

Primer Encuentro Regional de la Unión Matemática Argentina – UNSa
22 al 24 de mayo de 2017

Cuestiones sobre la articulación entre niveles de la escolaridad obligatoria en torno a contenidos de espacio y geometría

Dilma Fregona, FAMAF, UNC , Argentina
fregona@famaf.unc.edu.ar

Iris Dipierri, FAMAF, UNC, Argentina
dipierri@famaf.unc.edu.ar

Plan del taller

Cada sesión tendrá dos tipos de actividades: discusión de algunos fragmentos bibliográficos y resolución de problemas de construcciones

Referencias bibliográficas

1. Primera sesión: conocimientos espaciales y conocimientos geométricos (M. H. Salin). Relaciones con objetos e instituciones, sujetos... (Y. Chevallard)
2. Segunda sesión: aspectos de una obra matemática (Y. Chevallard)
3. Tercera sesión: análisis de propuestas de enseñanza, evaluación del taller

Referencias bibliográficas

Chevallard, Y., Bosch, M. y Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje*, pp. 123-126, pp.141-147. ICE-Horsori, Universitat de Barcelona.

Chevallard, Y. (2006). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique, en Ruiz-Higueras et al (eds). *Sociedad, Escuela y Matemáticas*, Universidad de Jaén, España.

Chevallard, Y. (2010). *Didactique fondamentale. Notes & documents*, Université de Provence, France.

Chevallard, Y. (2013). De la transposición didáctica a la teoría antropológica de lo didáctico. Curso dictado en FAMAF, Córdoba, Argentina, 26 al 29 de noviembre. (Lecciones 4,5 y 6).

Salin, Marie-Hélène (2004). La enseñanza del espacio y la geometría en la enseñanza elemental. En López Ruiz (coord.), *Números, formas y volúmenes en el entorno del niño*, pp. 37-45. Ministerio de Educación y Ciencia, España.

Sessa, C. et al. (2015). La transformación del trabajo matemático en el aula del secundario a partir de la integración de las computadoras, en *Prácticas pedagógicas y políticas educativas. Investigaciones en el territorio bonaerense*, pp. 137-164. UNIPE: Editorial Universitaria.

En el vínculo que sigue podrán encontrar la bibliografía que tenemos disponible en versión digital así como las construcciones analizadas.

https://docs.google.com/document/d/1wHtPeRGsU-BnqvG_8tdbz-kqYtxFljnAu2jq2guu9Qw/edit

Conocimientos espaciales y conocimientos geométricos (M. H. Salin)

¿Con qué criterios diferenciar los conocimientos espaciales de los conocimientos geométricos? [La fuente verde identifica los conocimientos espaciales.] En el marco de la teoría de las situaciones didácticas, la autora decide:

- diferenciar los tipos de conocimientos en función de los tipos de problemas en las que estos conocimientos se movilizan,
- tomar el término “geometría” en sentido estricto.

Criterios para diferenciar unos de otros:

- ✓ Tipos de problemas,
 - la finalidad concierne al espacio sensible;
 - tratan acciones de fabricar, desplazarse, desplazar, dibujar, comunicar acciones o constataciones,

- el éxito o el fracaso está en la comparación entre el resultado esperado y el obtenido,

En los problemas de geometría,

- el medio es un espacio conceptualizado, por ejemplo el de las figuras-dibujos, donde en la resolución aparece el carácter necesario de ciertas propiedades de los objetos,
- tratan acciones de construir, justificar, demostrar, explorar la existencia de objetos determinados,
- el éxito está en la validez de las declaraciones apoyadas sobre razonamientos que siguen las reglas del debate matemático,

✓ génesis de los conocimientos,

Los conocimientos espaciales se aprenden en las relaciones del sujeto con el espacio sensible, en su intento por anticipar, controlar,

Los conocimientos geométricos deben ser enseñados, como todo saber matemático

Fuerte vinculación entre ambos tipos de conocimientos: los problemas espaciales dieron origen a la geometría, los conocimientos geométricos pueden ser herramientas para resolver problemas espaciales.

✓ el vocabulario

Hay palabras comunes, aunque su significado a menudo no es el mismo. Por ejemplo, un objeto “rectangular”, un “vértice”, etc.

- ✓ la organización de los conocimientos,
La extensión y la estructura de los conocimientos espaciales espontáneos y culturales son poco conocidas,

Los conocimientos de geometría están identificados y organizados, y la estructuración cambió a lo largo de la historia,

- Problemáticas posibles de resolución de problemas espaciales
- ✓ La problemática práctica, donde el control es de manera empírica y contingente,
- ✓ La problemática de la modelización, construida en un sistema de conocimientos,

Un ejemplo de problemática espacial: el control que se realiza con las hileras de ladrillos. Cuando el espacio a completar en la hilera es menor que un ladrillo y medio, se colocan dos cortes mayores a medio ladrillo, esto tiene un valor estético y práctico ya que implica asentar dos cortes mayores a una mitad de ladrillo. (Tesis en elaboración del Prof. Darío Giménez, Centro de Estudios Avanzados, UNC.)



Aspectos de una obra matemática

(Y. Chevallard, 1997)

La constatación de la distancia entre las obras [construcciones humanas] matemáticas y su adaptación didáctica destruye la ilusión de transparencia de *la organización matemática escolar*.

Integrar aportes de diferentes fuentes para resolver el problema del currículo es un enfoque ingenuo, la elaboración del currículo de matemáticas requiere *reconstruir las obras matemáticas* que fueron creadas para dar respuesta a las cuestiones que el proyecto social propone para ser estudiadas y dicha reconstrucción es un trabajo de naturaleza esencialmente matemática.

¿De qué está hecha una obra matemática?

Toda obra surge como respuesta a una cuestión problemática.

Supongamos que la tarea problemática es: ¿es posible construir un triángulo si conocemos la medida de los tres lados?

Queremos dar respuesta a *cuestiones del mismo tipo*, y convertir un tipo de tareas inicialmente *problemáticas* en *tareas rutinarias*.

A la “manera de hacer” las tareas de una forma relativamente sistemática y segura, la llamamos *técnica*.

La existencia de una técnica supone la existencia de *un discurso interpretativo y justificativo de la técnica y de su ámbito de aplicabilidad y validez*. Llamamos a este discurso sobre la técnica una *tecnología*.

Ejemplo: el conjunto de puntos del plano a igual distancia d de un punto A es la *circunferencia* de centro A y radio d .

Llamaremos *teoría asociada a una técnica* a un discurso matemático suficientemente amplio como para interpretar y justificar la tecnología

Ejemplo: dos puntos determinan una recta y un segmento

Chevallard, Bosch y Gascón, 1997:125

[¿Cuál es el estatus de la última afirmación? Como veremos más adelante, hay discursos que cumplen una función tecnológica o teórica.]

Nueva formulación del problema del currículo. Chevallard, Bosch y Gascón, 1997:127

El punto de vista de la didáctica propone que el *problema de la elaboración del currículo*, que tradicionalmente había sido considerado como un problema esencialmente psicopedagógico, tiene un *componente matemático esencial*. No se trata únicamente de un problema de secuenciar y temporalizar los contenidos del currículo, sino de realizar un trabajo matemático de reorganización de los elementos técnicos, tecnológicos y teóricos que componen cada obra en base a las cuestiones a las que ésta responde. Se trata, en definitiva, de una verdadera *reconstrucción creativa* de las obras que forman el currículo.

Cuestiones planteadas en el resumen del taller:

- ¿Cómo distinguir un conocimiento espacial de uno geométrico?
 - ¿Qué aspectos de una obra matemática se ponen en juego en una construcción geométrica?
- ¿Cuándo una tecnología es coherente con la técnica empleada?
 - ¿Qué es lo que cumple una función tecnológica? ¿Y una función teórica?
- ¿Cómo incide la incorporación de un software desarrollado para el estudio de la geometría en los diferentes aspectos de una obra matemática?

Segundo encuentro, día 23-05,

- Discusión de algunas nociones de la teoría antropológica de lo didáctico, tomadas de textos de Chevallard, posteriores al de 1997,
- Resolución de un problema de construcción, análisis de la tarea y de algunas técnicas producidas por diferentes sujetos,
- ¿Podemos esbozar respuestas a las cuestiones planteadas en el resumen de este taller?

“Objeto” en la TAD está utilizado en sentido amplio, distingue los objetos ostensivos de los no ostensivos. También la “institución” es tomado en sentido amplio: una familia, una clase, una escuela, ...

La introducción de la noción de *relación* –de una persona x con un objeto o , o de una institución I con este objeto favorece el estudio de nuevas problemáticas [Alrededor de 1989 Chevallard comienza a trabajar con esa noción].

La noción de *praxeología* [alrededor de 1999] como vocablo que incluye: *saber, conocimiento y saber-hacer*.

¿De dónde nacen las relaciones personales o institucionales? La respuesta en la TAD sitúa el origen en la relación de una persona con un objeto *o*. En esa relación, hay cuestiones problemáticas, y el análisis praxeológico genera el concepto de *tipo de tareas*, expresado por un verbo que designa generalmente un *género* de tareas (comer, dibujar, calcular,...) y un complemento que *especifica* (comer una tortilla, calcular el producto de dos naturales,...)

[Una pregunta dirige estos conceptos, ¿cómo se hace?]

Para cumplir tareas de cierto tipo, necesitamos una “manera de hacerlo”, una *técnica* (fruto de una construcción social, institucional, personal).

Lección 5, Curso dictado en Córdoba, Chevallard, 2013

Tipos de tareas y técnicas forman el *bloque técnico-práctico*.

Si un tipo de tareas existe en una institución *I*, existe en *I* al menos una técnica que permite a los sujetos de *I* cumplir al menos algunas tareas de ese tipo. Llamamos *alcance* de la técnica al conjunto de tareas que esa técnica permite realizar efectivamente. La limitación del alcance de una técnica, induce la creación de nuevos tipos de tareas (¿subtareas?).

Hay que añadir otro fenómeno: la *dialéctica entre tipos de tareas y técnicas*. Una técnica impone la activación de tipos de tareas (¿subtareas?). A su vez, cada tipo de tareas (¿subtareas?) moviliza una técnica específica.

Lección 5, Curso dictado en Córdoba, Chevallard, 2013

La cuestión que una persona puede plantear es: ¿por qué lo haces así?

La respuesta que da *x* es un fragmento del discurso *tecnológico*, es un trozo de la *tecnología* de la técnica utilizada. La función que asume una tecnología es *justificar* la técnica a la que se refiere, *dar cuenta* de lo hecho y de lo por hacer.

La teoría es un “discurso” que complementa el discurso tecnológico para hacerse cargo de elementos no justificados o débilmente justificados en el discurso tecnológico disponible.

Es importante precisar que las nociones de tecnología y teoría deben entenderse *en vinculación con la institución o la persona* considerada. Es tecnología lo que, en una institución o para una persona, cumple la *función* tecnológica –justificar, aclarar la técnica o engendrarla cuando ya está dada.

Lo mismo, es *teoría* lo que asume, en esta institución o para esta persona, una *función* teórica.

Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique, Chevallard, 2006

Tercer encuentro:

- Recuperar las subtarear de los protocolos que muestra GeoGebra,
- Discutir el alcance de “explorar”
- Discusión de la noción de naturalización de una técnica, y de los momentos del estudio, tomado de textos de Chevallard, posteriores al de 1997,
- Aportes del texto de Sessa sobre el uso de TIC
- ¿Podemos esbozar respuestas a las cuestiones planteadas en el resumen de este taller?

Un fenómeno que afecta al bloque técnico-práctico es el de *naturalización* de la técnica. Cuando una técnica, en una institución, se vuelve rutinaria, en la institución se ve como natural, como *la* manera de cumplir tareas de cierto tipo.

[Una persona que ingresa a una institución, una publicación contextualizada, etc.]

Los seis momentos del estudio o momentos didácticos pueden ser descritos mediante las siguientes etiquetas: el momento del primer encuentro, el momento exploratorio, el momento del trabajo de la técnica, el momento tecnológico-teórico, el momento de la institucionalización y el momento de la evaluación

En relación al uso de TIC, GeoGebra en particular,

Sessa y su grupo se propusieron explorar las prácticas que conforman a los objetos matemáticos a partir de la introducción de ese programa como herramienta para el estudio matemático de la función cuadrática. (Sessa, 2015: 140)

La TAD identifica el doble rol de las técnicas, tanto en la producción de resultados (valor pragmático) como en la conformación de ideas sobre los objetos matemáticos y en la posibilidad de dar origen a nuevas preguntas (valor epistémico). (Sessa, 2015: 141)

Algunas notas tomadas de las actividades del día 22-05-2017

El Dr. Paulo Paulo Tirao, llamó a su conferencia “Describir, rotular, clasificar” y expresó al inicio que esas son *actitudes* presentes en el quehacer matemático. El Diccionario de la RAE da dos acepciones para la palabra actitud:

1. Postura del cuerpo, especialmente cuando expresa un estado de ánimo. *Las actitudes de un orador. La actitud agresiva del perro.*
2. f. Disposición de ánimo manifestada de algún modo. *Actitud benévola, pacífica, amenazadora, de una persona, de un partido, de un Gobierno.*

En su conferencia, mencionó varios verbos, ligados al quehacer matemático: predecir, descubrir, buscar sistemáticamente, aislar (en relación con la química, ¿es importante para la actividad matemática?), agrupar, calcular, determinar, medir, intuir, sospechar, y con ejemplos tomados de objetos matemáticos: describir, rotular (identificar una característica, etiquetar), clasificar...

Desde la TAD, con cada uno de esos verbos estamos ante tareas... ¿No habría que repensar cuáles son las actividades matemáticas que intentamos producir en las aulas?

¡¡Muchas gracias por vuestra participación!!