

Caderno de Exercícios

LC1

Marcos Silva

2023

Contents

1	Aula 2	2
1.1	Exercício 1	2
1.2	Exercício 2	2
1.3	Exercício 3	3
1.4	Exercício 4	3
1.5	Exercício 5	4
2	Aula 4	4
2.1	Exercício 1 - negação	4
2.2	Exercício 2 - negação	5
2.3	Exercício 3 - negação	6
2.4	Exercício 4 - negação	6
2.5	Exercício 1 - conjunção	7
2.6	Exercício 2 - conjunção	7
2.7	Exercício - associatividade da disjunção	8
2.8	Exercício - variante da contrapositiva	8

1 Aula 2

1.1 Exercício 1

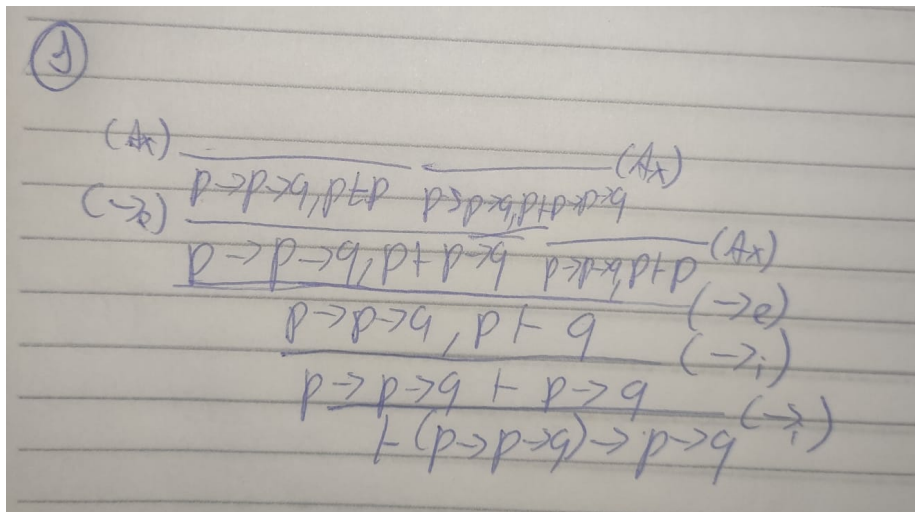


Figure 1: Exercício 1

1.2 Exercício 2

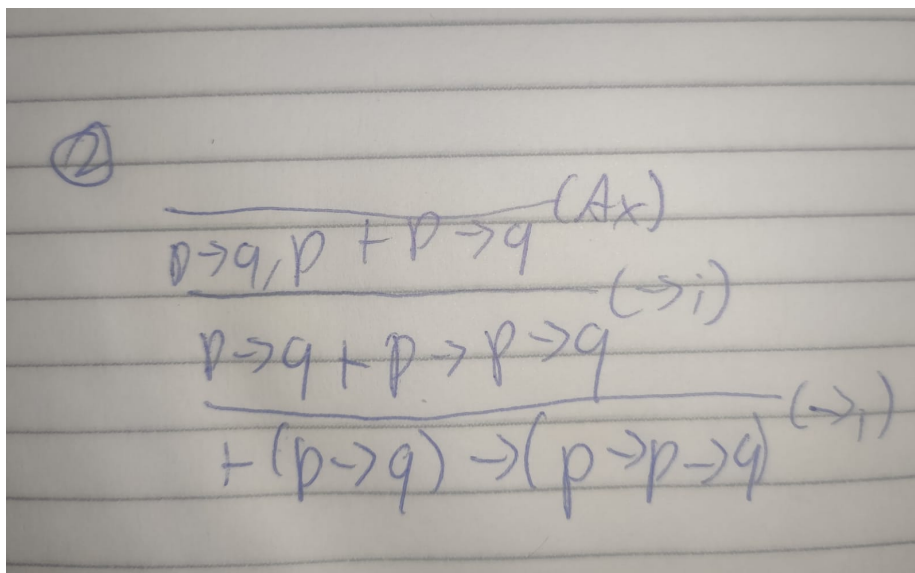


Figure 2: Exercício 2

1.3 Exercício 3

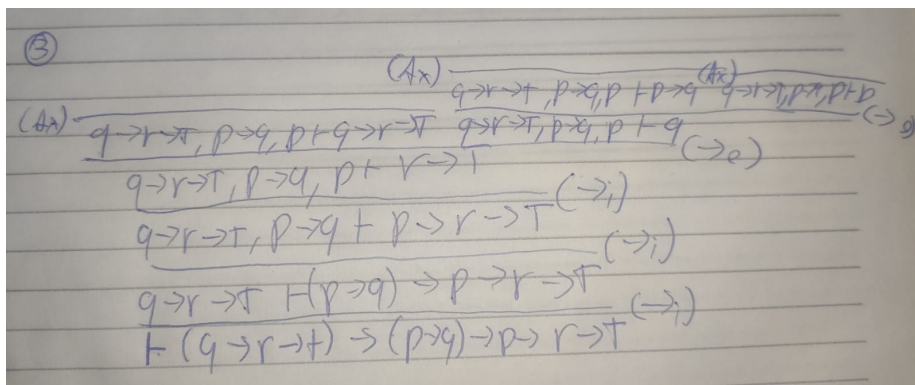


Figure 3: Exercício 3

1.4 Exercício 4

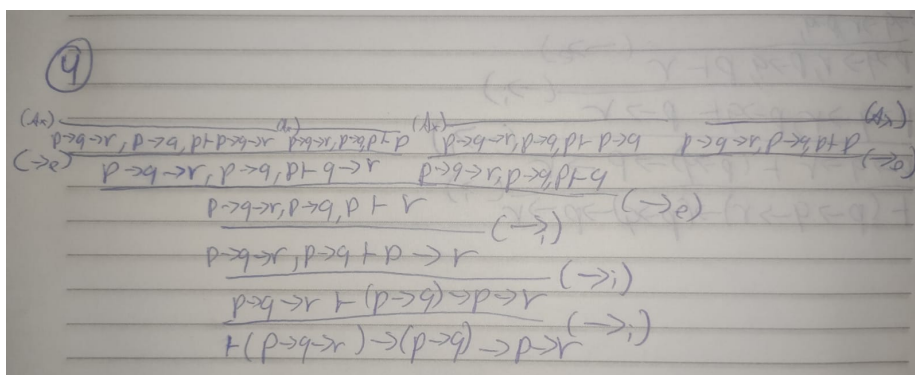


Figure 4: Exercício 4

1.5 Exercício 5

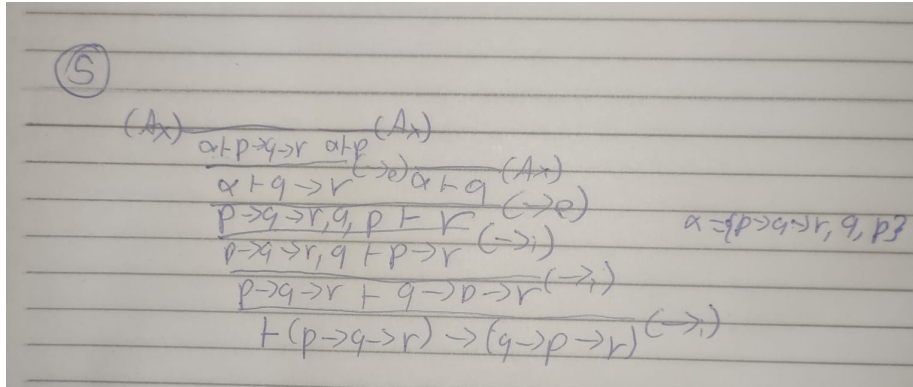


Figure 5: Exercício 5

2 Aula 4

2.1 Exercício 1 - negação

Handwritten logical derivation for Exercise 1:

$$\begin{array}{l}
 \textcircled{1} \quad p \rightarrow q \vdash (\neg \neg p) \rightarrow (\neg \neg q) \\
 \frac{\frac{\frac{\frac{\frac{\frac{p \rightarrow q}{p} (\rightarrow e)}{\neg q} (\rightarrow e)}{\neg \neg p} (\neg i)}{\neg \neg q} (\neg i)}{\neg \neg p \rightarrow \neg \neg q} (\rightarrow i)}{\neg \neg p \rightarrow \neg \neg q} (\rightarrow i)
 \end{array}$$

Figure 6: Exercício 1

2.2 Exercício 2 - negação

$$\textcircled{2} \neg\neg(p \rightarrow q) \vdash (\neg\neg p) \rightarrow (\neg\neg q)$$

$$\begin{array}{c}
 \frac{\frac{\frac{\neg\neg q}{\neg\neg q}^y}{q}(\neg e) \quad \frac{\frac{[p \rightarrow q]^2}{[p]}^a}{(\rightarrow e)} \\
 \frac{\neg p \quad [\neg\neg p]^x}{\perp}(\neg e) \\
 \frac{\neg\neg(p \rightarrow q) \quad \neg\neg(p \rightarrow q)}{\neg\neg q}(\neg e) \\
 \frac{\neg\neg q}{(\neg\neg p) \rightarrow (\neg\neg q)}(\rightarrow_i)^x
 \end{array}$$

Figure 7: Exercício 2

2.3 Exercício 3 - negação

$$\begin{array}{c}
 \textcircled{3} \vdash (((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p) \rightarrow q \\
 \begin{array}{c}
 (\rightarrow_i)^a \frac{[p]^2}{((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p} \quad [(((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p) \rightarrow q]^x \\
 \hline
 (\rightarrow_i)^2 \frac{q}{p \rightarrow q} \quad [(p \rightarrow q) \rightarrow p]^y \quad (\rightarrow_e) \\
 \hline
 (\rightarrow_i)^y \frac{p}{((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p} \quad [(((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p) \rightarrow q]^x \\
 \hline
 (\rightarrow_e) \frac{q}{(((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p) \rightarrow q} \quad (\rightarrow_i)^x \\
 \hline
 (((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p) \rightarrow q
 \end{array}
 \end{array}$$

Figure 8: Exercício 3

2.4 Exercício 4 - negação

$$\textcircled{4} p, \neg p \vdash \neg q$$

$$\begin{array}{c}
 \frac{p \quad \neg p}{\perp} (\neg e) \\
 \hline
 \frac{\perp}{\neg q} (\neg i)^x
 \end{array}$$

Figure 9: Exercício 4

2.5 Exercício 1 - conjunção

$$\textcircled{1} p \wedge q \vdash q \wedge p$$

$$\frac{\frac{(Ae) \frac{p \wedge q}{q} \quad \frac{p \wedge q}{p} (Ae)}{q \wedge p} (\wedge i)}$$

Figure 10: Exercício 1

2.6 Exercício 2 - conjunção

$$\textcircled{2} (p \wedge q) \wedge r \vdash p \wedge (q \wedge r)$$

$$\frac{\frac{(Ae) \frac{(p \wedge q) \wedge r}{p \wedge q} (Ae) \quad \frac{(p \wedge q) \wedge r}{r} (Ae)}{p \wedge (q \wedge r)} (\wedge i)}$$

Figure 11: Exercício 2

2.7 Exercício - associatividade da disjunção

$$\begin{array}{c}
 (a \vee b) \vee c \vdash a \vee (b \vee c) \\
 \frac{(ve)^x (a \vee b) \vee c \quad \frac{(vi)^x \frac{[c]^x (vi)}{b \vee c} \quad (ve)^y \frac{[a]^y (vi) \quad \frac{[b]^y (vi)}{b \vee c}}{a \vee (b \vee c)}}{a \vee (b \vee c)}}{a \vee (b \vee c)}
 \end{array}$$

Figure 12: Exercício

2.8 Exercício - variante da contrapositiva

$$\begin{array}{c}
 p \rightarrow \neg q \vdash q \rightarrow \neg p \\
 \frac{(\rightarrow e) \quad \frac{p \rightarrow \neg q \quad [p]^y}{\neg q} \quad (\neg e) \quad \frac{\neg q \quad [q]^x}{\perp} \quad (\neg i)^y \quad \frac{\perp}{\neg p} \quad (\rightarrow i)^x}{q \rightarrow \neg p}
 \end{array}$$

Figure 13: Exercício