

Aula 2

Geometria Euclidiana

Axiomas sobre Medição de Segmentos

19 de março de 2018

Igor Oliveira

`igoroliveira@imd.ufrn.br`

Instituto Metr pole Digital
Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Natal-RN

Índice



Axioma III_1

Axioma III_2

Axioma III_3

Relação de ordem

Ponto médio

Distância

Círculo

Exercícios

Bibliografia

IMD1003
Geometria Euclidiana
Igor Oliveira

Axioma III_1

Axioma III_2

Axioma III_3

Relação de ordem

Ponto médio

Distância

Círculo

Exercícios

Bibliografia

Axioma III_1

A todo par de pontos do plano corresponde um número maior ou igual a zero. Este número é zero se e somente se os pontos são coincidentes.

O número a que se refere este axioma é chamado de distância entre os pontos ou é referido como o comprimento do segmento determinado pelos dois pontos. A unidade de medida utilizada está implícita no enunciado do axioma e será fixada de agora em diante ao longo do texto.

2 Axioma III_1

Axioma III_2

Axioma III_3

Relação de ordem

Ponto médio

Distância

Círculo

Exercícios

Bibliografia

Axioma III_2

Os pontos de uma reta podem ser sempre colocados em correspondência biunívoca com os números reais, de modo que a diferença entre estes números meça a distância entre os pontos correspondentes.

Ao aplicarmos este axioma, o número que corresponde a um ponto da reta é denominado coordenada daquele ponto. Se a e b são as coordenadas dos pontos A e B , respectivamente, denotamos o comprimento do segmento AB por \overline{AB} e calculamos

$$\overline{AB} = |b - a|.$$

Axioma III_1

3 Axioma III_2

Axioma III_3

Relação de ordem

Ponto médio

Distância

Círculo

Exercícios

Bibliografia

Axioma III_3



IMD1003
Geometria Euclidiana
Igor Oliveira

Axioma III_1

Axioma III_2

4 Axioma III_3

Relação de ordem

Ponto médio

Distância

Círculo

Exercícios

Bibliografia

Axioma III_3

Se o ponto C encontra-se entre A e B , então,

$$\overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AB}.$$

Relação de ordem dos pontos da reta



IMD1003
Geometria Euclidiana
Igor Oliveira

Axioma III_1

Axioma III_2

Axioma III_3

5 Relação de ordem

Ponto médio

Distância

Círculo

Exercícios

Bibliografia

Mediante os axiomas de medição e os de ordem, relacionaremos a ordenação dos pontos de uma reta com a ordenação dos números reais.

Proposição 2.1

Se, em uma semi-reta S_{AB} , considerarmos um segmento AC com $\overline{AC} < \overline{AB}$, então o ponto C estará entre A e B .

Teorema 2.2

Sejam A , B e C pontos distintos de uma mesma reta cujas coordenadas são, respectivamente, a , b e c . O ponto C está entre A e B se, e somente se, o número c está entre a e b ($a < c < b$ ou $b < c < a$).

Definição 2.3

Chamamos de ponto médio do segmento AB a um ponto C , deste segmento, tal que $\overline{AC} = \overline{CB}$.

Teorema 2.4

Um segmento tem exatamente um ponto médio.

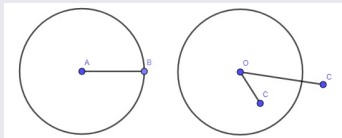
Observação

A noção de distância é uma das noções mais básicas da geometria. Ela satisfaz às seguintes propriedades para quaisquer pontos A , B e C do plano:

- 1) $\overline{AB} \geq 0$. Além disso, $\overline{AB} = 0$ se, e somente se, $A = B$.
- 2) $\overline{AB} = \overline{BA}$.
- 3) Desigualdade triangular: $\overline{AC} \leq \overline{AB} + \overline{BC}$. A igualdade ocorre se, e somente se, B pertencer ao intervalo AC .

Definição 2.5

Seja A um ponto do plano e r um número real positivo. O círculo de centro A e raio r é o conjunto constituído por todos os pontos B do plano tais que $\overline{AB} = r$.



- ▶ É consequência do axioma III_2 que podemos traçar um círculo com qualquer centro e qualquer raio.
- ▶ Seja C um ponto do plano. Se $\overline{AC} < r$, dizemos que C está dentro do círculo. Caso $\overline{AC} > r$, então dizemos que C está fora do círculo. Chamamos de disco de raio r e centro A o conjunto dos pontos que estão dentro do círculo.

Conjunto limitado



IMD1003
Geometria Euclidiana
Igor Oliveira

Axioma III_1

Axioma III_2

Axioma III_3

Relação de ordem

Ponto médio

Distância

9

Círculo

Exercícios

Bibliografia

Diz-se que um conjunto do plano é limitado se for possível traçar um círculo que o contenha. Do contrário, diz-se que ele é ilimitado. Por exemplo, qualquer segmento é limitado.

Exercícios



IMD1003
Geometria Euclidiana
Igor Oliveira

Axioma III_1

Axioma III_2

Axioma III_3

Relação de ordem

Ponto médio

Distância

Círculo

10 Exercícios

Bibliografia

1. São dados três pontos A , B e C com B entre A e C . Sejam M e N os pontos médios de AB e BC respectivamente. Mostre que $\overline{MN} = \frac{(\overline{AB} + \overline{BC})}{2}$.

2. São dados três pontos A , B e C com C entre A e B . Sejam M e N os pontos médios de AB e BC respectivamente. Mostre que $\overline{MN} = \frac{(\overline{AB} - \overline{BC})}{2}$.

3. Considere três pontos colineares A , B e C , sendo que B fica entre A e C e $\overline{AB} = \overline{BC}$. Se M é o ponto médio de AB e N é o ponto médio de BC , mostre que $\overline{MN} = \overline{AB}$.

4. São dados pontos A , B , C e D colineares com coordenadas x , y , z e w , tais que $x < y < z < w$. Prove que $\overline{AC} = \overline{BD}$ se, e somente se, $\overline{AB} = \overline{CD}$.

5. Se P é o ponto de interseção de círculos de raio r e centros em A e B , mostre que $\overline{PA} = \overline{PB}$.

6. Usando régua e compasso, descreva um método para construção de um triângulo com dois lados de mesmo comprimento. (Chamamos tal triângulo de triângulo isósceles).

7. Usando régua e compasso, descreva um método para construção de um triângulo com os três lados de mesmo comprimento. (Chamamos tal triângulo de triângulo equilátero).

8. Descreva um método para construção de um triângulo de lados 3, 4 e 6.

9. Considere um círculo de raio r . Mostre que a distância entre quaisquer dois pontos situados dentro do círculo é menor do que $2r$.

10. Uma emissora de rádio transmite com potência suficiente para alcançar qualquer receptor situado a menos de 100km de sua antena. Justifique a veracidade da seguinte afirmação: sabendo-se que é possível viajar da cidade A para a cidade B ouvindo no rádio continuamente a transmissão daquela emissora, conclui-se que a distância entre A e B é de, no máximo, 200km .

11. Prove que a união de uma quantidade finita de conjuntos limitados é ainda um conjunto limitado.

12. Mostre que, dado um ponto P e um conjunto limitado M , existe um disco com centro em P que contém M .

13. Prove que as retas são conjuntos ilimitados.

IMD1003
Geometria Euclidiana
Igor Oliveira

Axioma III_1

Axioma III_2

Axioma III_3

Relação de ordem

Ponto médio

Distância

Círculo

Exercícios

- [1] BARBOSA, João L M.
Geometria Euclidiana Plana.
11. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.