

Caderno de Exercícios

LC1

Marcos Silva

2023

Contents

1	Aula 2	2
1.1	Exercício 1	2
1.2	Exercício 2	2
1.3	Exercício 3	3
1.4	Exercício 4	3
1.5	Exercício 5	4
2	Aula 4	4
2.1	Exercício 1 - negação	4
2.2	Exercício 2 - negação	5
2.3	Exercício 3 - negação	6
2.4	Exercício 4 - negação	6
2.5	Exercício 1 - conjunção	7
2.6	Exercício 2 - conjunção	7
2.7	Exercício - associatividade da disjunção	8
2.8	Exercício - variante da contrapositiva	8

1 Aula 2

1.1 Exercício 1

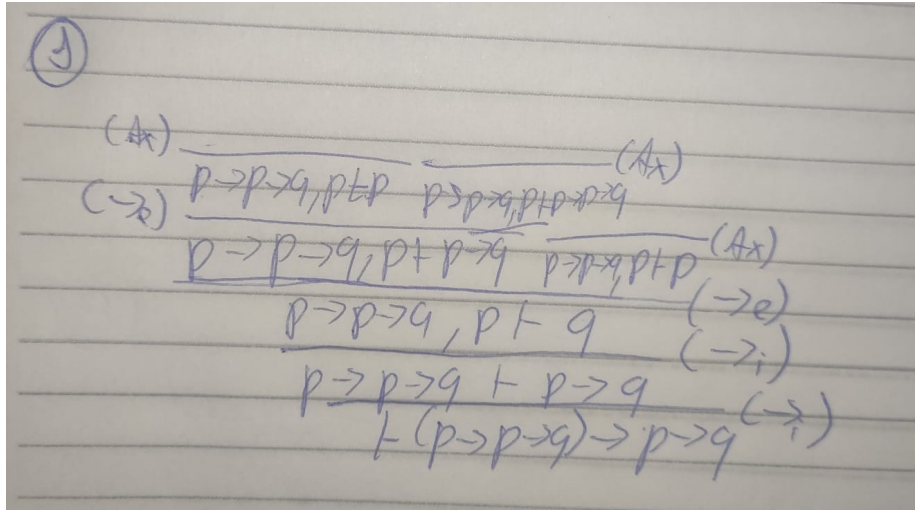


Figure 1: Exercício 1

1.2 Exercício 2

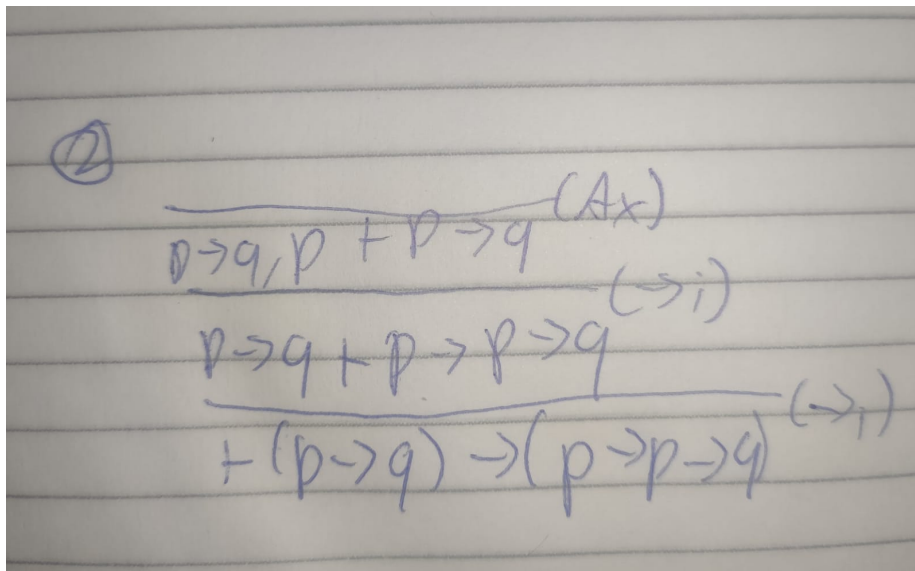
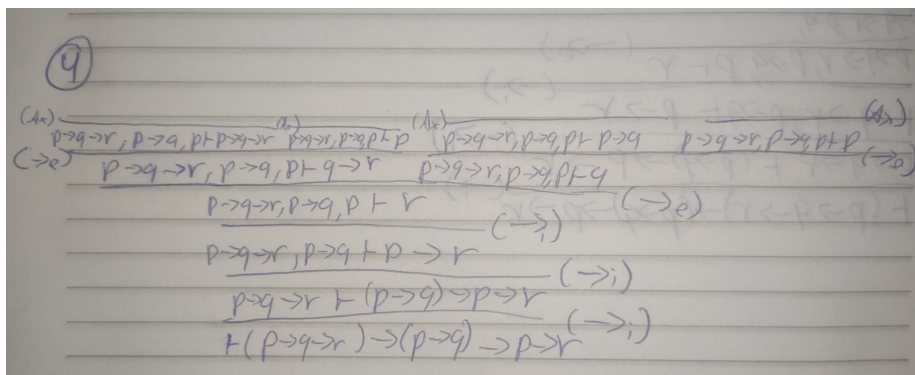


Figure 2: Exercício 2

③

$$\begin{array}{l}
 (Ax) \frac{q \rightarrow r \rightarrow \perp, p \rightarrow q, p \vdash p \rightarrow q}{q \rightarrow r \rightarrow \perp, p \rightarrow q, p \vdash p} (Ax) \\
 (Ax) \frac{q \rightarrow r \rightarrow \perp, p \rightarrow q, p \vdash q \rightarrow r \rightarrow \perp}{q \rightarrow r \rightarrow \perp, p \rightarrow q, p \vdash q} (\rightarrow e) \\
 \frac{q \rightarrow r \rightarrow \perp, p \rightarrow q, p \vdash q \rightarrow r \rightarrow \perp}{q \rightarrow r \rightarrow \perp, p \rightarrow q, p \vdash r \rightarrow \perp} (\rightarrow i) \\
 \frac{q \rightarrow r \rightarrow \perp, p \rightarrow q \vdash p \rightarrow r \rightarrow \perp}{q \rightarrow r \rightarrow \perp, p \rightarrow q} (\rightarrow i) \\
 \frac{q \rightarrow r \rightarrow \perp \vdash (p \rightarrow q) \rightarrow p \rightarrow r \rightarrow \perp}{\vdash (q \rightarrow r \rightarrow \perp) \rightarrow (p \rightarrow q) \rightarrow p \rightarrow r \rightarrow \perp} (\rightarrow i)
 \end{array}$$

1.4 Exercício 4



3

$$\begin{array}{l} \textcircled{5} \\ (A_x) \quad \alpha \vdash p \rightarrow q \rightarrow r \quad \alpha \vdash p \quad (A_x) \\ \alpha \vdash q \rightarrow r \quad (\rightarrow \text{E}) \quad \alpha \vdash q \quad (A_x) \\ p \rightarrow q \rightarrow r, q, p \vdash r \quad (\rightarrow \text{E}) \\ p \rightarrow q \rightarrow r, q \vdash p \rightarrow r \quad (\rightarrow \text{I}) \\ p \rightarrow q \rightarrow r \vdash q \rightarrow p \rightarrow r \quad (\rightarrow \text{I}) \\ \vdash (p \rightarrow q \rightarrow r) \rightarrow (q \rightarrow p \rightarrow r) \quad (\rightarrow \text{I}) \end{array}$$

2 Aula 4

[illegible]

4

2.2 Exercício 2 - negação

$$\textcircled{2} \neg\neg(p \rightarrow q) \vdash (\neg\neg p) \rightarrow (\neg\neg q)$$

[illegible]

Figure 7: Exercício 2

2.3 Exercício 3 - negação

$$\begin{array}{c}
 \textcircled{3} \vdash (((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p) \rightarrow q \\
 \begin{array}{c}
 (\rightarrow_i)^a \frac{[p]^2}{((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p} \quad [(((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p) \rightarrow q]^x \\
 \hline
 (\rightarrow_i)^2 \frac{q}{p \rightarrow q} \quad [(p \rightarrow q) \rightarrow p]^y \quad (\rightarrow_e) \\
 \hline
 (\rightarrow_i)^y \frac{p}{((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p} \quad [(((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p) \rightarrow q]^x \\
 \hline
 (\rightarrow_e) \frac{q}{(((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p) \rightarrow q} \quad (\rightarrow_i)^x \\
 \hline
 (((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p) \rightarrow q
 \end{array}
 \end{array}$$

Figure 8: Exercício 3

2.4 Exercício 4 - negação

$$\textcircled{4} p, \neg p \vdash \neg q$$

$$\begin{array}{c}
 \frac{p \quad \neg p}{\perp} (\neg e) \\
 \hline
 \frac{\perp}{\neg q} (\neg i)^x
 \end{array}$$

Figure 9: Exercício 4

2.5 Exercício 1 - conjunção

$$\textcircled{1} p \wedge q \vdash q \wedge p$$

$$\frac{\frac{(Ae) \frac{p \wedge q}{q}}{p} \quad \frac{p \wedge q (Ae)}{p}}{q \wedge p} (Ai)$$

Figure 10: Exercício 1

2.6 Exercício 2 - conjunção

$$\textcircled{2} (p \wedge q) \wedge p \vdash p \wedge (q \wedge p)$$

$$\frac{\frac{(Ae) \frac{(p \wedge q) \wedge p}{p \wedge q} \quad \frac{(p \wedge q) \wedge p}{p}}{(p \wedge q) \wedge p} \quad \frac{\frac{(p \wedge q) \wedge p}{p \wedge q} \quad \frac{(p \wedge q) \wedge p}{p}}{q \wedge p} (Ai)}{p \wedge (q \wedge p)} (Ai)$$

Figure 11: Exercício 2

2.7 Exercício - associatividade da disjunção

$$\begin{array}{c}
 (a \vee b) \vee c \vdash a \vee (b \vee c) \\
 \frac{(ve)^x \frac{(a \vee b) \vee c}{a \vee (b \vee c)} \quad \frac{\frac{\frac{[c]^x_{(vi)}}{b \vee c} \quad (vi)}{a \vee (b \vee c)} \quad (ve)^x \frac{[a]^y_{(vi)} \quad \frac{\frac{[b]^y_{(vi)}}{b \vee c} \quad (vi)}{a \vee (b \vee c)}}{a \vee (b \vee c)}}{a \vee (b \vee c)}
 \end{array}$$

Figure 12: Exercício

2.8 Exercício - variante da contrapositiva

$$\begin{array}{c}
 p \rightarrow \neg q \vdash q \rightarrow \neg p \\
 \frac{(\rightarrow e) \frac{p \rightarrow \neg q \quad [p]^y}{\neg q} \quad (\neg e) \frac{\neg q \quad [q]^x}{\perp} \quad \frac{\perp \quad (hi)^y}{\neg p} \quad (\rightarrow i)^x}{q \rightarrow \neg p}
 \end{array}$$

Figure 13: Exercício