

4D TO 3D REDUCTION OF SEIBERG DUALITY FOR $SU(N)$ SUSY GAUGE THEORIES WITH ADJOINT MATTER: A PARTITION FUNCTION APPROACH

CARLO SANA

29 GIUGNO 2015

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO-BICOCCA
SCUOLA DI SCIENZE
DIPARTIMENTO DI FISICA "G. OCCHIALINI"

Dualità di Seiberg e KSS in 4D e corrispettivi 3D

Riduzione dimensionale $4D \rightarrow 3D$

Riduzione della dualità sulla funzione di partizione

Dualità di Seiberg e KSS in 4D e corrispettivi 3D

Riduzione dimensionale $4D \rightarrow 3D$

Riduzione della dualità sulla funzione di partizione

Dualità di Seiberg e KSS in 4D e corrispettivi 3D

Riduzione dimensionale $4D \rightarrow 3D$

Riduzione della dualità sulla funzione di partizione

DUALITÀ DI SEIBERG E KSS IN 4D E CORRISPETTIVI 3D

Le dualità di Seiberg sono una **generalizzazione** per teorie di **gauge non-abeliane con supersimmetria** della dualità fra campi elettrici e magnetici di Dirac.

Introducendo i monopoli magnetici con corrente J_{mag}^μ ottengo una invarianza \mathbb{Z}_2 delle equazioni di maxwell sotto la trasformazione

$$(E^i, B^i) \longrightarrow (B^i, -E^i) \quad (J_{el}^\mu, J_{mag}^\mu) \longrightarrow (J_{mag}^\mu, -J_{el}^\mu) \quad J^\mu = (\rho, J^i)$$

Unendo la dualità EM alla MQ si ottiene una condizione di **quantizzazione** della carica elettrica

$$eg = 2\pi\hbar n$$

Carica elettrica e magnetica sono **inversamente** proporzionali.

Prima dualità scoperta nel '94 fra teorie di *Supersymmetric QCD* (SQCD)

Superquark	→	squark (spin 0) + quark (spin $\frac{1}{2}$)
Supergluone	→	gaugino (spin $\frac{1}{2}$) + gluone (spin 1)

Perchè la supersimmetria?

Studiare una teoria con più simmetrie porta molti vantaggi da un punto di vista teorico.

Le teorie di campo supersimmetriche sono più facilmente trattabili, soprattutto in regime **non perturbativo**.

Studiare un sistema fisico più vincolato può dare **informazioni** che possono essere valide anche per sistemi **con meno simmetria**.

Prima dualità scoperta nel '94 fra teorie di *Supersymmetric QCD* (SQCD)

Superquark	→	squark (spin 0) + quark (spin $\frac{1}{2}$)
Supergluone	→	gaugino (spin $\frac{1}{2}$) + gluone (spin 1)

Perchè la supersimmetria?

Studiare una teoria con più simmetrie porta molti vantaggi da un punto di vista teorico.

Le teorie di campo supersimmetriche sono più facilmente trattabili, soprattutto in regime **non perturbativo**.

Studiare un sistema fisico più vincolato può dare **informazioni** che possono essere valide anche per sistemi **con meno simmetria**.

Dualità di Seiberg con gruppo $SU(N_c)$ - [Seiberg '94]

Teoria elettrica $SU(N_c)$ SQCD con N_f sapori

Teoria magnetica $SU(N_f - N_c)$ SQCD con N_f sapori, N_f^2 mesoni, costruiti con i **quark elettrici** $M = Q\tilde{Q}$

Dualità KSS con gruppo $SU(N_c)$ - [Kutasov-Schwimmer-Seiberg '95]

Teoria elettrica $SU(N_c)$ SQCD con N_f sapori (Q, \tilde{Q}) e un campo di materia X nell'aggiunta con superpotenziale $\text{tr } X^{k+1}$

Teoria magnetica $SU(kN_f - N_c)$ SQCD con N_f sapori (q, \tilde{q}) , un campo di materia Y nell'aggiunta con superpotenziale $\text{tr } Y^{k+1}$ e $k N_f^2$ Mesoni M^j , costruiti dai **campi elettrici** $M^j = Q X^j \tilde{Q}$

Dualità di Seiberg con gruppo $SU(N_c)$ - [Seiberg '94]

Teoria elettrica $SU(N_c)$ SQCD con N_f sapori

Teoria magnetica $SU(N_f - N_c)$ SQCD con N_f sapori, N_f^2 mesoni, costruiti con i **quark elettrici** $M = Q\tilde{Q}$

Dualità KSS con gruppo $SU(N_c)$ - [Kutasov-Schwimmer-Seiberg '95]

Teoria elettrica $SU(N_c)$ SQCD con N_f sapori (Q, \tilde{Q}) e un campo di materia X nell'aggiunta con superpotenziale $\text{tr } X^{k+1}$

Teoria magnetica $SU(kN_f - N_c)$ SQCD con N_f sapori (q, \tilde{q}) , un campo di materia Y nell'aggiunta con superpotenziale $\text{tr } Y^{k+1}$ e $k N_f^2$ Mesoni M^j , costruiti dai **campi elettrici** $M^j = Q X^j \tilde{Q}$

IN COSA CONSISTE LA DUALITÀ?

Entrambe le teorie nello stesso intervallo di sapori e colori fluiscono a basse energie a un **punto fisso superconforme non banale**: $g \neq 0$

Gli operatori **gauge invarianti** vengono mappati fra l'una e l'altra teoria

Seiberg duality

$$M_{el} = Q\tilde{Q} \quad \longleftrightarrow \quad M_{mag} \neq q\tilde{q}$$

$$B_{el} = Q_{[i} \dots Q_{N_c]} \quad \longleftrightarrow \quad B_{mag} = q_{[i} \dots q_{N_f - N_c]}$$

$$\tilde{B}_{el} = \tilde{Q}_{[i} \dots \tilde{Q}_{N_c]} \quad \longleftrightarrow \quad \tilde{B}_{mag} = \tilde{q}_{[i} \dots \tilde{q}_{N_f - N_c]}$$

IN COSA CONSISTE LA DUALITÀ?

Le simmetrie **globali** coincidono fra le teorie.

Tutte le **osservabili** della teoria elettrica possono essere calcolate nella teoria magnetica e si ottengono gli **stessi risultati**.

Non ho modo di sapere se si osservano i gradi di libertà dell'una o dell'altra teoria.

IN COSA CONSISTE LA DUALITÀ?

Le simmetrie **globali** coincidono fra le teorie.

Tutte le **osservabili** della teoria elettrica possono essere calcolate nella teoria magnetica e si ottengono gli **stessi risultati**.

Non ho modo di sapere se si osservano i gradi di libertà dell'una o dell'altra teoria.

Per tutte le dualità elettriche-magnetiche vale la relazione

$$g_{el} \sim \frac{1}{\tilde{g}_{mag}} \longrightarrow \text{strong-weak coupling}$$

Quando una delle due teoria è fortemente accoppiata, la teoria duale è in regime perturbativo.

Si può calcolare una osservabile nella teoria **fortemente accoppiata** (difficile da trattare) con **tecniche perturbative** ben note nella teoria duale.

Per tutte le dualità elettriche-magnetiche vale la relazione

$$g_{el} \sim \frac{1}{\tilde{g}_{mag}} \longrightarrow \text{strong-weak coupling}$$

Quando una delle due teoria è fortemente accoppiata, la teoria duale è in regime perturbativo.

Si può calcolare una osservabile nella teoria **fortemente accoppiata** (difficile da trattare) con **tecniche perturbative** ben note nella teoria duale.

- Dualità di Montonen-Oliven
- AdS/CFT \rightarrow gauge/gravity duality
- S-duality in teorie di stringa

In particolare, con la dualità AdS/CFT (Anti-deSitter/Conformal field Theory):

- calcolo viscosità del quark/gluon plasma
- modelli per superconduttori olografici ($\text{AdS}_4/\text{CFT}_3$)

CFT **fortemente** interagente, teoria di gravità **debolmente** accoppiata.

Caratteristiche simili alle dualità di Seiberg in 4D, nonostante le teorie di campo in 3D presentano

- diverso contenuto di materia: in 3D i gluoni hanno anche una partner **scalare**
- ulteriori simmetrie: in 4D no simmetria **assiale** e **topologica**
- uno spazio dei moduli (**vuoti supersimmetrici**) con un *branch* aggiuntivo

La teoria magnetica 3D contiene, oltre ai mesoni, un insieme aggiuntivo di singoletti.

Monopoli della teoria elettrica → **singoletti** nella teoria magnetica

Caratteristiche simili alle dualità di Seiberg in 4D, nonostante le teorie di campo in 3D presentano

- diverso contenuto di materia: in 3D i gluoni hanno anche una partner **scalare**
- ulteriori simmetrie: in 4D no simmetria **assiale** e **topologica**
- uno spazio dei moduli (**vuoti supersimmetrici**) con un *branch* aggiuntivo

La teoria magnetica 3D contiene, oltre ai mesoni, un insieme aggiuntivo di singoletti.

Monopoli della teoria elettrica \rightarrow **singoletti** nella teoria magnetica

RIDUZIONE DIMENSIONALE $4D \rightarrow 3D$

Riduzione naturale: $r \rightarrow 0$

Si compattificano le teorie su un cerchio di raggio r :

$$\mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3 \times \mathbb{S}^1$$

Si ignorano tutti i modi di Kaluza-Klein dei campi sul cerchio.

Infine, si manda $r \rightarrow 0$.

Con questo procedimento non si ottengono
due teorie duali in 3D

Limite a bassa energia incompatibile con la relazione di dualità.

Riduzione naturale: $r \rightarrow 0$

Si compattificano le teorie su un cerchio di raggio r :

$$\mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3 \times \mathbb{S}^1$$

Si ignorano tutti i modi di Kaluza-Klein dei campi sul cerchio.

Infine, si manda $r \rightarrow 0$.

**Con questo procedimento non si ottengono
due teorie duali in 3D**

Limite a bassa energia incompatibile con la relazione di dualità.

Riduzione corretta: r finito

La finitezza del cerchio genera un termine di superpotenziale (η) dovuto a un modo istantonico di Kaluza-Klein.

Il superpotenziale η impone vincoli tipici delle 4D (**anomalie**).
In 3D questi vincoli non ci sono e dovranno essere rimossi.

Si ottengono teorie in 3D considerandone il limite a basse energie:
per energie $\ll \frac{1}{r}$ la dinamica sul cerchio si disaccoppia.

Il superpotenziale η rimane anche scendendo a basse energie.

Riduzione corretta: r finito

La finitezza del cerchio genera un termine di superpotenziale (η) dovuto a un modo istantonico di Kaluza-Klein.

Il superpotenziale η impone vincoli tipici delle 4D (**anomalie**).
In 3D questi vincoli non ci sono e dovranno essere rimossi.

Si ottengono teorie in 3D considerandone il limite a basse energie:
per energie $\ll \frac{1}{r}$ la dinamica sul cerchio si disaccoppia.

Il superpotenziale η rimane anche scendendo a basse energie.

SI PUÒ ARRIVARE A UNA DUALITÀ 3D SENZA IL
SUPERPOTENZIALE η CAUSATO DALLA PRESENZA DEL
CERCHIO?

Dualità di Seiberg & KSS

Facendo un RG flow con masse reali si ottengono teorie senza il vincolo imposto dal superpotenziale η .

Si genera anche la simmetria assiale che è anomala in 4D, ma che è permessa in 3D.

I vincoli sulle cariche dei campi vengono rimossi.

La riduzione delle dualità è compresa in teoria di campo per diverse dualità 4D.

Nel caso della dualità KSS è necessario deformare la teoria aggiungendo una **perturbazione** nel superpotenziale.

Nella teoria duale, essa rompe la teoria in k settori **senza aggiunta** con gruppo di gauge

$$SU(kN_f - N_c) = \prod_i^k U(n_i) \times U(1)^k / U(1) \quad \text{con} \quad \sum_i n_i = kN_f - N_c$$

Si può dualizzare il settore $U(1)^k$ in modo da ottenere i singoletti non presenti nella dualità 4D.

Rimuovendo la deformazione $U(1)^k \rightarrow U(k)$ e non si sa come si possono ottenere i singoletti della teoria magnetica.



Devo assumere che rimuovendo la deformazione ottengo gli stessi singoletti.

Non è chiaro come si può giustificare questa affermazione.

Si può dualizzare il settore $U(1)^k$ in modo da ottenere i singoletti non presenti nella dualità 4D.

Rimuovendo la deformazione $U(1)^k \rightarrow U(k)$ e non si sa come si possono ottenere i singoletti della teoria magnetica.



Devo assumere che rimuovendo la deformazione ottengo gli stessi singoletti.

Non è chiaro come si può giustificare questa affermazione.

HO MODO DI VERIFICARE SE QUESTA INTUIZIONE È
CORRETTA?

RIDUZIONE DELLA DUALITÀ SULLA FUNZIONE DI PARTIZIONE

Si calcola l'indice superconforme I_{el} & I_{mag} : conta i multipletti BPS corti della teoria su $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{S}^1$.

Nel limite $r \rightarrow 0$ l'indice si riduce alla funzione di partizione della teoria in 3D **con superpotenziale η** .

Indice superconf. integrale sul gruppo di gauge di Γ_e ellittiche

Funz. di partiz. integrale sul gruppo di gauge di Γ_h iperboliche

$$\begin{array}{rclcl} 4D: & I_{el} & = & I_{mag} & \Gamma_e \\ r \rightarrow 0 & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ 3D: & Z_{el}^{\eta} & = & Z_{mag}^{\eta} & \Gamma_h \end{array} \quad (1)$$

La dualità in 4D (**fisicamente**) e identità integrali (**matematicamente**) dimostrano l'identità fra gli indici in 4D.



Le funzioni di partizione in 3D con superpotenziale η sono uguali grazie all'identità degli indici in 4D

Si fa un RG flow con masse reali direttamente sulla funzione di partizione.

Con questo metodo non è necessario introdurre una deformazione e il gruppo di gauge si rompe come

$$SU(k(N_f + 1) - N_c) \longrightarrow U(kN_f - N_c) \times U(k)/U(1)$$

Utilizzando una identità **matematica** fra gamma iperboliche Γ_h sul settore $U(k)$ si ottengono gli **stessi singoletti** trovati in teoria di campo dualizzando $U(1)^k$.

Il nostro lavoro è una **verifica indipendente** dei risultati ottenuti in teoria di campo, senza fare **assunzioni** non giustificabili.

Questo risultato non era presente in letteratura.

L'identità fra le due funzioni di partizione $Z_{el} = Z_{mag}$ porta a una **nuova identità** integrale tra funzioni iperboliche Γ_h **non ancora dimostrate** matematicamente.

Il nostro lavoro è una **verifica indipendente** dei risultati ottenuti in teoria di campo, senza fare **assunzioni** non giustificabili.










Questo risultato non era presente in letteratura.

L'identità fra le due funzioni di partizione $Z_{el} = Z_{mag}$ porta a una **nuova identità** integrale tra funzioni iperboliche Γ_h **non ancora dimostrate** matematicamente.

Il nostro lavoro è una **verifica indipendente** dei risultati ottenuti in teoria di campo, senza fare **assunzioni** non giustificabili.

Questo risultato non era presente in letteratura.

L'identità fra le due funzioni di partizione $Z_{el} = Z_{mag}$ porta a una **nuova identità** integrale tra funzioni iperboliche Γ_h **non ancora dimostrate** matematicamente.

-  N. Seiberg, *Electric - magnetic duality in supersymmetric non Abelian gauge theories*, Nucl.Phys. **B435** (1995) 129–146, [[hep-th/9411149](#)].
-  O. Aharony, S. S. Razamat, N. Seiberg, and B. Willett, *3d dualities from 4d dualities*, JHEP **1307** (2013) 149, [[arXiv:1305.3924](#)].
-  H. Kim and J. Park, *Aharony Dualities for 3d Theories with Adjoint Matter*, JHEP **1306** (2013) 106, [[arXiv:1302.3645](#)].
-  A. Amariti and C. Klare, *Chern-Simons and RG Flows: Contact with Dualities*, JHEP **1408** (2014) 144, [[arXiv:1405.2312](#)].
-  K. Nii, *3d duality with adjoint matter from 4d duality*, JHEP **1502** (2015) 024, [[arXiv:1409.3230](#)].
-  D. Kutasov and A. Schwimmer, *On duality in supersymmetric Yang-Mills theory*, Phys.Lett. **B354** (1995) 315–321, [[hep-th/9505004](#)].
-  A. Amariti and C. Klare, *A journey to 3d: exact relations for adjoint SQCD from dimensional reduction*, [arXiv:1409.8623](#).
-  P. Agarwal, A. Amariti, A. Mariotti, and M. Siani, *BPS states and their reductions*, JHEP **1308** (2013) 011, [[arXiv:1211.2808](#)].
-  O. Aharony, *IR duality in $d = 3$ $N=2$ supersymmetric $USp(2N(c))$ and $U(N(c))$ gauge theories*, Phys.Lett. **B404** (1997) 71–76, [[hep-th/9703215](#)].