Geometría Diferencial

Abraham Rojas

Índice general

Parte I

Basics

Capítulo 1

Introducción

Capítulo 2

Variedades diferenciales

Sea M un espacio topológico Hausdorff y segundo contable.

M es una **variedad topológica de dimensión** n si existe un **atlas**, que es una colección $\mathfrak{A}$ de pares $(U_i, \varphi_i)_{i \in I}$, donde

1. $\{U_i\}$ es un cubrimiento abierto de M,
2. para cada $i \in I$, φ_i es un homeomorfismo entre U_i y un abierto de $\mathbb{R}^n$.

Los elementos de un atlas son llamados **cartas**.

M es una **variedad diferenciable** si, para cada $i, j \in I$,

$$\varphi_i \circ \varphi_j^{-1}|_{\varphi_j(U_i \cap U_j)} \text{ es de clase } C^\infty.$$

Un mapa diferenciable es una función continua $f : M \to N$ entre variedades suaves tal que, para todo par de cartas (U, φ) y (V, ψ) de M y N, respectivamente, tenemos que

$$\psi \circ f \circ \varphi^{-1}|_{f^{-1}(V) \cap U} \text{ es de clase } C^\infty.$$

Proposición 1 *Las variedades diferenciables forman una categoría, tomando como morfismos los mapas diferenciables.*

Los isomorfismos en esta categoria son llamados **difeomorfismos**.

Ejemplo 1

Una variedad compleja de dimensión (compleja) n

Capítulo 3

Espacio tangente

3.1. Campos vectoriales

Capítulo 4

Algunas aplicaciones

4.1. Subvariedades

4.2. Grupos y Álgebras de Lie

4.3. Propiedades de las variedades

4.3.1. Orientación

4.3.2. Partición de la unidad

4.3.3. Preludios...

Capítulo 5

Formas diferenciales

5.1. Derivada (exterior)

5.2. Caso complejo

5.3. El Complejo de De Rham

5.3.1. La sequencia de Mayer-Vietoris

Capítulo 6

Integración

6.1. Teorema de Stokes

6.2. Dualidad de Poincaré

6.3. Género

6.4. Teoría de grado en variedades

Parte II

Geometría Riemannian

Parte III

Geometría Simpléctica