

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE  
INSTITUTO METRÓPOLE DIGITAL

Geometria Euclidiana  
Lista de Exercícios 01 - Axiomas de Incidência e Ordem  
Igor Oliveira

Aluno(a): \_\_\_\_\_

1. Sobre uma reta marque quatro pontos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ , em ordem, da esquerda para a direita. Determine as expressões abaixo e depois demonstre duas das igualdades apresentadas por você.

- a.  $AB \cup BC$ ;
- b.  $AB \cap BC$ ;
- c.  $AC \cap BD$ ;
- d.  $AB \cap CD$ ;
- e.  $S_{AB} \cap S_{BC}$ ;
- f.  $S_{AB} \cap S_{AD}$ ;
- g.  $S_{CB} \cap S_{BC}$ ;
- h.  $S_{AB} \cup S_{BC}$ .

2. Prove que existem infinitos pontos em um segmento.

3. Um subconjunto do plano é *convexo* se o segmento ligando quaisquer dois de seus pontos está totalmente nele contido. Os exemplos mais simples de conjuntos convexos são o próprio plano e qualquer semi-plano. Mostre que:

a. A interseção de dois convexos é ainda um convexo;

b. A interseção de convexos é ainda um convexo;

*Dica:* Para isso, suponha que o resultado é válido para um  $n \in \mathbb{N}$  arbitrário, ou seja, que a interseção de  $n$  convexos é convexo e prove que a interseção de  $n + 1$  convexos ainda é convexo. Tal técnica de demonstração é conhecida como Indução finita.

c. Mostre, exibindo um contra-exemplo, que a união de convexos pode não ser um convexo.

4. Diz-se que três ou mais pontos são *colineares* quando eles todos pertencem a uma mesma reta. Do contrário, diz-se que eles são *não colineares*. Mostre que três pontos não colineares determinam três retas. Quantas retas são determinadas por quatro pontos, sendo que quaisquer três deles não colineares?

5. Discuta a seguinte questão, utilizando apenas os conhecimentos geométricos estabelecidos, até agora, em sala de aula: Existem retas que não se interceptam?

6. Porque o conjunto de todos os pontos do plano não pode ser uma reta? Pode o conjunto vazio ser uma reta do plano?