

Capítulo 3

Matemática Elementar Equações e Inequações

4 de abril de 2019

Igor Oliveira

`igoroliveira@imd.ufrn.br`

Instituto Metrópole Digital
Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Natal-RN

Índice



Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades clássicas

Exercícios

Bibliografia

IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Apresentação da Aula



IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

2 Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Como você responderia se te perguntassem: Qual o número cujo dobro somado com sua quinta parte é igual a 121?
Você já viu alguma brincadeira do tipo?

1. Escolha um número;
2. Multiplique esse número por 6;
3. Some 12;
4. Divida por 3;
5. Subtraia o dobro do número que você escolheu;

Apresentação da Aula



IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

2 Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Como você responderia se te perguntassem: Qual o número cujo dobro somado com sua quinta parte é igual a 121?
Você já viu alguma brincadeira do tipo?

1. Escolha um número;
2. Multiplique esse número por 6;
3. Some 12;
4. Divida por 3;
5. Subtraia o dobro do número que você escolheu;
6. O resultado é igual a 4.

Equação do 1º grau



IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

3 Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Definição 1

Uma equação do primeiro grau na variável x é uma expressão da forma

$$ax + b = 0,$$

onde $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ e x é um número real a ser encontrado.

Proposição 2 (Propriedades)

Sejam $a, b, c \in \mathbb{R}$. Os seguintes valem:

- i. $a = b \implies a + c = b + c$;
- ii. $a = b \implies ac = bc$.

Equação do 1º grau



IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

4 Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Exemplo 3

Resolva a equação $5x - 3 = 6$.

Exemplo 4

Escreva em forma de expressões cada passo da brincadeira da Introdução:

1. Escolha um número;
2. Multiplique esse número por 6;
3. Some 12;
4. Divida por 3;
5. Subtraia o dobro do número que você escolheu;
6. O resultado é igual a 4.

Equação do 1º grau



IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

5 Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Observação

Muito cuidado ao efetuar divisões em ambos os lados de uma equação para não cometer o erro de dividir os lados por zero. Já vimos em sala uma prova obviamente falsa que $1 = 2$, você lembra? Tente fazê-la.

IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

6 Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Atividade Online 07 – Modelo com equações de primeiro grau e resolução

Veja o desempenho na Missão 7º ano – Introdução às equações e inequações

Equação do 1º grau



IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

7 Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Exemplo 5

Se x representa um dígito na base 10 na equação

$$x11 + 11x + 1x1 = 777,$$

qual o valor de x ?

Equação do 1º grau



IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

8 Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Exemplo 6

Determine se é possível completar o preenchimento do tabuleiro abaixo com os números naturais de 1 a 9, sem repetição, de modo que a soma de qualquer linha seja igual à de qualquer coluna ou diagonal.

1		6
	9	

Os tabuleiros preenchidos com essas propriedades são conhecidos como quadrados mágicos.

Equação do 1º grau



Exemplo 7

Imagine que você possui um fio de cobre extremamente longo, mas tão longo que você consegue dar a volta na Terra com ele. Para simplificar, considere que a Terra é uma bola redonda e que seu raio é de exatamente 6.378.000 metros. O fio com seus milhões de metros está ajustado à Terra, ficando bem colado ao chão ao longo do Equador. Digamos, agora, que você acrescente 1 metro ao fio e o molde de modo que ele forme um círculo enorme, cujo raio é um pouco maior que o raio da Terra e tenha o mesmo centro. Você acha que essa folga será de que tamanho?

IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

9 Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Equação do 1º grau



IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

9 Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Exemplo 7

Imagine que você possui um fio de cobre extremamente longo, mas tão longo que você consegue dar a volta na Terra com ele. Para simplificar, considere que a Terra é uma bola redonda e que seu raio é de exatamente 6.378.000 metros. O fio com seus milhões de metros está ajustado à Terra, ficando bem colado ao chão ao longo do Equador. Digamos, agora, que você acrescente 1 metro ao fio e o molde de modo que ele forme um círculo enorme, cujo raio é um pouco maior que o raio da Terra e tenha o mesmo centro. Você acha que essa folga será de que tamanho?

Já sabemos que a folga obtida aumentando o fio independe do raio em consideração. Além desse problema, veja outras curiosidades sobre o número π no vídeo [O Pi existe e tente calculá-lo em casa usando algum objeto redondo.](#)

Equação do 2º grau



IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

10 Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Definição 8

A equação do segundo grau com coeficientes a , b e c é uma equação da forma

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

onde $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ e x é uma variável real a ser determinada.

Exemplo 9

Encontre as soluções de uma equação do segundo grau.

IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

11 Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Atividade Online 08 - Equações do segundo grau
com cálculo de raízes quadradas: com etapas
Atividade Online 09 - Método de completar
quadrados

Veja o desempenho na Missão Álgebra I – Equações do
segundo grau

Definição 10

Chamamos de discriminante da equação do segundo grau a expressão $b^2 - 4ac$ e denotamos pela letra grega maiúscula Δ (lê-se delta).

Em resumo:

- ▶ Se $\Delta > 0$, existem duas soluções reais;
- ▶ Se $\Delta = 0$, existe uma solução real ($x_1 = x_2 = -b/2a$);
- ▶ Se $\Delta < 0$, não existe solução real.

Equação do 2º grau



IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

13 Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Exemplo 11

Sabendo que x é um número real que satisfaz

$$x = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}},$$

determine os valores possíveis de x .

Equação do 2º grau



IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

13 Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Exemplo 11

Sabendo que x é um número real que satisfaz

$$x = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}},$$

determine os valores possíveis de x .

Observação

O número $\phi = \frac{(1+\sqrt{5})}{2}$ é conhecido como razão áurea, número de ouro, proporção divina, entre outras denominações. Veja o episódio A Proporção Divina parte 01 e parte 02 do programa português Isto É Matemática.

Atividade Online 10 – Fórmula de Bhaskara Veja o desempenho na Missão Álgebra I – Equações do segundo grau

IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

14 Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Equação do 2º grau



IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

15 Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Teorema 12

Os números α e β são as raízes da equação do segundo grau

$$ax^2 + bx + c = 0$$

se, e somente se,

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} \text{ e } \alpha\beta = \frac{c}{a}.$$

Definição 13

Uma inequação do primeiro grau é uma relação de uma das formas abaixo

$$ax + b < 0, \quad ax + b > 0,$$

$$ax + b \leq 0, \quad ax + b \geq 0,$$

onde $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$. Lemos os símbolos da seguinte maneira: $<$ (menor que), $>$ (maior que), \leq (menor ou igual que) e \geq (maior ou igual que).

O conjunto solução de uma inequação do primeiro grau é o conjunto S de números reais que satisfazem a inequação, isto é, o conjunto de números que, quando substituídos na inequação, tornam a desigualdade verdadeira.

Proposição 14 (Propriedades de inequações)

Sejam $a, b, c, d \in \mathbb{R}$; $n \in \mathbb{N}^*$. Valem:

- i. Invariância por adição de números reais:
 $a < b \implies a + c < b + c$;
- ii. Invariância por multiplicação de números reais positivos:
 $a < b; c > 0 \implies a \cdot c < b \cdot c$;
- iii. Mudança por multiplicação de números reais negativos:
 $a < b; c < 0 \implies a \cdot c > b \cdot c$;
- iv. Se $a < b$, então $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, para $a, b \neq 0$;
- v. Se $a, b \geq 0$ e $c > 0$, segue que $a < b \implies a^c < b^c$;
- vi. Se $a, b < 0$ e n par, segue que $a < b \implies a^n > b^n$;
- vii. Se $a, b < 0$ e n ímpar, segue que $a < b \implies a^n < b^n$;
- viii. Se $a < b$ e $c < d$, então $a + c < b + d$;
- ix. Para $a, b, c, d \in \mathbb{R}_+$. Se $a < b$ e $c < d$, então $ac < bd$.

O resultado é análogo para os tipos $>$, \leq ou \geq .

IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

17 Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Inequação do 1º grau



IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

18 Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Exemplo 15

Qual o conjunto solução da inequação $8x - 4 \geq 0$?

Exemplo 16

Antes de fazer os cálculos, diga: qual dos números $a = 3456784 \cdot 3456786 + 3456785$ e $b = 3456785^2 - 3456788$ é maior?

Atividade Online 11 – Problemas com Inequações

Veja o desempenho na Missão 7º Ano – Introdução às Equações e Inequações

IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

19 Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Inequação do 2º grau



IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

20 Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Definição 17

Uma inequação do segundo grau é uma relação de uma das formas abaixo

$$ax^2 + bx + c < 0, \quad ax^2 + bx + c > 0,$$

$$ax^2 + bx + c \leq 0, \quad ax^2 + bx + c \geq 0,$$

onde $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

Inequação do 2º grau



IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

21 Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Exemplo 18

Resolva as seguintes inequações: $x^2 - 3x + 2 > 0$;
 $x^2 - 3x + 2 \leq 0$.

Exemplo 19

Prove que a soma de um número positivo com seu inverso é sempre maior ou igual que 2.

Definição 20

O módulo (ou valor absoluto) de um número real x , denotado por $|x|$, é definido por:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

Equações Modulares



IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

23 Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Para resolver equações modulares, usaremos dois métodos:

- ▶ Eliminação do módulo pela definição;
- ▶ Partição em intervalos.

Exemplo 21

Resolva as equações

(a) $|2x - 5| = 3$;

(b) $|2x - 3| = 1 - 3x$;

(c) $|3 - x| - |x + 1| = 4$.

Atividade Online 12 - Resolva Equações Modulares

Veja o desempenho na Missão O Mundo da Matemática

IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

24 Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Para solucionarmos inequações modulares, usaremos as propriedades a seguir:

Proposição 22 (Propriedades)

Sejam $x \in \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}_+^*$.

- (i) $|x| \geq 0$;
- (ii) $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$;
- (iii) $|x| > a \Leftrightarrow x > a \text{ ou } x < -a$;
- (iv) $-|x| \leq x \leq |x|$.

Os resultados (ii) e (iii) também são válidos para os casos com \leq ou \geq .

IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

26 Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Exemplo 23

Resolva as inequações

(a) $|2x - 5| < 3$;

(b) $|2x - 3| \geq 1 - 3x$;

(c) $|3 - x| - |x + 1| \leq 4$.

Desigualdades clássicas



IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

27 Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Para iniciar, apresentamos algumas desigualdades simples mas famosas, válidas para quaisquer $a, b \in \mathbb{R}$:

- ▶ $|a| \geq 0$;
- ▶ $a^2 \geq 0$;
- ▶ $|a + b| \leq |a| + |b|$ (desigualdade triangular).

Teorema 24

Para quaisquer $x, y \in \mathbb{R}$ vale

$$xy \leq \frac{x^2 + y^2}{2}. \quad (1)$$

Além disso, a igualdade acontece se, e somente se, $x = y$.

Vejamos no quadro um experimento geométrico relacionado a essa desigualdade.

Desigualdades clássicas

Teorema 25

Para quaisquer $a, b \in \mathbb{R}_+$ vale

$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}. \quad (2)$$

Além disso, a igualdade acontece se, e somente se, $a = b$.

Teorema 26 (Desigualdade das médias aritmética e geométrica)

Para quaisquer $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}_+$ vale

$$\sqrt[n]{a_1 \dots a_n} \leq \frac{a_1 + \dots + a_n}{n}. \quad (3)$$

Desigualdades clássicas

Teorema 27 (Desigualdade das médias harmônica e geométrica)

Para quaisquer $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}_+^*$ vale

$$\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \dots + \frac{1}{a_n}} \leq \sqrt[n]{a_1 \dots a_n}. \quad (4)$$

Teorema 28 (Desigualdade de Cauchy-Schwarz)

Sejam $x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_n \in \mathbb{R}$, então vale:

$$|x_1 y_1 + \dots + x_n y_n| \leq \sqrt{x_1^2 + \dots + x_n^2} \cdot \sqrt{y_1^2 + \dots + y_n^2}. \quad (5)$$

Além disso, a igualdade só ocorre se existir um número real α tal que $x_1 = \alpha y_1, \dots, x_n = \alpha y_n$.

IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

31 Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Exemplo 29

Duas torres são amarradas por uma corda APB que vai do topo A da primeira torre para um ponto P no chão, entre as torres, e então até o topo B da segunda torre. Qual a posição do ponto P que nos dá o comprimento mínimo da corda a ser utilizada?

Exemplo 30

Prove que, num triângulo retângulo, a altura relativa à hipotenusa é sempre menor ou igual que a metade da hipotenusa. Prove, ainda, que a igualdade só ocorre quando o triângulo retângulo é isósceles.

IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

32 Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Exemplo 31

Prove que, entre todos os triângulos retângulos de catetos a e b , e com hipotenusa c fixada, o que tem maior soma dos catetos $S = a + b$ é o triângulo isósceles.

IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

33 Desigualdades
clássicas

Exercícios

Bibliografia

Exercícios



IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

34 Exercícios

Bibliografia

1. Descubra os valores de x de modo que seja possível completar o preenchimento do quadrado mágico abaixo:

	x	

2. Observe as multiplicações a seguir:

i. $12.345.679 \cdot 18 = 222.222.222$

ii. $12.345.679 \cdot 27 = 333.333.333$

iii. $12.345.679 \cdot 54 = 666.666.666$

Para obter 999.999.999 devemos multiplicar 12.345.679 por quanto?

3. Com algarismos x , y e z não todos nulos formam-se os números de dois algarismos xy e yx , cuja soma é o número de três algarismos zxx . Quanto valem x , y e z ?

4. Quantos são os números inteiros de 2 algarismos que são iguais ao dobro do produto de seus algarismos?

5. O número -3 é a raiz da equação $x^2 - 7x - 2c = 0$. Nessas condições, determine o valor do coeficiente c .

6. Dada as frações

$$\frac{966666555557}{966666555558} \text{ e } \frac{966666555558}{966666555559},$$

qual é a maior?

7. Nove cópias de certas notas custam menos de R\$ 10,00 e dez cópias das mesmas notas (custando o mesmo preço cada uma) custam mais de R\$ 11,00. Quanto custa uma cópia das notas?

Exercícios



IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

36 Exercícios

Bibliografia

8. Ache os valores de x para os quais cada uma das seguintes expressões é positiva:

a.

$$\frac{x}{x^2 + 9};$$

b.

$$\frac{x - 3}{x + 1};$$

c.

$$\frac{x^2 - 1}{x^2 - 3}.$$

9. Sejam $a, b, c, d > 0$ tais que $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$. Mostre que

$$\frac{a}{b} < \frac{a + c}{b + d} < \frac{c}{d}.$$

10. Determine o conjunto solução de cada uma das equações ou inequações modulares abaixo:

a. $|3x - 5| = 7$;

b. $|-x + 8| = -1$;

c. $|x^2 - 1| = 3$;

d. $|x + 1| + |-3x + 2| = 6$;

e. $|x - 1| \cdot |x + 2| = 3$;

f. $|x - 1| + |x + 1| > 2$;

g. $|x + 1| - |x - 1| < -2$.

11. Prove que $|x \cdot y| = |x| \cdot |y|$ para todo $x, y \in \mathbb{R}$.

12. Seja $x \in \mathbb{R}$. Mostre que:

a. $|x - 5| < 0,1 \implies |2x - 10| < 0,2$;

b. $|x + 3| < 0,1 \implies \left| -\frac{3}{2}x + 3 - 7,5 \right| < 0,15$;

c. $|x - 2| < \sqrt{5} - 2 \implies |x^2 - 4| < 1$.

Exercícios



IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

38 Exercícios

Bibliografia

13. Provar que em todo triângulo a soma dos comprimentos das medianas é menor que o perímetro do triângulo e maior que o semiperímetro (metade do perímetro) dele.

14. Prove que $a^4 + b^4 + c^4 \geq abc(a + b + c)$.

15. Sejam $a, b, c \in \mathbb{R}_+$. Prove que

$$(a + b)(a + c)(b + c) \geq 8abc.$$

16. Sejam $a, b, c, d \in \mathbb{R}_+^*$. Prove que

$$(a + b + c + d) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} \right) \geq 16.$$

17. A soma de três números positivos é 6. Prove que a soma de seus quadrados não é menor que 12.

- [1] OLIVEIRA, Krerley I M; FERNÁNDEZ, Adán J C.
Iniciação à Matemática: um Curso com Problemas e Soluções.
2. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2010.
- [2] OLIVEIRA, Krerley I M; FERNÁNDEZ, Adán J C.
Estágio dos Alunos Bolsistas - OBMEP 2005 - 4. Equações, Inequações e Desigualdades.
Rio de Janeiro: SBM, 2006.

IMD1001
Matemática Elementar
Igor Oliveira

Introdução

Equação do 1º grau

Atividade Online

Equação do 2º grau

Atividade Online

Atividade Online

Inequação do 1º grau

Atividade Online

Inequação do 2º grau

Módulos

Atividade Online

Desigualdades
clássicas

Exercícios