

1 Lista 2: Conjuntos, Intervalos e Indução Finita

1. Demonstre, usando o princípio da indução finita.

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

2. Demonstre, usando o princípio da indução finita.

$$2 + 5 + 8 + \dots + (2 + 3n) = \frac{(n+1)(4+3n)}{2}, \forall n \in \mathbb{N}$$

3. Quais das proposições abaixo são verdadeiras?

d) $\frac{1}{2} \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$

e) $\sqrt{4} \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$

f) $\sqrt[3]{4} \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$

g) $(\sqrt{2} - 3\sqrt{3}) \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$

i) $\frac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{2}} \in \mathbb{Q}$

4. Mostre que $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = 1 + \sqrt{3}$.

5. Mostre que existem a e b racionais tais que $\sqrt{18 - 8\sqrt{2}} = a + b\sqrt{2}$.

6. Dentre os reais $-1, 0, 1, 2$ e 3 , qual não pode ser escrito sob a forma $r = \frac{x+1}{x}$, x real?

7. Determine a interseção dos conjuntos:

$$\mathbb{R} \cap \mathbb{Q};$$

$$(\mathbb{N} \cap \mathbb{Z}) \cup \mathbb{Q};$$

$$\mathbb{N} \cup (\mathbb{Z} \cap \mathbb{Q})$$

.