

# Laboratorio di Algoritmi e Strutture Dati

## 2020/2021 — Seconda parte

**Mattia Bonaccorsi** — 124610 – bonaccorsi.mattia@spes.uniud.it

**Muhammed Kouate** — 137359 – kouate.muhammed@spes.uniud.it

**Enrico Stefanel** — 137411 – stefanel.enrico@spes.uniud.it

**Andriy Torchanyyn** — 139535 – torchanyyn.andriy@spes.uniud.it

13 maggio 2021

## Indice

# 1 Alberi binari di ricerca semplici

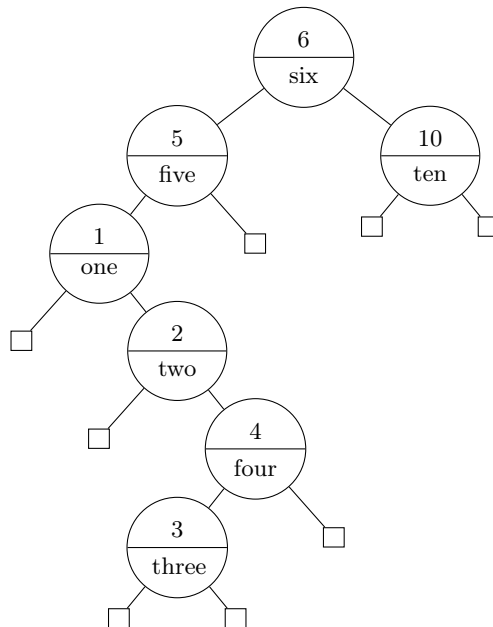
## 1.1 Definizione di *BST*

Un *albero binario di ricerca* (o *BST*)  $T$  è una struttura dati ad albero, in cui valgono le seguenti proprietà:

$$\begin{aligned} \forall x \in T, \forall y \in \text{left}(T) &\rightarrow y.\text{key} < x.\text{key} \\ \forall x \in T, \forall z \in \text{right}(T) &\rightarrow z.\text{key} > x.\text{key} \end{aligned} \quad (\star)$$

dove  $k.\text{key}$  indica il valore della chiave di  $k$ , e  $\text{left}(B)$  (rispettivamente  $\text{right}(B)$ ) indica il sotto-albero sinistro (rispettivamente destro) di  $B$ .

**Esempio** Un *BST* di tipo semplice, in cui ogni nodo contiene una chiave numerica dell'insieme  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10\}$  e un campo alfanumerico di tipo stringa, è il seguente:



Bisogna notare che non è l'unico *BST* costruibile partendo dallo stesso insieme di chiavi. Un'alternativa, per esempio, potrebbe essere stata quella di utilizzare il valore minore come chiave per la radice dell'albero, e attaccare in ordine crescente le altre chiavi, ognuna come figlio destro del nodo precedente.

## 2 Alberi binari di ricerca di tipo AVL

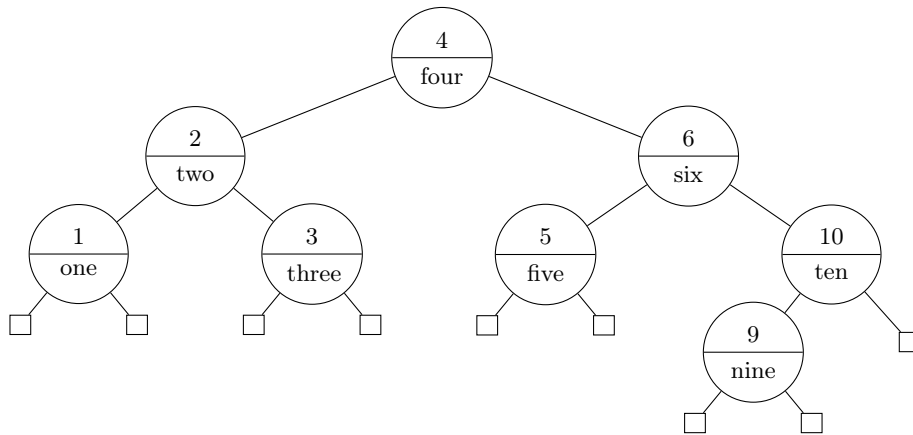
### 2.1 Definizione di Albero AVL

Un *albero AVL*  $T$  è un *BST*  $(\star)$ , in cui vale la seguente proprietà:

$$\forall x \in T \rightarrow |h(\text{left}(x)) - h(\text{right}(x))| \leq 1 \quad (*)$$

dove  $h(k)$  indica il valore dell'altezza dell'albero radicato in  $k$ , e  $\text{left}(B)$  (rispettivamente  $\text{right}(B)$ ) indica il sotto-albero sinistro (rispettivamente destro) di  $B$ .

**Esempio** Un Albero AVL in cui ogni nodo contiene una chiave numerica dell'insieme  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10\}$  e un campo alfanumerico di tipo stringa, è il seguente:



, dove, ad esempio,  $\text{left}(\text{root})$  ha altezza 2, mentre  $\text{right}(\text{root})$  ha altezza 3.

### 3 Alberi binari di ricerca di tipo Red-Black

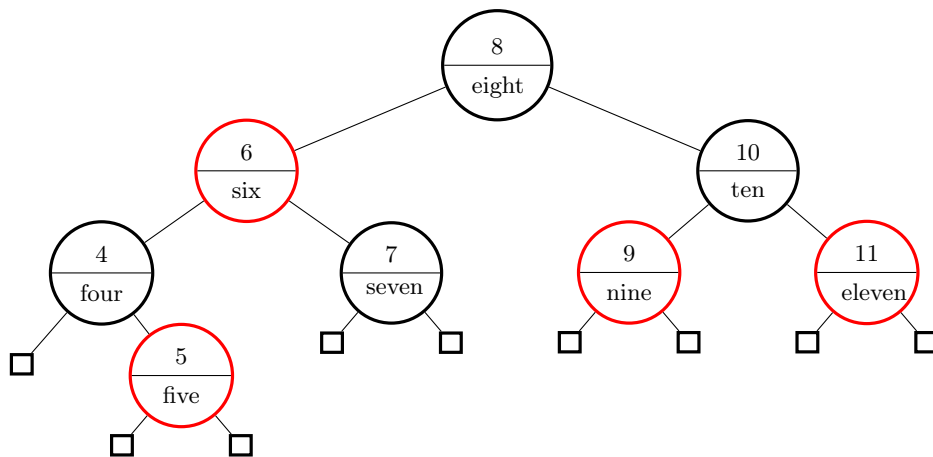
#### 3.1 Definizione di *RB Tree*

Un *albero di tipo Red-Black* (o *RB Tree*)  $T$  è un *BST* ( $\star$ ), in cui ogni nodo ha associato un campo "colore", che può assumere valore *rosso* o *nero*, ed inoltre vale che:

$$\forall x \in T \rightarrow h_b(\text{left}(x)) = h_b(\text{right}(x)) \quad (\bullet)$$

dove  $h_b(x)$  indica l'altezza nera dell'albero radicato in  $x$ , ovvero il massimo numero di nodi neri lungo un possibile cammino da  $x$  a una foglia.

**Esempio** Un *BST* di tipo Red-Black, in cui ogni nodo contiene una chiave numerica dell'insieme  $\{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$  e un campo alfanumerico di tipo stringa, è il seguente:

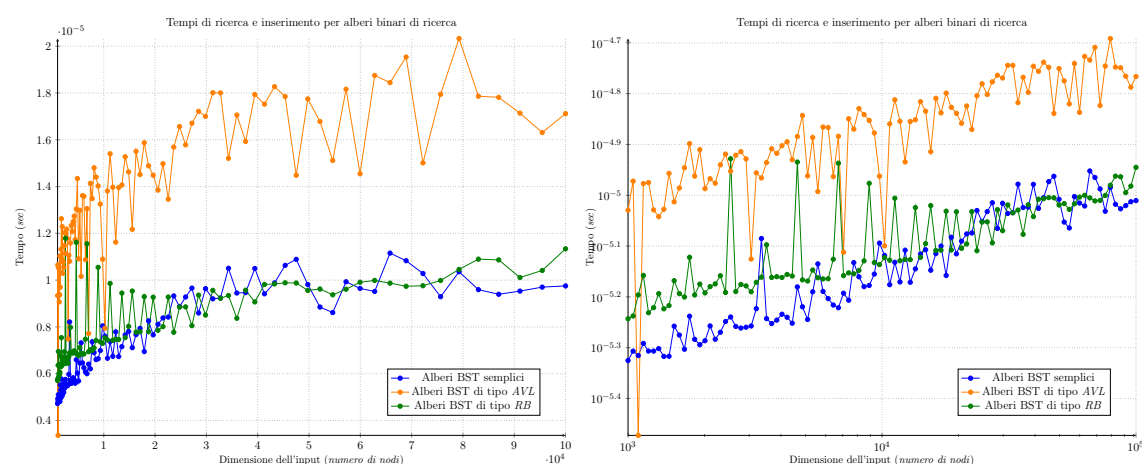


## 4 Calcolo della complessità

Implementate le tre strutture dati precedentemente descritte utilizzando il linguaggio Python, si è poi proceduto a calcolare i tempi medi per la ricerca e l'inserimento di  $n$  chiavi generate in modo pseudo-casuale.

### 4.1 Caso random

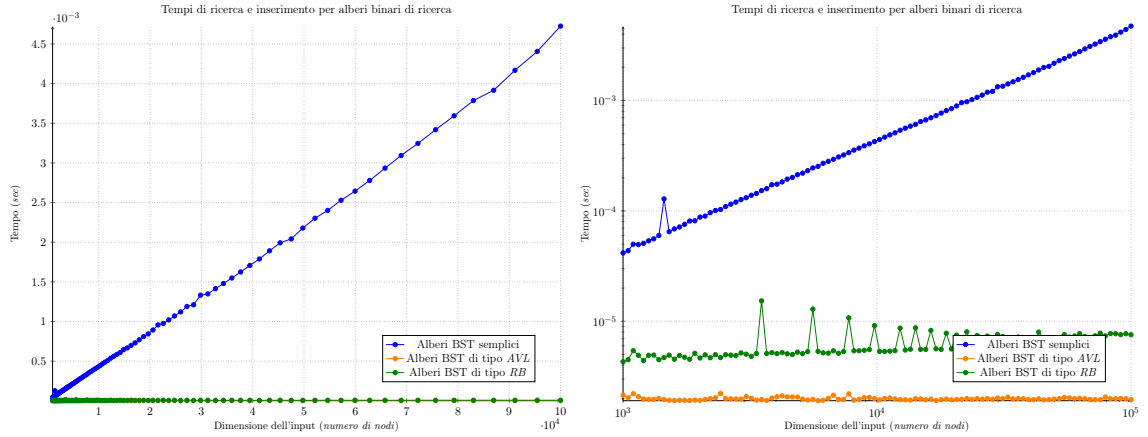
Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Mauris dignissim vitae diam et placerat. Nulla egestas dui id ultrices hendrerit. Morbi in mi sed velit sollicitudin dictum ac vitae justo. Nunc auctor aliquam lectus nec aliquet. Aenean gravida elit sit amet pellentesque malesuada. Sed vel dolor porta, vestibulum nulla non, rutrum dolor. Morbi pretium mollis urna, at tempus erat aliquam ut. Ut id pellentesque elit. Etiam at dolor eget dui vehicula tempor. Nam mattis nec massa ut volutpat. Morbi id arcu sit amet augue faucibus eleifend in a metus.



Nullam eu nisl eget neque lacinia pulvinar. Maecenas sit amet aliquam metus. Etiam volutpat quam a mi varius, malesuada aliquet augue porttitor. Aenean ut imperdiet libero. In hac habitasse platea dictumst. Nulla ultrices consequat neque, vel dictum sem fringilla at. Phasellus in sapien sit amet lectus rutrum vestibulum id vitae neque. Suspendisse vitae felis vitae velit hendrerit mollis.

### 4.2 Caso sorted

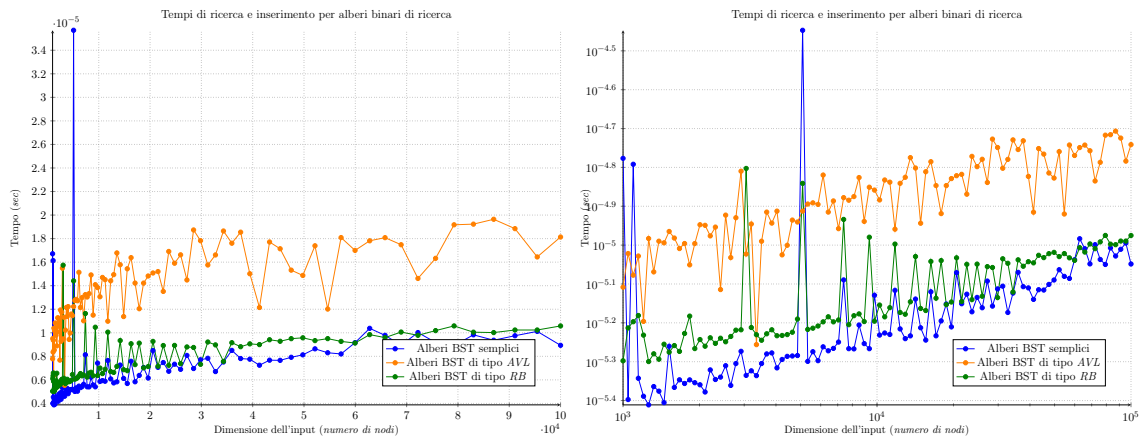
Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Mauris dignissim vitae diam et placerat. Nulla egestas dui id ultrices hendrerit. Morbi in mi sed velit sollicitudin dictum ac vitae justo. Nunc auctor aliquam lectus nec aliquet. Aenean gravida elit sit amet pellentesque malesuada. Sed vel dolor porta, vestibulum nulla non, rutrum dolor. Morbi pretium mollis urna, at tempus erat aliquam ut. Ut id pellentesque elit. Etiam at dolor eget dui vehicula tempor. Nam mattis nec massa ut volutpat. Morbi id arcu sit amet augue faucibus eleifend in a metus.



Nullam eu nisl eget neque lacinia pulvinar. Maecenas sit amet aliquam metus. Etiam volutpat quam a mi varius, malesuada aliquet augue porttitor. Aenean ut imperdiet libero. In hac habitasse platea dictumst. Nulla ultrices consequat neque, vel dictum sem fringilla at. Phasellus in sapien sit amet lectus rutrum vestibulum id vitae neque. Suspendisse vitae felis vitae velit hendrerit mollis.

### 4.3 Caso smart

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Mauris dignissim vitae diam et placerat. Nulla egestas dui id ultrices hendrerit. Morbi in mi sed velit sollicitudin dictum ac vitae justo. Nunc auctor aliquam lectus nec aliquet. Aenean gravida elit sit amet pellentesque malesuada. Sed vel dolor porta, vestibulum nulla non, rutrum dolor. Morbi pretium mollis urna, at tempus erat aliquam ut. Ut id pellentesque elit. Etiam at dolor eget dui vehicula tempor. Nam mattis nec massa ut volutpat. Morbi id arcu sit amet augue faucibus eleifend in a metus.



Nullam eu nisl eget neque lacinia pulvinar. Maecenas sit amet aliquam metus. Etiam volutpat quam a mi varius, malesuada aliquet augue porttitor. Aenean ut imperdiet libero. In hac habitasse platea dictumst. Nulla ultrices consequat neque, vel dictum

sem fringilla at. Phasellus in sapien sit amet lectus rutrum vestibulum id vitae neque.  
Suspendisse vitae felis vitae velit hendrerit mollis.