### MC202 - Estruturas de Dados

Guilherme P. Telles

IC

18 de abril de 2023

MC202 1 / 54

### **Avisos**

- Estes slides contêm erros.
- Estes slides são incompletos.
- Estes slides usam português anterior à reforma ortográfica de 2009.

MC202 2 / 54

# Parte I

# Estruturas de dados

MC202 3 / 54

#### Estruturas de dados

- Uma **estrutura de dados** é uma forma de organizar registros  $R_1, R_2, \ldots, R_n$  na memória para permitir operações eficientes sobre esses dados.
- Cada registro tem um identificador único (chave) e outros dados de interesse da aplicação (dados satélites).
- A chave tipicamente é um número inteiro. Se não for, isso não muda as estruturas de dados mas pode mudar o desempenho delas.

MC202 4 / 5-

#### • Exemplos são

- registros de pessoas com chave CPF,
- registros de veículos com chave Renavan,
- registros de estudantes da U com chave RA,
- registros de produtos em uma loja com chave código-de-barras,

etc.

MC202 5 / 54

- Quando considerarmos as estruturas de dados vamos considerar:
  - A composição dos dados e a forma como mudam.
  - O tipo e frequência das operações realizadas sobre os dados.
  - A eficiência em tempo e memória.

MC202 6 / 54

### Visões

- Quando estudamos as estruturas de dados alternamos entre duas visões: a de quem usa (especificação) e a de quem constrói (implementação).
- Para a especificação usa-se o conceito de tipo abstrato de dados:
  - Um TAD especifica um tipo de dados em termos dos valores que ele pode assumir e em termos da semântica das operações que podem modificá-lo, independentemente de implementação.
  - Nossa especificação de TADs vai ser pouco rigorosa.
- Para a implementação levaremos em conta as particularidades da linguagem de programação e alguns detalhes do hardware onde a estrutura de dados vai ser processada.

MC202 7 / 54

# Situações triviais

- Se o volume de dados é muito pequeno então colocar os dados em um array e fazer uma busca seqüencial provavelmente é uma boa solução.
  - Por exemplo, registrar 20 pessoas por CPF.
  - As operações não levarão tempo constante, mas são tão poucos dados que qualquer solução mais sofisticada não será mais eficiente ou terá um ganho de eficiência irrisório.
- Se a freqüência de acesso aos dados é muito pequena (processamentos anuais, bienais etc.) então provavelmente não será vantajoso usar alguma estrutura de dados sofisticada.

MC202 8 / 54

#### Roteiro

- Formas lineares de organizar memória: arrays e listas encadeadas
- Estruturas de dados básicas
- Recursão
- Formas hierárquicas de organiza memória: árvores
- Filas de prioridades
- O problema da busca
- O problema da ordenação
- Grafos

MC202 9 / 5<sup>2</sup>

# Parte II

# Estruturas de dados

MC202 10 / 54

# Dois "modelos" de organização de memória

- acesso aleatório: a memória consiste de posições consecutivas em que cada posição armazena um registro e seus campos. Cada registro pode ser modificado ou recuperado acessando diretamente a posição que ele ocupa na memória, em tempo constante.
  - Array
- encadeado: a memória consiste de nós. Cada nó contém um registro. Campos do registro no nó podem ser apontadores. Para modificar ou recuperar um registro, o endereço dele deve ser conhecido.
  - Listas encadeadas, árvores
- Podem ser combinados em estruturas de dados.

MC202 11 / 54

Arrays

MC202 12 / 54

# Array

- Um array é formado por elementos consecutivos.
- Cada elemento do array pode ser lido ou escrito fazendo apenas um acesso à memória ocupada pelo array.
- O número de elementos de um array e o número de bytes que cada elemento ocupa são definidos quando ele é criado e não mudam.
- Um array com mais de uma dimensão é apenas uma visão diferente de um array com uma única dimensão.
  - P.ex., uma matriz na memória é um vetor onde as linhas são colocadas sucessivamente.

MC202 13 / 54

- Nomenclatura:
  - array, arranjo
  - array unidimensional: vetor
  - array bidimensional: matriz
- Algumas linguagens de programação não têm arrays de verdade.

• C tem e já sabemos usar.

MC202 14 / 54

Vetores dinâmicos

MC202 15 / 54

#### Vetor

- Um vetor permite acesso direto a cada elemento. Isso é uma vantagem.
- O tamanho de um vetor não muda. Isso é uma limitação.

MC202 16 / 54

### Vetor dinâmico

- Um vetor dinâmico é um vetor associado com um método para aumentá-lo e reduzi-lo de acordo com a ocupação.
- Útil quando o número de registros que tem que ser armazenado não é conhecido antecipadamente.

MC202 17 / 54

#### Redimensionamento

- Uma forma bem estabelecida é:
  - Quando não há mais posições vazias e acontece uma inserção então o tamanho dobra.
  - Quando 3/4 das posições estão vazias e acontece uma remoção então o tamanho é reduzido à metade.
- O tamanho mínimo pode ser 1 (todos os tamanhos serão potências de 2) ou outra constante.

MC202 18 / 54

## Inserção

- Antes de inserir um elemento testamos o número de posições ocupadas.
- Se o vetor estiver totalmente ocupado, criamos um vetor maior, copiamos os dados e liberamos o vetor antigo.

MC202 19 / 54

```
INSERT(A, x)
 1 if A.k == 0
         allocate A. array with 1 slot
 3
         A, k = 1
         A.\ell = 0
    elseif A.\ell == A.k
 6
          allocate new-array with 2 \times A. k slots
          insert all items in A. array into new-array
 8
         free A. array
          A. array = new-array
         A.k = 2 \times A.k
10
11
    insert x into A. array
12 A.\ell = A.\ell + 1
```

MC202 20 / 54

## Remoção

- Depois de remover um elemento testamos o número de posições ocupadas.
- Se o vetor ficou pouco ocupado, criamos um vetor menor, copiamos os dados e liberamos o vetor antigo.

MC202 21 / 54

```
DELETE(A, x)
```

- 1 delete x from A. array
- 2  $A.\ell = A.\ell 1$
- 3 **if**  $A.\ell == 0$
- 4 free A. array
- 5 A.k = 0
- 6 elseif  $A.\ell == A.k/4$
- 7 allocate new-array with A.k/2 slots
- 8 insert all items in A. array into new-array
- 9 free A. array
- 10 A. array = new-array
- 11 A.k = A.k/2

MC202 22 / 54

- Os detalhes das operações que foram chamadas de inserção e remoção não são importantes no que diz respeito ao vetor dinâmico.
- O que é importante é que o vetor pode ficar mais ou menos cheio.

MC202 23 / 54

# Desempenho

- Os dados podem ter que ser movidos quando o vetor é redimensionado, o que tem custo:
  - de tempo para copiar os dados.
  - de memória, já que ao redimensionar deve haver espaço para as duas cópias.

MC202 24 / 54

- Esse processo de ficar copiando os dados sempre que o vetor é redimensionado é eficiente em tempo?
- Para essa política de redimensionamento é: para cada dado inserido ou removido são realizadas em média menos de 3 operações de escrita no vetor, incluindo as cópias durante **todos** os redimensionamentos.

MC202 25 / 54

- Para ver que isso é verdade suponha que o vetor tem tamanho 2m e acabou de ser redimensionado.
- Suponha que cada nova inserção custa uma operação de escrita e "deposita" 2 operações de escrita em uma poupança.
- Quando o vetor estiver cheio teremos  $2 \times 2m$  operações de escrita na poupança e usamos essa poupança para copiar os dados no novo vetor.

MC202 26 / 54

- Para a remoção, suponha que o vetor tem tamanho m e que uma remoção acabou de ocorrer deixando a ocupação do vetor igual a m/4.
- Suponha que cada uma das 3m/4 remoções que aconteceram antes custou uma operação de memória e "depositou" 1/3 de operação de escrita na poupança.
- Então a poupança acumulou pelo menos m/4 operações de memória e usamos essa poupança para copiar os dados no novo vetor.

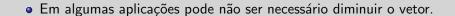
MC202 27 / 54

- Logo a sobrecarga para verificar o tamanho do vetor e redimensionar causa apenas um aumento constante (pequeno) no número de operações por inserção e remoção no vetor, o que é bastante eficiente.
- Essas contas valem para uma política de redimensionamento como PG de razão 2 realizado apenas quando o vetor está cheio ou 3/4 vazio.

MC202 28 / 54

- Para outras políticas de redimensionamento, as contas e a conclusão sobre o desempenho podem ser diferentes.
- Em particular,
  - Quanto maior a razão, menor o custo por operação e mais "espaço não-ocupado".
  - Quanto menor a razão, maior o custo por operação e menos "espaço não-ocupado".

MC202 29 / 54



MC202 30 / 54

# Arrays dinâmicos

• Essas idéias são generalizáveis para arrays com mais dimensões.

MC202 31 / 54

Vetores de bits

MC202 32 / 54

### Vetor de bits

- Há dados que têm apenas dois estados: aprovado/reprovado, marcado/não-marcado, vendido/não vendido etc.
- Para armazenar dados binários precisamos no máximo de 1 bit para cada item.
- Não é comum encontrar um tipo primitivo de apenas um bit nas linguagens de programação.

MC202 33 / 54

- Em C, o menor inteiro tem 8 bits: unsigned char (quase sempre) ou uint8\_t.
- Em um vetor binário desses tipos, vamos usar de fato apenas  $\frac{1}{8}$  do espaço ocupado.

MC202 34 / 54

- Podemos implementar um vetor de bits usando operadores bit-a-bit e máscaras.
- Uma máscara é uma palavra com padrão de bits bem definido.
- Para construir máscaras para selecionar um único bit usamos deslocamento e negação bit-a-bit.

MC202 35 / 54

- As operações básicas são set, reset e test para cada bit do vetor.
  - set atribui o valor 1 a um bit.
  - reset atribui o valor 0 a um bit.
  - ▶ test determina se um bit é 0 ou 1.

MC202 36 / 54

		01011000			01011000
set	-	00000010		1	00001000
		01011010	_		01011000
		01011010			01011000
reset	&	11111101		&	11111101
		01011000			01011000

MC202 37 / 5<sup>4</sup>

		01011000		01011000
set	-1	0000010	- 1	00001000
		01011010		01011000
		01011010		01011000
reset	&	11111101	&	11111101
		01011000		01011000
		01011010		01011000
test	&	0000010	&	00000010
		0000010		0000000

MC202 37 / 5<sup>4</sup>

### Em C

bitarray-char.h
bitarray-char.c
bitarray-char-main.c

MC202 38 / 54

• A forma considerada "clássica" é por macros para manipular um vetor de unsigned char.

```
#define nslots(n) (((n)>>3)+1)
#define set(A,i) ((A)[(i)>>3] |= 0x80 >> ((i) & 7))
#define reset(A,i) ((A)[(i)>>3] &= ~(0x80 >> ((i) & 7)))
#define test(A,i) (((A)[(i)>>3] & (0x80 >> ((i) & 7))) ? 1 : 0)
```

```
unsigned char *B = calloc(nslots(51), sizeof(unsigned char));
set(B,13)
reset(B,50)
if (test(B,0)) {
```

MC202 39 / 54

Listas encadeadas

MC202 40 / 54

#### Lista encadeada

- É formada por nós encadeados em seqüência.
- Cada nó guarda um registro de dados e um dos campos é o endereço do próximo nó.
- O último nó da lista encadeada aponta para um endereço especial, o endereço nulo.
- O primeiro nó é chamado de cabeça e o último é chamado de cauda (ou rabo).
- Também é chamada de lista ligada.

MC202 41 / 5<sup>2</sup>

- Listas encadeadas podem aumentar e diminuir de tamanho.
- Permitem inserções e remoções de nós em qualquer posição.

• Não permitem acesso direto a um nó.

MC202 42 / 54

## Exemplos de nó

```
struct player {
  char* nick;
  char* name;
  int age;
  int id;
  struct player* next;
};

typedef struct player player;
```

MC202 43 / 54

### Exemplos de nó

```
struct player {
  char* nick;
  char* name;
  int age;
  int id;
  struct player* next;
};
typedef struct player player;
struct node {
 int data;
  struct node* next;
};
typedef struct node node;
```

MC202 43 / 54

#### Em C

- Encontramos duas formas principalmente:
  - usando apenas um apontador para representar a lista encadeada,
  - usando um registro para representar a lista encadeada.

MC202 44 / 54

## Representação apenas com um apontador

- A forma mais simples de representar uma lista encadeada em C é como um apontador para a cabeça.
- Uma lista encadeada vazia é um apontador nulo.
- O apontador para a cabeça da lista encadeada é passado (por referência) para funções que manipulam a lista.

MC202 45 / 54

## Representação com registro

- Nessa forma definimos de um registro (e um tipo) para a lista encadeada.
- Esse registro guarda pelo menos um apontador para a cabeça. Ele também pode guardar outras informações a respeito da lista, como um apontador para o rabo, o tamanho da lista etc.
- Uma lista encadeada vazia é uma lista com a cabeça nula.

MC202 46 / 54

### Vamos fazer

- Inserir
- Procurar
- Remover
- Verificar se duas listas encadeadas são iguais

MC202 47 / 54

#### Nó sentinela

• Um nó sentinela (ou dummy) é um nó adicionado à lista encadeada para marcar uma posição e sinalizar alguma condição.

MC202 48 / 54

#### Sentinela no início

- Nesse caso qualquer lista encadeada contém pelo menos um nó.
- Permite escrever programas mais homogêneos, que não precisam tratar o caso de lista encadeada vazia.

MC202 49 / 54

#### Lista encadeada circular

• Na lista encadeada circular o rabo aponta para a cabeça e o apontador para a lista aponta para o rabo.

MC202 50 / 54

#### Lista encadeada circular

- Na lista encadeada circular o rabo aponta para a cabeça e o apontador para a lista aponta para o rabo.
- Dessa forma, mantendo um único apontador é possível ter acesso à cabeça e ao rabo e é possível inserir no início e no fim.

MC202 50 / 54

### Lista duplamente encadeada

 Na lista duplamente encadeada cada nó aponta para seu sucessor e para seu predecessor.

MC202 51 / 54

## Lista duplamente encadeada

- Na lista duplamente encadeada cada nó aponta para seu sucessor e para seu predecessor.
- Normalmente mantemos um apontador para a cabeça um apontador para o rabo da lista.
- Usa mais memória por nó.
- Há mais flexibilidade para navegar na lista e para modificá-la.

MC202 51 / 54

## Combinações e modificações

- Combinações e modificações dos tipos de listas anteriores são possíveis.
- Por exemplo, lista duplamente encadeada com sentinela, lista duplamente encadeada circular etc.

MC202 52 / 54

# Lista exógena

- As listas que consideramos até aqui são endógenas: cada nó armazena os dados e o(s) apontador(es) que encadeiam.
- Na lista exógena, cada nó armazena o(s) apontador(es) que encadeiam e um apontador para os dados. Isto é, os dados estão fora da lista.
- Pode ser mais econômica em memória quando há muitas repetições dos elementos da lista.
- Pode ser mais econômica em tempo quando há movimentações de nós entre listas e os dados são grandes, p.ex.
   dividir uma lista em k outras listas por intervalo de algum valor, calcular a interseção de listas.

MC202 53 / 54

#### Estrutura recursiva

- Uma lista encadeada é uma estrutura recursiva: cada nó tem uma referência para uma estrutura menor e do mesmo tipo.
- Logo, funções recursivas podem ser usadas com listas encadeadas.

MC202 54 / 54