4D TO 3D REDUCTION OF SEIBERG DUALITY FOR SU(N) SUSY GAUGE THEORIES WITH ADJOINT MATTER: A PARTITION FUNCTION APPROACH

Carlo Sana

29 giugno 2015

Università degli Studi di Milano-Bicocca
Scuola di Scienze
Dipartimento di Fisica "G. Occhialini"

PAUSE

Dualità di Seiberg e KSS in 4D e 3D

Riduzione dimensionale 4D $\rightarrow$ 3D

Riduzione della dualità sulla funzione di partizione

dualità di Seiberg e KSS in 4d e 3d

Generalizzazione per teorie di campo supersimmetriche della dualità fra campi elettrici e magnetici di Dirac.

Prima dualità scoperta nel '94 fra teorie di *Supersymmetric QCD* (SQCD)

$$\begin{array}{lcl} \text{Superquark} & \longrightarrow & \text{squark (spin 0) + quark}\left(\text{spin } \frac{1}{2}\right) \\ \text{Supergluone} & \longrightarrow & \text{gaugino } \left(\text{spin } \frac{1}{2}\right) \text{ + gluone (spin 1)} \end{array}$$

Perchè la supersimmetria?

Studiare una teoria con più simmetri porta molti vantaggi da un punto di vista teorico.

Le teorie di campo supersimmetriche sono più facilmente trattabili , soprattutto in regime non perturbativo.

Studiare un sistema fisico più vincolato può dare informazioni che possono essere valide anche per sistemi con meno simmetria.

Prima dualità scoperta nel '94 fra teorie di *Supersymmetric QCD* (SQCD)

$$\begin{array}{lcl} \text{Superquark} & \longrightarrow & \text{squark (spin 0) + quark}\left(\text{spin } \frac{1}{2}\right) \\ \text{Supergluone} & \longrightarrow & \text{gaugino } \left(\text{spin } \frac{1}{2}\right) \text{ + gluone (spin 1)} \end{array}$$

Perchè la supersimmetria?

Studiare una teoria con più simmetri porta molti vantaggi da un punto di vista teorico.

Le teorie di campo supersimmetriche sono più facilmente trattabili , soprattutto in regime non perturbativo.

Studiare un sistema fisico più vincolato può dare informazioni che possono essere valide anche per sistemi con meno simmetria.

Dualità di Seiberg con gruppo $SU(N_c)$ - [Seiberg '94]

Teoria elettrica $SU(N_c)$ $SQCD$ con N_f sapori

Teoria magnetica $SU(N_f - N_c)$ $SQCD$ con N_f sapori, N_f^2 mesoni, costruiti con i quark elettrici $M = Q\tilde{Q}$

Dualità KSS con gruppo $SU(N_c)$ - [Kutasov-Schwimmer-Seiberg '95]

Teoria elettrica $SU(N_c)$ $SQCD$ con N_f sapori $(Q, \tilde{Q})$ e un campo di materia X nell'aggiunta con superpotenziale $\mathrm{tr}\, X^{k+1}$

Teoria magnetica $SU(kN_f - N_c)$ $SQCD$ con N_f sapori $(q, \tilde{q})$, un campo di materia Y nell'aggiunta con superpotenziale $\mathrm{tr}\, Y^{k+1}$ e $k\, N_f^2$ Mesoni M^j, costruiti dai campi elettrici $M^j = Q\, X^j\, \tilde{Q}$

Dualità di Seiberg con gruppo $SU(N_c)$ - [Seiberg '94]

Teoria elettrica $SU(N_c)$ $SQCD$ con N_f sapori

Teoria magnetica $SU(N_f - N_c)$ $SQCD$ con N_f sapori, N_f^2 mesoni, costruiti con i quark elettrici $M = Q\tilde{Q}$

Dualità KSS con gruppo $SU(N_c)$ - [Kutasov-Schwimmer-Seiberg '95]

Teoria elettrica $SU(N_c)$ $SQCD$ con N_f sapori $(Q, \tilde{Q})$ e un campo di materia X nell'aggiunta con superpotenziale $\mathrm{tr}\, X^{k+1}$

Teoria magnetica $SU(kN_f - N_c)$ $SQCD$ con N_f sapori $(q, \tilde{q})$, un campo di materia Y nell'aggiunta con superpotenziale $\mathrm{tr}\, Y^{k+1}$ e $k\, N_f^2$ Mesoni M^j, costruiti dai campi elettrici $M^j = Q\, X^j\, \tilde{Q}$

- Le due teorie descrivono, a basse energie, lo stesso sistema fisico.
- Sono entrambe superconformi.
- Hanno le stesse simmetrie globali ma un diverso gruppo di gauge.
- Diverso contenuto di materia: nella teoria magnetica ci sono i mesoni elettrici.

Per tutte le dualità di Seiberg vale la relazione fra le costanti di accoppiamento elettriche e magnetiche

$$g_{el} \sim \frac{1}{\tilde{g}_{mag}}$$

- Le due teorie descrivono, a basse energie, lo stesso sistema fisico.
- Sono entrambe superconformi.
- Hanno le stesse simmetrie globali ma un diverso gruppo di gauge.
- Diverso contenuto di materia: nella teoria magnetica ci sono i mesoni elettrici.

Per tutte le dualità di Seiberg vale la relazione fra le costanti di accoppiamento elettriche e magnetiche

$$g_{el} \sim \frac{1}{\tilde{g}_{mag}}$$

- Le due teorie descrivono, a basse energie, lo stesso sistema fisico.
- Sono entrambe superconformi.
- Hanno le stesse simmetrie globali ma un diverso gruppo di gauge.
- Diverso contenuto di materia: nella teoria magnetica ci sono i mesoni elettrici.

Per tutte le dualità di Seiberg vale la relazione fra le costanti di accoppiamento elettriche e magnetiche

$$g_{el} \sim \frac{1}{\tilde{g}_{mag}}$$

- Le due teorie descrivono, a basse energie, lo stesso sistema fisico.
- Sono entrambe superconformi.
- Hanno le stesse simmetrie globali ma un diverso gruppo di gauge.
- Diverso contenuto di materia: nella teoria magnetica ci sono i mesoni elettrici.

Per tutte le dualità di Seiberg vale la relazione fra le costanti di accoppiamento elettriche e magnetiche

$$g_{el} \sim \frac{1}{\tilde{g}_{mag}}$$

- Le due teorie descrivono, a basse energie, lo stesso sistema fisico.
- Sono entrambe superconformi.
- Hanno le stesse simmetrie globali ma un diverso gruppo di gauge.
- Diverso contenuto di materia: nella teoria magnetica ci sono i mesoni elettrici.

Per tutte le dualità di Seiberg vale la relazione fra le costanti di accoppiamento elettriche e magnetiche

$$g_{el} \sim \frac{1}{\tilde{g}_{mag}}$$

DUALITÀ STRONG-WEAK COUPLING

Quando una teoria è fortemente accoppiata, la teoria duale è in regime perturbativo.
Si può calcolare una osservabile nella teoria fortemente accoppiata (difficile da trattare) con tecniche perturbative ben note nella teoria duale.

Altri esempi di dualità strong-weak coupling:

- Dualità di Montonen-Oliven
- AdS/CFT $\rightarrow$ gauge/gravity duality
- S-duality in teorie di stringa

DUALITÀ DI SEIBERG IN 3D

Caratteristiche simili alle dualità di Seiberg in 4D, nonostante le teorie di campo in 3D presentano

- diverso contenuto di materia: in 3D i gluoni hanno anche una partner scalare (σ_i)
- ulteriori simmetrie: simmetria assiale e topologica non presente in 4D
- uno spazio dei moduli (vuoti) aggiuntivo dovuto agli scalari σ_i (*Coulomb branch*)

La teoria magnetica 3D contiene, oltre ai mesoni, un insieme aggiuntivo di singoletti.

Monopoli della teoria elettrica $\longrightarrow$ singoletti nella teoria magnetica

Caratteristiche simili alle dualità di Seiberg in 4D, nonostante le teorie di campo in 3D presentano

- diverso contenuto di materia: in 3D i gluoni hanno anche una partner scalare (σ_i)
- ulteriori simmetrie: simmetria assiale e topologica non presente in 4D
- uno spazio dei moduli (vuoti) aggiuntivo dovuto agli scalari σ_i (*Coulomb branch*)

La teoria magnetica 3D contiene, oltre ai mesoni, un insieme aggiuntivo di singoletti.

Monopoli della teoria elettrica $\longrightarrow$ singoletti nella teoria magnetica

dualità di seiberg in 3D

Caratteristiche simili alle dualità di Seiberg in 4D, nonostante le teorie di campo in 3D presentano

- diverso contenuto di materia: in 3D i gluoni hanno anche una partner scalare (σ_i)
- ulteriori simmetrie: simmetria assiale e topologica non presente in 4D
- uno spazio dei moduli (vuoti) aggiuntivo dovuto agli scalari σ_i (*Coulomb branch*)

La teoria magnetica 3D contiene, oltre ai mesoni, un insieme aggiuntivo di singoletti.

Monopoli della teoria elettrica $\longrightarrow$ singoletti nella teoria magnetica

Caratteristiche simili alle dualità di Seiberg in 4D, nonostante le teorie di campo in 3D presentano

- diverso contenuto di materia: in 3D i gluoni hanno anche una partner scalare (σ_i)
- ulteriori simmetrie: simmetria assiale e topologica non presente in 4D
- uno spazio dei moduli (vuoti) aggiuntivo dovuto agli scalari σ_i (*Coulomb branch*)

La teoria magnetica 3D contiene, oltre ai mesoni, un insieme aggiuntivo di singoletti.

Monopoli della teoria elettrica $\longrightarrow$ singoletti nella teoria magnetica

Riduzione dimensionale 4D $\to$ 3D

Riduzione naturale: $r \to 0$

Si compattificano le teorie su un cerchio di raggio r:

$$\mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3 \times \mathbb{S}^1$$

Si ignorano tutti i modi di Kaluza-Klein dei campi sul cerchio.
Infine, si manda $r \to 0$.

Con questo procedimento non si ottengono due teorie duali in 3D

Limite a bassa energia incompatibile con la relazione di dualità.

Riduzione naturale: $r \to 0$

Si compattificano le teorie su un cerchio di raggio r:

$$\mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3 \times \mathbb{S}^1$$

Si ignorano tutti i modi di Kaluza-Klein dei campi sul cerchio.
Infine, si manda $r \to 0$.

Con questo procedimento non si ottengono due teorie duali in 3D

Limite a bassa energia incompatibile con la relazione di dualità.

Riduzione corretta: r finito

La finitezza del cerchio genera un termine di superpotenziale (η) dovuto a un modo istantonico di Kaluza-Klein.

Il superpotenziale η impone vincoli equivalenti all'assenza di anomalie in 4D.
In 3D le anomalie non ci possono essere.
Questi vincoli dovranno essere rimossi successivamente.

Si ottengono teorie in 3D considerandone il limite a basse energie: per energie $\ll \frac{1}{r}$ la dinamica sul cerchio si disaccoppia.

Il superpotenziale η rimane anche scendendo a basse energie.

Riduzione corretta: *r* finito

La finitezza del cerchio genera un termine di superpotenziale (η) dovuto a un modo istantonico di Kaluza-Klein.

Il superpotenziale η impone vincoli equivalenti all'assenza di anomalie in 4D.
In 3D le anomalie non ci possono essere.
Questi vincoli dovranno essere rimossi successivamente.

Si ottengono teorie in 3D considerandone il limite a basse energie: per energie $\ll \frac{1}{r}$ la dinamica sul cerchio si disaccoppia.

Il superpotenziale η rimane anche scendendo a basse energie.

Si può arrivare a una dualità 3D senza il superpotenziale η causato dalla presenza del cerchio?

Dualità di Seiberg & KSS

Facendo un RG flow con masse reali si ottengono teorie senza il vincolo imposto dal superpotenziale η.

Si genera anche la simmetria assiale che è anomala in 4D, ma che è permessa in 3D.

La riduzione delle dualità è compresa in teoria di campo per diverse dualità 4D.

Nel caso della dualità KSS è necessario deformare la teoria aggiungendo una perturbazione nel superpotenziale.

Nella teoria duale, essa rompe la teoria in k settori senza aggiunta con gruppo di gauge

$$SU(kN_f - N_c) = \prod_i^k SU(n_i) \times U(1)^k \qquad \text{con } \sum_i n_i = kN_f - N_c$$

RIDUZIONE DIMENSIONALE IN TEORIA DI CAMPO

Si può dualizzare il settore $U(1)^k$ in modo da ottenere i singoletti non presenti in 4D.

Rimuovendo la deformazione $U(1)^k \to U(k)$ e non si sa come ottenere i singoletti della teoria magnetica.

Devo assumere che rimuovendo la deformazione ottengo gli stessi singoletti.

Non è chiaro come si può giustificare questa affermazione.

Si può dualizzare il settore $U(1)^k$ in modo da ottenere i singoletti non presenti in 4D.

Rimuovendo la deformazione $U(1)^k \to U(k)$ e non si sa come ottenere i singoletti della teoria magnetica.

$\Downarrow$

Devo assumere che rimuovendo la deformazione ottengo gli stessi singoletti.

Non è chiaro come si può giustificare questa affermazione.

Ho modo di verificare se questa intuizione è corretta?

RIDUZIONE DELLA DUALITÀ SULLA FUNZIONE DI PARTIZIONE

Sfrutto la dualità fra le teorie in 4D, calcolando l'indice superconforme (I_{el} & I_{mag}).
Esso conta i multipletti corti BPS della teoria su $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{S}^1$.
L'indice è dato da integrale sul gruppo di gauge di funzioni gamma ellittiche Γ_e.
Nel limite $r \to 0$ l'indice si riduce alla funzione di partizione della teoria in 3D con superpotenziale η.
La funzione di partizione si ottiene usando identità matematiche che trasformano le gamma ellittiche Γ_e in gamma iperboliche Γ_h

$$
\begin{array}{ccccc}
I_{el} = I_{mag} & & & & \Gamma_e \\
\downarrow \quad \downarrow & & r \to 0 & & \downarrow \\
Z^{\eta}_{el} = Z^{\eta}_{mag} & & & & \Gamma_h
\end{array}
$$

Identità integrali dimostrate matematicamente garantiscono l'identità fra gli indici in 4D.

⇓

Le funzioni di partizione in 3D con superpotenziale η sono uguali grazie all'identità degli indici in 4D

In modo a simile a quanto fatto in teoria di campo, si fa un RG flow con masse reali direttamente sulla funzione di partizione. In questo caso però non è necessario introdurre una deformazione e il gruppo di gauge si rompe come

$$SU(k(N_f+1)-N_c) \longrightarrow U(kN_f-N_c) \times U(k)/U(1)$$

Utilizzando una identità integrale fra gamma iperboliche Γ_h sul settore $U(k)$ si ottengono gli stessi singoletti trovati in teoria di campo dualizzando $U(1)^k$.

Verifica indipendente dei risultati ottenuti in teoria di campo, senza aver fatto assunzioni non spiegabili a priori.

L'identità fra le funzioni di partizione elettriche e magnetiche porta a una nuova identità integrale tra funzioni gamma iperboliche Γ_h non ancora dimostrate matematicamente.