

复旦大学计算机科学技术学院

《代数结构与数理逻辑》期中考试试卷

A 卷 共 8 页

2015 年 5 月

课程代码: INF0120008.01-02

考试形式: 闭卷

(本试卷答卷时间为 120 分钟, 答案必须写在试卷上, 做在草稿纸上无效)

专业_____学号_____姓名_____成绩_____

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总分
得分											

一、判断下列结论是否正确, 并说明理由(每题 5 分, 其中判断正误 1 分, 说明理由 4 分, 共 20 分)。

1、对于任意非空集合 S , 所有 S 到自身的映射构成的集合关于映射的复合运算构成群。

2、任意一个置换可以唯一分解为若干个对换的乘积。

3、指数为 2 的子群一定是正规子群。

4、 整数同余类 \mathbb{Z}_n 是关于同余类的加法和乘法构成域当且仅当 n 为素数。

二、 由 a 生成的 n 阶循环群 G ，其中 $b \in G$ ， $b = a^k$ ，证明当 $(k, n) = d$ 时， b 的阶为 n/d 。

三、 若 G 不是循环群，而且 G 的阶数为 6，证明 G 同构于三次对称群。

四、 证明： 特征数为 $p(p>0)$ 的整环 R ， 对任意 $x \in R$ ， 映射 $\Phi(x)=x^p$ 是同态映射。

五、 证明 $\mathbb{Z}[x]/(x^2+x+1)$ 是域， 并求 $(x^2+x+1)+x+2$ 和 $(x^2+x+1)+2x+1$ 的和与积。

六、 已知 $\mathbb{Z}[x]$ 上的理想 $I = (2, x^2+x+2)$

(1) 证明： I 不是主理想

(2) 证明： $\mathbb{Z}[x]/I \cong \mathbb{Z}_2[x]/(x^2+x+2)$

七、构造 $\text{GF}(125)$ 的一般形式，并求出所有本原元，并求本原多项式 $p(x)$ 使得 $F[x]/(p(x)) = \text{GF}(125)$ 。

八、证明：不可约多项式有一个根是本原元，那么全部根都是本原元。