4d to 3d reduction of Seiberg duality for SU(N) SUSY gauge theories with adjoint matter: a partition function approach

Carlo Sana

29 giugno 2015

Università degli Studi di Milano-Bicocca
Scuola di Scienze
Dipartimento di Fisica "G. Occhialini"

Dualità elettrica-magnetica e strong/weak coupling

Dualità di Seiberg

Riduzione dimensionale 4D $\to$ 3D

Riduzione della dualità sulla funzione di partizione

Dualità elettrica-magnetica e strong/weak coupling

Dualità di Seiberg

Riduzione dimensionale 4D $\to$ 3D

Riduzione della dualità sulla funzione di partizione

OVERVIEW DELLA PRESENTAZIONE

Dualità elettrica-magnetica e strong/weak coupling

Dualità di Seiberg

Riduzione dimensionale 4D $\to$ 3D

Riduzione della dualità sulla funzione di partizione

OVERVIEW DELLA PRESENTAZIONE

Dualità elettrica-magnetica e strong/weak coupling

Dualità di Seiberg

Riduzione dimensionale 4D $\to$ 3D

Riduzione della dualità sulla funzione di partizione

dualità elettrica-magnetica e strong/weak coupling

DUALITÀ ELETTRICA-MAGNETICA DI DIRAC

Le dualità di Seiberg sono una generalizzazione per teorie di campo supersimmetriche non-abeliane della dualità di Dirac.

Dualità di Dirac

Aggiungendo sorgenti per il campo magnetico J^{μ}_{mag} ottengo una invarianza $\mathbb{Z}_2$ delle equazioni di maxwell sotto la trasformazione

$$\left(E^i, B^i\right) \longrightarrow \left(B^i, -E^i\right) \qquad \left(J^{\mu}_{el}, J^{\mu}_{mag}\right) \longrightarrow \left(J^{\mu}_{mag}, -J^{\mu}_{el}\right) \quad J^{\mu} = (\rho, J^i)$$

Unendo la dualità EM alla MQ si ottiene una condizione di **quantizzazione** della carica elettrica

$$eg = 2\pi\hbar n$$

Carica elettrica e magnetica sono inversamente proporzionali.

dualità strong/weak coupling

Le dualità di Seiberg sono una generalizzazione per teorie di campo supersimmetriche non-abeliane della dualità di Dirac.

Dualità di Dirac

Aggiungendo sorgenti per il campo magnetico J^{μ}_{mag} ottengo una invarianza $\mathbb{Z}_2$ delle equazioni di maxwell sotto la trasformazione

$$\left(E^i, B^i\right) \longrightarrow \left(B^i, -E^i\right) \qquad (J^{\mu}_{el}, J^{\mu}_{mag}) \longrightarrow (J^{\mu}_{mag}, -J^{\mu}_{el}) \quad J^{\mu} = (\rho, J^i)$$

Unendo la dualità EM alla MQ si ottiene una condizione di **quantizzazione** della carica elettrica

$$eg = 2\pi\hbar n$$

Carica elettrica e magnetica sono inversamente proporzionali.

dualità strong/weak coupling

Relatività speciale
+ = **Teoria quantistica dei campi (QFT)**
Meccanica Quantistica

Metodi **perturbativi** utilizzabili a **weak coupling**:
sviluppi in serie nella costante di accoppiamento (e.g. carica elettrica)

RG flow

Le costanti di accoppiamento variano in funzione della scala di energia:
la teoria a bassa energia può fluire a **strong coupling**
(e.g. confinamento in QCD)

Nessuno strumento teorico per studiarne la dinamica. $\longrightarrow$ QCD su reticolo

Esiste uno strumento teorico per trattare teorie a strong coupling?

Dualità strong/weak coupling

Legame fra le costanti di accoppiamento delle teorie duali:

$$g \sim \frac{1}{\tilde{g}} \quad \longrightarrow \quad \text{strong-weak coupling}$$

Si può calcolare una osservabile nella teoria fortemente accoppiata con tecniche perturbative ben note nella teoria duale.

Dualità strong/weak coupling

Legame fra le costanti di accoppiamento delle teorie duali:

$$g \sim \frac{1}{\tilde{g}} \quad \longrightarrow \quad \text{strong-weak coupling}$$

Si può calcolare una osservabile nella teoria **fortemente accoppiata** con **tecniche perturbative** ben note nella teoria duale.

ESEMPI DI DUALITÀ STRONG-WEAK COUPLING

- Dualità di Montonen-Oliven
- Dualità di Seiberg
- AdS/CFT $\rightarrow$ gauge/gravity duality
- S-duality in teorie di stringa

In particolare, con la dualità AdS/CFT (Anti-deSitter/Conformal field Theory):

- calcolo viscosità del quark/gluon plasma
- modelli per superconduttori olografici (AdS_4/CFT_3)

ESEMPI DI DUALITÀ STRONG-WEAK COUPLING

- Dualità di Montonen-Oliven
- Dualità di Seiberg
- AdS/CFT $\rightarrow$ gauge/gravity duality
- S-duality in teorie di stringa

In particolare, con la dualità AdS/CFT (Anti-deSitter/Conformal field Theory):

- calcolo viscosità del quark/gluon plasma
- modelli per superconduttori olografici (AdS_4/CFT_3)

DUALITÀ DI SEIBERG

Seiberg duality $\sim$ **EM-duality**

Teoria elettrica $\longleftrightarrow$ Teoria magnetica

Uguali

Funzioni di correlazione

Matrice S

Simmetrie Globali (fisiche)

Diverse

Particelle

Costanti di accoppiamento

Dinamica

Simmetrie locali (non fisiche)

Dualità a basse energie, ad alte energie
le due teorie sono fisicamente distinguibili

Primo caso di dualità scoperto nel '94 fra due teorie di *Supersymmetric QCD* (SQCD)

$$\begin{array}{lcl} \text{Superquark} & \longrightarrow & \text{squark (spin 0)} + \text{quark}\left(\text{spin } \frac{1}{2}\right) \\ \text{Supergluone} & \longrightarrow & \text{gaugino } \left(\text{spin } \frac{1}{2}\right) + \text{gluone (spin 1)} \end{array}$$

Perchè la supersimmetria?

Ci sono più strumenti teorici a disposizione per teorie di campo supersimmetriche, soprattutto in regime **non perturbativo.**

Sono il terreno ideale per fare nuove scoperte, che possono essere **estese** anche a sistemi fisici non supersimmetrici.

Primo caso di dualità scoperto nel '94 fra due teorie di *Supersymmetric QCD* (SQCD)

$$\begin{array}{lcl} \text{Superquark} & \longrightarrow & \text{squark (spin 0) + quark}\left(\text{spin } \frac{1}{2}\right) \\ \text{Supergluone} & \longrightarrow & \text{gaugino } \left(\text{spin } \frac{1}{2}\right) \text{ + gluone (spin 1)} \end{array}$$

Perchè la supersimmetria?

Ci sono più strumenti teorici a disposizione per teorie di campo supersimmetriche, soprattutto in regime non perturbativo.

Sono il terreno ideale per fare nuove scoperte, che possono essere estese anche a sistemi fisici non supersimmetrici.

Dualità di Seiberg con gruppo $SU(N_c)$ - [Seiberg '94]

Teoria elettrica $SQCD$ con N_c colori e N_f sapori

Teoria magnetica $SQCD$ con N_c colori e N_f sapori e N_f^2 mesoni, costruiti con i quark elettrici

Dualità KSS con gruppo $SU(N_c)$ - [Kutasov-Schwimmer-Seiberg '95]

Teoria elettrica $SQCD$ con N_c colori e N_f sapori e materia nell'aggiunta del gruppo di gauge

Teoria magnetica $SQCD$ con $kN_f - N_c$ colori e N_f sapori, materia nell'aggiunta del gruppo di gauge e kN_f^2 mesoni, costruiti con i campi della teoria elettrica.

Dualità di Seiberg con gruppo $SU(N_c)$ - [Seiberg '94]

Teoria elettrica $SQCD$ con N_c colori e N_f sapori

Teoria magnetica $SQCD$ con N_c colori e N_f sapori e N_f^2 mesoni, costruiti con i quark elettrici

Dualità KSS con gruppo $SU(N_c)$ - [Kutasov-Schwimmer-Seiberg '95]

Teoria elettrica $SQCD$ con N_c colori e N_f sapori e materia nell'aggiunta del gruppo di gauge

Teoria magnetica $SQCD$ con $kN_f - N_c$ colori e N_f sapori, materia nell'aggiunta del gruppo di gauge e kN_f^2 mesoni, costruiti con i campi della teoria elettrica.

Differenze delle teorie di campo 3D

- diverso contenuto di materia: in 3D i gluoni hanno anche una partner scalare
- ulteriori simmetrie: in 4D no simmetria assiale e topologica
- uno spazio dei moduli (vuoti supersimmetrici) con un *branch* aggiuntivo

La teoria magnetica 3D contiene, oltre ai mesoni, un insieme aggiuntivo di singoletti.

Monopoli della teoria elettrica $\longrightarrow$ singoletti nella teoria magnetica

Differenze delle teorie di campo 3D

- diverso contenuto di materia: in 3D i gluoni hanno anche una partner scalare
- ulteriori simmetrie: in 4D no simmetria assiale e topologica
- uno spazio dei moduli (vuoti supersimmetrici) con un *branch* aggiuntivo

La teoria magnetica 3D contiene, oltre ai mesoni, un insieme aggiuntivo di singoletti.

Monopoli della teoria elettrica $\longrightarrow$ singoletti nella teoria magnetica

Riduzione dimensionale 4D $\to$ 3D

Riduzione naturale: $r \to 0$

Si compattificano le teorie su un cerchio di raggio r:

$$\mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3 \times \mathbb{S}^1$$

Si ignorano tutti i modi di Kaluza-Klein dei campi sul cerchio.
Infine, si manda $r \to 0$.

Con questo procedimento non si ottengono due teorie duali in 3D

Limite a bassa energia incompatibile con la relazione di dualità.

Riduzione naturale: $r \to 0$

Si compattificano le teorie su un cerchio di raggio r:

$$\mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3 \times \mathbb{S}^1$$

Si ignorano tutti i modi di Kaluza-Klein dei campi sul cerchio.
Infine, si manda $r \to 0$.

Con questo procedimento non si ottengono due teorie duali in 3D

Limite a bassa energia incompatibile con la relazione di dualità.

Riduzione corretta: r finito

La finitezza del cerchio genera un termine di superpotenziale (η) dovuto a un modo istantonico di Kaluza-Klein.

Il superpotenziale η impone vincoli tipici delle 4D (anomalie). In 3D questi vincoli non ci sono e dovranno essere rimossi.

Si ottengono teorie in 3D considerandone il limite a basse energie: per energie $\ll \frac{1}{r}$ la dinamica sul cerchio si disaccoppia.

Il superpotenziale η rimane anche scendendo a basse energie.

Riduzione corretta: r finito

La finitezza del cerchio genera un termine di superpotenziale (η) dovuto a un modo istantonico di Kaluza-Klein.

Il superpotenziale η impone vincoli tipici delle 4D (anomalie). In 3D questi vincoli non ci sono e dovranno essere rimossi.

Si ottengono teorie in 3D considerandone il limite a basse energie: per energie $\ll \frac{1}{r}$ la dinamica sul cerchio si disaccoppia.

Il superpotenziale η rimane anche scendendo a basse energie.

Si può arrivare a una dualità 3D senza il superpotenziale η causato dalla presenza del cerchio?

RG FLOW VERSO UNA TEORIA SENZA SUPERPOTENZIALE

Dualità di Seiberg & KSS

Facendo un RG flow con masse reali si ottengono teorie senza il vincolo imposto dal superpotenziale η.

Si genera anche la simmetria assiale che è **anomala in 4D**, ma che è permessa in 3D. Anche gli altri vincoli imposti dal superpotenziale η sui campi vengono rimossi.

La riduzione delle dualità è compresa in teoria di campo per diverse dualità 4D.

Nel caso della dualità KSS è necessario deformare la teoria aggiungendo una perturbazione nel superpotenziale.

Nella teoria duale, essa rompe la teoria in k settori senza aggiunta con gruppo di gauge

$$SU(kN_f - N_c) = \prod_{i}^{k} U(n_i) \times U(1)^k / U(1) \qquad \text{con } \sum_i n_i = kN_f - N_c$$

Si può dualizzare il settore $U(1)^k$ in modo da ottenere i singoletti non presenti nella dualità 4D.

Rimuovendo la deformazione $U(1)^k \longrightarrow U(k)$ e non si sa come si possono ottenere i singoletti della teoria magnetica.

$$\Downarrow$$

Devo assumere che rimuovendo la deformazione ottengo gli stessi singoletti.

Non è chiaro come si può giustificare questa affermazione.

Si può dualizzare il settore $U(1)^k$ in modo da ottenere i singoletti non presenti nella dualità 4D.

Rimuovendo la deformazione $U(1)^k \longrightarrow U(k)$ e non si sa come si possono ottenere i singoletti della teoria magnetica.

$$\Downarrow$$

Devo assumere che rimuovendo la deformazione ottengo gli stessi singoletti.

Non è chiaro come si può giustificare questa affermazione.

Ho modo di verificare se questa intuizione è corretta?

RIDUZIONE DELLA DUALITÀ SULLA FUNZIONE DI PARTIZIONE

INDICE SUPERCONFORME IN 4D E FUNZIONI DI PARTIZIONE IN 3D

Si calcola l'indice superconforme I_{el} & I_{mag}: conta i multipletti BPS corti della teoria su $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{S}^1$.

Nel limite $r \to 0$ l'indice si riduce alla funzione di partizione della teoria in 3D con superpotenziale η.

Indice superconf. integrale sul gruppo di gauge di Γ_e ellittiche
Funz. di partiz. integrale sul gruppo di gauge di Γ_h iperboliche

$$\begin{array}{lcccc} \text{4D:} & I_{el} & = & I_{mag} & \Gamma_e \\ r \to 0 & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\ \text{3D:} & Z^{\eta}_{el} & = & Z^{\eta}_{mag} & \Gamma_h \end{array} \tag{1}$$

La dualità in 4D (fisicamente) e identità integrali (matematicamente) dimostrano l'identità fra gli indici in 4D.

⇓

Le funzioni di partizione in 3D con superpotenziale η sono uguali grazie all'identità degli indici in 4D

FLOW VERSO UNA TEORIA SENZA SUPERPOTENZIALE η

Si fa un RG flow con masse reali direttamente sulla funzione di partizione.
Con questo metodo non è necessario introdurre una deformazione , a differenza che in teoria di campo.

Utilizzando una identità matematica fra gamma iperboliche Γ_h sul settore $U(k)$ si ottengono gli stessi singoletti trovati in teoria di campo dualizzando $U(1)^k$.

VERIFICA DEL PROCEDIMENTO IN TEORIA DI CAMPO

Il nostro lavoro è una verifica indipendente dei risultati ottenuti in teoria di campo, senza fare assunzioni che non si è in grado di giustificare.

La riduzione attraverso la funzione di partizione non era presente in letteratura per il caso SU(N).

L'identità fra le due funzioni di partizione $Z_{el} = Z_{mag}$ porta a una nuova identità integrale tra funzioni iperboliche Γ_h non ancora dimostrate matematicamente.

Il nostro lavoro è una verifica indipendente dei risultati ottenuti in teoria di campo, senza fare assunzioni che non si è in grado di giustificare.

La riduzione attraverso la funzione di partizione non era presente in letteratura per il caso SU(N).

L'identità fra le due funzioni di partizione $Z_{el} = Z_{mag}$ porta a una nuova identità integrale tra funzioni iperboliche Γ_h non ancora dimostrate matematicamente.

VERIFICA DEL PROCEDIMENTO IN TEORIA DI CAMPO

Il nostro lavoro è una verifica indipendente dei risultati ottenuti in teoria di campo, senza fare assunzioni che non si è in grado di giustificare.

La riduzione attraverso la funzione di partizione non era presente in letteratura per il caso SU(N).

L'identità fra le due funzioni di partizione $Z_{el} = Z_{mag}$ porta a una nuova identità integrale tra funzioni iperboliche Γ_h non ancora dimostrate matematicamente.

Grazie per l'attenzione

BIBLIOGRAFIA

N. Seiberg, *Electric - magnetic duality in supersymmetric non Abelian gauge theories*, *Nucl.Phys.* **B435** (1995) 129–146, [hep-th/9411149].

O. Aharony, S. S. Razamat, N. Seiberg, and B. Willett, *3d dualities from 4d dualities*, *JHEP* **1307** (2013) 149, [arXiv:1305.3924].

H. Kim and J. Park, *Aharony Dualities for 3d Theories with Adjoint Matter*, *JHEP* **1306** (2013) 106, [arXiv:1302.3645].

K. Nii, *3d duality with adjoint matter from 4d duality*, *JHEP* **1502** (2015) 024, [arXiv:1409.3230].

D. Kutasov and A. Schwimmer, *On duality in supersymmetric Yang-Mills theory*, *Phys.Lett.* **B354** (1995) 315–321, [hep-th/9505004].

A. Amariti and C. Klare, *A journey to 3d: exact relations for adjoint SQCD from dimensional reduction*, arXiv:1409.8623.

P. Agarwal, A. Amariti, A. Mariotti, and M. Siani, *BPS states and their reductions*, *JHEP* **1308** (2013) 011, [arXiv:1211.2808].

O. Aharony, *IR duality in d = 3 N=2 supersymmetric USp(2N(c)) and U(N(c)) gauge theories*, *Phys.Lett.* **B404** (1997) 71–76, [hep-th/9703215].