Responda as questões abaixo, justificando todas as respostas. Para as questões que exigem implementação, utilize Python ou outra linguagem de sua escolha.

1. Mostre que a equação $f(x) = e^x - x - 2 = 0$ possui pelo menos uma raiz no intervalo $[0, 2]$. Utilize o Teorema do Valor do Anulamento.

2. Aplique o método da bissecção para encontrar a raiz da função $f(x) = x^3 - 4x - 9$ no intervalo $[2, 3]$, com tolerância de 10^{-3}. Apresente as duas primeiras iterações.

3. Explique por que o método da bissecção sempre converge para uma raiz se $f(a)f(b) < 0$. Mostre que a ordem de convergência desse método é $p = 1$?

4. Considere a equação $x - \cos x = 0$. Mostre que essa equação pode ser resolvida pelo método do ponto fixo e encontre uma aproximação da raiz com tolerância de 10^{-4}.

5. O método do ponto fixo pode falhar dependendo da função escolhida. Discuta o critério de convergência $|g'(x)| < 1$ e apresente um exemplo de função em que o método não converge.

6. Aplique o método do ponto fixo para resolver a equação $x^3 + x - 1 = 0$ reescrevendo-a na forma $x = g(x)$. Justifique a escolha da função $g(x)$.

7. Derive a fórmula iterativa do método de Newton para encontrar a raiz da equação $x^2 - 3 = 0$. Aplique o método a partir de $x_0 = 1.5$ até atingir tolerância de 10^{-4}.

8. Explique por que o método de Newton tem convergência quadrática e discuta uma situação em que ele pode falhar.

9. Aplique o método de Newton para resolver a equação $\tan x - x = 0$. Escolha um valor inicial adequado e determine a raiz com precisão de 10^{-5}.