

Activité 2 : Circonférence de la Terre

DOC
1

Observation de l'ombre d'un gnomon

Vers l'an 434 av. J.-C., le philosophe grec Anaxagore de Clazomènes (vers 500-vers 428 av. J.-C.) calcule la distance de la Terre au Soleil : il trouve environ 6 500 km.

Deux cents ans plus tard, l'astronome, géographe, philosophe et mathématicien grec Ératosthène (vers 276-vers 194 av. J.-C.) calcule la circonférence de la Terre : il trouve une valeur très proche de celle connue aujourd'hui.

Tous deux sont partis de la même observation : le jour du solstice d'été (21 juin), à midi, un gnomon (bâton) vertical planté à Syène (S) n'a pas d'ombre. Le même jour et à la même heure, un gnomon vertical planté à Alexandrie (A), 5 000 stades égyptiens (environ 800 km) plus au nord, fait une ombre et l'angle entre les rayons du Soleil et la verticale est de $1/50$ d'angle plein (soit $7,2^\circ$).



Ératosthène enseignant à Alexandrie (peinture de Bernardo Strozzi ; vers 1635).

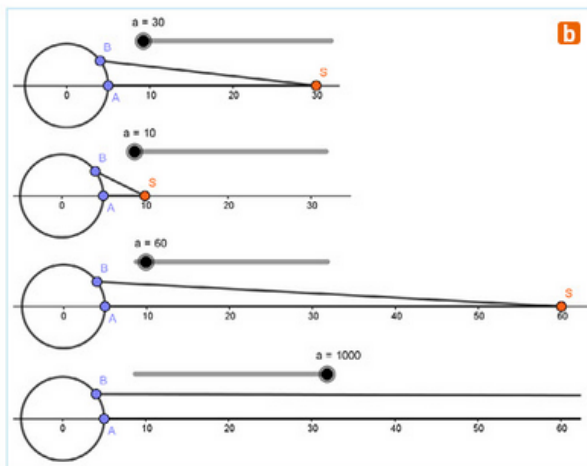
DOC
2

Importance des hypothèses

Anaxagore et Ératosthène sont partis de la même observation. Mais ils ne l'ont pas exploitée de la même façon (a).

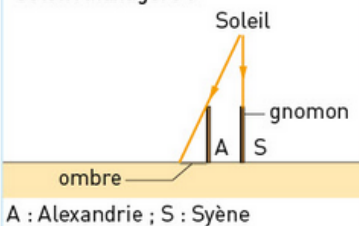
Anaxagore a pourtant été l'un des premiers à utiliser les lois de la géométrie pour étudier les astres. Il est connu pour avoir expliqué les éclipses lunaires et solaires. Mais il pensait que la Terre était plate.

Ératosthène, appelé en Égypte pour assurer l'éducation du fils du roi et nommé directeur de la bibliothèque d'Alexandrie, avait accès à toutes les connaissances de l'époque, aussi bien astronomiques que géométriques. Il estimait que la Terre était sphérique et que le Soleil était très loin.

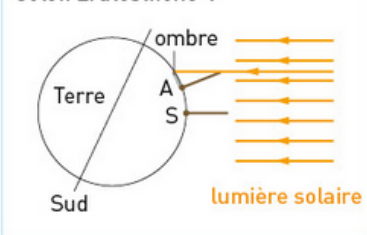


a Schémas illustrant la compréhension du phénomène par les deux savants. ➤

selon Anaxagore :



selon Ératosthène :



Pour comprendre l'importance de l'hypothèse faite par Ératosthène sur le Soleil, on a réalisé avec un logiciel les figures ci-contre (b). Les points A et B sont fixes et le point S a pour abscisse a . La valeur de a peut varier de 10 à 1 000.

DOC
3

Construction de la figure permettant le calcul de la longueur du méridien

Voici un extrait de *De motu circulari corporum celestium* de Cléomède. On doit à Cléomède (II^e ou III^e siècle après J.-C.) de connaître les procédés utilisés par Ératosthène et par Poseidonios pour leurs évaluations de la circonférence terrestre.

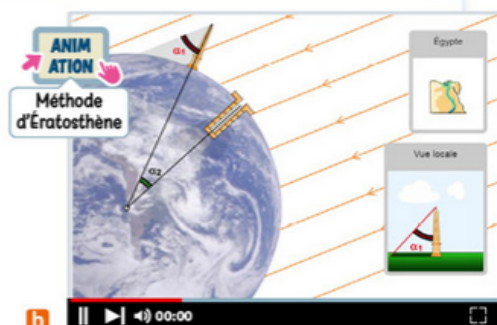
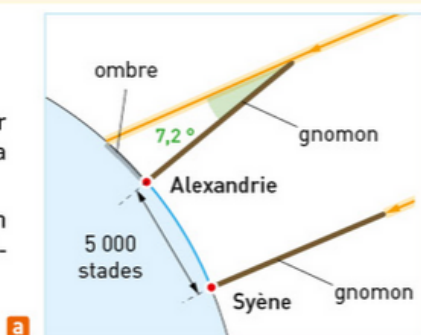
Si nous nous représentons des droites passant par la Terre à partir de chacun des gnomons, elles se rejoindront au centre de la Terre. Lorsque donc le cadran solaire de Syène est à la verticale sous le Soleil, si nous imaginons une ligne droite venant du Soleil jusqu'au sommet du gnomon du cadran, il en résultera une ligne droite venant du Soleil jusqu'au centre de la Terre. Si nous imaginons une autre ligne droite à partir de l'extrémité de l'ombre du gnomon et reliant le sommet du gnomon du cadran d'Alexandrie au Soleil, cette dernière ligne et la ligne qui précède seront parallèles, reliant différents points du Soleil à différents points de

la Terre. Sur ces droites donc, qui sont parallèles, tombe une droite qui va du centre de la Terre jusqu'au gnomon d'Alexandrie, de manière à créer des angles alternes égaux ; l'un d'eux se situe au centre de la Terre à l'intersection des lignes droites qui ont été tirées des cadrans solaires jusqu'au centre de la Terre, l'autre se trouve à l'intersection du sommet du gnomon d'Alexandrie et de la droite tirée de l'extrémité de son ombre jusqu'au Soleil, à son point de contact avec le gnomon.

Cléomède, *Théorie élémentaire*, traduction R. Goulet, Vrin, 1980.

✦ Pour mener une investigation

- Utiliser cet extrait pour reproduire et compléter la figure a ci-contre.
- Vérifier la construction en utilisant l'animation proposée (b).



DOC
4

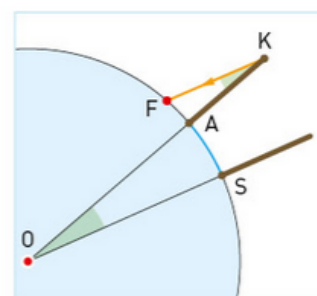
Quelques éléments pour réaliser les calculs

Ératosthène connaissait la longueur de l'arc de cercle \widehat{AS} (5 000 stades, soit environ 800 km) et la mesure de l'angle \widehat{AOS} qui intercepte cet arc ($1/50$ d'angle plein, soit $7,2^\circ$).

Il savait que la longueur d'un arc de cercle est proportionnelle à l'angle qui l'intercepte.

Il en a déduit que la circonférence de la Terre était 50 fois la distance entre Syène et Alexandrie.

En notant L_M la circonférence de la Terre (en km) et en exprimant les angles en degré, on peut aussi écrire : $\frac{800}{7,2} = \frac{L_M}{360}$.



Pistes de travail

Pour comprendre comment Ératosthène a calculé la longueur du méridien terrestre :

- 1 La distance entre la Terre et le Soleil est d'environ 150 millions de kilomètres. Anaxagore, par un calcul mathématiquement juste, a trouvé 6 500 km. Expliquer pourquoi il obtient un résultat aberrant.
- 2 Calculer la circonférence de la Terre avec les hypothèses d'Ératosthène. Que peut-on penser du résultat ?