

1 Lista 8: Logaritmos

135. Calcule pela definição os seguintes logaritmos:

- | | | |
|---------------------------|----------------------------|--------------------------|
| a) $\log_4 16$ | e) $\log_7 \frac{1}{7}$ | i) $\log_9 \frac{1}{27}$ |
| b) $\log_3 \frac{1}{9}$ | f) $\log_{27} 81$ | j) $\log_{0,25} 8$ |
| c) $\log_{81} 3$ | g) $\log_{125} 25$ | k) $\log_{25} 0,008$ |
| d) $\log_{\frac{1}{2}} 8$ | h) $\log_{\frac{1}{4}} 32$ | l) $\log_{0,01} 0,001$ |

136. As indicações R_1 e R_2 , na escala Richter, de dois terremotos estão relacionadas pela fórmula

$$R_1 - R_2 = \log_{10} \left(\frac{M_1}{M_2} \right)$$

em que M_1 e M_2 medem a energia liberada pelos terremotos sob a forma de ondas que se propagam pela crosta terrestre. Houve dois terremotos: um correspondente a $R_1 = 8$ e outro correspondente a $R_2 = 6$. Calcule a razão $\frac{M_1}{M_2}$.

137. Calcule pela definição os seguintes logaritmos:

- | | | |
|------------------------------|-------------------------------------|---|
| a) $\log_2 \sqrt{2}$ | d) $\log_{\sqrt{8}} \sqrt{32}$ | g) $\log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} \sqrt{27}$ |
| b) $\log_{\sqrt[3]{7}} 49$ | e) $\log_{\sqrt[4]{5}} \sqrt[4]{5}$ | h) $\log_{\sqrt[4]{4}} \frac{1}{\sqrt{8}}$ |
| c) $\log_{100} \sqrt[3]{10}$ | f) $\log_{\sqrt{27}} \sqrt[3]{9}$ | i) $\log_{\sqrt[3]{3}} \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$ |

138. Determine o conjunto verdade da equação $\log_3 \sqrt[3]{\frac{25}{9}} = x$.

139. Calcule a soma S nos seguintes casos:

- a) $S = \log_{100} 0,001 + \log_{1,5} \frac{4}{9} - \log_{1,25} 0,64$
- b) $S = \log_8 \sqrt{2} + \log_{\sqrt{2}} 8 - \log_{\sqrt{2}} \sqrt{8}$
- c) $S = \log_{\sqrt[3]{9}} \sqrt{\frac{1}{27}} - \log_{\sqrt[3]{0,5}} \sqrt{8} + \log_{\sqrt[3]{100}} \sqrt[6]{0,1}$

140. Calcule o valor de S :

$$S = \log_4 (\log_3 9) + \log_2 (\log_{81} 3) + \log_{0,8} (\log_{16} 32)$$

141. Calcule:

- a) $\text{antilog}_3 4$ b) $\text{antilog}_{16} \frac{1}{2}$ c) $\text{antilog}_3 -2$ d) $\text{antilog}_{\frac{1}{2}} -4$

142. Determine o valor de x na equação $y = 2^{\log_3 (x+4)}$ para que y seja igual a 8.

144. Calcule o valor de:

- | | | |
|----------------------|---------------------|----------------------------|
| a) $3^{\log_3 2}$ | d) $8^{\log_4 5}$ | g) $8^{1+\log_2 3}$ |
| b) $4^{\log_2 3}$ | e) $2^{1+\log_2 5}$ | h) $9^{2-\log_3 \sqrt{2}}$ |
| c) $5^{\log_{25} 2}$ | f) $3^{2-\log_3 6}$ | |

145. Calcule:

- a) $\text{antilog}_2 (\log_2 3)$ b) $\text{antilog}_3 (\log_3 5)$

146. Se $A = 5^{\log_{25} 2}$, determine o valor de A^3 .

147. Determine o valor de A tal que $4^{\log_2 A} + 2A - 2 = 0$.

149. O logaritmo de um número na base 16 é $\frac{2}{3}$. Calcule o logaritmo desse número na base $\frac{1}{4}$.

150. Determine o número cujo logaritmo na base a é 4 e na base $\frac{a}{3}$ é 8.

151. Calcule o logaritmo de 144 no sistema de base $2\sqrt{3}$.

152. Determine a base do sistema de logaritmos no qual o logaritmo de $\sqrt{2}$ vale -1 .

154. Desenvolva, aplicando as propriedades dos logaritmos (a, b e c são reais positivos):

a) $\log_5 \left(\frac{5a}{bc} \right)$	d) $\log_3 \left(\frac{a \cdot b^3}{c \cdot \sqrt[3]{a^2}} \right)$	g) $\log_2 \sqrt[3]{\frac{4a\sqrt{ab}}{b^3 a^2 b}}$
b) $\log_3 \left(\frac{ab^2}{c} \right)$	e) $\log \sqrt{\frac{ab^3}{c^2}}$	h) $\log \left(\sqrt[3]{\frac{a^4 \sqrt{ab}}{b^2 \sqrt[3]{bc}}} \right)^2$
c) $\log_2 \left(\frac{a^2 \sqrt{b}}{\sqrt[3]{c}} \right)$	f) $\log \sqrt[3]{\frac{a}{b^2 \cdot \sqrt{c}}}$	

155. Se $m = \frac{b \cdot c}{d^2}$, determine $\log m$.

156. Seja $x = \frac{\sqrt{a}}{bc}$. Calcule $\log x$.

157. Desenvolva, aplicando as propriedades dos logaritmos ($a > b > c > 0$):

a) $\log_2 \frac{2a}{a^2 - b^2}$	c) $\log \left(c \cdot \sqrt[3]{\frac{a(a+b)^2}{\sqrt{b}}} \right)$
b) $\log_3 \left(\frac{a^2 \sqrt{bc}}{\sqrt[5]{(a+b)^3}} \right)$	d) $\log \left(\frac{\sqrt[5]{a(a-b)^2}}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right)$

158. Qual é a expressão cujo desenvolvimento logarítmico é:

$$1 + \log_2 a - \log_2 b - 2 \log_2 c \quad (a, b \text{ e } c \text{ são reais positivos})?$$

163. O pH de uma solução é definido por $\text{pH} = \log_{10} \left(\frac{1}{H^+} \right)$, em que H^+ é a concentração de hidrogênio em íons-grama por litro de solução. Determine o pH de uma solução tal que $H^+ = 1,0 \cdot 10^{-8}$.

164. Sabendo que $\log 2 = 0,3010$, determine o valor da expressão $\log \frac{125}{\sqrt[5]{2}}$.

165. Se $\log_{10} 2 = 0,301$, calcule o valor da expressão $\log_{10} 20 + \log_{10} 40 + \log_{10} 800$.

166. Determine a razão entre os logaritmos de 16 e 4 numa base qualquer.

167. Se $\log a + \log b = p$, calcule o valor de $\log \frac{1}{a} + \log \frac{1}{b}$.

168. Se $\log_2 (a - b) = m$ e $(a + b) = 8$, determine $\log_2 (a^2 - b^2)$.

169. A soma dos logaritmos de dois números na base 9 é $\frac{1}{2}$. Determine o produto desses números.

170. Se $\log_a x = n$ e $\log_a y = 6n$, calcule $\log_a \sqrt[3]{x^2 y}$.

176. Sabendo que $\log_{20} 2 = a$ e $\log_{20} 3 = b$, calcule $\log_6 5$.

177. Se $\log_{ab} a = 4$, calcule $\log_{ab} \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{b}}$.

178. Se $\log_{12} 27 = a$, calcule $\log_6 16$.

179. Calcule o valor de $\log_{0,04} 125$.

180. Se $\log_2 m = k$, determine o valor de $\log_8 m$.

181. Dados $\log_{10} 2 = a$ e $\log_{10} 3 = b$, calcule $\log_9 20$.

182. Calcule o valor de $\log_3 5 \cdot \log_{25} 27$.

183. Se $m = \log_b a$, $m \neq 0$, calcule $\log_{\frac{1}{a}} b^2$.

184. Determine o valor de

$$\log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \cdot \log_6 5 \cdot \log_7 6 \cdot \log_8 7 \cdot \log_9 8 \cdot \log_{10} 9$$

185. Se $ab = 1$, calcule $\log_b \sqrt{a}$.

186. Sabendo que $\log_{14} 7 = a$ e $\log_{14} 5 = b$, calcule o valor de $\log_{35} 28$.

Sugestão: $28 = \frac{14^2}{7}$.