Instituto Metrópole Digital
Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Campus de Natal

Lista de Cálculo 1: Derivada

Prof. Dr. Irineu Lopes Palhares Junior

Lista de exercícios

Natal
Setembro de 2022

Sumário

1 Retas tangentes e taxas de variação 2

2 Definição de derivada 5

3 Regras de derivação 5

4 Derivadas de funções trigonométricas, exponencial e logarítmica. 11

5 Regra da Cadeia 17

6 Diferenciação implícita 17

7 Taxas relacionadas 17

8 Respostas dos exercícios 17

1 Retas tangentes e taxas de variação

Exercícios 7.2

1. Seja $f(x) = x^2 + 1$. Calcule

   a) $f'(1)$
   b) $f'(0)$
   c) $f'(x)$

2. Seja $f(x) = 2x$. Pensando geometricamente, qual o valor que você espera para $f'(p)$? Calcule $f'(p)$.

3. Seja $f(x) = 3x + 2$. Calcule

   a) $f'(2)$
   b) $f'(0)$
   c) $f'(x)$

4. Calcule $f'(p)$, pela definição, sendo dados

   a) $f(x) = x^2 + x$ e $p = 1$ *b*) $f(x) = \sqrt{x}$ e $p = 4$
   c) $f(x) = 5x - 3$ e $p = -3$ *d*) $f(x) = \dfrac{1}{x}$ e $p = 1$
   e) $f(x) = \sqrt{x}$ e $p = 3$ *f*) $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$ e $p = 2$
   g) $f(x) = 2x^3 - x^2$ e $p = 1$ *h*) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ e $p = 2$

5. Determine a equação da reta tangente em $(p, f(p))$ sendo dados

   a) $f(x) = x^2$ e $p = 2$ *b*) $f(x) = \dfrac{1}{x}$ e $p = 2$
   c) $f(x) = \sqrt{x}$ e $p = 9$ *d*) $f(x) = x^2 - x$ e $p = 1$

6. Calcule $f'(x)$, pela definição.

   a) $f(x) = x^2 + x$ *b*) $f(x) = 3x - 1$
   c) $f(x) = x^3$ *d*) $f(x) = \dfrac{1}{x}$
   e) $f(x) = 5x$ *f*) $f(x) = 10$
   g) $f(x) = \dfrac{x}{x + 1}$ *h*) $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$

7. Dê exemplo (por meio de um gráfico) de uma função f, definida e derivável em $\mathbb{R}$, tal que $f'(1) = 0$.

8. Dê exemplo (por meio de um gráfico) de uma função f, definida e derivável em $\mathbb{R}$, tal que $f'(x) > 0$ para todo x.

9. Dê exemplo (por meio de um gráfico) de uma função f, definida e derivável em $\mathbb{R}$, tal que $f'(0) < f'(1)$.

10. Dê exemplo (por meio de um gráfico) de uma função f, definida e contínua em $\mathbb{R}$, tal que $f'(1)$ não exista.

11. Dê exemplo (por meio de um gráfico) de uma função f, definida e derivável em $\mathbb{R}$, tal que $f'(x) > 0$ para $x < 1$ e $f'(x) < 0$ para $x > 1$.

12. Dê exemplo (por meio de um gráfico) de uma função f, definida e derivável em $\mathbb{R}$, tal que $f'(x) > 0$ para $x < 0$, $f'(x) < 0$ para $0 < x < 2$ e $f'(x) > 0$ para $x > 2$.

13. Dê exemplo (por meio de um gráfico) de uma função f, definida e derivável em $\mathbb{R}$, tal que $f'(0) = 0$ e $f'(1) = 0$.

14. Mostre que a função

$$g(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{se } x < 1 \\ -x + 4 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

não é derivável em $p = 1$. Esboce o gráfico de g.

15. Seja $g(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{se } x < 1 \\ 2x + 1 & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$

a) Mostre que g é derivável em $p = 1$ e calcule $g'(1)$.

b) Esboce o gráfico de g.

16. Seja $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } x \geq 0 \\ x^2 + 2 & \text{se } x < 0 \end{cases}$

a) Esboce o gráfico de f.

b) f é derivável em $p = 0$? Em caso afirmativo, calcule $f'(0)$.

2 Definição de derivada

3 Regras de derivação

gráfico de $f(x) = \sqrt[3]{x}$ no ponto (8, 2). ■

Exercícios 7.3

1. Seja $f(x) = x^5$. Calcule

   a) $f'(x)$
   b) $f'(0)$
   c) $f'(2)$

2. Calcule $g'(x)$ sendo g dada por

   a) $g(x) = x^6$
   b) $g(x) = x^{100}$
   c) $g(x) = \dfrac{1}{x}$
   d) $g(x) = x^2$
   e) $g(x) = \dfrac{1}{x^3}$
   f) $g(x) = \dfrac{1}{x^7}$
   g) $g(x) = x$
   h) $g(x) = x^{-3}$

3. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = \dfrac{1}{x}$ no ponto de abscissa 2. Esboce os gráficos de f e da reta tangente.

4. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$ no ponto de abscissa 1. Esboce os gráficos de f e da reta tangente.

5. Seja $f(x) = \sqrt[5]{x}$. Calcule.

   a) $f'(x)$
   b) $f'(1)$
   c) $f'(-32)$

6. Calcule $g'(x)$, sendo g dada por

Solução

i) Para $n = 2$ é verdadeira (D1).
ii) Seja $k \geq 2$. De

$$f_1 + f_2 + \dots + f_k + f_k + 1 = [f_1 + f_2 + \dots + f_k] + f_{k+1}$$

segue que se a afirmação for verdadeira para $n = k$ também o será para $n = k + 1$. ■

EXEMPLO 8. Calcule a derivada

a) $f(x) = 3x^5 + \frac{1}{3}x^4 + x + 2.$ *b)* $g(x) = x^2 + \frac{1}{x^2} + \sqrt{x}.$

Solução

$$a)\ f'(x) = \left[3x^5 + \frac{1}{3}x^4 + x + 2\right]' = (3x^5)' + \left(\frac{1}{3}x^4\right)' + (x)' + (2)' = 15x^4 + \frac{4}{3}x^3 + 1.$$

Assim,

$$f'(x) = 15x^4 + \frac{4}{3}x^3 + 1.$$

$$b)\ g'(x) = \left[x^2 + \frac{1}{x^2} + \sqrt{x}\right]' = (x^2)' + \left(\frac{1}{x^2}\right)' + (\sqrt{x})' = 2x - \frac{2}{x^3} + \frac{1}{2\sqrt{x}},$$

ou seja,

$$g'(x) = 2x - \frac{2}{x^3} + \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$ ■

Exercícios 7.7

1. Calcule $f'(x)$.

a) $f(x) = 3x^2 + 5$

b) $f(x) = x^3 + x^2 + 1$

c) $f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 4$

d) $f(x) = 3x + \sqrt{x}$

e) $f(x) = 5 + 3x^{-2}$

f) $f(x) = 2\sqrt[3]{x}$

g) $f(x) = 3x + \dfrac{1}{x}$

h) $f(x) = \dfrac{4}{x} + \dfrac{5}{x^2}$

i) $f(x) = \dfrac{2}{3}x^3 + \dfrac{1}{4}x^2$

j) $f(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt{x}$

l) $f(x) = 2x + \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2}$

m) $f(x) = 6x^3 + \sqrt[3]{x}$

n) $f(x) = 5x^4 + bx^3 + cx^2 + k$, em que b, c e k são constantes.

2. Seja $g(x) = x^3 + \dfrac{1}{x}$. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de g no ponto $(1, g(1))$.

3. Seja $f(x) = x^2 + \dfrac{1}{x}$.

   a) Determine o ponto do gráfico de f em que a reta tangente, neste ponto, seja paralela ao eixo x.
   b) Esboce o gráfico de f.

4. Seja $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$.

   a) Estude o sinal de $f'(x)$.
   b) Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ e $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.
   c) Utilizando as informações acima, faça um esboço do gráfico de f.

5. Mesmo exercício que o anterior, considerando a função $f(x) = x^3 + x^2 - 5x$.

6. Seja $f(x) = x^3 + 3x$.

   a) Determine a equação da reta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa 0.
   b) Estude o sinal de $f'(x)$.
   c) Esboce o gráfico de f.

7. Calcule $F'(x)$ em que $f(x)$ é igual a

a) $\dfrac{x}{x^2+1}$

b) $\dfrac{x^2-1}{x+1}$

c) $\dfrac{3x^2+3}{5x-3}$

d) $\dfrac{\sqrt{x}}{x+1}$

e) $5x+\dfrac{x}{x-1}$

f) $\sqrt{x}+\dfrac{3}{x^3+2}$

g) $\dfrac{\sqrt[3]{x}+x}{\sqrt{x}}$

h) $\dfrac{x+\sqrt[4]{x}}{x^2+3}$

8. Seja $g(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$.

a) Determine os pontos do gráfico de *g* em que as retas tangentes, nestes pontos, sejam paralelas ao eixo *x*.

b) Estude o sinal de $g'(x)$.

c) Calcule $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ e $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$.

d) Utilizando as informações acima, faça um esboço do gráfico de *g*.

9. Calcule $f'(x)$ em que $f(x)$ é igual a

a) $3x^2+5\cos x$

b) $\dfrac{\cos x}{x^2+1}$

c) $x \operatorname{sen} x$

d) $x^2 \operatorname{tg} x$

e) $\dfrac{x+1}{\operatorname{tg} x}$

f) $\dfrac{3}{\operatorname{sen} x+\cos x}$

g) $\dfrac{\sec x}{3x+2}$

h) $\cos x+(x^2+1)\operatorname{sen} x$

i) $\sqrt{x}\,\sec x$

j) $3\cos x+5\sec x$

l) $x \operatorname{cotg} x$

m) $4\sec x+\operatorname{cotg} x$

n) $x^2+3x\operatorname{tg} x$

o) $\dfrac{x^2+1}{\sec x}$

p) $\dfrac{x+1}{x\operatorname{sen} x}$

q) $\dfrac{x}{\operatorname{cosec} x}$

r) $(x^3+\sqrt{x})\operatorname{cosec} x$

s) $\dfrac{x+\operatorname{sen} x}{x-\cos x}$

10. Seja $f(x)=x^2\operatorname{sen} x+\cos x$. Calcule:

a) $f'(x)$
b) $f'(0)$
c) $f'(3a)$
d) $f'(x^2)$

11. Seja $f(x) = \text{sen } x + \cos x$, $0 \leq x \leq 2\pi$.

a) Estude o sinal de $f'(x)$.
b) Faça um esboço do gráfico de *f*.

12. Calcule $f'(x)$.

a) $f(x) = x^2 e^x$

b) $f(x) = 3x + 5 \ln x$

c) $f(x) = e^x \cos x$

d) $f(x) = \dfrac{1 + e^x}{1 - e^x}$

e) $f(x) = x^2 \ln x + 2e^x$

f) $f(x) = \dfrac{x + 1}{x \ln x}$

g) $f(x) = 4 + 5x^2 \ln x$

h) $f(x) = \dfrac{e^x}{x^2 + 1}$

i) $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$

j) $f(x) = \dfrac{e^x}{x + 1}$

13. Sejam *f*, *g* e *h* funções deriváveis. Verifique que

$$[f(x)\, g(x)\, h(x)]' = f'(x)\, g(x)\, h(x) + f(x)\, g'(x)\, h(x) + f(x)\, g(x)\, h'(x).$$

14. Calcule $F'(x)$ sendo $f(x)$ igual a

a) $x\, e^x \cos x$ *b*)
b) $x_2 (\cos x)(1 + \ln x)$
c) $e^x \text{ sen } x \cos x$
d) $(1 + \sqrt{x})\, e^x \text{ tg } x$

7.8. FUNÇÃO DERIVADA E DERIVADAS DE ORDEM SUPERIOR

Sejam *f* uma função e *A* o conjunto dos *x* para os quais $f'(x)$ existe. A função $f' : A \to \mathbb{R}$ dada por $x \mapsto f'(x)$, denomina-se *função derivada* ou, simplesmente, *derivada*

4 Derivadas de funções trigonométricas, exponencial e logarítmica.

$$a)\ f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h} = \lim_{h \to 0} e^x \cdot \frac{e^h - 1}{h} = e^x \quad \text{pois,} \quad \lim_{h \to 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$$

(Exemplo 3-6.3).

$$b)\ g'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{1}{h} \ln\left(1 + \frac{h}{x}\right)$$

$$\left(u = \frac{h}{x}\right)$$

$$= \lim_{u \to 0} \ln(1+u)^{\frac{1}{xu}} = \lim_{u \to 0} \frac{1}{x} \ln(1+u)^{\frac{1}{u}} = \frac{1}{x}$$

pois, $\lim_{u \to 0} (1+u)^{\frac{1}{u}} = e$ (Exemplo 2-6.3).

$$\boxed{\begin{gathered} (e^x)' = e^x \\ (\ln x)' = \frac{1}{x},\ x > 0 \end{gathered}}$$

■

Exercícios 7.4

1. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = e^x$ no ponto de abscissa 0.

2. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = \ln x$ no ponto de abscissa 1. Esboce os gráficos de f e da reta tangente.

3. Seja $f(x) = a^x$, em que $a > 0$ e $a \neq 1$ é um real dado. Mostre que $f'(x) = a^x \ln a$.

4. Calcule $f'(x)$.

   a) $f(x) = 2^x$
   b) $f(x) = 5^x$
   c) $f(x) = \pi^x$
   d) $f(x) = e^x$

5. Seja $g(x) = \log_a x$, em que $a > 0$ e $a \neq 1$ é constante. Mostre que $g'(x) = \dfrac{1}{x \ln a}$.

6. Calcule $g'(x)$

a) $g(x) = \log_3 x$
b) $g(x) = \log_5 x$
c) $g(x) = \log_\pi x$
d) $g(x) = \ln x$

7.5. DERIVADAS DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

Teorema. São válidas as fórmulas de derivação.

a) $\text{sen}' x = \cos x$.
b) $\cos' x = -\text{sen}\, x$.
c) $\text{tg}' x = \sec^2 x$.
d) $\sec' x = \sec x \,\text{tg}\, x$.
e) $\text{cotg}' x = -\text{cosec}^2 x$.
f) $\text{cosec}' x = -\text{cosec}\, x \,\text{cotg}\, x$.

Demonstração

Exercícios 7.5

1. Seja $f(x) = \text{sen}\, x$. Calcule.

   a) $f'(x)$

   $b)\ f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$

2. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = \text{sen}\, x$ no ponto de abscissa 0.

3. Seja $f(x) = \cos x$. Calcule.

   a) $f'(x)$

   b) $f'(0)$

   $c)\ f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$

   $d)\ f'\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

4. Calcule $f'(x)$ sendo

   a) $f(x) = \text{tg}\, x$

   b) $f(x) = \sec x$

5. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = \text{tg}\, x$ no ponto de abscissa 0.

6. Seja $f(x) = \text{cotg}\, x$. Calcule.

   a) $f'(x)$

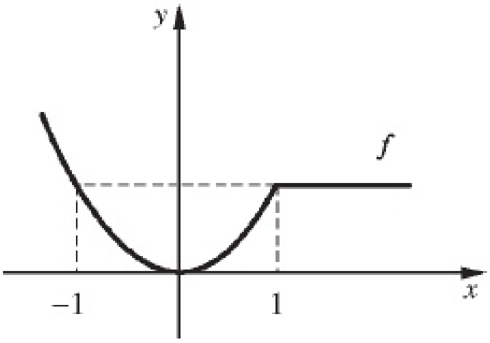
   $b)\ f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$

7. Seja $g(x) = \text{cosec}\, x$. Calcule.

   a) $g'(x)$

   $b)\ g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$

7.6. DERIVABILIDADE E CONTINUIDADE



f é contínua em 1, mas não é derivável neste ponto; o gráfico de f apresenta um "bico" no ponto $(1, f(1))$. ■

EXEMPLO 3. Seja $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \leqslant 1 \\ 2x - 1 & \text{se } x > 1 \end{cases}$.

a) *f* é derivável em 1?
b) *f* é contínua em 1?

Solução

a) $$\frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{se } x < 1 \\ \\ 2 & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \to 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = 2.$$

Logo, *f* é *derivável* em 1 e $f'(1) = 2$.

b) Como *f* é derivável em 1, segue que *f* é contínua em 1. ■

Exercícios 7.6

1. Seja $f(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{se } x < 2 \\ \\ 1 & \text{se } x \geqslant 2 \end{cases}$.

   a) *f* é contínua em 2? Por quê?
   b) *f* é derivável em 2? Por quê?

2. Seja $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \leqslant 0 \\ -x^2 & \text{se } x > 0 \end{cases}.$

a) *f* é derivável em 0? Justifique.
b) *f* é contínua em 0? Justifique.

3. Seja $f(x) = \begin{cases} -x+3 & \text{se } x < 3 \\ x-3 & \text{se } x \geqslant 3 \end{cases}.$

a) *f* é derivável em 3? Justifique.
b) *f* é contínua em 3? Justifique.

7.7. REGRAS DE DERIVAÇÃO

Teorema 1. Sejam f e g deriváveis em p e seja k uma constante. Então as funções $f + g$, kf e $f \cdot g$ são deriváveis em p e têm-se

(D1) $(f + g)'(p) = f'(p) + g'(p)$.
(D2) $(kf)'(p) = kf'(p)$.
(D3) $(f \cdot g)'(p) = f'(p)\, g(p) + f(p)\, g'(p)$.

Demonstração

$$\text{(D1) } (f+g)'(p) = \lim_{x \to p} \frac{[f(x) + g(x)] - [f(p) + g(p)]}{x - p}$$
$$= \lim_{x \to p} \left[\frac{f(x) - f(p)}{x - p} + \frac{g(x) - g(p)}{x - p}\right]$$

(Em palavras: *a derivada de uma soma é igual à soma das derivadas das parcelas*.)

$$\text{(D2) } (kf)'(p) = \lim_{x \to p} \frac{kf(x) - kf(p)}{x - p} = k \lim_{x \to p} \frac{f(x) - f(p)}{x - p} = kf'(p),$$

$$(kf)'(p) = kf'(p).$$

5 Regra da Cadeia

6 Diferenciação implícita

7 Taxas relacionadas

8 Respostas dos exercícios

***g*)** $-\infty$

6.3

1. ***a*)** e^2

***b*)** e

***c*)** $e^{\frac{1}{2}}$

***d*)** e^2

***e*)** e

***f*)** 1

***g*)** e^2

***h*)** e^2

2. *Sugestão*: $a^h = e^{h \ln a}$

3. ***a*)** 2

***b*)** 0

***c*)** $\ln 5$

***d*)** $+\infty$

CAPÍTULO 7

7.2

1. ***a*)** 2

***c*)** $2x$

2. 2

3. ***a*)** 3

***b*)** 3

***c*)** 3

4. ***a*)** 3

***b*)** $\frac{1}{4}$

***c*)** 5

***d*)** −1

***e*)** $\frac{1}{2\sqrt{3}}$

***f*)** $-\frac{1}{4}$

***g*)** 4

***h*)** $\frac{1}{3\sqrt[3]{4}}$

5. ***a*)** $y = 4x - 4$

***b*)** $y = -\frac{1}{4}x + 1$

***c*)** $x - 6y + 9 = 0$

***d*)** $y = x - 1$

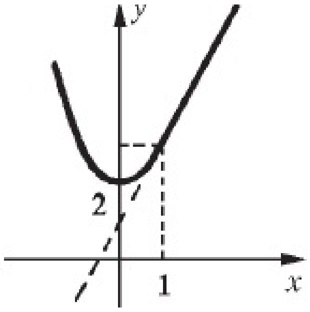
6. *a*) $2x + 1$ *b*) 3 *c*) $3x^2$ *d*) $-\frac{1}{x^2}$ *e*) 5 *f*) 0 *g*) $\frac{1}{(x+1)^2}$ *h*) $-\frac{2}{x^3}$

14. $$\frac{g(x)-g(1)}{x-1} = \begin{cases} 2 \text{ se } x < 1 \\ -1 \text{ se } x > 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{g(x)-g(1)}{x-1} \neq \lim_{x \to 1^-} \frac{g(x)-g(1)}{x-1}$$

15. ***a*)** 2

b)



16. ***b*)** 0

17. ***b*)** Não

7.3

1. ***a*)** $5x^4$

***b*)** 0

***c*)** 80

2. *a*) $6x^5$ *b*) $100x^{99}$ *c*) $-\dfrac{1}{x^2}$ *d*) $2x$ *e*) $-\dfrac{3}{x^4}$ *f*) $-\dfrac{7}{x^8}$

g) 1 *h*) $-3x^{-4}$

3. $y = -\dfrac{1}{4}x + 1$

4. $y = -2x + 3$

5. *a*) $\dfrac{1}{5\sqrt[5]{x^4}}$ *b*) $\dfrac{1}{5}$ *c*) $\dfrac{1}{80}$

6. *a*) $\dfrac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}$ *b*) $\dfrac{1}{6\sqrt[6]{x^5}}$ *c*) $\dfrac{1}{8\sqrt[8]{x^7}}$ *d*) $\dfrac{1}{9\sqrt[9]{x^8}}$

7. $y = \dfrac{1}{3}x + \dfrac{2}{3}$

9. $y = 4x - 4$

7.4

1. $y = x + 1$

2. $y = x - 1$

4. ***a*)** $2^x \ln 2$

***b*)** $5^x \ln 5$

***c*)** $\pi^x \ln \pi$

***d*)** e^x

6. *a*) $\dfrac{1}{x \ln 3}$ *b*) $\dfrac{1}{x \ln 5}$ *c*) $\dfrac{1}{x \ln \pi}$ *d*) $\dfrac{1}{x}$

7.5

1. ***a*)** $\cos x$

***b*)** $\frac{\sqrt{2}}{2}$

2. $y = x$

3. ***a*)** $-\text{sen}\, x$

***b*)** 0

***c*)** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

***d*)** $\frac{\sqrt{2}}{2}$

4. ***a*)** $\sec^2 x$

***b*)** $\sec x \,\text{tg}\, x$

5. $y = x$

6. ***a*)** $-\text{cosec}^2 x$

***b*)** -2

7. ***a*)** $-\text{cosec}\, x \,\text{cotg}\, x$

***b*)** $-\sqrt{2}$

7.7

1. *a*) $6x$ *b*) $3x^2 + 2x$ *c*) $9x^2 - 4x$ *d*) $3 + \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

e) $-6x^{-3}$ *f*) $\dfrac{2}{3\sqrt[3]{x^2}}$ *g*) $3 - \dfrac{1}{x^2}$ *h*) $-\dfrac{4}{x^2} - \dfrac{10}{x^3}$

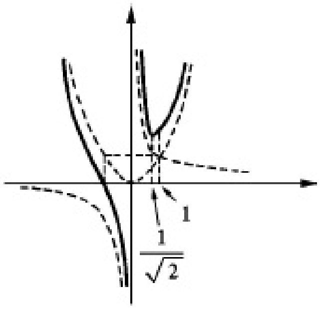
i) $2x^2 + \dfrac{1}{2}x$ *j*) $\dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ *l*) $2 - \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{2}{x^3}$

m) $18x^2 + \dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ *n*) $20x^3 + 3bx^2 + 2cx$

2. $y = 2x$

3. *a*) $\left(\dfrac{\sqrt[3]{4}}{2}, \dfrac{3\sqrt[3]{2}}{2} \right)$

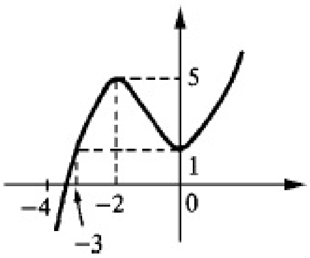
b)



4. *a*) $f'(x) > 0$ em $]-\infty, -2[$ e em $]0, +\infty[$; $f'(x) < 0$ em $]-2, 0[$

b) $+\infty$ e $-\infty$

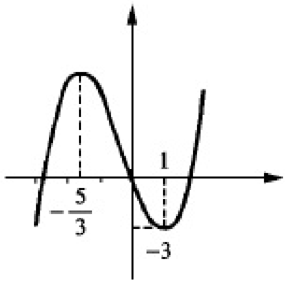
c)



5. *a)* $f'(x) > 0$ em $\left]-\infty, -\frac{5}{3}\right[$ e em $]1, +\infty[$; $f'(x) < 0$ em $\left]-\frac{5}{3}, 1\right[$

b) $+\infty$ e $-\infty$

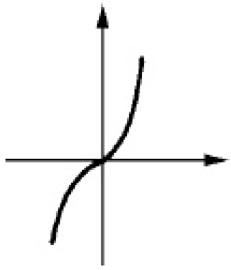
c)



6. *a)* $y = 3x$

b) $f'(x) > 0$ em $\mathbb{R}$

c)



7. *a)* $\dfrac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}$ *b)* $\dfrac{x^2 + 2x + 1}{(x + 1)^2}$ *c)* $\dfrac{15x^2 - 18x - 15}{(5x - 3)^2}$

d) $\dfrac{1 - x}{2\sqrt{x}\,(x + 1)^2}$ *e)* $5 - \dfrac{1}{(x - 1)^2}$ *f)* $\dfrac{1}{2\sqrt{x}} - \dfrac{9x^2}{(x^3 + 2)^2}$

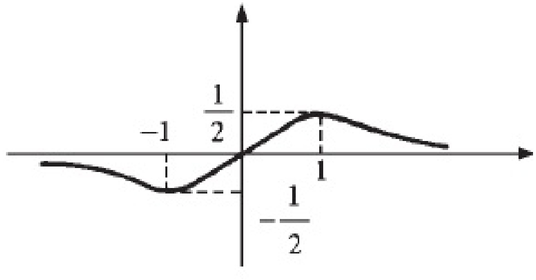
g) $\dfrac{3x - \sqrt[3]{x}}{6x\sqrt{x}}$ *h)* $\dfrac{4\sqrt[4]{x^3}\,(3 - x^2) - 7x^2 + 3}{4\sqrt[4]{x^3}\,(x^2 + 3)^2}$

8. *a)* $\left(-1, -\frac{1}{2}\right)$ e $\left(1, \frac{1}{2}\right)$

b) $g'(x) > 0$ em $]-1, 1[$
$g'(x) < 0$ em $]-\infty, -1[$
e em $]1, +\infty[$

c) 0

d)



9. *a)* $6x - 5 \operatorname{sen} x$ *b)* $-\dfrac{(x^2+1)\operatorname{sen} x + 2x\cos x}{(x^2+1)^2}$ *c)* $\operatorname{sen} x + x\cos x$

d) $x\,[2\operatorname{tg} x + x\sec^2 x]$ *e)* $\dfrac{\operatorname{tg} x - (x+1)\sec^2 x}{\operatorname{tg}^2 x}$ *f)* $\dfrac{-3\,(\cos x - \operatorname{sen} x)}{(\operatorname{sen} x + \cos x)^2}$

g) $\dfrac{\sec x\,[3x\operatorname{tg} x + 2\operatorname{tg} x - 3]}{(3x+2)^2}$ *h)* $\operatorname{sen} x\,[2x-1] + \cos x\,[x^2+1]$

i) $\dfrac{\sec x\,[1 + 2x\operatorname{tg} x]}{2\sqrt{x}}$ *j)* $-3\operatorname{sen} x + 5\sec x\operatorname{tg} x$ *l)* $\operatorname{cotg} x - x\operatorname{cosec}^2 x$

m) $4\sec x\operatorname{tg} x - \operatorname{cosec}^2 x$ *n)* $2x + 3\operatorname{tg} x + 3x\sec^2 x$ *o)* $\dfrac{2x - (x^2+1)\operatorname{tg} x}{\sec x}$

p) $-\dfrac{x(x+1)\cos x + \operatorname{sen} x}{x^2\operatorname{sen}^2 x}$ *q)* $\dfrac{1 + x\operatorname{cotg} x}{\operatorname{cosec} x}$

r) $\operatorname{cosec} x\left[3x^2 + \dfrac{1}{2\sqrt{x}} - (x^3+\sqrt{x})\operatorname{cotg} x\right]$ *s)* $\dfrac{(x-1)\cos x - (x+1)\operatorname{sen} x - 1}{(x-\cos x)^2}$

10. ***a)*** $(2x-1)\operatorname{sen} x + x^2\cos x$

b) 0

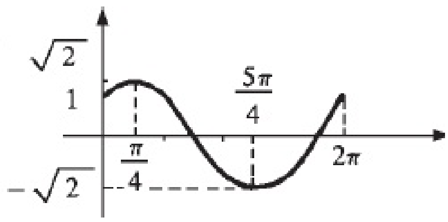
c) $(6a-1)\operatorname{sen}(3a) + 9a^2\cos(3a)$

d) $(2x^2-1)\operatorname{sen} x^2 + x^4\cos x^2$

11. *a)* $f'(x) > 0$ em $\left[0, \dfrac{\pi}{4}\right[$ e em $\left]\dfrac{5\pi}{4}, 2\pi\right]$

$f'(x) < 0$ em $\left]\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{5\pi}{4}\right[$

b)



12. *a)* $x\,e^x\,[2+x]$ *b)* $3 + \dfrac{5}{x}$ *c)* $e^x\,[\cos x - \operatorname{sen} x]$ *d)* $\dfrac{2e^x}{[1-e^x]^2}$

e) $2x\ln x + x + 2e^x$ *f)* $\dfrac{-x - \ln x - 1}{[x\ln x]^2}$ *g)* $5x\,[1 + 2\ln x]$

h) $\dfrac{e^x[x-1]^2}{(x^2+1)^2}$ *i)* $\dfrac{1-\ln x}{x^2}$ *j)* $\dfrac{xe^x}{(x+1)^2}$

14. *a)* $e^x\,[\cos x + x\cos x - x\,\text{sen}\,x]$ *b)* $x\,[(1+\ln x)\,(2\cos x - x\,\text{sen}\,x) + \cos x]$

c) $e^x\,[\text{sen}\,x\cos x + \cos^2 x - \text{sen}^2 x]$

d) $e^x\left[\dfrac{\text{tg}\,x}{2\sqrt{x}} + (1+\sqrt{x})\,(\text{tg}\,x + \sec^2 x)\right]$

7.8

1. *a)* $f'(x) = 16x^3 + 2,\ f''(x) = 48x^2$ e $f'''(x) = 96x$

b) $f'(x) = -\dfrac{1}{x^2},\ f''(x) = \dfrac{2}{x^3}$ e $f'''(x) = -\dfrac{6}{x^4}$

c) $f'(x) = 10\,x + \dfrac{3}{x^4},\ f''(x) = 10 - \dfrac{12}{x^5}$ e $f'''(x) = 60x^{-6}$

d) $f'(x) = 9x^2 - 6,\ f''(x) = 18x$ e $f'''(x) = 18$

e) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \geqslant 0 \\ -x^2 & \text{se } x < 0 \end{cases},\ f'(x) = \begin{cases} 2x & \text{se } x \geqslant 0 \\ -2x & \text{se } x < 0 \end{cases},\ f''(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } x > 0 \\ -2 & \text{se } x < 0 \end{cases}$ e $f'''(x) = 0$ para $x \neq 0$

2. *a)* $f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{se } x \geqslant 0 \\ -x^3 & \text{se } x < 0 \end{cases},\ f'(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{se } x \geqslant 0 \\ -3x^2 & \text{se } x < 0 \end{cases}$ e $f''(x) = \begin{cases} 6x & \text{se } x \geqslant 0 \\ -6x & \text{se } x < 0 \end{cases}$

b) $f'(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{se } x \leqslant 1 \\ 5 & \text{se } x > 1 \end{cases}$ e $f''(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } x < 1 \\ 0 & \text{se } x > 1 \end{cases}$

3. *a)* $f^{(n)}(x) = e^x$ *b)* $f^{(n)}(x) = \begin{cases} (-1)^{\frac{n-1}{2}}\cos x & \text{se } n \text{ for ímpar} \\ (-1)^{\frac{n}{2}}\,\text{sen}\,x & \text{se } n \text{ for par} \end{cases}$

c) $f^{(n)}(x) = \begin{cases} (-1)^{\frac{n+1}{2}}\,\text{sen}\,x & \text{se } n \text{ for ímpar} \\ (-1)^{\frac{n}{2}}\cos x & \text{se } n \text{ for par} \end{cases}$

d) $f^{(n)}(x) = (-1)^{n+1}\,(n-1)!\,x^{-n}$

7.9

1. *a*) $\frac{dy}{dx} = 15x^2 + 6$ *b*) $\frac{ds}{dt} = \frac{1}{5\sqrt[5]{t^4}} - \frac{3}{t^2}$ *c*) $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{(t+1)^2}$

d) $\frac{dy}{dt} = \cos t - t \operatorname{sen} t$ *e*) $\frac{dy}{du} = \frac{u \ln u - u - 1}{u (\ln u)^2}$ *f*) $\frac{dx}{dt} = t^2 e^t (3 + t)$

g) $\frac{ds}{dt} = e^t [\operatorname{tg} t + \sec^2 t]$ *h*) $\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2 \operatorname{sen} x - (x^3 + 1)\cos x}{\operatorname{sen}^2 x}$

i) $\frac{dy}{du} = \frac{\sec u\, [1 + 3u \operatorname{tg} u]}{3\sqrt[3]{u^2}}$ *j*) $\frac{dx}{dt} = -\frac{3}{t^2} - \frac{4}{t^3}$

l) $\frac{dx}{dt} = e^t [\cos t - \operatorname{sen} t]$ *m*) $\frac{du}{dv} = 10v - \frac{12}{v^5}$ *n*) $\frac{dV}{dr} = 4\pi r^2$

o) $\frac{dE}{dv} = v$ *p*) $\frac{dE}{dv} = mv$ *q*) $\frac{du}{dx} = -\frac{12a}{x^{13}} + \frac{6b}{x^7}$

2. *a*) $\frac{x^3 (4\sqrt{x} + 5)}{2\sqrt{x}\, (x + \sqrt{x})^2}$ *b*) $\frac{9}{8}$

3. 8

4. 36

5. $\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dt}{dx}(x+t) - t\left(1 + \frac{dt}{dx}\right)}{(x+t)^2}$; $\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=1} = \frac{2}{9}$

8. ***a*)** $6x$

***b*)** $2 \cos t - t \operatorname{sen} t$

***c*)** $90x^8 + \frac{12}{x^5}$

***d*)** $\frac{1}{t}$

***e*)** $-2e^t \operatorname{sen} t$

***f*)** $\frac{e^x (x^2 - 2x + 2)}{x^3}$

7.11

1. ***a*)** $4 \cos 4x$

***b*)** $-5 \operatorname{sen} 5x$

***c*)** $3e^{3x}$

***d*)** $-8 \operatorname{sen} 8x$

***e*)** $3t^2 \cos t^3$

***f*)** $\dfrac{2}{2t+1}$

***g*)** $e^{\operatorname{sen} t} \cos t$

***h*)** $-e^x \operatorname{sen} e^x$

***i*)** $3 (\operatorname{sen} x + \cos x)^2 (\cos x - \operatorname{sen} x)$

j) $\dfrac{3}{2\sqrt{3x+1}}$

l) $\dfrac{2}{3(x+1)^2}\sqrt[3]{\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)^2}$ *m*) $-5e^{-5x}$ *n*) $\dfrac{2t+3}{t^2+3t+9}$ *o*) $e^{\operatorname{tg} x} \sec^2 x$

p) $-\operatorname{sen} x \cos(\cos x)$ *q*) $8t\,(t^2+3)^3$ *r*) $-2x \operatorname{sen}(x^2+3)$

s) $\dfrac{1+e^x}{2\sqrt{x+e^x}}$ *t*) $3 \sec^2 3x$ *u*) $3 \sec 3x \operatorname{tg} 3x$

2. 10

3. 4

4. *a)* $e^{3x}(1+3x)$ *b)* $e^{x}(\cos 2x - 2\,\text{sen}\,2x)$ *c)* $e^{-x}(\cos x - \text{sen}\,x)$

d) $e^{-2t}(3\cos 3t - 2\,\text{sen}\,3t)$ *e)* $-2xe^{-x^2} + \dfrac{2}{2x+1}$ *f)* $\dfrac{4}{(e^{t}+e^{-t})^2}$

g) $-\dfrac{5\,\text{sen}\,5x\,\text{sen}\,2x + 2\cos 5x\cos 2x}{\text{sen}^2\,2x}$ *h)* $3\,(e^{-x}+e^{x^2})^2\,(-e^{-x}+2xe^{x^2})$

i) $3t^2e^{-3t}(1-t)$ *j)* $e^{x^2}\left[2x\ln(1+\sqrt{x}) + \dfrac{1}{2(\sqrt{x}+x)}\right]$

l) $3\,(\text{sen}\,3x + \cos 2x)^2\,(3\cos 3x - 2\,\text{sen}\,2x)$ *m)* $\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{2\sqrt{e^{x}+e^{-x}}}$

n) $\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ *o)* $\dfrac{4x\sqrt{x}+e^{\sqrt{x}}}{4\sqrt{x^3+xe^{\sqrt{x}}}}$ *p)* $\ln(2x+1) + \dfrac{2x}{2x+1}$

q) $\dfrac{6x\,[\ln(x^2+1)]^2}{x^2+1}$ *r)* $\sec x$ *s)* $-9x^2\cos^2 x^3\,\text{sen}\,x^3$

t) $-\dfrac{\text{sen}^2\,x + 2\cos^2\,x}{\text{sen}^3\,x}$ *u)* $e^{2t}\,\dfrac{(1+2t)\ln(3t+1) - \dfrac{3t}{3t+1}}{[\ln(3t+1)]^2}$

5. *a)* $-25\,\text{sen}\,5t$ *b)* $-16\cos 4t$ *c)* $-w^2\,\text{sen}\,wt$ *d)* $9e^{-3x}$

e) $2e^{-x^2}(2x^2-1)$ *f)* $\dfrac{e^{x}(x^2+1)}{(x+1)^3}$ *g)* $\dfrac{2(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$ *h)* $\dfrac{2}{(x-1)^3}$

i) $e^{-x}-4e^{-2x}$ *j)* $e^{-x}(4\,\text{sen}\,2x - 3\cos 2x)$ *l)* $\dfrac{2x(x^2-3)}{(x^2+1)^3}$

m) $\dfrac{2(3x^3+3x^2+3x+1)}{(x^2+x)^3}$ *n*) $\dfrac{-2[4 \text{ sen } 3x + 3 \cos 3x]}{e^x}$

o) $4e^{-2x}(x-1)$ *p*) $-\cos x \cos(\cos x) - \text{sen}^2 x \text{ sen}(\cos x)$

q) $\dfrac{8x^3+30x^2+24x+10}{(x^2-1)^3}$ *r*) $\dfrac{e^{1/x}}{x^3}$ *s*) $\dfrac{2(-x^3-3x^2+1)}{(x^2+x+1)^2}$

t) $\dfrac{3}{(t^2+3)\sqrt{t^2+3}}$ *u*) $\dfrac{4x+12}{9\sqrt[3]{(x+2)^5}}$

7. 8

8. 11

12. ±2

13. 1 ou 2

16. ***a*)** $3 \sec^2 3x$

***b*)** $4 \sec 4x \text{ tg } 4x$

***c*)** $-2x \text{ cosec}^2 x^2$

***d*)** $\sec^2 x \sec(\text{tg } x) \text{ tg}(\text{tg } x)$

***e*)** $3x^2 \sec x^3 \text{ tg } x^3$

***f*)** $2x \sec^2 x^2 e^{\text{tg } x^2}$

***g*)** $-2 \text{ cosec } 2x \text{ cotg } 2x$

***h*)** $x^2 [3 \text{ tg } 4x + 4x \sec^2 4x]$

***i*)** $3 \sec 3x$

***j*)** $-e^{-x} \sec x^2 [1 - 2x \text{ tg } x^2]$

***l*)** $6x (x^2 + \text{cotg } x^2)^2 (1 - \text{cosec}^2 x^2)$

***m*)** $2x [\text{tg } 2x + x \sec^2 2x]$

23. ***b*)** 7

***c*)** $y = 2x - 1$

28. $-\frac{4}{7}$

30. 8

7.12

1. *a)* $5^x \ln 5 + \dfrac{1}{x \ln 3}$ *b)* $2x\, 2^{x^2} \ln 2 + 2 \cdot 3^{2x} \ln 3$

c) $2 \cdot 3^{2x+1} \ln 3 + \dfrac{2x}{(x^2+1)\ln 2}$ *d)* $(2x+1)^x \left[\ln(2x+1) + \dfrac{2x}{2x+1}\right]$

e) $x^{\operatorname{sen} 3x}\left[3 \cos 3x \ln x + \dfrac{\operatorname{sen} 3x}{x}\right]$

f) $(3+\cos x)^x\left[\ln(3+\cos x) - \dfrac{x \operatorname{sen} x}{3+\cos x}\right]$

g) $x^x\,[(1+\ln x)\operatorname{sen} x + \cos x]$ *h)* $x^{x^2+1}\left[2x \ln x + \dfrac{x^2+1}{x}\right]$

i) $-(1+i)^{-t}\ln(1+i)$ *j)* $(10^x + 10^{-x})\ln 10$

l) $(2+\operatorname{sen} x)^{\cos 3x}\left[-3 \operatorname{sen} 3x \ln(2+\operatorname{sen} x) + \dfrac{\cos x \cos 3x}{2+\operatorname{sen} x}\right]$

m) $\dfrac{x^x(1+\ln x)}{1+x^x}$ *n)* $\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x\left[\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right) - \dfrac{1}{1+x}\right]$

o) $x^{x^x}x^x\left[(1+\ln x)\ln x + \dfrac{1}{x}\right]$ *p)* $\pi x^{\pi-1} + \pi^x \ln \pi$

q) $(1+x)^{e^{-x}}\left[-e^{-x}\ln(1+x) + \dfrac{e^{-x}}{1+x}\right]$

3. *a*) $(x+2)^x \ln(x+2) + x(x+2)^{x-1}$

b) $2x(1+e^x)^{x^2} \ln(1+e^x) + x^2(1+e^x)^{x^2-1} e^x$

c) $(4+\operatorname{sen} 3x)^x \ln(4+\operatorname{sen} 3x) + x(4+\operatorname{sen} 3x)^{x-1}(3\cos 3x)$

d) $2x(x+3)^{x^2} \ln(x+3) + x^2(x+3)^{x^2-1}$

e) $2x(3+\pi)^{x^2} \ln(3+\pi)$ *f*) $2\pi x(x^2+1)^{\pi-1}$

7.13

2. $y = \dfrac{-1+\sqrt{-4x^2+4x+1}}{2x}$ **3.** $\dfrac{3}{4}$

4. *a*) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{x}{y}$ *b*) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{2xy-1}{3y^2+x^2}$ *c*) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{y^2}{2xy+2}$

d) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{1+5y^4}$ *e*) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{x}{4y}$ *f*) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1-y}{x+3y^2}$

g) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{x}{y+1}$ *h*) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{2xy^3+y}{3x^2y^2+x}$ *i*) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{y+e^y}{xe^y+x}$

j) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{2x}{x^2+y^2+2y}$ *l*) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{5-\operatorname{sen} y - x}$ *m*) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{2+\cos y}$

5. $y = -\dfrac{1}{2}x + 1$ **6.** $\dfrac{x_0 x}{a^2} + \dfrac{y_0 y}{b^2} = 1$

8. *a*) 1 *b*) $y - 1 = -\dfrac{3}{7}(x-1)$

11. $y = \dfrac{1}{5}(x+3)$

7.14

1. *a*) $dy = 3x^2\,dx$ *b*) $dy = (2x-2)\,dx$

c) $dy = \dfrac{1}{(x+1)^2}\,dx$ *d*) $dy = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}\,dx$

2. ***a*)** $dA = 2l\,dl$

3. ***a*)** $dV = 4\pi r^2\,dr$

4. ***a***) $dy = (2x + 3)\, dx$

b) $(dx)^2$

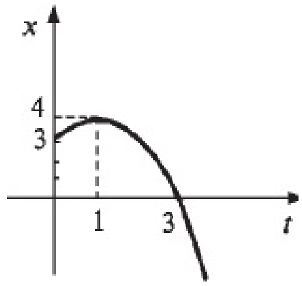
7.15

1. ***a***) $2 - 2t$

b) -2

c) $v(t) > 0$ em $[0, 1[$
$v(t) < 0$ em $]1, +\infty[$

d)



2. ***a***) $\frac{1}{2}$

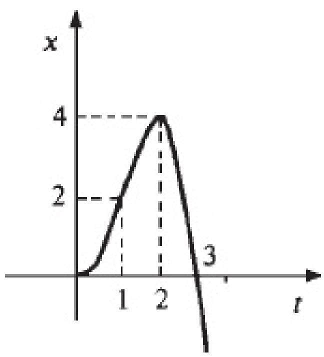
b) 0

3. ***a***) $v(t) > 0$ em $]0, 2[$
$v(t) < 0$ em $]2, +\infty[$

b) $a(t) > 0$ em $[0, 1[$
$a(t) < 0$ em $]1, +\infty[$

c) $-\infty$

d)

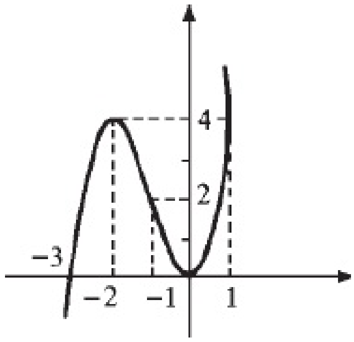


7. ***a***) $f'(t) > 0$ em $]-\infty, -2[$ e em $]0, +\infty[$
$f'(t) < 0$ em $]-2, 0[$

b) $f''(t) < 0$ em $]-\infty, -1[$
$f''(t) > 0$ em $]-1, +\infty[$

c) $+\infty$ e $-\infty$

d)

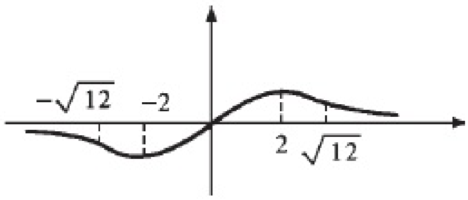


8. *a*) $f'(t) > 0$ em $]-2, 2[$
$f'(t) < 0$ em $]-\infty, -2[$ e em $]2, +\infty[$

b) $f''(t) > 0$ em $]-\sqrt{12}, 0[$
e em $]\sqrt{12}, +\infty[$

$f''(t) < 0$ em $]-\infty, -\sqrt{12}[$
e em $]0, \sqrt{12}[$

d)

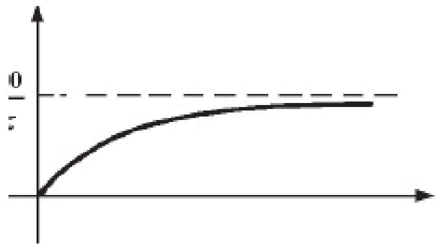


9. *a*) $v_0 e^{-kt}$

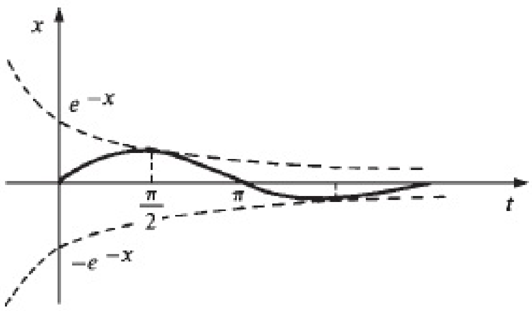
c) $-v_0 k e^{-kt}$

e) $\dfrac{v_0}{k}$

f)



10. *c*)



11. Ponto de abscissa $x = \dfrac{5}{6}$

12. $\dfrac{-100}{(101)^2}$

15. $(-2, 1)$

16. $-\dfrac{6}{\sqrt{55}}$

17. $-\dfrac{3}{2}$ (cm/s)

18. $\dfrac{0{,}9}{100\pi}$ (m/s)

19. $\dfrac{dx}{dt} = 1 - \cos\theta$ e $\dfrac{dy}{dt} = \operatorname{sen}\theta$

7.16

1. *a*) $y = -3x$ e $y = \dfrac{1}{3}x$

b) $y = \dfrac{1}{12}x + \dfrac{4}{3}$ e $y = -12x + 98$

c) $y = -2x + 3$ e $y = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{1}{2}$

d) $y = 2$ e $x = 1$

2. $y = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{16}$

3. $y = 6x - 2$ ou $y = 6x + 2$

4. $y = 2x - \dfrac{25}{4}$

5. $y = \dfrac{1}{3}x - \dfrac{2}{27}$ ou $y = \dfrac{1}{3}x + \dfrac{2}{27}$

6. *a*) $(1, 1)$

b) $y = -\dfrac{1}{2}x + \dfrac{3}{2}$

7. $y = -3x$ ou $y = -4x$

8. $(0, 12)$, $(-2, -12)$ e $\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{253}{16}\right)$

9. Pontos de abscissas $\dfrac{1}{2}$ e $-\dfrac{2}{3}$

10. $y = 3x + 2$

11. $y = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$

12. (a, b) tal que $b < a^2$

13. ± 1

14. -1

15. $y = -x + \frac{1}{4}$ ou $y = x + \frac{1}{4}$.

7.17

1. *a)* $-\frac{1}{9}$ *b)* 1 *c)* $-\pi$ *d)* 0 *e)* 0 *f)* $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ *g)* 0 *h)* $\frac{\sqrt{2}}{8}$ *i)* 1

2. *a)* $\frac{1}{4\sqrt{x}\,\sqrt{1+\sqrt{x}}}$ *b)* $\frac{3}{\sqrt{1+9x^2}}$ *c)* $5^{x^2}[1 + 2x^2 \ln 5]$

d) $(2 + \operatorname{sen} x)^x \left[\ln(2 + \operatorname{sen} x) + \frac{x \cos x}{2 + \operatorname{sen} x} \right]$

e) $\sec x$ *f)* $e^{t^2}[2t \operatorname{sen} 3t + 3 \cos 3t]$ *g)* $\ln \frac{t^2 - 1}{t^2 + 1} + \frac{4t^2}{t^4 - 1}$

h) $\frac{3x^2 + 4x - 1}{2(x+1)\sqrt{x+1}}$ *i)* $\frac{3t^2 - t^4}{(t^2+1)^3}$ *j)* $\frac{3x(4 + x^2)\sec^2 3x + (4 - x^2)\operatorname{tg} 3x}{(x^2+4)^2}$

l) $\sec x$ *m)* $\frac{e^{\sec \sqrt{x}}\,[\sqrt{x}\,\sec\sqrt{x}\,\operatorname{tg}\sqrt{x} - 2]}{2x^2}$ *n)* $e^{x^x}x^x(1 + \ln x)$

o) $\operatorname{tg}^3 x$ *p)* $\frac{1-x}{x^2\sqrt{1-x^2}}$ *q)* $-\frac{(2 - \sqrt[3]{x})^{\frac{1}{2}}}{\sqrt[3]{x}}$ *r)* $\frac{12 \ln 2}{(2^{3t} + 2^{-3t})^2}$

s) $-\frac{1}{2\sqrt{x}\,\cos\sqrt{x}}$ *t)* $-6\,e^{-3x}\cos 3x$ *u)* $-5 \operatorname{cotg}^3 5x$

3. *a)* $-\frac{y \cos xy}{3y^2 + x \cos xy}$ *b)* $\frac{1-y}{x + e^y}$

c) $\frac{1 + y^x \ln y}{2y - xy^{x-1}}$ *d)* $\frac{y \operatorname{sen} x - \cos y}{\cos x - x \operatorname{sen} y}$

4. $y - 5 = -\frac{5}{38}(x - 1)$ e $y - 5 = \frac{38}{5}(x - 1)$

5. $x + y = 2$ ou $x + y = -2$

6. $x + 4y = 9$ ou $-x + 4y = 9$

8. $x + y = -1$

9. 0,5 m^2/s

10. $\dfrac{0,064\ \pi}{3}\ m^3/s$

11. $\dfrac{0,3 - 0,4\,rh}{r^2}$

13. $-\dfrac{0,1}{3}$ cm/s

14. 0,003 m/min

17. $a = \dfrac{1}{3}$

21. ***a*)** $2x^2 + 2$

***b*)** $4x^3 + 4x$

22. ***a*)** $\cos(\operatorname{sen} x)$

***b*)** $-x^2$

***c*)** $\dfrac{2 \ln (x^2 + 1)}{1 + [\ln (x^2 + 1)]^2}$

***d*)** $2e^{x^2} e^{(e^{x^2})^2}$

23. ***a*)** $\cos(\operatorname{sen} x) \cos x$

***b*)** 1

25. *a*) $\dfrac{d^2x}{dt^2} = -9x$ *b*) $-\dfrac{9}{2}$

27. ***a*)** $h''(t) = -9 \cos 3t\, f'(\cos 3t) + 9 \operatorname{sen}^2 3t\, f''(\cos 3t)$

28. ***a*)** $y^2 + 2t^2 y^3$

***b*)** 3

29. ***a*)** $\cos y + (x + \operatorname{sen} y)(\cos 2y - x \operatorname{sen} y)$

34. $P(x) = P(1) + P'(1)(x-1) + \dfrac{P''(1)}{2}(x-1)^2 + \dfrac{P'''(1)}{3!}(x-1)^3$, ou seja,

$P(x) = 6 + 5(x-1) + 3(x-1)^2 + (x-1)^3$

39. *a)* $\dfrac{101}{98}$ *b)* $\dfrac{1}{18}$ *c)* $-\dfrac{8}{17}$ *d)* $\dfrac{1}{2}$

41. *a)* 1 *b)* $-\dfrac{1}{3}$ *c)* $-\infty$ *d)* $+\infty$ *e)* $\dfrac{1}{4}$ *f)* $\dfrac{6\pi}{7}$

CAPÍTULO 8

8.1

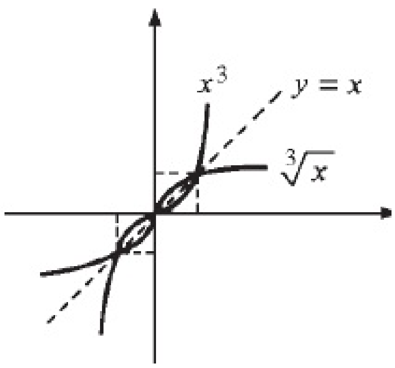
1. *a)* $\dfrac{\pi}{2}$ *b)* $\dfrac{\pi}{6}$ *c)* $\dfrac{\pi}{3}$ *d)* $\dfrac{\pi}{4}$ *e)* $-\dfrac{\pi}{4}$ *f)* $\dfrac{\pi}{3}$ *g)* $-\dfrac{\pi}{6}$

h) $-\dfrac{\pi}{2}$ *i)* $-\dfrac{\pi}{3}$ *j)* $-\dfrac{\pi}{3}$ *l)* $\dfrac{\pi}{6}$ *m)* $-\dfrac{\pi}{6}$

3. *a)* $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ *b)* $\dfrac{1}{2}$ *c)* $\dfrac{1}{2}$ *d)* $\sqrt{2}$ *e)* x *f)* x *g)* $\dfrac{\pi}{3}$ *h)* 0

i) $-\dfrac{\pi}{3}$ *j)* $\overline{x}$

7. *a)* $g(x) = \sqrt[3]{x}$ *b)*



8. $g(x) = \dfrac{1}{x}$

9. $g(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$