Séance 1

Didactique :

Qu'est ce que la didactique des mathématiques :

- La didactique est une discipline reliée à une matière spécifique ;
- La didactique est une relation entre l'enseignant et l'élève ;
- C'est une science qui étudie les conditions de la transformation de la culture ;
- C'est une science qui vise à faciliter les apprentissages, l'enseignement
- C'est une discipline qui se propose d'étudier sur des bases scientifiques, les principes et les méthodes de l'acte pédagogique quand il concerne l'acquisition des connaissances ;

Définition :

* Adrien Douady (1984) :

« La didactique des mathématiques est l'étude de processus de transmission et d'acquisation des différents contenus de cette science, et qui se propose de décrire et d'expliquer les phénomènes relatifs aux rapports entre son enseignement et son apprentissage »

* Guy Brousseau (1991) :

« C'est une science qui s'intéresse à la production et à la communication des connaissances mathématiques dans ce que cette production et cette communication ont de spécifique de ces connaissances. La didactique des mathématiques étudie la façon dont les connaissances sont crées, communiquées et employées pour la satisfaction des besoins des hommes vivant en société. »

Objectifs :

La didactique s'est dotée d'outils lui permettant d'étudier différents objets tels que :

1. Les opérations relatives à la diffusion des connaissances

(Théorie de situations didactiques).

2. Les conditions d'existence et de diffusion de ces connaiss[ances]

(Écologie des savoirs).

3. Les transformations produites par cette diffusion:

* sur les connaissances (Transposition didactique).
* sur les utilisateurs (Apprentissages).
* sur les institutions et les activités facilitant ces opérations.

*** Transposition didactique :**

Savoir de référence /Savoir savant ⇒ Savoir à enseigner ⇒ Savoir enseigné ⇒ Savoir acquis

- Savoir de référence /Savoir savant ⇒ Savoir à enseigner : Transposi[tion] didactique externe (en dehors de classe)
- Savoir à enseigner ⇒ Savoir enseigné : Transposition didactique interne (dans la classe)

- Savoir de référence /Savoir savant : c'est essentiellement le produit de chercheurs reconnus par leurs pairs, par l'université (c'est un variable didactique mais intouchable)
- Savoir à enseigner : C'est ce qui est décrit, précisé dans l'ensemble des textes officiels (les livres)
- Savoir enseigné : c'est ce que l'enseignant a construit et qu'il mettra en oeuvre dans la classe.
- Savoir acquis : l'ensemble des savoirs appris par les apprenants

*** Activité :**

1. Vous devez construire un cours / problème / exercice (d'application) de mathématiques pour les élèves.
2. Essayer de regroupes ces éléments en quelques catégories (Spécifie[r] si elles concernent l'apprentissage ou l'enseignement).

Consignes :
- Quelles sont les connaissances préalables des élèves? Niveau? Période?
- Quelles sont les outils qu'ils peuvent utiliser?
- Quel est le contract entre l'élève et l'enseignant?
- Quel est l'objectif?
- Quelles sont les connaissances visées?

Séance 2

Exemples :

Un crémier reçoit sa commande d'oeufs dans des cartons. Dans un carton il y a 240 oeufs. Ces oeufs sont dans des boîtes de 6 et de 12. Une boîte de 6 vide pèse 20g. Un oeuf pèse 50g. Dans un carton, il y a 8 boîtes de 12. Le carton pèse 300g vide et 13,2Kg plein.

Pour chacune de questions ci-dessous, préciser s'il est possible de répondre avec ces données. Si c'est le cas, répondre à la question. Sinon, expliquer pourquoi il n'est pas possible de répondre.

A) Quel est le nombre de boîtes de 6 oeufs dans un carton?

B) Quel est le poids d'une boîte de 12 oeufs vide?

C) Quel est le bénéfice réalisé par le crémier quand il a vendu un carton d'oeufs?

Solution :

A) on a : nombre total des oeufs = nombre total des oeufs dans une boîte de 6 + nombre total des oeufs dans une boîte de 12

avec :

- nombre total des oeufs = 240 oeufs
- nombre total des oeufs dans une boîte de 12 = $12 \times 8 = 96$ oeufs

donc : nombre total des oeufs dans une boîte de 6 $= 240 - 96 = 144$

et on a : nombre total des oeufs dans une boîte de 6 $= 6 \times$ nombre de boîte de 6

donc : nombre de boîte de 6 $= \frac{144}{6} = 24$

Alors : Il y a 24 boîtes de 6 oeufs dans un carton.

B) on a :

poids de carton plein = poids de carton vide + poids total des oeufs + poids total de boîte de 6 vide + poids total de boîte de 12 vide

avec :

- poids de carton plein = 13200g
- poids de carton vide = 300g
- poids total des oeufs $= 240 \times 50g = 12000g$
- poids total de boîte de 6 vide $= 24 \times 20 = 480$ g

donc: $\begin{matrix}\text{poids total}\\ \text{de boîte}\\ \text{de 12 vide}\end{matrix} = 13200 - 300 - 12000 - 480 = 420$

et on a: $\begin{matrix}\text{poids total}\\ \text{de boîte}\\ \text{de 12 vide}\end{matrix} = 8 \times \begin{matrix}\text{poids d'une boîte}\\ \text{de 12 vide}\end{matrix}$

donc: $\begin{matrix}\text{poids d'une boîte}\\ \text{de 12 vide}\end{matrix} = \frac{420}{8} = 52,5$

Alors: Une boîte de 12 oeufs vide pèse 52,5 g.

C) On ne peut pas répondre à cette question, car on n'a pas d'information sur les prix (le prix d'achat, le prix de vente, ...) / car on ne connait pas le prix d'achat.

Séance 3

* Analyse:

À partir de la reflexion engagée ci-dessus, on pointera qu'il est important, si l'on veut concevoir un problème à donner à résoudre à des élèves de pouvoir connaître les réponses aux questions ci-dessous

- Quelles sont les connaissances préalables des élèves? (Niveau scolaire, période de l'année)
- Quels sont les outils qu'ils peuvent utiliser?
- Quel est le contrat entre l'élève et l'enseignant? (le rôle de chacun)
- Quel est l'objectif du problème?
- Quelles sont les connaissances visées?

* Définition de variable didactique:

« Une variable didactique est une variable dont la modification provoque des adaptations, des régulations des apprentissages, et dans le cas de la recherche de la solution d'un problème, des changements de stratégies. » (Guy Brousseau)

→ Une variable didactique est un élément de la situation, pouvant être choisi par l'enseignant et qui modifie les stratégies de solution chez les élèves.

* Exemple:

Résoudre dans IR les équations suivantes:

(E_1) $x^2 - 3x = 0$

(E_2) $x^2 - 9 = 0$ Variables didactiques : • le degré

(E_3) $x^2 + 3x - 4 = 0$ • les coefficients

(E_4) $x^3 - 3x^2 + 4x - 2 = 0$ • la position de l'inconnu

* Activité :

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivant : $x\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x} = 2\sqrt{x^2+1}$

2) Montrer que : $\forall a,b \in \mathbb{R}$ $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

Solution:

1) on note : (E) $x\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x} = 2\sqrt{x^2+1}$; $D_{(E)} = [0,3]$ $(x \geq 0$ et $x+1 \geq 0$ et $3-x \geq 0)$

Soient $\vec{u}(x, 1)$ et $\vec{v}(\sqrt{x+1}, \sqrt{3-x})$

• $\vec{u}.\vec{v} = x.\sqrt{x+1} + 1.\sqrt{3-x}$
$= x\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x}$

• $\|\vec{u}\|.\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2+1^2}\sqrt{(\sqrt{x+1})^2 + (\sqrt{3-x})^2}$
$= \sqrt{x^2+1}\sqrt{\cancel{x}+1+3-\cancel{x}}$
$= 2\sqrt{x^2+1}$

donc : $(E) \Leftrightarrow \vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|$

de plus : $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires (car $\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|$),

et on sait que : $\vec{u}.\vec{v} = \|\vec{u}\|.\|\vec{v}\| \Leftrightarrow \det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$

alors : $(E) \Leftrightarrow \det(\vec{u}, \vec{v}) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} x & \sqrt{x+1} \\ 1 & \sqrt{3-x} \end{vmatrix} = 0$$

$\Leftrightarrow x\sqrt{3-x} - \sqrt{x+1} = 0$

$\Leftrightarrow x\sqrt{3-x} = \sqrt{x+1}$

$\Leftrightarrow x^2(3-x) = x+1$

$\Leftrightarrow 3x^2 - x^3 = x+1$

$\Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + x + 1 = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x^2-2x-1) = 0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x-(1+\sqrt{2}))(x-(1-\sqrt{2})) = 0$

$$\begin{array}{r|l} x^3 - 3x^2 + x + 1 & x-1 \\ \hline x^3 - x^2 & x^2 - 2x - 1 \\ -2x^2 + x + 1 & \\ -2x^2 + 2x & \\ \hline -x + 1 & \\ -x + 1 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 8$

$\Rightarrow x_1 = \frac{2+2\sqrt{2}}{2} = 1+\sqrt{2}$

$x_2 = 1 - \sqrt{2}$

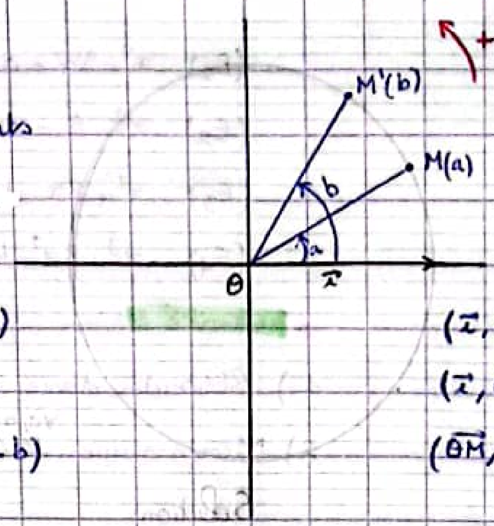
puisque $1 \in D_{(E)}$; $1+\sqrt{2} \in D_{(E)}$; $1-\sqrt{2} \notin D_{(E)}$

alors : $S_{(E)} = \{1 ; 1+\sqrt{2}\}$

2) On considère le cercle trigonométrique de centre O et de rayon $r = 1$,

orienté dans le sens positif.

Soient $M(a)$ et $M'(b)$ deux points sur ce cercle trigonométrique.



on a :

- $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{OM'} = OM.OM'.\cos(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OM'})$

$(\vec{i},\overrightarrow{OM}) = a$

$= 1.1.\cos(b-a)$

$(\vec{i},\overrightarrow{OM'}) = b$

$= \cos(b-a) = \cos(a-b)$

$(\overrightarrow{OM},\overrightarrow{OM'}) = b-a$

- $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{OM'} = \begin{pmatrix}\cos a\\ \sin a\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos b\\ \sin b\end{pmatrix}$

$= \cos a \cos b + \sin a \sin b$

alors : $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

Séance 4

Guy Brousseau dit qu'il y a seulement trois cadres : Géométrie, Physique, Algèbre

* **2e cadre / الإطار :**

Selon Adrien Douady : « Un cadre est constitué des objets d'une branche de mathématiques, des relations entre ces objets, de leurs formulations éventuellement diverses des images mentales associées à ces objets et ces relations. »

* **Exemple 1 :**

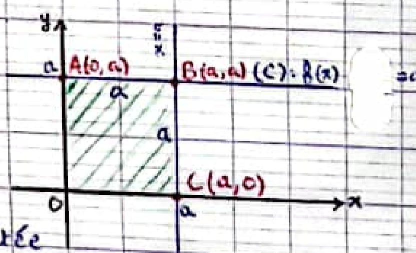
L'aire d'un carré de côté a est $S = a^2$ (u.a)

Montrer cette formule en utilisant deux cadres.

Solution :

Cadre 1 : Analyse fonctionnelle

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = a$ avec $a \in \mathbb{R}^+$



Calculons l'aire de la zone du plan limitée par la courbe de la fonction (C), l'axe des abscisses, et les droites d'équations $x=0$ et $x=a$.

$$A = \int_0^a |f(x)|dx$$

$$= \int_0^a a\,dx$$

$$= [ax]_0^a$$

$$= a^2$$

Cadre 2 : Produit vectoriel

Scanné avec CamScanner

- $S_{ABC} = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{BC}\|$

$= \frac{1}{2}\|\overrightarrow{BA}\|\|\overrightarrow{BC}\| \sin(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$

$= \frac{1}{2} a . a . \sin(\frac{\pi}{2})$

$= \frac{1}{2} a^2$

- $S_{AOC} = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OC}\|$

$= \frac{1}{2}\|\overrightarrow{OA}\|\|\overrightarrow{OC}\| \sin(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC})$

$= \frac{1}{2} a . a . \sin(\frac{\pi}{2})$

$= \frac{1}{2} a^2$

alors: $A = S_{ABC} + S_{AOC}$

$= \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}a^2$

$= a^2$

- **Exemple 2:**

On considère dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{I}, \vec{J})$.
Les points $A(9,1)$, $B(9,-1)$, $C(11,-1)$.
Montrer que le triangle ABC est un triangle rectangle et isocèle en B.

Séance 5

Solution:

Cadre 1: Géométrie analytique

on a: $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
$= \sqrt{(9-9)^2 + (-1-1)^2}$
$= \sqrt{4}$
$= 2$

$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$
$= \sqrt{(11-9)^2 + (-1-1)^2}$
$= \sqrt{8}$
$= 2\sqrt{2}$

$BC = \sqrt{(x_C - x_B)^2 + (y_C - y_B)^2}$
$= \sqrt{(11-9)^2 + (-1-1)^2}$
$= \sqrt{4}$
$= 2$

puisque: $AB = BC = 2$ (u.a)
donc: ABC est un triangle isocèle en B,
et puisque: $AB^2 + BC^2 = 4 + 4 = 8 = AC^2$
donc, d'après le théorème de Pythagore (réciproque). ABC est un triangle rectangle en B,

(algèbre → (géométrie)
directe: Géométrie → algèbre

Alors: ABC est un triangle rectangle et isocèle en B.

Cadre 2: Analyse complexe

Soient A, B et C trois points d'affixes $a = 9 + i$, $b = 9 - i$ et $c = 11 - i$ respectivement, on a : $\dfrac{a-b}{c-b} = \dfrac{3+i-3+i}{11-i-9+i}$

$= \dfrac{2i}{2}$

$= i$

$= [1, \frac{\pi}{2}]$

d'où : • $\left|\dfrac{a-b}{c-b}\right| = 1 \iff \dfrac{AB}{BC} = 1$

$\iff AB = BC$ (1)

• $\arg\left(\dfrac{a-b}{c-b}\right) \equiv \dfrac{\pi}{2}[2\pi] \iff (\overline{BC}, \overline{BA}) \equiv \dfrac{\pi}{2}[2\pi]$ (2)

de (1) et (2) on déduit que : ABC est un triangle rectangle et isocèle en B.

• **Exercice :**

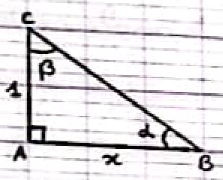
Montrer que : $\forall x>0$, $\arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$

Solution :

Cadre 1 : Géométrie

Soit $x>0$,

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que : $AB = x$ et $AC = 1$



On a : • $\tan\alpha = \frac{1}{x} \Rightarrow \alpha = \arctan\frac{1}{x}$

• $\tan\beta = \frac{x}{1} \Rightarrow \beta = \arctan x$

d'où : $\arctan x + \arctan\frac{1}{x} = \alpha + \beta$

puisque : $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$

donc : $\arctan x + \arctan\frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$

Cadre 2 : Trigonométrie

Soit $x>0$,

on sait que : $\forall \alpha \in]0, \frac{\pi}{2}[$, $\tan(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \dfrac{\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)}{\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)} = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \dfrac{1}{\tan\alpha}$

on prend $\alpha = \arctan x \in]0, \frac{\pi}{2}[$ (car $x>0 \Rightarrow \arctan x \in]0, \frac{\pi}{2}[$)

donc : $\tan(\frac{\pi}{2} - \arctan x) = \dfrac{1}{\tan(\arctan x)} = \dfrac{1}{x}$

d'où : $\frac{\pi}{2} - \arctan x = \arctan\frac{1}{x}$

donc : $\arctan x + \arctan\frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$

Cadre 3 : Analyse fonctionnelle

Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = \arctan x + \arctan\frac{1}{x}$

f est dérivable sur $]0, +\infty[$,

$\forall x>0$, $f'(x) = \dfrac{1}{1+x^2} + \dfrac{(1/x)'}{1+(1/x)^2}$

$\forall x>0, \quad f'(x) = \frac{1}{1+x^2} + \frac{-1/x^2}{1+\frac{1}{x^2}}$

$\forall x>0, \quad f'(x) = \frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+x^2}$

$\forall x>0, \quad f'(x) = 0$

d'où. $\exists C \in \mathbb{R}, \forall x>0, \quad f(x) = C$

en particulier: $f(1) = C \iff \arctan 1 + \arctan 1 = C$

$\iff \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = C$

$\iff \frac{\pi}{2} = C$

donc: $\forall x>0, \quad f(x) = \frac{\pi}{2}$

$\forall x>0, \quad \arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$

Séance 6

* Registres de représentation sémiotique :

- La notion de représentation sémiotique définie par Raymond Duval est intéressante, pour comprendre comment les élèves manipulent les objets mathématiques.
- Les objets mathématiques tel que droites, cercles, nombres, fonctions ne sont pas des objets réels ou physiques.
- Pour les manipuler, les élèves doivent passer par leurs représentations mentales et sémiotiques.

* Définition :

Selon Raymond Duval, les représentations sémiotiques sont définies comme des productions constituées par l'emploi de signes appartenant à un système de représentation qui a ses contraintes propres de signifiance et de fonctionnement.

Ces systèmes de signes sont appelés par Duval des registres de représentations sémiotiques. En mathématiques, on manipule ainsi plusieurs types de registres: Ecritures algébriques, graphiques cartésiens, langage naturel, figures géométriques, ... Donc un objet mathématique peut avoir plusieurs représentations sémiotiques.

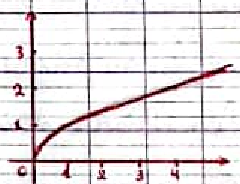
Par exemple, l'objet mathématique "droite" possède plusieurs représentations sémiotiques :
- Une représentation graphique;
- Une équation;
- Un ensemble : $\mathcal{D}_{(A,\vec{u})} = \{ M \in \mathcal{P} / \overrightarrow{AM} \text{ et } \vec{u} \text{ sont colinéaires} \}$

* Critères de registres sémiotiques :

La notion de registre de représentation sémiotique désigne tout système qui permet les deux activités cognitives suivantes :

• Le traitement d'une représentation (interne à chaque registre) en lien avec des règles de traitement propres au registre. Par exemple dans le registre algébrique, on peut utiliser la règle $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ pour écrire que $(2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$

• La conversion d'une représentation du registre dans un autre, c'est une transformation externe au registre qui suit d'autres règles. Par exemple dans le registre algébrique, $a^2 - b^2$ se convertit en la différence des carrés des nombres a et b dans le registre du langage naturel.

Registre algébrique	Registre du langage	Registre graphique	Registre symbolique	Registre numérique
$f(x) = \sqrt{x}$	La fonction racine carré		x : 0 → $+\infty$; $f(x)$: 0 ↗ $+\infty$ "Tableau de variations"	x : 0, 1, 4, 9, 16 ; $f(x)$: 0, 1, 2, 3, 4 "Tableau de valeurs"

* Pourquoi introduire cette notion didactique :

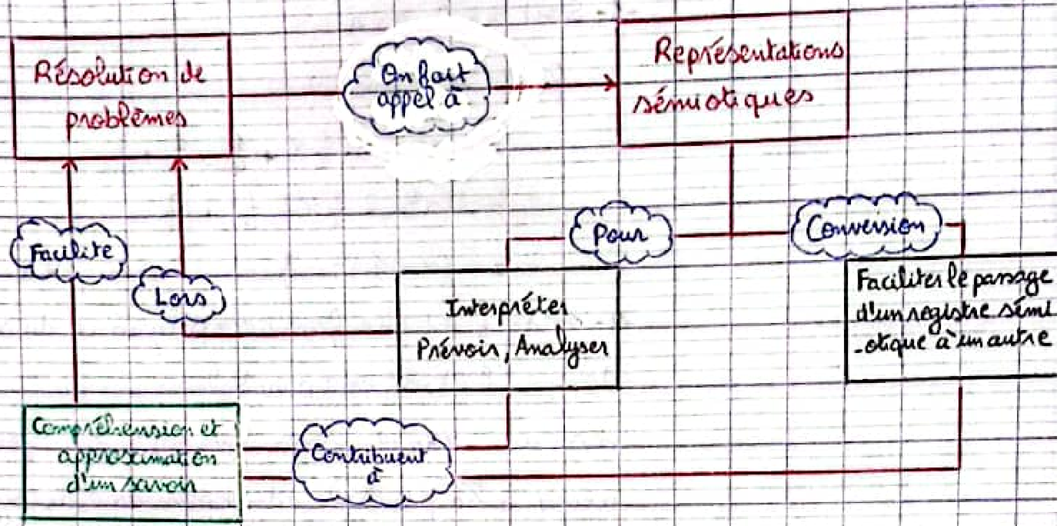
La coordination de registres sémiotiques est une condition nécessaire de la compréhension (Duval, 1996). Pour cet auteur, la compréhension en mathématiques repose sur la distinction entre l'objet et sa représentation sémiotique, et toute confusion entre ses deux derniers entraine une perte de compréhension.

Pour qu'une représentation donne à l'élève accès à l'objet qu'elle représente, deux conditions doivent être remplies :

- qu'il (élève) dispose au moins de deux systèmes sémiotiques différents pour produire la représentation d'un objet, d'une situation, d'un processus, ...
- qu'il puisse convertir "spontanément" d'un système sémiotique, à l'autre.

* Résolution de problèmes :

Lors de la résolution de problèmes, on fait appel à des registres sémiotiques du fait que l'activité conceptuelle implique la coordination de ces registres sémiotiques, les apprenants doivent parvenir à ce stade de coordination (reposant sur la conversion et/ou le traitement) qui amène à une meilleure compréhension du sens des objets conceptuels, et aide par la suite à la résolution de problèmes:



* Exercice :

* Consignes :

1/ Proposer un corrigé pour l'activité, adapté au niveau du tronc commun scientifique.

2/ Pour chaque question, déterminer :

* Les cadres de traitement du savoir ;
* Les registres de représentation sémiotiques mis en jeu ;
* Les variables didactiques en précisant la nature de chacune ;

3/ Formuler les questions -3- et -5- dans d'autres cadres.

* Activité :

Soit f la fonction définie par : $f(x) = -x^2 + x + 2$

(C_f) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé (O, I, J) tel que : $\|I\| = \|J\| = 1$ cm

-1- Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = -(x-\frac{1}{2})^2 + \frac{9}{4}$

-2- Déterminer la nature de $(\mathcal{C}_f)$ en précisant ses éléments caractéristiques

-3- Déterminer l'intersection de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ avec l'axe d'abscisses.

-4- Etudier les variations de f sur $]-\infty, \frac{1}{2}]$ et $[\frac{1}{2}, +\infty[$

-5- En déduire que pour tout $x \in [-1, 0]$, on a : $0 < f(x) < 2$

Séance 7

Solution :

1/ Correction de l'activité :

-1- Soit $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$f(x) = -x^2 + x + 2$$
$$= -x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 2$$
$$= -(x^2 - 2\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}) + \frac{9}{4}$$
$$= -(x-\frac{1}{2})^2 + \frac{9}{4}$$

-2- on a : f est une fonction polynôme du second degré,

donc : $(\mathcal{C}_f)$ est une parabole,

et on a : $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) = -(x-\frac{1}{2})^2 + \frac{9}{4}$ "forme canonique"

alors :
- La parabole admet pour axe de symétrie la droite d'équation : $x = \frac{1}{2}$
- Le sommet de la parabole est le point de coordonnées $S(\frac{1}{2}, \frac{9}{4})$
- Comme $a = -1 < 0$, donc les branches de la parabole sont tournées vers le bas.

-3- Soit $x \in \mathbb{R}$, on a :

$f(x) = 0$ ssi $-(x-\frac{1}{2})^2 + \frac{9}{4} = 0$

ssi $(x-\frac{1}{2})^2 = \frac{9}{4}$

ssi $x - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ ou $x - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$

ssi $x = 2$ ou $x = -1$

donc : les intersection de $(\mathcal{C}_f)$ avec l'axe d'abscisses sont $(-1, 0)$ et $(2, 0)$

-4- on a : $a = -1 < 0$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$\frac{9}{4}$	↘ $-\infty$

-5- Soit $x \in [-1,0]$

on a : $[-1,0] \subset]-\infty, \frac{1}{2}]$

et puisque f est croissante sur $]-\infty, \frac{1}{2}]$

donc : $-1 \leq x \leq 0$ ssi $f(-1) \leq f(x) \leq f(0)$

ssi $0 \leq f(x) \leq 2$

2/ * Cadres du traitement du savoir :

- question 1 : Algébrique
- question 2 : Géométrique
- question 3 : Algébrique
- question 4 : Analytique
- question 5 : Algébrique / Analytique

* Registres de représentation sémiotiques :

- question 1 : Algébrique
- question 2 : Graphique / langage naturel
- question 3 : Algébrique
- question 4 : Symbolique
- question 5 : Algébrique

* Variables didactiques :

Type de fonction ; Coefficients ; Registres ; ...

3/ * Question 3 :

- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$ (Cadre algébrique)
- Déterminer l'intersection des ensemble $(\Delta) = \{M(x,y) / y = 0\}$ et $(\mathcal{C}_f) = \{M(x, f(x)) / x \in \mathbb{R}\}$ (ensembliste)

* Question 5 :

- Montrer que $f([-1,0]) = [0,2]$
- Montrer que pour tout $x \in [-1,0]$, la courbe $(\mathcal{C}_f)$ est au dessus de l'axe d'abscisses et au dessous de la droite $(D) : y = 2$
- Etudier la position relative de $(\mathcal{C}_f)$ et les droites d'équation $y = 0$ et $y = 2$