

Université Abdelmalek Essaâdi École Normale Supérieure Tétouan



Contrôle surveillé Analyse numérique

LE-Math Durée 2h00 Semestre 4 2023–2024

Documents non autorisés & Téléphone éteint

Exercice 1. (4 pts)

Soit $\{x_i\}$, $i=0,\dots,n$ une subdivision de l'intervalle [a,b] de pas $h=\frac{b-a}{n}$. Pour une fonction f continue on note $I(f)=\int_a^b f(x)dx$ et $J(f)=\sum_{i=0}^n w_i f(x_i)$.

1. On choisit $w_i = \int_a^b \mathcal{L}_{i,n}(x) dx$, avec $\mathcal{L}_{i,n}$ est les polynôme de la base de Lagrange associée aux points $\{x_i\}$, $i=0,\cdots,n$. Montrer que $I(p)=J(p), \ \forall \ p\in \mathbb{P}_n$.

2. On suppose que I(p) = J(p), $\forall p \in \mathbb{P}_n$, montrer que $w_i = \int_a^b \mathcal{L}_{i,n}(x) dx$.

3. Si on note par $\{e_0, e_1, \dots, e_n\}$ la base canonique de \mathbb{P}_n , montrer que

$$I(p) = J(p), \forall p \in \mathbb{P}_n \iff I(e_i) = J(e_i), i = 0, \dots, n.$$

Exercice 2. (6 pts)

On considère une fonction f de classe $\mathscr{C}^3(\mathbb{R})$.

1. Donner le polynôme d'interpolation de Lagrange P_2 associé à f aux points $x_0 = -\frac{1}{3}$, $x_1 = 0$ et $x_2 = \frac{1}{3}$.

2. Donner l'expression de l'erreur $E(x) = f(x) - P_2(x)$.

3. Montrer que $|E(x)| \leq \frac{|f^{(3)}(\xi_1)|}{485} \times C$, (Calculer C)

4. Construire la formule de quadrature $\mathcal{I}_2(f)$ associée à P_2 .

Exercice 3. (6 pts)

Soit $g:[0,1]\to\mathbb{R}$ une fonction de classe \mathscr{C}^3 et P_g sont polynôme d'interpolation de Lagrange aux points : $(0,g(0)),(\frac{1}{2},g(\frac{1}{2}))$ et (1,g(1)).

1. Calculer P_g et puis calculer $P_g''(\frac{1}{2})$.

2. Posons $D_2g = 4g(0) - 8g(\frac{1}{2}) + 4g(1)$

(a) Montrer que $\forall Q \in \mathbb{P}_2$ on a $D_2Q = Q''(\frac{1}{2})$.

(b) Montrer que $g[0, \frac{1}{2}, 1] = \frac{1}{2}D_2g$.

3. On pose pour tout $x \in [0, 1]$, $r(x) = g(x) - P_g(x)$

(a) Montrer qu'il existe $\xi \in [0, 1]$ tel que $r''(\xi) = 0$

(b) Montrer que $g''(\frac{1}{2}) - D_2 g = r''(\frac{1}{2})$

(e) Écrire r(x) en fonction de l'erreur d'interpolation et en déduire une majoration de $|g''(\frac{1}{2}) - D_2 g|$.

Exercice 4. (4 pts)

Soit la formule de quadrature

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx \approx \alpha f(-x_0) + \beta f(0) + \gamma f(x_0)$$

1. Déterminer les constantes α , β , γ et x_0 pour que cette formule soit d'ordre maximal.

2. Quel est alors l'ordre de cette formule?

Ġ





LE MATH Année:2023-2024

Dualité **2h**

Exercice 1 (7 pt)

I Soit E un espace préhilbertien, et A et B deux parties de E. Démontrer les relations suivantes :

1.
$$A \subset B \implies B^{\perp} \subset A^{\perp}$$

2.
$$(A \cup B)^{\perp} = A^{\perp} \cap B^{\perp}$$

3.
$$A^{\perp} = \operatorname{vect}(A)^{\perp}$$

5. On suppose E est de dimension finie. Démontrer que $vect(A) = (A^{\perp})^{\perp}$

II Soit E un espace préhilbertien et $\{e_1,e_2,\ldots,n\}$ une famille orthonormale, montrer que $\forall x\in E,$ on a $\sum_{i=1}^n \mid < x,e_i \mid \leq \parallel x^2 \parallel$

Exercice 2 (6 pt)

On considère dans $(\mathbb{R}^3)^*$ les formes linéaires : $f_1(x,y,z)=x+y+z$ $f_2(x,y,z)=x+2y+3z$ $f_3(x,y,z)=x+3y++2z$

- 1. Montrer que (f_1, f_2, f_3) est une base de $(\mathbb{R}^3)^*$.
- 2. Trouver sa base préduale.
- 3. Trouver toutes les formes linéaires sur $(\mathbb{R}^3)^*$ qui s'annulent en (1,2,3) et (1,1,0) mais pas en (2,1,3)

Exercice 3 (7 pt)

Soit q la forme quadratique définie sur \mathbb{R}^3 par $q(x,y,z)=x^2+4xz+2y^2+z^2$.

- Déterminer la matrice A associée à q dans la base canonique de R³.
- 2. Construire une base orthonormée P formée de vecteurs propres de A.
- 3. Déterminer la matrice B associée à q dans la base P. En déduire l'expression de la forme réduite de q(x, y, z).
- 4. Utiliser la méthode de Gauss pour trouver une forme réduite de q.

Contrôle continu 1h45

Exercice 1

La gendarmerie effectue un contrôle radar sur une route nationale, limitée à 90 km/h. Les vitesses observées sont consignées dans le tableau ci-dessous :

vitesse (km/h)]50;70[[70; 90]]90; 100]	[100; 130]	[130; 150]
Effectif	15	55	20	8	2

- Quelle est la fréquence des automobilistes en excès de vitesse? Exprimer en pourcentage.
- 2. Une infraction est commise dès lors que la vitesse dépasse de 30 km/h la limite autorisée. Cela a pour conséquence une rétention du permis de conduire. Quel est le nombre d'automobilistes concernés?
- 3. Calculer la médiane et le premier quartile Q_1 , interpréter vos résultats.
- 4. Calculer la vitesse moyenne contrôlée, ainsi que l'écart-type.
- 5. Représenter cette série statistique. Déterminer le mode de cette série statistique.

Exercice 2

Une course oppose 20 concurrents, dont Ahmed fait partie.

Combien y-a-t-il de podiums possibles?
Combien y-a-t-il de podiums possibles où Ahmed est permier?

Combien y a-t-il de podiums possibles dont Ahmed fait partie?

(3) On souhaite récompenser les 3 premiers en leur offrant un prix identique à chacun. Combien v-a-t-il de discribations de récompenses possibles?

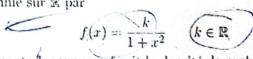
Exercice 3

Un laboratoire pharmaceutique met au point un test de dépistage du virus "Covid19" et fournit les renseignements suivants: La population testé comporte 3% de personnes malades. De plus .

- Si la personne n'est pas malade, alors le test est positif avec une probabilité de 0.2%.
- Si la personne est maiade, alors le test est positif avec une probabilité de 98%.
 - Quelle est la probabilité pour une personne d'être malade si son test est positif?
 - 2 Quelle et la probabilité pour une personne d'être saine si son test est positif?
 - 3. Quelle est la probabilité pour une personne d'être malade si son test est négatif?
 - 4. Ouelle est la probabilité pour une personne d'être saine si son test est négatif?

Exercice 4

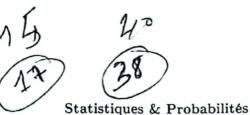
Soit f la fonction définie sur R par



- 1. Déterminer la constante k pour que f soit la densité de probabilité d'une variable aléatoire χ
- 2. Pour les valeurs de k obte mes à partir de la question précédente. Déterminer la fonction de répartition de X.
- X admet-elle une espérance?

1 /2(N) dx 2 1

UAE ENS Tétouan



LEM Année 2023-2024

Examen (2h)

Exercice

Le taux normal de glycémie est de 1,0 g/L. Quand ce taux est au-dessous de 0,70 g/L, il s'agit d'hypoglycémie. Tandis qu'au-dessus de 1,1 g/L, on parle plutôt d'hyperglycémie. Sur une population de 200 personnes rencontrées dans un laboratoire, on a collecté les résultats suivants :

1)
9	1

Taux de glycémie (g/L)	[0,6;1,1[[1,1;1,6[[1,6;2,1[[2,1;2,6[[2,6;3,1[
Effectifs	10	n_2	75	60	n_5

Déterminer la population statistique et le caractère étudié ainsi que son type.

Sachant que le glucose moyen sur cette population est égal exactement à 2.1125 g/l, déterminer les deux effectifs partiels manquants n_2 et n_5 .

3. Déterminer le mode et la médiane. Interpréter vos résultats à propos de l'état de cette population.

M.A. Calculer la variance et l'écart type.

Exercice 2

1. Un étudiant s'habille très vite le matin et prend, au hasard dans la pile d'habits, un pantalon, un tee-shirt, une paire de chaussettes; il y a ce jour-là dans l'armoire 5 pantalons dont 2 noirs, patres de chaussettes, dont 5 paires noires.

(i) Combien y-a-t-il de façons de s'habiller?

- ii) Quelles sont les probabilités des événements suivants :
 - a) il est tout en noir;
 - b) une seule pièce est noire sur les trois.
- 2. Combien y a-t-il de bijections f de $\{1, ..., 12\}$ dans lui-même possédant :
 - 1. la propriété : n est pair $\Rightarrow f(n)$ est pair?
 - 2. la propriété : n est divisible par $3 \Rightarrow f(n)$ est divisible par 3?

Exercice 3

1. Soit X une variable aléatoire prenant ses valeurs dans $\{0, 1, ..., N\}$. Démontrer que

$$E(X) = \sum_{k=0}^{N-1} P(X > k)$$



ét

 Φ éterminer les valeurs de $a\in\mathbb{R}$ tel que la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} ax(1-x) & \text{si} & x \in [0,1] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

soit une densité de probabilité. Pour ces valeurs de a déterminer la fonction de répartition associée.



UNIVERSITÉ ABDELMALEK ESSAÂDI École Normale Supérieure Tétouan



Examen

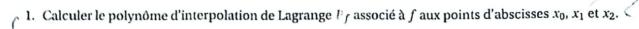
Analyse numérique

LE-Math Durée 2h00 Semestre 4 2023–2024

Documents non autorisés & Téléphone éteint & Calculatrice autorisée

Exercice 1. (6 pts)

On considère une fonction f de classe $\mathscr{C}^3(\mathbb{R})$ et soient $x_0 = 0$, $x_1 = h$ et $x_2 = 2h$ avec h > 0.



- (2. On note par $\mathcal{D}_f(x) = P_f''(x)$, montrer que $\forall Q \in \mathbb{P}_2$ on a $\mathcal{D}_Q(x) = Q''(x)$.
- /3. Montrer que $\mathcal{D}_f(x) = 2f[x_0, x_1, x_2]$.
- 4. Psosons $g(x) = f(x_0) + \frac{\Delta_h f(x_0)}{h}(x x_0) + \frac{\Delta_h^2 f(x_0)}{2h^2}(x x_0)(x x_1)$, avec $\Delta_h f(x_i) = f(x_i + h) f(x_i)$. Montrer que g interpole f aux points x_0 , x_1 et x_2 .
- 5. Montrer que $|f(x) P_f(x)| \le \frac{h^3}{9\sqrt{3}} |f^{(3)}(\xi)|$ avec $\xi \in [x_0, x_2]$.

Exercice 2. (14 pts)

Notre but est de déterminer numériquement : $\sqrt[3]{27} = 3$. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}_+^* par $f(x) = x^3 - 27$.

- 1. Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une solution unique $\alpha \in [2.25, 4]$.
- 2. Estimer le nombre d'itérations nécessaires paur calculer le zéro α de f avec une tolérance $\varepsilon = 10^{-5}$ en appliquant la méthode de la dichotomie sur l'intervalle [2.25, 4].

 Que ce passe t-il lorsqu'on utilise l'intervalle [2, 4], Commenter.
- 3. Posons $g_1(x) = \frac{2}{3}(\frac{27}{x^2} + x)$. Edudier la méthode de point fixe définie par $x_{n+1} = g_1(x_n)$, sur l'intervalle [2.25, 4]. Si elle converge, déterminer son ordre de convergence théorique.
- 4. Pour $x_0 = 2.25$, calculer les trois premières itérations de la suite $(x_{n+1} = g_1(x_n))_{n \ge 0}$. Calculer son ordre de convergence numérique. Commenter.



- 6. Soient $\lambda \in \mathbb{R}$ et $g_2(x) = \lambda \left(x \frac{27}{x^2}\right) + x$. Montrer que $g_3(x) = -\frac{15}{8}\lambda x^2 + \left(1 + \frac{247}{16}\lambda\right)x \frac{471}{16}\lambda$ interpole g_2 aux points d'abscisses $a_0 = \frac{3}{2}$, $a_1 = 3$ et $a_2 = 4$.
- 7. Pour $\lambda = -\frac{16}{67}$, calculer l'ordre de convergence de la méthode du point fixe définie par $z_{n+1} = g_3(z_n)$.
- 8. Pour $\lambda = -\frac{16}{67}$ et $z_0 = 2.25$ calculer les trois premières itérations de la suite $z_{n+1} = g_3(z_n)$, puis calculer son ordre de convergence numérique.
- 9. Pour $-\frac{1}{17} < \lambda < 0$, édudier la méthode de point fixe définie par $y_{n+1} = g_2(y_n)$, sur l'intervalle $[\frac{3}{2}, 4]$.



07/06/2024

Examen de la session normale: Analyse 6

Durée 2h

Exercice 1. (6 points)

Montrer que:
$$\forall x > 0$$
, $\frac{\sin x}{1 + e^x} = \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} e^{-nx} \sin x$.

2. Montrer que: $\forall x > 0, \ \forall n \in \mathbb{N}^*, \ |\sum_{i=1}^n (-1)^{k-1} e^{-kx} \sin x | \le 2e^{-x}.$

43. Montrer que:
$$\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{1 + e^x} dx = \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{1 + n^2}{1 + n^2}.$$

Exercice 2. (8 points)

On considère la fonction $f: x \longmapsto \int_{a}^{1} \frac{\ln(x+t)}{1+t} dt$.

 \swarrow 1. Montrer que le domaine de définition de la fonction f est $[0, +\infty[$.

 \times 2. Montrer que la fonction f est continue sur $[0, +\infty[$.

3. \angle (a) Montrer que la fonction f est de classe C^1 sur $[0, +\infty[$.

 $f^{(b)}$ Calculer f'(1).

(c) Montrer que: $\forall x \in]0, 1[\cup]1, +\infty[, f'(x) = \frac{1}{1-x} \ln(\frac{1+x}{2x}).$

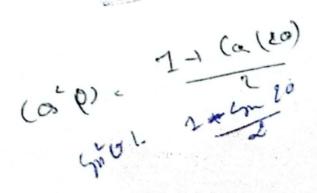
(d) Déduire les variations de la fonction f.

Exercice 3. (6 points)

1. Calculer les intégrales suivantes:

(a)
$$\iiint_{\Gamma} x \underbrace{yzdxdyz}, \ avec \ \Gamma = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, \ y \leq 0, \ z \leq 0, \ 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9\}.$$

$$\text{(b)} \iint_{D} xy^{2} \sqrt{1+x^{2}+y^{2}} dx dy, \ avec \ D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^{2} : x,y \geq 0, \ x^{2}+y^{2} \leq 1\}.$$





UNIVERSITÉ ABDELMALEK ESSAÂDI École Normale Supérieure Tétouan



Rattrapage

Analyse numérique

LE-Math Durée 2h00

Semestre 4 2023-2024

Documents non autorisés & Téléphone éteint & Calculatrice autorisée

Exercice 1. (10 pts)

On se propose de résoudre numériquement l'équation :

$$f(x) = x - \frac{2}{x+1} = 0.$$

- 1. Montrer que \int admet une racine unique $\alpha \in [0, 2]$.
- 2. Posons $g(x) = \frac{2}{x+1}$, donner les tableaux de variations de g' et g sur l'intervalle [0, 2].
- 3. Déterminer un intervalle $I_0 \subset [0, 2]$, pour le quel on a : $\begin{cases} |g'(x)| < 1, & \forall x \in I_0 \\ g(I_0) \subset I_0 \end{cases}$
- 4. En déduirer que la méthode du point fixe définie par $x_{n+1} = g(x_n)$ converge pour tout choix $x_0 \in I_0$.
- 5. Déterminer l'ordre de convergence théorique de la suite $(x_{n+1})_{n \in \mathbb{N}}$ sachant que la racine exacte est 1.
- 6. En partant de $x_0 = \frac{2}{3}$, calculer x_1 , x_2 , x_3 et x_4 . Calculer ensuite l'ordre de convergence numérique. Commenter le résultat obtenue.
- 7. Calculer la suite $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ obtenue à partir de la méthode de Newton. Calculer les quatres premières itérations sachant que $y_0 = \frac{3}{2}$.
- 8. Calculer la suite $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$ obtenue à partir de la méthode de la sécante. Calculer les trois premières itérations, sachant que $z_0 = \frac{5}{2}$ et $z_1 = \frac{4}{3}$.

Exercice 2. (10 pts)

Soit (p, q) un intervalle sur lequel f est définie, $m = \frac{p+q}{2}$ son milieu et $y = ax^2 + bx + c$ la prabole passant (interpole) par les 3 points (p, f(p)), (q, f(q)) et (m, f(m)).

- 1. Ecrire les 3 équations traduisant le fait que ces 3 points sont sur la parabole.
 - 2. Déterminer a, b et c en fonction de p et q.
- 43. Calculer $I = \int_{p}^{q} (ax^2 + bx + c) dx$, (on mettra $\frac{q-p}{6}$ en facteur).
- 4. Montrer que $I = \frac{q-p}{6} (f(p) + 4f(\frac{p+q}{2}) + f(q))$.
- 5. La formule de quadrature est-elle exacte pour les polynômes de degré 32.
- 6. Exprimer l'intégral $\int_0^1 f(t)dt$.
- 7. A l'aide d'un changement de variable, exprimer l'intégral $\int_{x_i}^{x_{i+1}} g(t) dt$.

Mn - g'cm)

Bon Courage



25/06/2024

Examen de la session de rattrapage: Analyse 6

Durée 1h30

Exercice 1. (6 points)

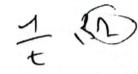
Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $I_n = \int_0^{+\infty} \arctan(nx)e^{-x^n} dx$.

- 1. Montrer que la fonction $\varphi: [0, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R} \ définie \ par \ \varphi(x) = \left\{\begin{array}{l} \frac{\pi}{2}, & si \ x \in [0, 1] \\ \frac{\pi}{2}e^{-x}, & si \ x > 1 \end{array}\right.$ est intégrable sur \mathbb{R}^+ .
- 2. Déduire que I_n est bien définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.
- 3. Montrer que la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = \begin{cases} 0, & si \ x = 0 \\ \frac{\pi}{2}, & si \ x \in]0, 1[\\ \frac{\pi}{2e}, & si \ x = 1 \\ 0, & si \ x > 1 \end{cases}$ est continue par morceau sur $[0, +\infty[$.
- 4. Déterminer $\lim_{n\to+\infty} I_n$.

17/

Exercice 2. (8 points)

On considère la fonction f définie par: $f(x) = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-t}\sin(xt)}{t}dt$.



- 1. a) Montrer que: $\forall x \in \mathbb{R}, \ \forall t \geq 1, \left| \frac{e^{-t} \sin(xt)}{t} \right| \leq e^{-t}$.
 - b) Montrer que: $\forall x \in \mathbb{R}, \lim_{t\to 0} \frac{e^{-t}\sin(xt)}{t} = x.$

J' Ce

- c) Déduire que f est définie sur R.
- 2. Montrer que f est de classe C^1 sur \mathbb{R} .
- 3. a) Montrer que: $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$.
 - b) Déduire que: $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = \arctan(x)$.

Exercice 3. (6 points)

- 1. Calculer les intégrales suivantes:
 - (a) $\iiint_{\Gamma} xyz dx dyz, \ avec \ \Gamma = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq 0, \ y \leq 0, \ z \leq 0, \ 4 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9\}.$

(b)
$$\iint_D xy^2 \sqrt{1+x^2+y^2} dxdy, \ avec \ D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x,y \ge 0, \ x^2+y^2 \le 1\}.$$

2. Calculer le volume du domaine suivant: $\Delta = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \le x^2 + y^2 \le 4, 0 \le z \le 2\}$.



11/05/2023

Contrôle continu: Analyse 6

Durée 2h

Exercice 1. (8 points)

Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $I_n = \int_0^{+\infty} \arctan(nx)e^{-x^n} dx$.

Montrer que la fonction $\varphi: [0, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R} \text{ définie par } \varphi(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2}, & \text{si } x \in [0, 1] \\ \frac{\pi}{2}e^{-x}, & \text{si } x > 1 \end{cases}$

2. Déduire que I_n est bien définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

3. Montrer que la fonction f définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x = 0 \\ \frac{\pi}{2}, & \text{si } x \in]0, 1[\\ \frac{\pi}{2e}, & \text{si } x = 1 \end{cases}$ est continue par morceau sur $[0, +\infty[$.

 V_4 . Déterminer $\lim_{n\to+\infty} I_n$.

Exercice 2. (12 points)

I) On considère la fonction $F: x \longmapsto \int_{a}^{+\infty} t^{x-1}e^{-t}dt$.

1) Montrer que F est définie sur $]0, +\infty[$.

2) Soit $[a,b] \subset]0,+\infty[$. On considère la fonction $\varphi:]0,+\infty[$ $\longrightarrow \mathbb{R}$ $t \longmapsto \begin{cases} t^{a-1}|\ln t|, & \text{si } t \in]0,1] \\ e^{-t}t^{b-1}|\ln t|, & \text{si } t \in]1,+\infty[\end{cases}$

Montrer que $\varphi(t) = o(\frac{1}{t^{1-\frac{\alpha}{2}}})$ et $\varphi(t) = o(\frac{1}{t^2})$.

Air. Déduire que φ est intégrable sur $]0, +\infty[$.

3) Montrer que la fonction F est de classe C^1 sur $]0, +\infty[$.

4) Déduire que $\forall x > 0$, $F'(x) = \int_0^{+\infty} t^{x-1} e^{-t} \ln(t) dt$.

5) Déduire les variations de la fonction F. (On admet que F' est strictement croissante sur $]0, +\infty[$ et s'annule en un $\alpha \in]1, 2[)$

II) \bigvee 1) Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*, \forall x \in]\emptyset, +\infty[\int_0^{+\infty} t^{x-1}e^{-nt}dt = \frac{F(x)}{n^x}]$

 $\mathcal{N} \text{ 2) Montrer que } \int_0^{+\infty} \frac{t^{x-1}}{e^t - 1} dt = F(x) \sum_{t=0}^{+\infty} \frac{1}{n^x}.$

On donne: $\forall t \in]-1,1[,\frac{1}{1-t}=\sum_{n=0}^{+\infty}t^n.$

Examen de rattrapage (2h)

ENS Tétouan Statistique

Exercice 1

On présente dans le tableau statistique suivant la répartition des salaires mensuelles d'une

2250 entreprise : KOD 1,00 1850 2000 [1050,1200] [800,900] [900,950] [950,1050] Salaires en euros [700.800]49 16 74 19 42 Effectif

- 1. Définir population, le caractère, duquel type s'agit il? et représenter cette série statistique.
- 2. Dans cette entreprise, combien d'employés gagnent au plus 900 euros?
- 3. Calculer de manière précise la médiane. Donner vos interprétations.
- 4. Dans cette série statistiques se rajoute une sixième catégorie d'employés dont les salaires appartiennent à la classe [1200;1400[. Quel est l'effectif de cette classe sachant que le salaire moyen au sein de cette entreprise est alors de 1200 euros.

Exercice 2

Soit X une variable aléatoire dont la fonction de répartition s'ecrit

$$F_X(x) = \begin{cases} \alpha - e^{-x}(1+x) & si & x > 0 \\ 0 & sinon \end{cases}$$

- 1. Quelle est la valeur de α ?
- 2. Calculer P(-2 < X < 3).
- 3. Déterminer la fonction de densité associée.

Exercice 3

L'épreuve de statistiques et probabilité d'une licence LE - Math est organisé en lots de 3 sujets tirés au sort parmi 80 sujets portant sur ce cours. L'étudiant doit traiter un des sujets de son choix.

- 1. Combien d'épreuves différentes peut-on organiser?
- 2. Un candidat se présente en n'ayant révisé que 50 sujets. Quelle est la probabilité pour qu'il puisse traiter :
 - (a) les 3 sujets,
 - (b) deux sujets,
 - (c) un sujet,
 - (d) aucun sujet.

 $\sqrt{3}$. Combien de sujets un étudiant doit-il réviser pour avoir une probabilité de 0.99 de répondre au moins à un sujet (indication $C_{18}^3 \approx 821$)

Exercice 4

Dans un hôtel il arrive en moyenne 1,25 personne par 10min entre 15h et 21h. Soit X le nombre de personnes arrivant dans cet hôtel chaque 10min dans cet horaire particulier.

- 1. De quel loi de probabilité s'agit-il? Quelle est la probabilité pour qu'en 10mn il arrive k personnes?
- Quelle est la probabilité pour qu'en 10mn il arrive 2 personnes?
- 3. Quelle est la probabilité pour qu'en 10mn il arrive 4 personnes au plus?

15