1 Lista de exercícios: conceitos básicos

1. Considere os seguintes números: $x_1 = 27$, $x_2 = 0.138$ e $x_3 = 45.128$ que estão na base 10. Escreva-os na base 2.

2. Considere os seguintes números: $x_1 = 111011$, $x_2 = 0.01001$ e $x_3 = 10.0111$ que estão na base 2. Escreva-os na base 10.

3. Considere os seguintes números: $x_1 = 13$, $x_2 = 0.143$ e $x_3 = 23.314$ que estão na base 5. Escreva-os na base 2.

4. Dados os números $(13.44)_5$, $(122.35)_6$ e $(31.202)_4$. Existe algum com representação exata no sistema $F(2, 10, 10, 10)$?

5. Considere o sistema $F(2, 8, 4, 4)$ e os números: $x_1 = 0.10110011 \times 2^2$ e $x_2 = 0.10110010 \times 2^2$. Qual dos dois números representa melhor $(2.8)_{10}$?

6. Considere o sistema $F(2, 2, 2, 3)$.

   a) Exiba todos os números representáveis neste sistema e coloque-os sobre um eixo ordenado.

   b) Qual o maior número na base 10 que pode ser representado neste sistema sem fazer arredondamento?

   c) Qual o menor número positivo na base 10 que pode ser representado neste sistema sem fazer arredondamento?

7. Considere o sistema $F(2, 8, 10, 10)$. Represente no sistema os números: $x_1 = \sqrt{8}$, $x_2 = e^2$, $x_3 = 3.57$, onde todos estão na base 10. Existe algum com representação exata neste sistema?

8. Mostre que se x é um número no sistema $F(\beta, t, m, M)$, então $\bar{x} = x(1 + \delta)$, onde $|\delta| \leq \frac{1}{2}\beta^{1-t}$.

9. Mostre que $\frac{1}{2}\beta^{1-t}$ é o melhor limitante para $|\delta|$.

10. Efetue as operações indicadas, utilizando aritmética de ponto flutuante com três algarismos significativos.

    a) $(19.3 - 1.07) - 10.3$ e $19.3 - (1.07 + 10.3)$.

    b) $27.2 \times 1.3 - 327.0 \times 0.00251$,

    c) $\frac{10.1 - 3.1 \times 8.2}{14.1 + 7.09 \times 3.2^2}$,

    d) $(367.0 + 0.6) + 0.5$ e $367.0 + (0.6 + 0.5)$,

    e) $\sum_{i=1}^{100} 0.11$. (Compare seu resultado com 100×0.11.)

11. Deseja-se calcular:

$$S = \sum_{k=1}^{10} \frac{2}{k^2} \tag{1}$$

no sistema $F(10, 3, 5, 4)$, usando arredondamento em todas as operações. Assim, efetue a soma:

a) da direita para a esquerda,

b) da esquerda para a direita.

Os valores obtidos em a) e b) são iguais?

12. Usando arredondamento para quatro dígitos significativos, efetue as operações indicadas e escreva o resultado na forma normalizada.

a) $0.5971 \times 10^3 + 0.4268 \times 10^0$,

b) $0.5971 \times 10^{-1} - 0.5956 \times 10^{-2}$,

c) $\frac{0.5971 \times 10^3}{0.4268 \times 10^{-1}}$,

d) $\left(0.5971 \times 10^3\right) \times \left(0.4268 \times 10^0\right)$.

13. Usando arredondamento a cada operação efetuada, calcule:

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 - \sum_{i=2}^{n} i^2 = 1, \tag{2}$$

somando os termos em

a) ordem crescente,

b) ordem decrescente.

Considere $n = 100$. Os valores obtidos são iguais?

14. Considere o sistema $F(3, 3, 2, 2)$. Dizer quais das seguintes afirmações são verdadeiras. Para as que forem falsas, dizer como seria o correto.

a) No sistema dado, podemos representar 181 números.

b) A representação de $(0.342)_{10}$ no sistema dado é 0.101×3^0.

c) A representação de $(15.342)_{10}$ no sistema dado é 0.120×3^3.

d) O maior número positivo deste sistema é: 0.111×3^2.

e) O menor número positivo deste sistema é: 0.100×3^{-2}.

f) O número $(38)_{10}$ não pode ser representado no sistema dado.

15. Deseja-se calcular $e^{-0.15}$.

a) Obtenha, usando uma calculadora, o valor exato de $e^{-0.15}$.

b) Considere o sistema $F(10, 5, 10, 10)$ e a série truncada em 25 termos. Calcule:

$$e^{-0.15} \text{ e } \frac{1}{e^{0.15}} \tag{3}$$

e compare os resultados.

16. Seja

$$S = \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}. \tag{4}$$

Calcule S, considerando $n = 1000$ e efetuando a soma dos termos em:

a) ordem crescente,

b) ordem decrescente.

17. Se a, b e c são reais e $a \neq 0$, então a equação:

$$ax^2 + bx + c = 0 \tag{5}$$

é satisfeita para exatamente dois valores de x:

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{cases} \tag{6}$$

Entretanto, desde que $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, obtemos que: $ax_1x_2 = c$ e, assim, podemos reescrever Eq. (6) na seguinte forma:

$$\begin{cases} x_1 = -\dfrac{b + sinal\ de\ (b)\ \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \\ x_2 = \dfrac{c}{ax_1}. \end{cases} \tag{7}$$

Temos ainda que x_1 e x_2 podem ser escritos como:

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{-2c}{b + \sqrt{b^2 - 4ac}} \\ x_2 = \dfrac{c}{ax_1} \end{cases} \tag{8}$$

Utilizando Eq. (6), (7) e (8) calcule as raízes das equações para os valores de a, b e c dados a seguir:

a) $a = 1; b = -10^5; c = 1$

b) $a = 1; b = -4; c = 3.9999999,$

c) $a = 6, b = 5.\ c = -4.$

18. Calcule
$$\sqrt{701} - \sqrt{700} \tag{9}$$
usando seis algarismos significativos em todas as operações. O resultado que você obteve possui seis algarismos significativos corretos? Você saberia obter o resultado com o máximo de algarimos significativos corretos?

19. Calcule as raízes da equação:
$$x^2 - 60x + 1 = 0 \tag{10}$$
usando quatro algarismos significativos em todas as operações. O resultado das raízes que você obteve possui quatro algarimos significativos corretos? Você saberia o que fazer para obtê-las com o máximo de algarimos significativos?

20. Para valores de x próximos de 4, considere o cálculo de:
$$\frac{\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{2}}{x - 4}. \tag{11}$$
Calcule a expressão para $x = 3.9$, com três algarismos significativos corretos.

21. A função de Bessel satisfaz a seguinte relação de recorrência:
$$J_{n+1}(x) - \frac{2n}{x} J_n(x) + J_{n-1}(x) = 0. \tag{12}$$
Se $x = 1$, $J_0(1) = 0.4401$, calcule $J_n(1)$ para $n = 2, 3, \ldots, 10$. Refaça os cálculos começando com valores mais precisos, isto é, faça: $J_0(1) = 0.76519769$ e $J_1(1) = 0.44005059$. Como você explica seus resultados com o fato de que $J_n(1) \to 0$ quando n cresce?

22. Faça $J_{10}(1) = 0$ e $J_9(1) = \mu$. Use a fórmula do exercício anterior na forma:
$$J_{n-1}(1) = 2n J_n(1) - J_{n+1}(1) \tag{13}$$
e calcule $J_8(1)$, $J_7(1)$, ... Encontre μ através da identidade:
$$J_0(x) + 2J_2(x) + 2J_4(x) + 2J_6(x) + \ldots = 1 \tag{14}$$
e calcule $J_9(1)$, $J_8(1)$, ..., $J_0(1)$. Como esses resultados se comparam com os valores exatos?