

## **Lista de Cálculo Numérico Avançado: Solução numérica de equações diferenciais ordinárias**

**Prof. Dr. Irineu Lopes Palhares Junior**

Lista de exercícios

Presidente Prudente

Junho de 2023

# Sumário

1	Problema de valor de contorno	2
---	-------------------------------	---

# 1 Problema de valor de contorno

1. Resolva pelo método de diferenças finitas, o PVC:

$$\begin{cases} y'' + 2y' + y = x \\ y(0) = 2 \\ y(1) = 0, \end{cases} \quad (1)$$

usando  $h = 0.25$ .

2. Formule, por diferenças finitas, sistemas de equações cuja solução aproxime a solução dos seguintes problemas de contorno:

a)

$$\begin{cases} y'' = y \sin(y) + ty \\ y(0) = 1 \\ y(1) = 5 \end{cases} \quad (2)$$

b)

$$\begin{cases} y'' = 2y + y^3 - 1 \\ y(0) = 4 \\ y(6) = 2 \end{cases} \quad (3)$$

3. Resolva o seguinte problema de valor de fronteira:

$$\begin{cases} y'' + 4y = 0, & y(0) = -2 \\ y(2\pi) = -2 \end{cases} \quad (4)$$

4. Resolva o seguinte problema de valor de fronteira:

$$\begin{cases} y'' + 4y = 0, & y(0) = -2 \\ y(2\pi) = 3 \end{cases} \quad (5)$$

5. Prove que a diferença simétrica abaixo é de segunda ordem:

$$\frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2} - f'' = O(h^2), \quad (6)$$

para uma função  $f$  suficientemente suave.

6. Determine a ordem da aproximação de  $f'$  dada pela fórmula:

$$f'(x) \approx \frac{4f(x+h) - 3f(x) - f(x-2h)}{6h}. \quad (7)$$

7. Construa o sistema linear para a construção do sistema para o seguinte problema de valor de fronteira:

$$y'' + y(x)(y(x) + 1) = 0, \quad (8)$$

com condições de contorno  $y(0) = 0$  e  $y(2) = 2$ .

8. Determine  $y(1)$  para  $y'' - 3y' + 2y = 0$ ,  $y(0) = -1$ ,  $y'(0) = 0$  utilizando o método de Euler com  $h = 0.1$ .

9. Considere o problema

$$\begin{cases} y'' + 7y = 0, \\ y(0) = 2 \\ y'(0) = 0 \end{cases} \quad (9)$$

com  $x \in [0, 1]$ .

- a) reescreva os métodos de Euler e Euler Aperfeiçoado para resolver este problema como um sistema de equações de 1ª ordem;

- b) resolva o problema usando Euler aperfeiçoado e  $h = 0.25$ .

10. Escreva a equação de 2ª ordem:

$$\begin{cases} y'' = 2(\exp 2x - y^2)^{1/2} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1. \end{cases} \quad (10)$$

como um sistema de equações de 1ª ordem e resolva-o, para  $x \in [0, 0.6]$ , usando  $h = 0.2$ :

- a) pelo método de Euler;

- b) pelo método de Euler Aperfeiçoado.