones, alors la suite (U_n) converge vers une limite finie.
2. Si (U_n) est monotone et bornée, alors les suites extraites (U_{2k}) et (U_{2k+1}) convergent vers la même limite finie.
3. Si (U_n) est monotone et converge vers une limite finie, alors les suites extraites (U_{2k}) et (U_{2k+1}) sont adjacentes.
4. Si (U_n) est monotone et non majorée, alors (U_n) est croissante.

III. Soit $f:[a,b] \to \mathbb{R}^*_+$ continue sur $[a,b]$, derivable sur $]a,b[$. En utilisant la fonction $g = \ln f$.

Montrer qu'il existe $c \in \ ]a,b[$ tel que: $\frac{f(b)}{f(a)} = \exp\left(\frac{f'(c)}{f(c)}(b-a)\right)$.

Exercice 2 : (3pts)

1. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*, m \in \mathbb{N}^*$ $\quad 0 < \frac{mn}{(m+n)^2} \leq \frac{1}{4}$.
2. En déduire que : $A = \{\frac{mn}{(m+n)^2}, n \in \mathbb{N}^*, m \in \mathbb{N}^*\}$

   Admet une borne inférieure et une borne supérieure que l'on déterminera.

Exercice 3 : (3pts)

1. Résoudre l'équation suivante : $[\sqrt{3x^2+1}\,] = 4$.
2. Déterminer les valeurs d'adhérences de (V_n) définie par: $(\forall n \in \mathbb{N})\ V_n = \mathrm{Cos}\left(n\frac{\pi}{3}\right)$.
3. Montrer que la suite définie par : $V_0 = 1$ et $V_{n+1} = \sqrt{{V_n}^2 + \frac{1}{2^n}}$ est une suite de Cauchy.

Exercice 4 : (4pts)

Soient U_0 et V_0 des réels strictement positifs avec $U_0 < V_0$. Et On définit deux suites (U_n) et (V_n) de la façon suivante :

$U_{n+1} = \sqrt{U_n V_n}$ et $V_{n+1} = \frac{U_n + V_n}{2}$.

1. Montrer que $U_n \leq V_n$ quel que soit $n \in \mathbb{N}$.
2. Montrer que (U_n) est une suite croissante.
3. Montrer que (V_n) est décroissante.
4. En déduire que les suites (U_n) et (V_n) sont convergentes et quelles ont même limite.

Exercice 5 : (5pts)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = x\,\mathrm{Sinh}(\frac{1}{x})$.

1. Étudier la parité de f.
2. Calculer la limite de f en $+\infty$,
3. Montrer que f admet un prolongement par continuité en 0.
4. Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ et calculer sa dérivée.
5. Justifier que pour tout $y \geq 0$, $\tanh(y) \leq y$. Et déduire le tableau de variations de f.

Bonne chance et bon courage

Université Abdelmalek Essadi
Ecole Normale Supérieure
Matril

المدرسة العليا للأساتذة
ECOLE NORMALE SUPERIEURE

LE Maths 2021/2022
Semestre 1

Examen de la session de ra rapage: Analyse 1

Exercice 1 : (3pts)

Ques ons de cours :

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}^{*+}$à valeurs dans $\mathbb{R}$.

1. Donner une définition pour :$\lim_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$
2. Démontrer que : $\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$.

Exercice 2 : (10pts)

Soient k un entier strictement positif, et δ un réel tel que $0 < \delta < 1$.

1. Montrer que $\lim_n \frac{n^k}{(n+1)^k} = 1$.
2. En déduire que la suite (V_n) définit par $V_n = \frac{n^k}{(n+1)^k}$ pour $n \in \mathbb{N}$ est minorée par $1 - \frac{\delta}{2}$, à partir d'un certain rang.
3. Pour tout $n \geq 1$, on pose $U_n = \frac{(1+\delta)^n}{n^k}$.
4. a-Montrer que la suite (W_n) définit par $W_n = \frac{U_{n+1}}{U_n}$ est minorée par $\alpha = (1+\delta)\left(1 - \frac{\delta}{2}\right)$ à partir d'un certain rang n_0.
   b- En déduire que : $\forall\ n > n_0\ U_n > U_{n_0}\alpha^{n-n_0}$ et que la suite (U_n) tend vers $+\infty$.
5. On dit que la suite (S_n) est négligeable devant la suite (T_n) si :
   $\forall\ \varepsilon > 0,\ \exists\ n_0,\ \forall\ n > n_0,\ |S_n| < \varepsilon|T_n|$
   On écrit $S_n = o(T_n)$, qui se lit « $S_n$est un petit o de T_n ».

A. Montrer que pour tous réels α et β tels que $1 < \alpha < \beta$, on a: $\alpha^n = o(\beta^n)$.
B. Déduire des questions précédentes que pour tout $\beta > 1$, $n^k = o(\beta^n)$
C. Démontrer que $n^{100} = o(1{,}01^n)$ et $2^{-n} = o(n^{-10})$.

Exercice 3 : (7pts)

I.Soit $f : \mathbb{R}^* \to \mathbb{R}$ la fonction définie par : $f(x) = \exp\left(\frac{1}{x}\right)$.

1- Montrer que, pour tout $x > 0$, *il existe* $c \in]x, x+1[$ tel que :

$$f(x) - f(x+1) = \frac{1}{c^2}\exp\frac{1}{c}.$$

2- Déduire : $\lim_{x\to+\infty} x^2\left(\exp\left(\frac{1}{x}\right) - \exp\left(\frac{1}{x+1}\right)\right)$.

II. Montrer que la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = x\sin\frac{1}{x}$ est prolongeable par continuité en 0, mais que la fonction $\tilde{f}$ obtenue n'est pas dérivable en 0.

Exercice 1 :

Une mole d'un gaz parfait, son rapport des capacités calorifiques est γ=1,33, décrit un cycle 1, 2, 3, 4, 1 (Tableau) . Les transformations successives constituant le cycle sont considérées réversibles telles que : 1-2 Isotherme ; 2-3 Isobare ; 3-4 adiabatique ; 4-1 Isochore.

Etat	pression (Pa)	volume (L)
1	25.10^3	20
2	125.10^3	?
3	?	10
4	?	?

1. Montrer que la variation de l'énergie interne au cours d'une transformation s'écrit: $\Delta U_{i\to f} = \frac{1}{\gamma-1}(P_f V_f - P_i V_i)$
2. Ecrire le premier principe de la thermodynamique correspondant au cycle étudié.
3. Déterminer les éléments inconnus des caractéristiques du cycle défini.
4. Représenter l'allure du diagramme de Clapeyron correspondant, conclure.
5. Déterminer W_{Cycle} le travail relatif à ce cycle, vérifier que le cycle est moteur.
6. En déduire Q_{Cycle} la quantité de chaleur échangée au cours du cycle.

Exercice 2 :

1. Entre deux états d'équilibre voisins, on peut considérer l'évolution comme une transformation réversible.

1.1. Exprimer la différentielle d'entropie dS pour une transformation réversible, puis montrer que l'entropie S s'écrit comme fonction de volume V et énergie interne U : S = S (V,U).

1.2. Donner les expressions des dérivées partielles de l'entropie: $\left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_V$, $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_U$ en fonction des variables d'état.

2. Un métal de masse m= 100 g à une température T_1 = 470 K est plongé dans un lac. Le lac est suffisamment grand pour que sa température, T_{Lac}= 277 K soit assimilée à une constante. On donne la capacité calorifique massique du métal : $C_{\_métal}$=200 $J\cdot kg^{-1}\cdot K^{-1}$.

2.1. Exprimer la quantité de chaleur reçue par le métal au cours de la transformation en fonction de : T_1 , T_{Lac} , $C_{métal}$ et m.

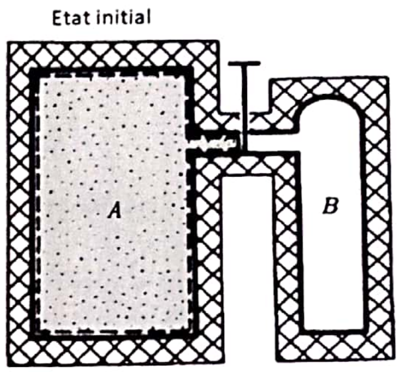
2.2. Calculer la variation d'entropie

2.3. Montrer que cette transformation est irréversible.

Date : 7 Février 2022

Soient les variables d'état : V le volume, T la température absolue, P la pression du gaz
Constante de gaz parfait : $R = 8,31\ J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}$; 1atm= 10^5 Pa.

Exercice 1 :



1) Un gaz parfait contenu dans un grand réservoir A adiabatique est utilisé pour remplir une bouteille vide B. On donne les conditions d'équilibre initiale :

- Volume de compartiment A : $V_A = 100\ m^3$.
- Volume de compartiment B : $V_B = 1\ m^3$.
- Pression : P = 6 atm.
- Température : T= 20°C.
- Les variations de l'énergie interne sont négligeables.

1.1 - Donner le bilan énergétique d'échange pour le système étudié au cours de la transformation (quantité de chaleur/ travail mécanique). .... (*1.5 pt*)
1.2 - Déterminer l'équilibre final (T', V', P'). Quelle est la nature de la transformation ? ...... (*2.5 pt*)
1.3 - Montrer quantitativement que la transformation est irréversible.................................. (*4 pt*)

2) Dans le reste de l'exercice le gaz parfait ($\gamma = 4/3$) subira une transformation adiabatique réversible avec les mêmes conditions d'équilibre initiale précédent. Soient : C_p, C_v : les capacités calorifiques molaires à pression et à volume constant.

2.1 Donner les équations de Laplace des couples (P,V) et (V,T) .... (*1.5 pt*)
2.2 Déterminer l'équilibre final (V', T', P'). .... (*2.25 pt*)
2.3 Exprimer les capacités C_p et C_v en fonction de R.. (*1.5 pt*)
2.4 Calculer la variation de l'énergie interne .... (*1.5 pt*)
2.5 Trouver l'expression : $3\ln\left(\frac{T'}{T}\right)+\ln\left(\frac{V'}{V}\right) = 0$, puis en déduire ΔS la variation d'entropie ... (*1.25pt*)

Exercice 2 :

Pour un fluide donné, l'enthalpie H d'un système thermodynamique représente une fonction d'état. On définit les paramètres suivants : ℓ chaleur latente de dilatation isotherme et *h* chaleur latente de compression isotherme. Soit une transformation telle que : H= H(T,P)

1. Chercher les expressions des dérivées partielles: $\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_T$, $\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P$ de l'enthalpie H d'une mole de fluide. .... (*2 pt*) .
2. Donner l'expression de sa différentielle *dH* pour un gaz parfait.. (*0.5pt*).

Exercice 3 :

Au cours d'un cycle, une machine ditherme fonctionne en recevant une quantité de chaleur Q_C, qui provient de la source chaude de température T_{ch}= 700 K, pour donner un travail mécanique W.

1. Donner les signes de Q_C et du travail W. .... (*0.5 pt*)
2. Ecrire les relations entre Q_C et W traduisant le premier principe et le deuxième principe......(*2 pt*)
3. Si le rendement théorique de Carnot vaut r=66%, calculer la température de source froide... (*1 pt*)

Ecole Normale Supérieure, Martil — **Licence d'éducation**

Module : Thermodynamique — **Semestre :1**

Soient les variables d'état : V le volume, T la température absolue, P la pression du gaz
constante de gaz parfait : $R = 8{,}31\ J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}$ et constante de Boltzmann $k_B=1{,}38.10^{-23}$ J/K

Exercice 1 :

Un gaz de Dieterici est un modèle de gaz qui obéit à l'équation d'état :

$$P(V-nb)\exp\left(\frac{na}{RTV}\right) = nRT$$

; n : nombre de moles ; a : constante de cohésion ; b : covolume

1. Trouver le coefficient de variation de pression isochore : $\beta = \frac{1}{P}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$ .... (*3pt*)

2. Soit un gaz à constante de cohésion négligeable.
   2.1 Donner la nouvelle équation d'état du gaz .... (*0.5pt*)
   2.2 Exprimer la différentielle dP, puis vérifier si dP est une différentielle totale exacte. .... (*3.5 pt*)

Exercice 2 :

1. En s'appuyant sur le modèle du gaz parfait monoatomique, établir l'équation d'état des gaz parfaits.. (1.5 pt)

2. A la température ordinaire de 300 K, la mesure de pression d'une mole d'Oxygène (masse molaire = 16 g/mol) a donné : $P_1=1{,}1.10^5$ Pa . En supposant que l'oxygène se comporte comme un gaz parfait:

   2.1 Exprimer la vitesse quadratique ϑ_{quad} d'une molécule en fonction de $\langle E_C\rangle_{gaz}$ la moyenne d'énergie cinétique microscopique du gaz et sa masse molaire. .... (*2 pt*)

   2.2 Calculer la moyenne d'énergie cinétique microscopique du gaz, puis en déduire ϑ_{quad}. .... (*2 pt*)

   2.3 Calculer le volume molaire du gaz en $L.mol^{-1}$. .... (*1pt*)

   2.4 En déduire la densité volumique du gaz. .... (*1pt*)

3. Considérons à la même température T, un mélange du gaz précédent avec une quantité n_2= 1,25 mol d'Azote (gaz parfait). Calculer la nouvelle pression P du mélange (figure). .... (2 pt)

Exercice 3 :

Un récipient fermé par un piston cylindrique mobile, contient un gaz dont les conditions initiales sont : ($P_0=1{,}12.10^5$ Pa, V_0=0,5L, T_0=290K). On chauffe le gaz à l'aide d'une résistance jusqu'à un état d'équilibre (1) .Le tableau ci-dessous regroupe les coefficients thermoélastiques du gaz (exprimés en S.I):

Coefficient de dilatation isobare (P_0)	$\alpha = 5.10^{-3}$
Coefficient de variation de pression isochore (V_0)	$\beta = 9{,}7\ .10^{-3}$

1. Quelle est la nature de la transformation de 0 à 1 subie par le gaz (justifier)........................(*1 pt*)
2. Sachant que le chauffage a produit un taux de variation de température de 4%, trouver l'état d'équilibre final (T_1= ?, V_1 = ?, P_1 = ?) ....(*3 pt*)

Université Abdelmalek Essaâdi

Ecole Normale Supérieure de Tétouan

Année universitaire 2021/2022

Filière LE-MATH, Semestre S1

Contrôle continue
Mécanique du point matériel
Durée 2h

Partie I :

On considère un référentiel absolu fixe $\boldsymbol{R_1(O, X_1, Y_1, Z_1)}$ de base orthonormée directe $(\vec{\imath_1}.\vec{\jmath_1}.\vec{k_1})$ et un référentiel relatif $\boldsymbol{R_2(O, X_2, Y_2, Z_1)}$ de base orthonormée directe$(\vec{\imath_2}.\vec{\jmath_2}.\vec{k_1})$.

L'axe $(\boldsymbol{OX_2})$ tourne autour de $(\boldsymbol{OZ_1})$ avec une vitesse angulaire constante $\vec{\omega} = \omega\vec{k_1}$

La position d'une particule M sur l'axe $(\boldsymbol{OX_2})$ est donnée par : $\overrightarrow{OM} = a\cos(\omega t)\vec{\imath_2}$ (a est une constante positive).

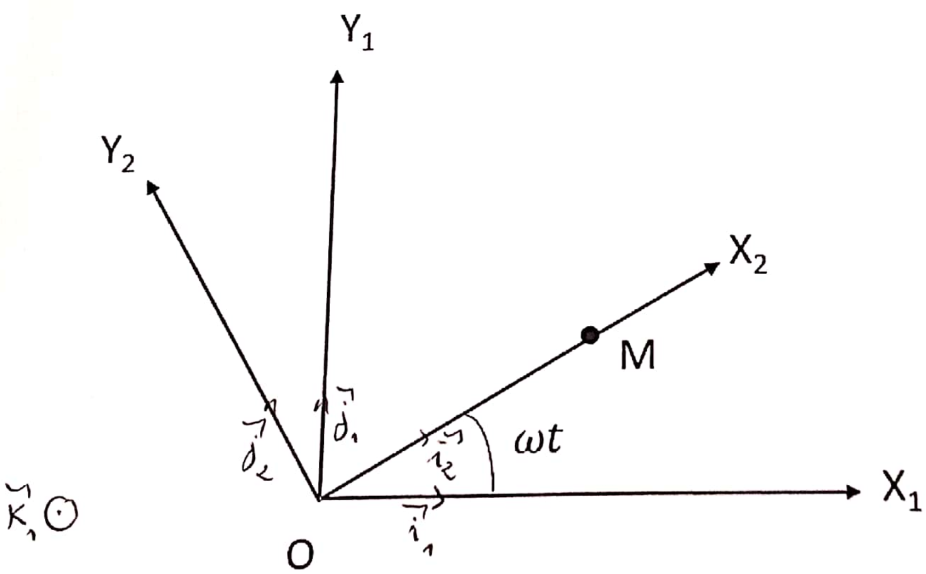
Dans la base$(\vec{\imath_2}.\vec{\jmath_2}.\vec{k_1})$, exprimer;

1) la vitesse relative $\vec{V_r}$ et l'accélération $\vec{\gamma_r}$ de la particule M.

2) sa vitesse d'entraînement $\vec{V_e}$ et son accélération d'entraînement $\vec{\gamma_e}$.

3) son accélération de Coriolis $\vec{\gamma_c}$.

4) sa vitesse absolue $\vec{V_a}$ et son accélération absolue $\vec{\gamma_a}$.



Remarque :

$$\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c}$$

Partie II :

Les équations du mouvement d'une particule M sont :

$$\begin{cases} r = a \\ \theta = 2t^3 \end{cases}$$

Ou a est une constante.

1) Donner le vecteur position, la vitesse et l'accélération dans le système des coordonnées polaires.

2) Donner le vecteur position, la vitesse et l'accélération dans le système de coordonnées cartésiennes.

Université Abdelmalek Essaâdi

Ecole Normale Supérieure de Tétouan

Année universitaire 2021/2022

Filière LE-Math, Semestre S1

Epreuve du Module
Mécanique du point matériel
Durée 2 h

Partie : I

Un anneau de faibles dimensions, assimilable à un point matériel M de masse m, glisse sans frottement sur une tige rigide (D). La tige (D) tourne autour de Oz avec la vitesse angulaire $\omega = \frac{d\theta}{dt}$, ou θ représente un angle orienté $(\vec{\imath}, \overrightarrow{u_r})$ et $\overrightarrow{u_r}$ est un vecteur unitaire de (D) (Voir figure). Le mouvement du point M sur la droite (D) est décrit par l'équation horaire :

r = r0[1+sin(ωt)], ou r_0 est constante positive et $\vec{r} = \overrightarrow{OM} = r\overrightarrow{u_r}$.

On appelle mouvement relatif de M son mouvement sur la droite (D), et mouvement absolu son mouvement par rapport au repère$(o, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$.

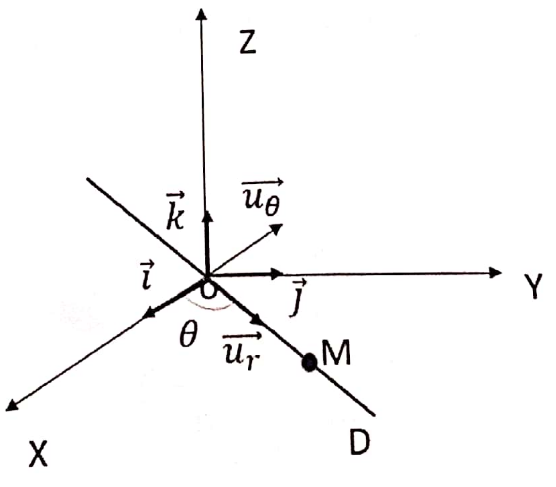
Déterminer pour M, dans la base$(\overrightarrow{u_r}, \overrightarrow{u_\theta})$.

1- La vitesse et l'accélération relatives.

2- La vitesse et l'accélération d'entrainement.

3- L'accélération de Coriolis.

4-En déduire la vitesse absolue et l'accélération absolue.



Remarque :

$$\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c}) \cdot \vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c}$$

Partie : II

Un point matériel **M** de masse **m** est repéré dans un référentiel fixe **(O, x,y,z)** par ses coordonnées cylindriques **(ρ,θ , z)** telles que : ρ = **R**, **θ= ωt** et **z = h θ** (**R** et **ω** sont des constantes positives et **t** le temps).

1- Écrire l'expression du vecteur position $\overrightarrow{OM}$ en coordonnées cartésiennes **base** $(\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$

2- quel est le mouvement du point **M** dans le plan **xOy** ?

3- quel est le mouvement du point **M** suivant la direction de l'axe **Oz** ?

4- Déterminer les composantes cartésiennes et le module des vecteurs vitesse et accélération ?