



Instituto Metrópole Digital
Universidade Federal do Rio Grande do
Norte
Campus de Natal

Trabalho de Cálculo 1: Método de Newton e Solução da Equação de Malthus

Prof. Dr. Irineu Lopes Palhares Junior

Trabalho de Cálculo 1

Natal

Novembro de 2022

Trabalho de Cálculo

1. **(Resolva o problema utilizando o método de Newton).** Um amplificador eletrônico com acoplamento R – C com três estágios em cascata tem uma resposta a um degrau unitário de tensão dada pela expressão:

$$g(T) = 1 - \left(1 + T + \frac{T^2}{2}\right) e^{-T}, \quad (1)$$

onde $T = \frac{t}{RC}$ é uma unidade de tempo normalizada. O tempo de subida de um amplificador é definido como o tempo necessário para sua resposta ir de 10% a 90% de seu valor final. No caso, como $g(\infty) = 1$ é necessário calcular os valores de T para os quais

$$g = 0.1 \text{ e } g = 0.9 \quad (2)$$

ou seja, resolver as equações:

$$\begin{aligned} 0.1 &= 1 - \left(1 + T + \frac{T^2}{2}\right) e^{-T} \\ 0.9 &= 1 - \left(1 + T + \frac{T^2}{2}\right) e^{-T}. \end{aligned} \quad (3)$$

Chamando de $T_{0.1}$ o valor obtido de T na 1ª equação e $T_{0.9}$ o valor obtido de T na 2ª equação, calcular o tempo de subida.

2. **(Resolva a equação de Malthus usando o método de Euler)** Seja $y = f(t)$ a populacional de uma determinada espécie no tempo t . A hipótese mais simples sobre a variação populacional é que a taxa de variação é proporcional à população no instante de tempo t , ou seja,

$$\frac{dy}{dt} = ry, \quad (4)$$

onde r é uma constante de proporcionalidade, que representa o crescimento ($r > 0$) ou declínio ($r < 0$) da população. Resolva numericamente a equação (4) considerando $r = 50$, condição inicial

$$y(0) = 1500 \quad (5)$$

e o intervalo de tempo $[0, 10]$. A solução exata do problema é: $y = 1500e^{50t}$. Compare a solução exata y com a numérica Y , mediante o cálculo do erro relativo

$$erro = \frac{\|y - Y\|}{\|y\|}. \quad (6)$$