# Equilibre de Nash

L'équilibre de Nash, introduit par le mathématicien John Nash en 1950, est un concept central en théorie des jeux. Il décrit une situation où, dans un jeu impliquant plusieurs joueurs, aucun joueur ne peut améliorer son gain en modifiant unilatéralement sa stratégie, à condition que les autres joueurs maintiennent les leurs inchangées.

**Équilibre de Nash en stratégies pures :** Dans ce cas, chaque joueur adopte une stratégie déterminée sans recours au hasard. Un équilibre de Nash en stratégies pures se produit lorsque chaque joueur choisit une action spécifique, et qu'aucun ne peut augmenter son gain en changeant seul d'action, les choix des autres restant constants.

*Exemple :* Considérons le dilemme du prisonnier, où deux complices sont arrêtés et doivent décider indépendamment de trahir l'autre ou de se taire. La matrice des gains pourrait être représentée ainsi :

| | **Complice B se tait** | **Complice B trahit** |
|---|---|---|
| **Complice A se tait** | (-1, -1) | (-3, 0) |
| **Complice A trahit** | (0, -3) | (-2, -2) |

Ici, la paire (trahir, trahir) constitue un équilibre de Nash en stratégies pures, car si l'un des complices décide unilatéralement de changer sa stratégie, il obtiendra un résultat moins favorable.

**Équilibre de Nash en stratégies mixtes :** Lorsqu'un équilibre en stratégies pures n'existe pas ou que les joueurs préfèrent introduire de l'incertitude, ils peuvent adopter des stratégies mixtes. Cela signifie qu'ils attribuent des probabilités spécifiques à chaque action possible, choisissant ainsi leurs actions de manière aléatoire selon ces probabilités. Un équilibre de Nash en stratégies mixtes survient lorsque chaque joueur sélectionne une distribution de probabilités sur ses actions, de sorte qu'aucun ne peut augmenter son gain attendu en modifiant unilatéralement cette distribution, les distributions des autres joueurs demeurant inchangées.

*Exemple :* Prenons le jeu "Pierre-Feuille-Ciseaux". Aucun équilibre en stratégies pures n'existe, car chaque action est battue par une autre. Cependant, il existe un équilibre en stratégies mixtes où chaque joueur choisit aléatoirement entre "Pierre", "Feuille" et "Ciseaux" avec une probabilité de 1/3 pour chacune. Dans cette configuration, aucun joueur n'a intérêt à dévier de cette distribution, car les gains attendus restent équilibrés.

Il est important de noter que tout jeu avec un nombre fini de joueurs et de stratégies possède au moins un équilibre de Nash en stratégies mixtes, même si un équilibre en stratégies pures n'existe pas nécessairement.

# Les théories de l’oligopole

Dans un monopole, par définition, il ne peut y avoir de relation entre les firmes, puisqu'il n'y en a qu'une. En concurrence pure et parfaite et en concurrence monopolistique, le nombre d'entreprises fait qu'une firme n'a pas (ou très peu) d'influence sur les autres. La réalité des affaires montre que dans la plupart des secteurs industriels ou de services, les entreprises s'opposent vivement entre elles et mettent en œuvre des stratégies complexes d'affrontement, d'entente ou de collusion.

## I. Définitions et hypothèses

L'oligopole est un marché sur lequel s'affronte un petit nombre de producteurs. Ainsi, une firme est souvent capable de connaître tous ses concurrents et peut donc tenir compte de leurs stratégies dans ses propres décisions: on dit qu'il y a interdépendance conjecturale. Il s'agit d'une interdépendance fondée sur des vraisemblances. Une telle structure de marché s'explique par l'existence de barrières à l'entrée (différenciation, économies d'échelle, réglementations, avantage absolu de coûts... etc.).
Afin de simplifier une réalité très complexe, considérons que l'oligopole ne comporte que deux firmes (A et B) ; cette situation prend le nom de duopole.
Nous supposerons que les firmes produisent un bien homogène, afin d'éviter les problèmes liés à la différenciation. On distingue deux types principaux de comportement : l'affrontement et l'entente. Dans le premier cas, les équilibres seront appelés équilibres non coopératifs. Plusieurs modèles très célèbres s'y intéressent ; il s'agit des modèles de Cournot, de Stackelberg et de Bertrand (ce dernier ne sera pas abordé). Dans le second cas, les équilibres seront dits coopératifs. Le modèle du cartel en fournit une parfaite illustration.

## II. Les représentations d’un jeu

Lorsque l’on désire modéliser des comportements économiques faisant apparaître des interactions stratégiques sous la forme d'un jeu, il est nécessaire de définir précisément les éléments suivants :

- Qui sont les joueurs? Ce qui implique d'identifier toutes les parties impliquées et éventuellement d'en éliminer certaines ;
- Quelles sont les règles? Il est notamment nécessaire de connaître précisément l'ordre d'intervention des joueurs et l'information disponible pour chacun ;
- Quelles sont les actions (choix) possibles pour chaque joueur? Il importe également de préciser les différentes possibilités de combinaison de ces actions de manière à constituer des stratégies ;
- Quels sont les gains ou pertes pour chaque combinaison de stratégies? Ces valeurs peuvent aussi bien représenter des sommes d'argent que des niveaux d'utilité.

## III. Les principales caractéristiques des modèles de cournot et Stackelberg

Certaines caractéristiques sont communes aux deux modèles. Ainsi, la variable stratégique d'ajustement est la quantité (et non le prix, comme dans le modèle de Bertrand). Chaque firme recherche la maximisation de son profit.

### i. Le modèle de Cournot

Les firmes A et B adoptent le même comportement: on parle de « duopole symétrique à double satellitisme ». Chaque firme considère la production de son concurrent comme une donnée. Chercher les quantités optimales revient à résoudre un système de deux équations (appelées « **fonctions de réaction** ») à deux inconnues :

$$\frac{d\pi_A(q_A)}{dq_A} = 0 \ ; \ \frac{d\pi_B(q_B)}{dq_B} = 0 \ \Leftrightarrow \ q_A = f_A(q_B) \ ; \ q_B = f_B(q_A)$$

Il reste ensuite à calculer le prix du marché grâce à la fonction de demande, puis les profits de chaque entreprise.
Le modèle de Cournot est cependant assez éloigné de la réalité dans la mesure où les firmes sont rarement sur un pied d'égalité. De nombreux marchés oligopolistiques sont caractérisés par la présence d'une ou plusieurs firmes dominantes.

### ii. Le modèle de Stackelberg

Si nous supposons maintenant que A joue en premier, B observe et joue ensuite. Les actions ne sont plus simultanées mais séquentielles. La représentation usuelle d'un jeu séquentiel s'effectue en utilisant une représentation* arborescente : c'est la forme extensive. Chaque nœud de l'arbre indique l'intervention d'un joueur, chaque branche correspond aux actions possibles et les nœuds terminaux indiquent les paiements des joueurs.

B sera appelée follower (ou suiveur) et l'autre leader (ou meneur).
Le leader fixera une quantité à produire qui maximise son profit, en prenant en considération la quantité qu'il escompte que le follower fixera en réaction à son propre choix. Autrement dit, la firme A s'efforce d'anticiper les réactions que ses propres décisions auront sur les choix de la firme B. Ce modèle suppose donc que le leader connaisse la fonction de réaction du follower.

Pour que ce modèle fonctionne, encore faut-il qu'une des deux firmes ait réussi à décrypter le comportement de l'autre, de manière à l'intégrer dans sa stratégie. L'existence de l'équilibre est aussi remise en question si les deux firmes tentent d'agir en leader (modèle de Bowley).

### iii. Le modèle de Bertrand

Le duopole de Bertrand est un modèle économique qui décrit la concurrence entre deux entreprises produisant des biens homogènes et rivalisant principalement par les prix. Ce modèle, introduit par le mathématicien Joseph Bertrand en 1883, met en évidence que, dans de telles situations, les entreprises tendent à fixer leurs prix au niveau du coût marginal, ce qui conduit à une absence de profit économique.

**Hypothèses principales du modèle de Bertrand :**

• **H1** La demande est contingente, c'est à dire qu'elle est dépendante du niveau de prix décidé par l'autre firme.

- La firme i fixe son prix à $P_i$ . La fonction de demande totale est D(P). Quelle est la demande pour l'entreprise j ?

  $D(P_j) = D\ (P_i)$ si $P_j < P_i$ $\Rightarrow$ j capte toute la demande.

  $D(P_j) = D\ (P_i)$ si $P_j = P_i = P$ $\Rightarrow$ j capte toute la demande. i et j se partagent

  $D(P_j) = 0$ si $P_j > P_i$ $\Rightarrow$ j n'a aucune demande

• **H2** On suppose que toutes les firmes ont assez de capacités de production pour fournir la totalité du marché

• **H3** La variable stratégique de chacune des firmes sur le marché est le prix

• **H4** Le bien produit dans la branche est parfaitement homogène (= parfaitement substituable)

• **H5** Chaque firme va chercher à maximiser le profit contingent qu'elle pourrait réaliser dans les circonstances créées par l'un des duopoleurs

**Paradoxe de Bertrand :**

Le modèle conduit à un résultat paradoxal : bien qu'il n'y ait que deux entreprises sur le marché, la concurrence par les prix les pousse à fixer des prix égaux au coût marginal. Ainsi, le marché atteint une situation similaire à celle de la concurrence parfaite, où les entreprises ne réalisent aucun profit économique. (**Équilibre de Bertrand-Nash)**

À l'équilibre, les deux entreprises fixent un prix égal au coût marginal :

$p1* = p2* = Cm$

Dans cette situation, chaque entreprise réalise un profit nul, car :

$\pi_i = (Cm - Cm) \times D_i = 0$

## IV. Les principales caractéristiques de l'équilibre coopératif

À la place de maximiser individuellement leur profit, les entreprises d'un oligopole peuvent décider de maximiser les profits de l'ensemble de la branche.
Imaginons que trois firmes A, B et C décident de former un cartel. Dans ce cas, l'oligopole se comporte comme un monopole, qui approvisionnerait à lui seul la totalité du marché.
L'objectif consiste donc à maximiser le profit du cartel :

$\pi_{cartel} = RT(Q) - CT_A - CT_B - CT_C$

Il faut donc résoudre le système : (1)

$$\frac{d\pi_{cartel}}{dQ_A} = 0 \; ; \frac{d\pi_{cartel}}{dQ_B} = 0 \; ; \frac{d\pi_{cartel}}{dQ_C} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{dRT}{dQ_A} - Cm_A = 0 \; ; \frac{dRT}{dQ_B} - Cm_B = 0 \; ; \frac{dRT}{dQ_C} - Cm_C = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{dRT}{dQ_A} = Cm_A \; ; \frac{dRT}{dQ_B} = Cm_B \; ; \frac{dRT}{dQ_C} = Cm_C$$

Or, le prix de vente du produit est identique, quelle que soit la firme qui le produit. Donc, chaque unité fabriquée en plus (unité marginale) rapportera la même recette marginale, quelle que soit la firme qui produit cette unité.
Cela nous permet d'écrire que :

$$\frac{dRT}{dQ_A} = \frac{dRT}{dQ_B} = \frac{dRT}{dQ_C}$$

Cette égalité permet de résoudre le système (1);  il vient alors :

$$Cm_A = Cm_B = Cm_C$$

Ainsi, les quantités optimales produites par les firmes sont telles que les coûts marginaux associés à ces quantités soient tous égaux entre eux (et égaux au coût marginal du cartel pour la quantité globale produite par l'ensemble des entreprises). Le cartel définit des quantités optimales plus faibles et un prix de vente plus fort, par rapport à un oligopole non coopératif. Le respect des « quotas » de production par les entreprises est une des principales sources d'éclatement d'un cartel.


Sources :

1. **Microéconomie, 2e édition** :

- Aprahamian, F., Bertrand, A., Besancenot, D., Ferrari, J.-B., & Huynh, K. . *Microéconomie : Cours, Méthodes, Exercices corrigés*. Collection Grand Amphi Économie, dirigée par Marc Montoussé. Éditions Bréal.

2. **Microéconomie, 5e édition** :

- Médan, P. . *Microéconomie : QCM et exercices corrigés, 9 sujets d'examen corrigés, avec rappels de cours*. 5e édition. Éditions Dunod.