

# 1 Lista 1: Resolução de Equações Algébricas

1. Justifique que a equação:  $f(x) = 4x - e^x$  possui uma raiz no intervalo  $(0, 1)$  e outra no intervalo  $(2, 3)$ .
2. Considere a equação  $f(x) = 2x^2 - 5x + 2 = 0$ , cujas raízes são:  $x_1 = 0.5$  e  $x_2 = 2.0$ . Considere ainda os processos iterativos:

a)  $x_{k+1} = \frac{2x_k^2 + 2}{5},$

b)  $x_{k+1} = \sqrt{\frac{5x_k}{2} - 1}.$

Qual dos dois processos você utilizaria para obter a raiz  $x_1$ ? Por quê?

3. Considere as seguintes funções:

a)  $\psi_1(x) = 2x - 1$

b)  $\psi_2(x) = x^2 - 2x + 2$

c)  $\psi_3(x) = x^2 - 3x + 3.$

Verifique que 1 é ponto fixo de todas estas funções. Qual delas você escolheria para obter o ponto fixo 1, utilizando o processo iterativo  $x_{k+1} = \psi(x_k)$ ? Com a sua escolha, exiba a sequência gerada a partir da condição inicial  $x_0 = 1.2$ .

4. Deseja-se obter a raiz positiva da equação:  $bx^2 + x - a = 0$ ,  $a > 0$ ,  $b > 0$ , através do processo iterativo definido por:

$$x_{k+1} = a - bx_k^2. \quad (1)$$

Qual condição que devemos impor para  $a$  e  $b$  para que haja convergência? Por quê?

5. A equação  $x^2 - a = 0$  possui uma raiz  $\bar{x} = \sqrt{a}$ . Explicar algebricamente e geometricamente por quê a sequência  $\{x_k\}$ , obtida através do processo iterativo definido por  $x_{k+1} = \frac{a}{x_k}$ , não converge para  $\sqrt{a}$  qualquer que seja o valor de  $x_0$ .