

数列の収束

野口 匠

2017 年 8 月 31 日

数列 $\{a_n\}$ を，漸化式

$$a_1 = 1 \tag{1}$$

$$a_{n+1} = \sqrt{a_n + 6} \tag{2}$$

によって帰納的に定義する．

このとき，

$$\forall \varepsilon > 0 \exists N \in \mathbb{N} \forall n \in \mathbb{N} (n \geq N \rightarrow |a_n - 3| < \varepsilon) \tag{3}$$

が成り立つので，この数列 $\{a_n\}$ は 3 に収束する，つまり，

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 3 \tag{4}$$

となる．