

1 Lista de exercícios: Sequências e Séries

1.1 Sequência e Limite de Sequência

1. Determine o termo geral da sequência.

a) $0, 2, 0, 2, 0, 2, \dots$

b) $0, 1, 2, 0, 1, 2, 0, 1, 2, \dots$

c) $0, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{4}, \frac{4}{5}, \frac{7}{6}, \frac{6}{7}, \dots$

2. Calcule, caso exista, $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$, sendo a_n igual a

a) $\frac{n^3+3n+1}{4n^3+2}$

b) $\sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

c) $\sum_{k=0}^n \left(\frac{1}{2}\right)^k$

d) $\sum_{k=0}^n t^k, 0 < |t| < 1$

e) $\left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$ (Lembrete: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$)

f) $\left(1 - \frac{2}{n}\right)^n$

g) $\int_1^n \frac{1}{x} dx$

h) $\int_1^n \frac{1}{x^\alpha} dx$, em que α é um real dado.

i) $\int_0^n e^{-sx} dx$ ($s > 0$)

j) $\int_0^n \frac{1}{1+x^2} dx$

k) $\int_2^n \frac{1}{x^2-x} dx$

l) $\frac{n+1}{\sqrt[3]{n^7+2n+1}}$

m) $\sin \frac{1}{n}$

n) $n \sin \frac{1}{n}$

o) $\frac{1}{n} \sin n$

p) $\cos n\pi$

q) $(-1)^n + \frac{(-1)^n}{n}$

r) $\int_0^n e^{-sx} \cos x dx$ ($s > 0$)

s) $n \left[1 - \frac{(n+1)^n}{en^n}\right]$

3. Calcule $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$, em que $S_n = \sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right)$.

4. Calcule $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n$, sendo b_n igual a

a) $\frac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\dots+\frac{1}{n}}{n}$

b) $\frac{2+\sqrt{2}+\sqrt[3]{2}+\dots+\sqrt[n]{2}}{n}$

1.2 Sequências Crescentes e Sequências Decrescentes

1. É convergente ou divergente? Justifique.

a) $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^3}$

b) $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}}$

c) $S_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{2^k}$

d) $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k!}$

e) $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2+1}$

f) $S_n = \sum_{k=1}^n e^{-k}$

g) $S_n = \sum_{k=2}^n \frac{1}{\ln k}$ (Sugestão: Verifique que $\ln k < k$, para $k \geq 2$)

h) $S_n = \sum_{k=2}^n \frac{1}{k \ln k}$ (Sugestão: Verifique que $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx = +\infty$.)

2 Séries Numéricas

1. Calcule a soma da série dada.

a) $\sum_{k=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^k$

b) $\sum_{k=2}^{+\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^k$

c) $\sum_{k=0}^{+\infty} e^{-k}$

d) $\sum_{k=1}^{+\infty} \left[1 + (-1)^k\right]$

e) $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(4k+1)(4k+5)}$

f) $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k(k+1)(k+2)(k+3)}$

g) $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2k+1}{k^2(k+1)^2}$

h) $\sum_{n=1}^{+\infty} n\alpha^n, 0 < \alpha < 1$.

i) $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k(k+1)(k+2)\dots(k+p)}$, em que $p \geq 1$ é um natural dado.

j) $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(4k+1)(4k+3)}$

k) $\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k^2(k+1)(k+2)^2}$