4d to 3d reduction of Seiberg duality for SU(N) SUSY gauge theories with adjoint matter: a partition function approach

Carlo Sana

29 giugno 2015

Università degli Studi di Milano-Bicocca
Scuola di Scienze
Dipartimento di Fisica "G. Occhialini"

OVERVIEW DELLA PRESENTAZIONE

Dualità strong/weak coupling

Dualità di Seiberg

Riduzione dimensionale 4D $\to$ 3D

Riduzione della dualità sulla funzione di partizione

Dualità strong/weak coupling

Dualità di Seiberg

Riduzione dimensionale 4D $\to$ 3D

Riduzione della dualità sulla funzione di partizione

Dualità strong/weak coupling

Dualità di Seiberg

Riduzione dimensionale 4D $\to$ 3D

Riduzione della dualità sulla funzione di partizione

OVERVIEW DELLA PRESENTAZIONE

Dualità strong/weak coupling

Dualità di Seiberg

Riduzione dimensionale 4D $\rightarrow$ 3D

Riduzione della dualità sulla funzione di partizione

DUALITÀ STRONG/WEAK COUPLING

Relatività speciale + Meccanica Quantistica = Teoria quantistica dei campi (QFT)

Metodi **perturbativi** utilizzabili a weak coupling:
sviluppi in serie nella costante di accoppiamento (e.g. carica elettrica)

Gruppo di rinormalizzazione

Le costanti di accoppiamento variano in funzione della scala di energia:
la teoria a bassa energia può fluire a strong coupling
(e.g. confinamento in QCD)

Nessuno strumento teorico per studiarne la dinamica. $\longrightarrow$ QCD su reticolo

Esiste uno strumento teorico per trattare teorie a strong coupling?

Dualità strong/weak coupling

Legame fra le costanti di accoppiamento tra teorie duali:

$$g \sim \frac{1}{\tilde{g}} \quad \longrightarrow \quad \text{strong-weak coupling}$$

Si può calcolare una osservabile nella teoria fortemente accoppiata con tecniche perturbative ben note nella teoria duale.

Dualità strong/weak coupling

Legame fra le costanti di accoppiamento tra teorie duali:

$$g \sim \frac{1}{\tilde{g}} \quad \longrightarrow \quad \text{strong-weak coupling}$$

Si può calcolare una osservabile nella teoria **fortemente accoppiata** con **tecniche perturbative** ben note nella teoria duale.

ESEMPI DI DUALITÀ STRONG-WEAK COUPLING

- Dualità EM di Dirac
- Dualità di Montonen-Olive
- Dualità di Seiberg
- AdS/CFT $\rightarrow$ gauge/gravity duality
- S-duality in teorie di stringa

Le dualità di Seiberg sono una generalizzazione della dualità di Dirac per teorie di gauge non-abeliane con supersimmetria.

ESEMPI DI DUALITÀ STRONG-WEAK COUPLING

- Dualità EM di Dirac
- Dualità di Montonen-Olive
- Dualità di Seiberg
- AdS/CFT $\rightarrow$ gauge/gravity duality
- S-duality in teorie di stringa

Le dualità di Seiberg sono una generalizzazione della dualità di Dirac per teorie di gauge non-abeliane con supersimmetria.

Dualità di Dirac

Aggiungendo sorgenti per il campo magnetico J^μ_{mag} ottengo una invarianza $\mathbb{Z}_2$ delle equazioni di maxwell sotto la trasformazione

$$\left(E^i, B^i\right) \longrightarrow \left(B^i, -E^i\right) \qquad \left(J^\mu_{el}, J^\mu_{mag}\right) \longrightarrow \left(J^\mu_{mag}, -J^\mu_{el}\right) \quad J^\mu = (\rho, J^i)$$

Unendo la dualità EM alla Meccanica Quantistica si ottiene una condizione di quantizzazione della carica elettrica

$$eg = 2\pi\hbar n$$

Carica elettrica e magnetica sono inversamente proporzionali.

dualità strong/weak coupling

Dualità di Dirac

Aggiungendo sorgenti per il campo magnetico J^μ_{mag} ottengo una invarianza $\mathbb{Z}_2$ delle equazioni di maxwell sotto la trasformazione

$$\left(E^i, B^i\right) \longrightarrow \left(B^i, -E^i\right) \qquad (J^\mu_{el}, J^\mu_{mag}) \longrightarrow (J^\mu_{mag}, -J^\mu_{el}) \quad J^\mu = (\rho, J^i)$$

Unendo la dualità EM alla Meccanica Quantistica si ottiene una condizione di quantizzazione della carica elettrica

$$eg = 2\pi\hbar n$$

Carica elettrica e magnetica sono inversamente proporzionali.

dualità strong/weak coupling

DUALITÀ DI SEIBERG

Dualità di Seiberg e Kutasov-Schwimmer-Seiberg (KSS)

Teoria elettrica $\longleftrightarrow$ Teoria magnetica

Teorie di *Supersymmetric QCD* minimali con gruppo $SU(N)$.
Dualità KSS ha un ulteriore campo di materia nell'aggiunta.

Uguali	**Diverse**
Funzioni di correlazione	Particelle (mesoni)
Simmetrie Globali (fisiche)	Costanti di accoppiamento
Struttura dei vuoti (susy)	Dinamica (numero di colori)

Dualità a basse energie, ad alte energie
le due teorie sono fisicamente distinguibili

Dualità di Seiberg e Kutasov-Schwimmer-Seiberg (KSS)

Teoria elettrica $\longleftrightarrow$ Teoria magnetica

Teorie di *Supersymmetric QCD* minimali con gruppo $SU(N)$.
Dualità KSS ha un ulteriore campo di materia nell'aggiunta.

Uguali	**Diverse**
Funzioni di correlazione	Particelle (mesoni)
Simmetrie Globali (fisiche)	Costanti di accoppiamento
Struttura dei vuoti (susy)	Dinamica (numero di colori)

Dualità a basse energie, ad alte energie
le due teorie sono fisicamente distinguibili

Simili a teorie 4D $\mathcal{N} = 1$ ma con alcune differenze

Differenze delle teorie di campo 3D $\mathcal{N} = 2$

- ulteriori simmetrie: in 4D no simmetria assiale e topologica
- diverso contenuto di materia: in 3D i gluoni hanno anche una partner scalare
- uno spazio dei moduli (vuoti supersimmetrici) con un *branch* aggiuntivo

Riduzione dimensionale 4D $\rightarrow$ 3D

Riduzione naturale: $r \to 0$

Si compattificano le teorie su un cerchio di raggio r:

$$\mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3 \times \mathbb{S}^1$$

Si ignora la dinamica sul cerchio e si manda $r \to 0$.
Si ottengono due teorie che non sono duali fra loro

Riduzione corretta: r finito

La finitezza del cerchio modifica la dinamica e impone vincoli tipici della teorie 4D (anomalie).
I vincoli sono generati dal superpotenziale η, generato da istantoni.

Si scende a energie $\ll \frac{1}{r}$: la dinamica sul cerchio si disaccoppia.

Si può arrivare a una dualità 3D senza il superpotenziale η causato dalla presenza del cerchio?

Dualità di Seiberg & KSS

Facendo un RG flow con masse reali si ottengono teorie senza il vincolo imposto dal superpotenziale η.

Si riesce a generare la simmetria assiale che è anomala in 4D, ma che è permessa in 3D. Anche gli altri vincoli vengono rimossi.

Nel caso della dualità KSS è necessario deformare la teoria aggiungendo una perturbazione nel superpotenziale.
Con la deformazione si riescono a trovare i singoletti necessari per la dualità in 3D.

Rimuovendo la deformazione non si sa come ottenere i singoletti della teoria magnetica.

$\Downarrow$

Devo assumere che rimuovendo la deformazione il risultato non cambia.

Non è chiaro come si può giustificare questa affermazione.

4D $\longrightarrow$ 3D IN TEORIA DI CAMPO: DUALITÀ KSS

Nel caso della dualità KSS è necessario deformare la teoria aggiungendo una perturbazione nel superpotenziale.
Con la deformazione si riescono a trovare i singoletti necessari per la dualità in 3D.

Rimuovendo la deformazione non si sa come ottenere i singoletti della teoria magnetica.

Devo assumere che rimuovendo la deformazione il risultato non cambia.

Non è chiaro come si può giustificare questa affermazione.

Ho modo di verificare se questa intuizione è corretta?

RIDUZIONE DELLA DUALITÀ SULLA FUNZIONE DI PARTIZIONE

INDICE SUPERCONFORME IN 4D E FUNZIONI DI PARTIZIONE IN 3D

Si calcola l'indice superconforme I_{el} & I_{mag}: conta i multipletti BPS corti della teoria su $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{S}^1$.

Nel limite $r \to 0$ l'indice si riduce alla funzione di partizione della teoria in 3D con superpotenziale η.

Indice superconf. integrale sul gruppo di gauge di Γ_e ellittiche
Funz. di partiz. integrale sul gruppo di gauge di Γ_h iperboliche

$$\begin{array}{lcccc}
\text{4D:} & I_{el} & = & I_{mag} & \Gamma_e \\
r \to 0 & \downarrow & & \downarrow & \downarrow \\
\text{3D:} & Z^{\eta}_{el} & = & Z^{\eta}_{mag} & \Gamma_h
\end{array}$$

La dualità in 4D (fisicamente) e identità integrali (matematicamente) dimostrano l'identità fra gli indici in 4D.

⇩

Le funzioni di partizione in 3D con superpotenziale η sono uguali grazie all'identità degli indici in 4D

La dualità in 4D (fisicamente) e identità integrali (matematicamente) dimostrano l'identità fra gli indici in 4D.

⇓

Le funzioni di partizione in 3D con superpotenziale η sono uguali grazie all'identità degli indici in 4D

FLOW VERSO UNA TEORIA SENZA SUPERPOTENZIALE η

Con questo metodo non è necessario introdurre una deformazione , a differenza che in teoria di campo.

Utilizzando una identità matematica fra gamma iperboliche Γ_h si ottengono gli stessi singoletti trovati in teoria di campo con la deformazione.

Il nostro lavoro è una verifica indipendente dei risultati ottenuti in teoria di campo, senza fare assunzioni che non si è in grado di giustificare.

La riduzione attraverso la funzione di partizione non era presente in letteratura per il caso SU(N).

L'identità fra le due funzioni di partizione $Z_{el} = Z_{mag}$ porta a una nuova identità integrale tra funzioni iperboliche Γ_h non ancora dimostrate matematicamente.

Il nostro lavoro è una verifica indipendente dei risultati ottenuti in teoria di campo, senza fare assunzioni che non si è in grado di giustificare.

La riduzione attraverso la funzione di partizione non era presente in letteratura per il caso SU(N).

L'identità fra le due funzioni di partizione $Z_{el} = Z_{mag}$ porta a una nuova identità integrale tra funzioni iperboliche Γ_h non ancora dimostrate matematicamente.

VERIFICA DEL PROCEDIMENTO IN TEORIA DI CAMPO

Il nostro lavoro è una verifica indipendente dei risultati ottenuti in teoria di campo, senza fare assunzioni che non si è in grado di giustificare.

La riduzione attraverso la funzione di partizione non era presente in letteratura per il caso SU(N).

L'identità fra le due funzioni di partizione $Z_{el} = Z_{mag}$ porta a una nuova identità integrale tra funzioni iperboliche Γ_h non ancora dimostrate matematicamente.

Grazie per l'attenzione

BIBLIOGRAFIA