

Lista 1.

① Sendo a e b dois números inteiros, responda:

a) Quando $D(a) \cap D(b) = \{1, -1\}$, qual é a relação existente entre a e b ?

Quando os únicos divisores comuns entre a e b forem 1 e -1 , dizemos que a e b são primos entre si.

b) Em que caso ocorre $M(a) \subset M(b)$.

Quando a for múltiplo de b , isto é, quando existe $c \in \mathbb{Z}$ tal que

$$a = c \cdot b.$$

Assim, todo múltiplo de a ($x \cdot a$) também é múltiplo de b , pois

$$x \cdot a = x \cdot (c \cdot b) = (x \cdot c) \cdot b.$$

② Quais dos seguintes elementos de \mathbb{Z} não são primos? : 12, -13, 0, 5, 31, -1, 2, -4, 1, 49 e 53?

12 não é primo pois $4 \mid 12$ e $3 \mid 12$.

0 não é primo pois qualquer inteiro divide 0.

-1 não é primo, pois para ser primo precisa ser diferente de -1 e 1.

-4 não é primo pois $2|-4$.

1 não é primo pelo mesmo motivo de -1.

3) Calcule o valor de $0,999... + \frac{1}{5} + \frac{1}{3}$

$$\frac{\frac{3}{5} - \frac{1}{15}}$$

Nota que $0,999... = 1$. Logo,

$$\frac{1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{3}}{\frac{3}{5} - \frac{1}{15}} = \frac{1 + \frac{\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{5} + \frac{5}{5} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{3 \times 3}{3 \times 5} - \frac{1}{15}}}{\frac{3 \times 3}{3 \times 5} - \frac{1}{15}} =$$

$$= 1 + \frac{\frac{3+5}{15}}{\frac{9-1}{15}} = 1 + \frac{(8/15)}{(8/15)} = 1+1=2$$

4. Quais das seguintes proposições são verdadeiras?

a) $\frac{21}{14}$ é irredutível.

Não, pois $D(21) = \{\pm 1, \pm 3, \pm 7, \pm 21\}$.

$$D(14) = \{\pm 1, \pm 2, \pm 7, \pm 14\}$$

Logo, $\text{mdc}(21, 14) = 7$. Os números 21 e 14 não são primos entre si.

b) $r \in \mathbb{Q} \implies -r \in \mathbb{Q}$. Sim, pois o conjunto dos números racionais tem a propriedade do simétrico aditivo (oposto).

5) Considere o número $x = 1 + \frac{4}{10} + \frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \frac{1}{10^4} + \dots$. Se ele for racional

coloque-o na forma de fração irredutível.

Ele é racional pois a soma de números racionais é racional.

$$\begin{aligned} x &= 1 + \frac{4}{10} + \frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \frac{1}{10^4} + \dots \\ \times 10 \implies 10x &= 10 + 4 + \frac{1}{10} + \frac{1}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \dots \end{aligned}$$

$$10\alpha - \alpha = \left(10 + 4 + \frac{1}{10}\right) - 1 - \frac{4}{10} + \cancel{\frac{1}{10^2}} - \cancel{\frac{1}{10^2}} +$$

$$+ \cancel{\frac{1}{10^3}} - \cancel{\frac{1}{10^3}} + \cancel{\frac{1}{10^4}} - \cancel{\frac{1}{10^4}} + \dots$$

$$\Rightarrow 9\alpha = 13 - \frac{3}{10} = \frac{130}{10} - \frac{3}{10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 9\alpha = \frac{127}{10} \Rightarrow \alpha = \frac{127}{90}$$

↑ ímpar
↑ par

$\text{MDC}(127, 90) = 1$. Temos que 127 e 90
são primos entre si e, portanto, a fração
 $\alpha = \frac{127}{90}$ é irredutível.