

Tüm Pozitif Sayıların Toplamı Nedir?

$$S_n = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = ?$$

İlk bakışta bu sorunun cevabının ∞ olduğunu düşünebilirsiniz. Peki gerçekten de öyle mi?

→ Gelin olaya matematiksel bir çözüm üretmeye çalışalım.

$$S_1 = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 \dots$$

S_1 serisinin cevabına bir göz atalım. Bu seri sonsuz eleman içerdiği için her aşamada aynı sonucu alamıyoruz.

Tek sayıda işlem yaptığımızda sonuç 1 çıkarken çift sayıda işlem yaptığımızda sonuç 0 çıkıyor. 0 yüzden S_1 sonuç olarak $1/2$ 'ye eşittir diyebiliriz.

→ Şimdi de S_2 serisine bir göz atalım

$$S_2 = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 \dots$$

S_2 'nin cevabını bulabilmek için kendisiyle toplayalım.

$$\begin{array}{r}
 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 \dots \\
 + \quad 1 - 2 + 3 - 4 + 5 \dots \\
 \hline
 2S_2 = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1
 \end{array}$$

Bu denklemden görüyoruz ki $2S_2$ aslında S_1 'e yani $1/2$ değerine eşittir. O zaman S_2 değerini $1/4$ olarak bulduk.

→ Son olarak asıl problemimize geri dönelim. Tüm pozitif sayıların toplamı aslında kaçtır? Bunu öğrenmek için S 'den S_2 'yi çıkarmayı deneyelim.

$$\begin{array}{r}
 S - S_2 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 \dots \\
 - [1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 \dots] \\
 \hline
 0 + 4 + 0 + 8 + 0 + 12 \dots
 \end{array}$$

$$S - S_2 = 4(0 + 1 + 0 + 2 + 0 + 3 \dots)$$

$$S - S_2 = 4(1 + 2 + 3 + 4 + 5 \dots)$$

$$S - S_2 = 4(S)$$

$$-S_2 = 3S$$

$$-\frac{1}{4} = 3S$$

$$S = -\frac{1}{12}$$

Sonuç olarak tüm pozitif sayıların toplamını
- 1/12 bulduk. Şaşırtıcı değil mi ?