

# Pontifícia Universidade Católica do Paraná

Disciplina: Resolução de Problemas com Lógica Matemática (RPLM)

## Lista de Exercícios 2

Nome: Enzo Ennio B. Chivatto

1. Faça a tabela-verdade das fórmulas abaixo. Classifique cada uma em **tautologia**, **contradição** ou **contingência**:

a)  $(\neg p \sqcap \neg q)$

p	q	$(\neg p \wedge \neg q)$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	F

Contingência

b)  $\neg((p \rightarrow q) \rightarrow \neg(q \rightarrow p))$

p	q	$\neg((p \rightarrow q) \rightarrow \neg(q \rightarrow p))$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Contingência

c)  $(p \rightarrow (q \rightarrow r))$

p	q	r	$(p \rightarrow (q \rightarrow r))$
F	F	F	V
F	F	V	V
F	V	F	V
F	V	V	V
V	F	F	V
V	F	V	V
V	V	F	F
V	V	V	V

Contingência

d)  $((p \sqcap q) \rightarrow r)$

p	q	r	$((p \wedge q) \rightarrow r)$
V	V	V	V
V	V	F	F
V	F	V	V
V	F	F	V
F	V	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V
F	F	F	V

Contingência

e)  $((p \rightarrow \neg q) \sqcup q)$

p	q	$((p \rightarrow \neg q) \vee q)$
F	F	V
F	V	V
V	F	V
V	V	V

Tautologia.

f)  $((p \sqcup q) \sqcup (r \sqcup s))$

p	q	r	s	$((p \wedge q) \vee (r \wedge s))$
V	V	V	V	V
V	V	V	F	V
V	V	F	V	V
V	V	F	F	F
V	F	V	V	V
V	F	V	F	F
V	F	F	V	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	V	V	F	V
F	V	F	V	V
F	V	F	F	F
F	F	V	V	V
F	F	V	F	F
F	F	F	V	V
F	F	F	F	F

Contingência

$$g) ((\neg p \sqcup q) \rightarrow (\neg q \sqcup r))$$

p	q	r	$((\neg p \wedge q) \rightarrow (\neg q \wedge r))$
V	V	V	$F \rightarrow F$ (V)
V	V	F	V
V	F	V	V
V	F	F	V
F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	V
F	F	F	V

Contingência

h)  $((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)))$

p	q	r	$((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)))$
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	V
V	F	F	V
F	V	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V
F	F	F	V

tautologia

i)  $(p \rightarrow p)$

p	$p \rightarrow p$
V	V
F	V

tautologia

j)  $((q \sqcup r) \rightarrow (\neg r \rightarrow q))$

q	r	$((q \sqcup r) \rightarrow (\neg r \rightarrow q))$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	V

tautologia

l)  $((p \sqcap \neg q) \sqcap ((q \sqcap \neg r) \sqcap (r \sqcap \neg p)))$

p	q	r	$((p \sqcap \neg q) \sqcap ((q \sqcap \neg r) \sqcap (r \sqcap \neg p)))$
V	V	V	F
V	V	F	F
V	F	V	F
V	F	F	F
F	V	V	F
F	V	F	F
F	F	V	F
F	F	F	F

contingência

$$m) ((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \wedge \neg q) \vee r))$$

p	q	r	$((p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \wedge \neg q) \vee r))$
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	V
V	F	F	V
F	V	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V
F	F	F	V

contingência

$$n) ((q \vee \neg q) \rightarrow (p \wedge \neg p))$$

p	q	$((q \vee \neg q) \rightarrow (p \wedge \neg p))$
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	F

contradição

$$o) (p \wedge ((q \leftrightarrow q) \rightarrow \neg p))$$

p	q	$(p \wedge ((q \leftrightarrow q) \rightarrow \neg p))$
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	F

contradição

p)  $p \sqcup \neg(q \sqcup r)$

p	q	r	$p \uparrow \neg(q \sqcup r)$
V	V	V	F
V	V	F	F
V	F	V	F
V	F	F	V
F	V	V	F
F	V	F	V
F	F	V	V
F	F	F	V

Contingência

q)  $\neg p \sqcup (q \sqcup p)$

p	q	$\neg p$	$q \sqcup p$	$\neg p \sqcup (q \sqcup p)$
V	V	F	V	V
V	F	F	V	V
F	V	V	V	V
F	F	V	F	V

Contingência

r)  $(p \sqcup q) \sqcup p$

p	q	$p \uparrow q$	$(p \uparrow q) \sqcup p$
V	V	F	V
V	F	V	V
F	V	V	V
F	F	V	V

Contingência

s)  $(\neg p \sqcup q) \sqcup q$

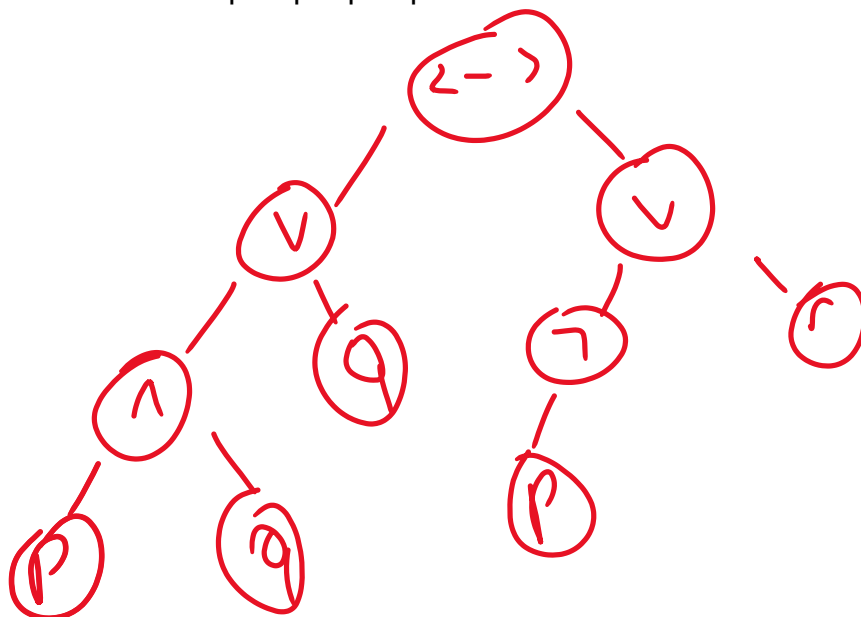
p	q	$\neg p$	$(\neg p \wedge q)$	$(\neg p \wedge q) \vee q$
V	V	F	F	V
V	F	F	F	F
F	V	V	V	V
F	F	V	F	F

contingência

2. Para cada sentença a seguir deve-se:

□ Construir a árvore sintática

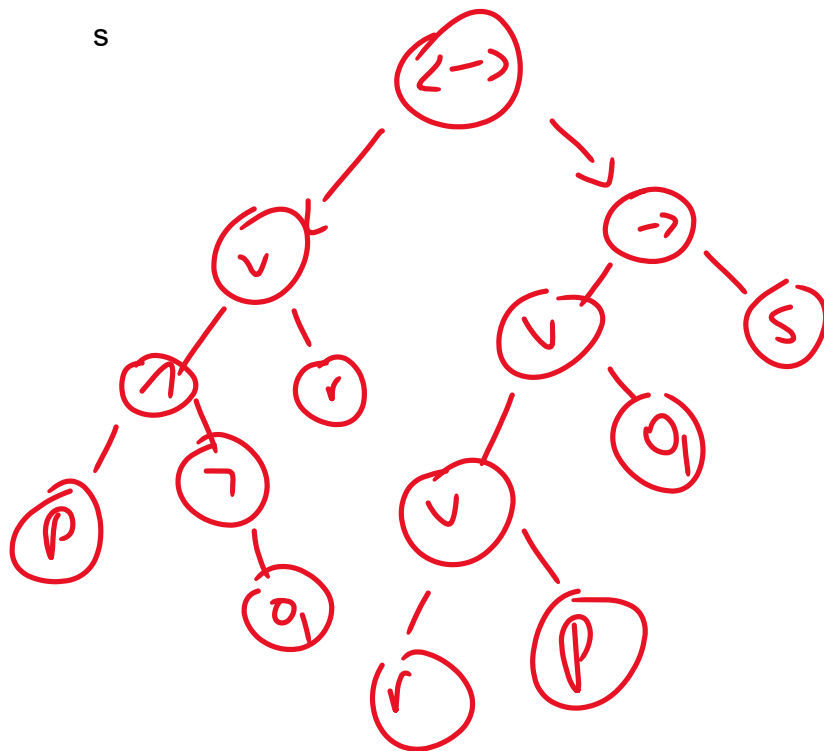
i.  $p \sqcup q \sqcup q \sqcup \neg p \sqcup r$





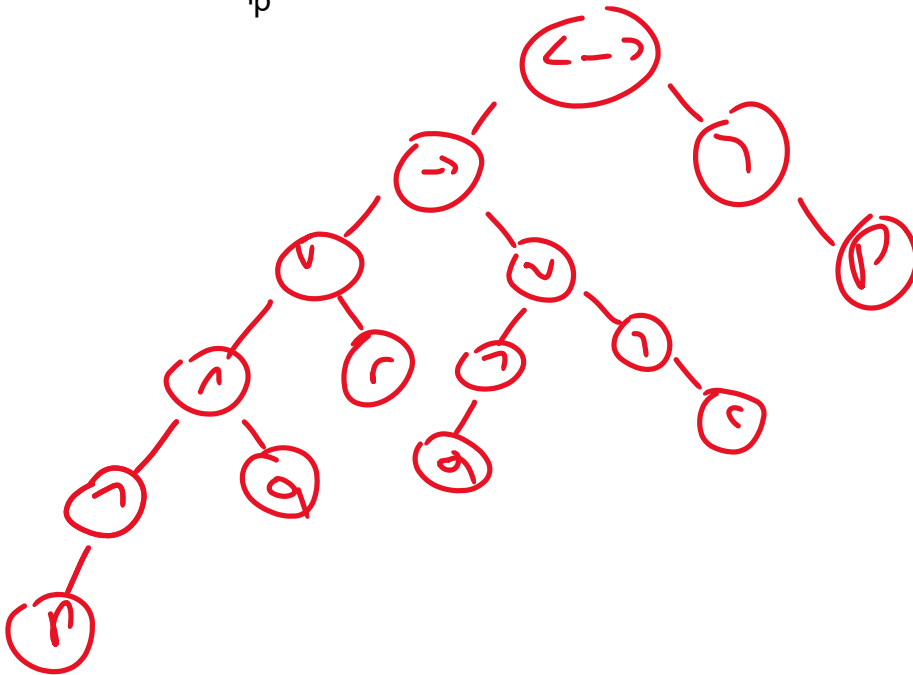
ii.  $p \sqcap \neg q \sqcap r \sqcap r \sqcap p \sqcap q \rightarrow$

s

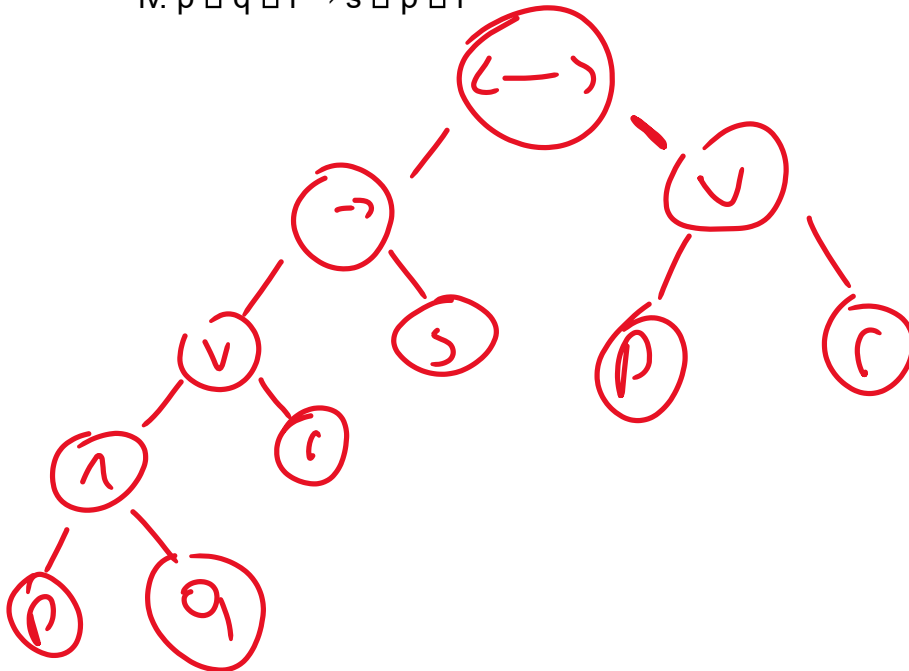


iii.  $\neg p \wedge q \wedge r \rightarrow \neg q \wedge \neg r$

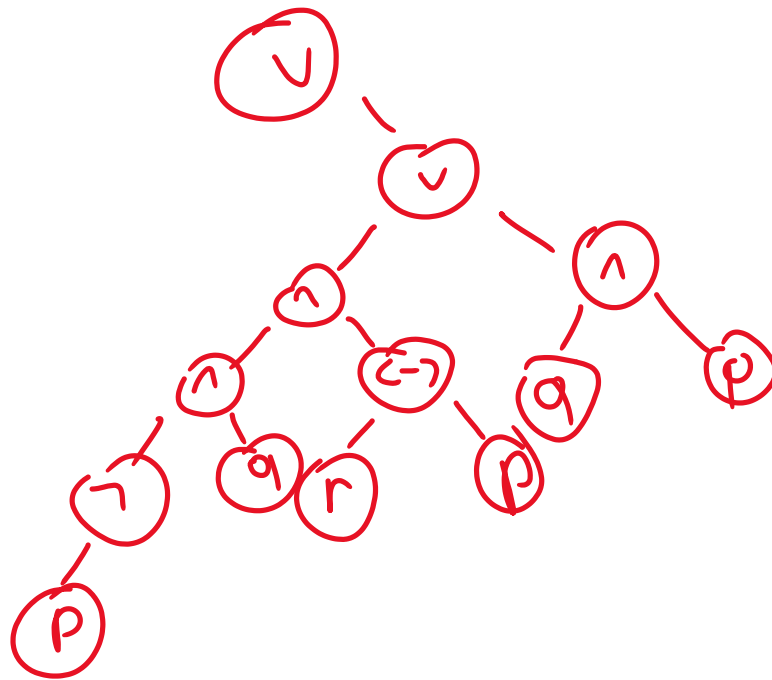
$\neg p$



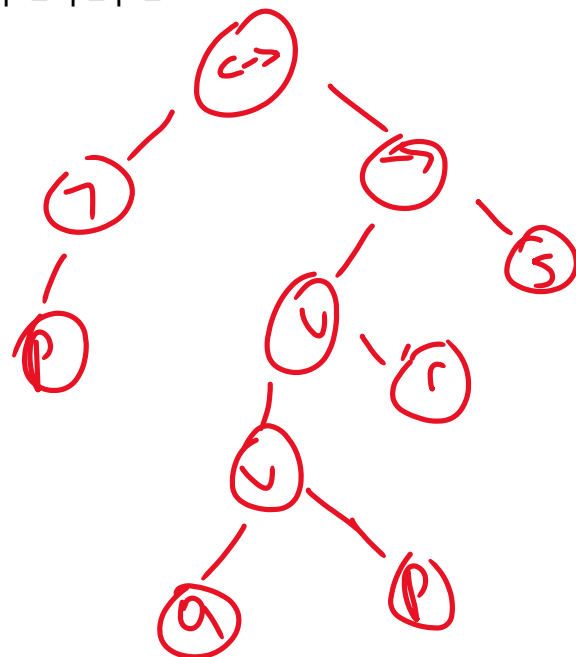
iv.  $p \wedge q \wedge r \rightarrow s \wedge p \wedge r$



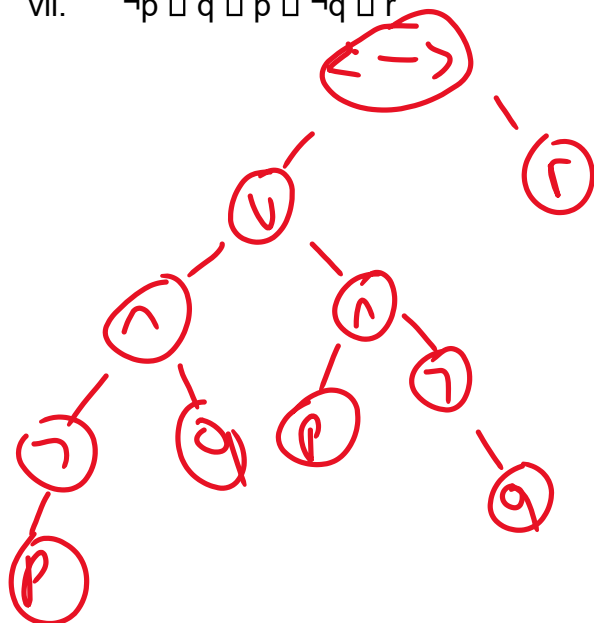
v.  $\neg p \sqcap q \sqcap (r \sqcap p) \sqcap q \sqcap p$   
 $\sqcap r$



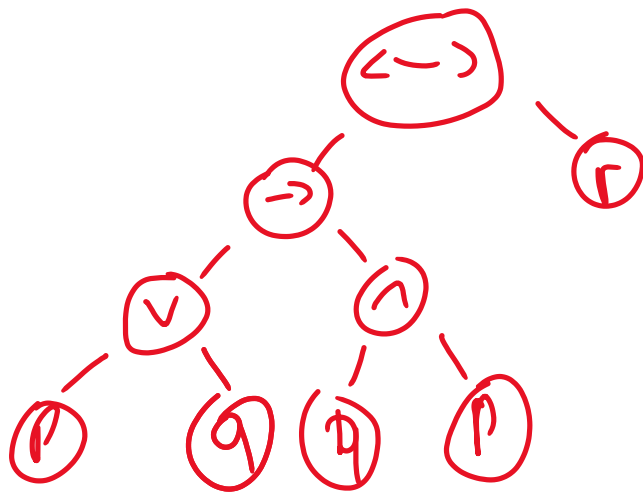
vi.  $\neg p \sqcap q \sqcap p \sqcap r \rightarrow s$



vii.  $\neg p \sqcap q \sqcap p \sqcap \neg q \sqcap r$



viii.  $p \sqcup q \rightarrow q \sqcup p \sqcup r$



3. Através da tabela-verdade, verifique:

- Se as fórmulas **A** e **B** dos pares abaixo são equivalentes;
- Se existe consequência lógica (implicação lógica) entre as fórmulas dos pares abaixo.

i. **A**  $\equiv (p \rightarrow q)$  ; **B**  $\equiv (\neg q \rightarrow \neg p)$

$p$	$q$	$(p \rightarrow q)$	$q$	$p$	$(\neg q \rightarrow \neg p)$	<b>A</b>	<b>B</b>
V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V	F	V
F	V	V	V	F	F	V	F
F	F	V	F	F	V	V	V

$A \neq B$   
 $B \neq A$

ii. **A**  $\equiv ((p \sqcup q) \sqcup r)$  ; **B**  $\equiv ((p \sqcup r) \sqcup (q \sqcup r))$

$p$	$q$	$r$	$(p \sqcup q)$	$((p \sqcup q) \sqcup r)$	$(p \sqcup r)$	$(q \sqcup r)$	$((p \sqcup r) \sqcup (q \sqcup r))$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	V	V	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	F	F	F	F	F

**A**  $\rightarrow$  **B**  
tautologia

**B**  $\rightarrow$  **A**

$A \neq B$   
 $B \neq A$

iii.  $A \equiv ((\neg p \vee \neg q) \rightarrow (\neg r \vee q))$  ;

$B \equiv (r \rightarrow (q \vee p))$

p	q	r	$((\neg p \wedge \neg q) \rightarrow (\neg r \vee q))$	$((\neg p \vee \neg q) \wedge (r \vee q)) \rightarrow ((\neg p \vee \neg q) \vee (r \vee q))$
T	T	T	T	T
T	T	F	T	T
T	F	T	T	T
T	F	F	T	T
F	T	T	T	T
F	T	F	T	T
F	F	T	T	T
F	F	F	T	T

$(r \rightarrow (q \vee p))$

T
T
T
T
T
T
T
T
T

$A \rightarrow B$  tautologia  $A \equiv B$   $A \models B$   
 $B \rightarrow A$

iv.  $A \equiv ((\neg p \vee q) \rightarrow r)$

;  $B \equiv ((p \vee \neg q) \vee r)$

B

p	q	r	$((\neg p \vee q) \rightarrow r)$	$((p \vee \neg q) \vee r)$
T	T	T	T	T
T	T	F	F	T
T	F	T	T	T
T	F	F	T	T
F	T	T	T	T
F	T	F	T	T
F	F	T	T	T
F	F	F	T	T

$A \rightarrow B$   $B \rightarrow A$   
 tautologia

$A \neq B$   $A \not\models B$



v.  $A \equiv (\neg p \rightarrow (q \vee r))$

;  $B \equiv (\neg q \rightarrow (\neg r \rightarrow p))$

p	q	r	$q \vee r$	$(\neg p \rightarrow (q \vee r))$	$(\neg r \rightarrow p)$	$(\neg q \rightarrow (\neg r \rightarrow p))$
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V
V	F	V	V	V	F	F
V	F	F	F	F	V	V
F	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V
F	F	F	F	F	V	V

$A \rightarrow B$  tautologia  
 $B \rightarrow A$

$A \equiv B$   
 $A \models B$

4. Sejam:

- a) Negrão e Maurício são jogadores da Seleção Brasileira de Vôlei (v);
- b) Negrão está contundido (v);
- c) O Brasil tem uma boa Seleção de Vôlei Masculino (v);
- d) A Seleção de Vôlei não está desfalcada (f).

Dar o valor lógico das seguintes fórmulas:

- i.  $a \rightarrow d \equiv F$
- ii.  $(a \wedge b) \wedge \neg d \equiv V$
- iii.  $(\neg b \rightarrow a) \rightarrow (c \rightarrow d) \equiv V \rightarrow F \equiv F$
- iv.  $(a \wedge b) \wedge \neg d \equiv V \wedge V \equiv V$

5. Se  $(p \wedge r)$  tem valor (v), qual valor de q para que o enunciado abaixo seja (v)?

$$\neg \neg (p \wedge r) \rightarrow \neg p \wedge q$$

Q precisa ser V para satisfazer o enunciado

p	q	r	$\neg \neg (p \wedge r) \rightarrow \neg p \wedge q$
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	V
V	F	F	V
F	V	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V
F	F	F	V

6. Admitindo-se verdadeiro o condicional  $\neg(p \rightarrow q)$ . Dar o valor lógico de:

- a)  $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \sqcap r)$  *é verdadeiro de acordo com o valor de R*
- b)  $(q \sqcap r) \rightarrow ((p \rightarrow \neg q) \rightarrow r)$  *é falso independentemente de R*
- c)  $(p \rightarrow r) \rightarrow ((q \sqcap r) \rightarrow (p \rightarrow r))$   
*é verdade independentemente de R*

7. Verificar se as informações dadas abaixo são verdadeiras ou falsas. Justificar sua resposta.

- a) Uma fórmula é válida se sua negação é insatisfatível; *U*  
*uma fórmula é válida se todas as formas forem verdadeiras, insatisfatível se forem falsas*
- b) Se uma fórmula é insatisfatível então sua negação é inválida; *F*  
*para a fórmula ser insatisfatível, precisa de apenas um resultado negativo*
- c) Uma fórmula é inválida se há pelo menos uma interpretação sob a qual a fórmula é falsa; *U*  
*uma fórmula inválida possui pelo menos um "falso"*
- d) Se uma fórmula é satisfatível então há pelo menos uma interpretação sob a qual a fórmula é verdadeira; *U*  
*uma fórmula satisfatível possui pelo menos 1 "verdadeiro"*
- e) Se uma fórmula é satisfatível então ela é válida; *F*  
*uma fórmula válida possui apenas "verdades", se satisfatível implica que há falsos*

f) Uma fórmula é inválida se é insatisfatível. ✓

Para ser inválida, é necessário 1 falso, insatisfatível implica apenas falsos

8. Justificar:

a)  $p \sqcap \neg p$  é insatisfatível – contradição;

A conjunção de uma proposição não podem ser simultaneamente verdadeiras

b)  $p \sqcup \neg p$  é válida – tautologia;

A disjunção de uma proposição e sua negação são sempre verdadeiras

c)  $p \rightarrow \neg p$  é satisfatível;

A implicação de uma proposição e sua negação são sempre verdadeiras quando a proposição é falsa.