

# PRIMER ENCUENTRO REGIONAL DE LA UMA SALTA, 22-24 DE MAYO, 2017

## *Describir, rotular y clasificar*

*Paulo Tirao*

FAMAF - Univ Nac de Córdoba / CIEM - CONICET

1. La tabla periódica de los elementos
2. Algunos objetos matemáticos
  - a. Círculos
  - b. Triángulos
  - c. Transformaciones rígidas
  - d. Transformaciones lineales
3. El atlas de los grupos finitos simples

## 1. LA TABLA PERIÓDICA DE LOS ELEMENTOS

# TABLA PERIÓDICA DE LOS ELEMENTOS

**1** H 1,008  
hidrógeno

**3** Li 6,94  
litio

**4** Be 9,0122  
berilio

**7** N 14,0064  
nitrógeno

**8** O 15,999  
oxígeno

**9** F 18,998  
flúor

**10** Ne 20,180  
neón

**11** Na 22,990  
sodio

**12** Mg 24,304  
magnesio

**13** Al 26,981  
aluminio

**14** Si 28,086  
silicio

**15** P 30,974  
fósforo

**16** S 32,06  
azufre

**17** Cl 35,453  
cloro

**18** Ar 39,948  
argón

**19** K 39,098  
potasio

**20** Ca 40,078  
calcio

**21** Sc 44,956  
escandio

**22** Ti 47,88  
titanio

**23** V 50,942  
vanadio

**24** Cr 51,996  
cromo

**25** Mn 54,938  
manganeso

**26** Fe 55,845  
hierro

**27** Co 58,933  
cobalto

**28** Ni 58,693  
níquel

**29** Cu 63,546  
cobre

**30** Zn 65,38  
zinc

**31** Ga 69,723  
galio

**32** Ge 72,63  
germanio

**33** As 74,922  
arsénico

**34** Se 78,96  
селенио

**35** Br 79,904  
bromio

**36** Kr 83,80  
kriptón

**37** Rb 85,468  
rubidio

**38** Sr 87,62  
estroncio

**39** Y 88,906  
itrio

**40** Zr 91,224  
zirconio

**41** Nb 92,906  
niobio

**42** Mo 95,94  
molibdeno

**43** Tc 98,906  
tecnecio

**44** Ru 101,07  
rutenio

**45** Rh 101,07  
rodio

**46** Pd 106,42  
paladio

**47** Ag 107,87  
plata

**48** Cd 112,41  
cadmio

**49** In 114,82  
indio

**50** Sn 118,71  
estaño

**51** Sb 121,76  
antimonio

**52** Te 127,60  
telurio

**53** I 126,91  
yodo

**54** Xe 131,29  
xenón

**55** Cs 132,91  
cesio

**56** Ba 137,33  
bario

**57** La 138,91  
lantano

**58** Ce 140,12  
cerio

**59** Pr 140,91  
praseodimio

**60** Nd 144,24  
 neodimio

**61** Pm 144,91  
prometio

**62** Sm 150,36  
samario

**63** Eu 151,96  
europio

**64** Gd 157,25  
gadolinio

**65** Tb 158,93  
terbio

**66** Dy 162,50  
disprosio

**67** Ho 164,93  
holmio

**68** Er 167,26  
erbio

**69** Tm 168,93  
tulio

**70** Yb 173,05  
iterbio

**71** Lu 174,97  
lutecio

**72** Hf 178,49  
hafnio

**73** Ta 180,95  
tantalio

**74** W 183,84  
wolframio

**75** Re 186,21  
renio

**76** Os 190,23  
osmio

**77** Ir 192,22  
iridio

**78** Pt 195,08  
platino

**79** Au 196,97  
oro

**80** Hg 200,59  
mercurio

**81** Tl 204,38  
talio

**82** Pb 207,2  
plomo

**83** Bi 208,98  
bismuto

**84** Po 209  
polonio

**85** At 210  
astato

**86** Rn 222  
radón

**87** Fr 223  
francio

**88** Ra 226  
radio

**89** Ac 227  
actinio

**90** Th 232,04  
torio

**91** Pa 231,04  
protactinio

**92** U 238,03  
uranio

**93** Np 237,05  
neptunio

**94** Pu 244,06  
 plutonio

**95** Am 243,06  
americio

**96** Cm 247,07  
curcio

**97** Bk 247,07  
berkelio

**98** Cf 251,08  
californio

**99** Es 252,08  
einsteinio

**100** Fm 257,10  
fermio

**101** Md 258,10  
mendelivio

**102** No 259,10  
nobelio

**1** H 1,008  
hidrógeno

**3** Li 6,94  
litio

**4** Be 9,0122  
berilio

**7** N 14,0064  
nitrógeno

**8** O 15,999  
oxígeno

**9** F 18,998  
flúor

**10** Ne 20,180  
neón

**11** Na 22,990  
sodio

**12** Mg 24,304  
magnesio

**13** Al 26,981  
aluminio

**14** Si 28,086  
silicio

**15** P 30,974  
fósforo

**16** S 32,06  
azufre

**17** Cl 35,453  
cloro

**18** Ar 39,948  
argón

**19** K 39,098  
potasio

**20** Ca 40,078  
calcio

**21** Sc 44,956  
escandio

**22** Ti 47,88  
titanio

**23** V 50,942  
vanadio

**24** Cr 51,996  
cromo

**25** Mn 54,938  
manganeso

**26** Fe 55,845  
hierro

**27** Co 58,933  
cobalto

**28** Ni 58,693  
níquel

**29** Cu 63,546  
cobre

**30** Zn 65,38  
zinc

**31** Ga 69,723  
galio

**32** Ge 72,63  
germanio

**33** As 74,922  
arsénico

**34** Se 78,96  
селенио

**35** Br 79,904  
bromio

**36** Kr 83,80  
kriptón

**37** Rb 85,468  
rubidio

**38** Sr 87,62  
estroncio

**39** Y 88,906  
itrio

**40** Zr 91,224  
zirconio

**41** Nb 92,906  
niobio

**42** Mo 95,94  
molibdeno

**43** Tc 98,906  
tecnecio

**44** Ru 101,07  
rutenio

**45** Rh 101,07  
rodio

**46** Pd 106,42  
paladio

**47** Ag 107,87  
plata

**48** Cd 112,41  
cadmio

**49** In 114,82  
indio

**50** Sn 118,71  
estaño

**51** Sb 121,76  
antimonio

**52** Te 127,60  
telurio

**53** I 126,91  
yodo

**54** Xe 131,29  
xenón

**55** Cs 132,91  
cesio

**56** Ba 137,33  
bario

**57** La 138,91  
lantano

**58** Ce 140,12  
cerio

**59** Pr 140,91  
praseodimio

**60** Nd 144,24  
 neodimio

**61** Pm 144,91  
prometio

**62** Sm 150,36  
samario

**63** Eu 151,96  
europio

**64** Gd 157,25  
gadolinio

**65** Tb 158,93  
terbio

**66** Dy 162,50  
disprosio

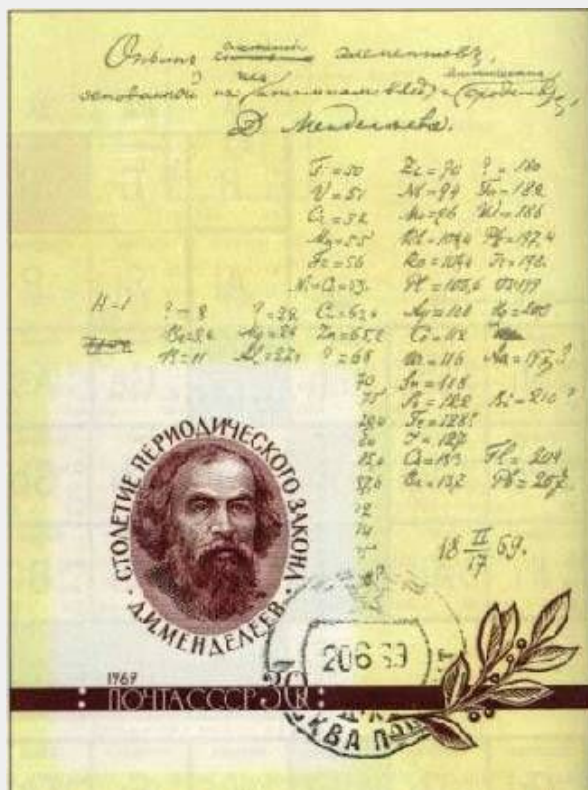
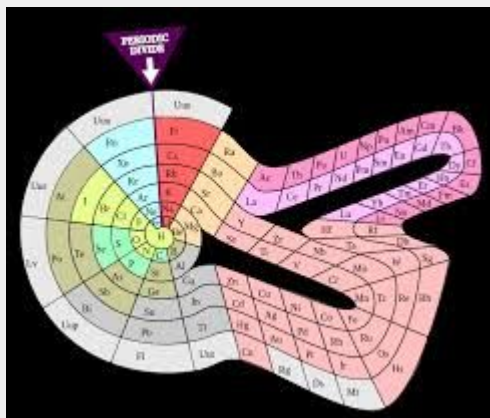
**67** Ho 164,93  
holmio

**68** Er 167,26  
erbio

**69** Tm 168,93  
tulio

**70** Yb 173,05  
iter





Row	Group I — R <sub>2</sub> O	Group II — RO	Group III — R <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Group IV RH <sub>4</sub> RO <sub>2</sub>	Group V RH <sub>3</sub> R <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	Group VI RH <sub>2</sub> RO <sub>3</sub>	Group VII RH R <sub>2</sub> O <sub>7</sub>	Group VIII — RO <sub>4</sub>
1	H = 1							
2	Li = 7	Be = 9.4	B = 11	C = 12	N = 14	O = 16	F = 19	
3	Na = 23	Mg = 24	Al = 27.3	Si = 28	P = 31	S = 32	Cl = 35.5	
4	K = 39	Ca = 40	— = 44	Ti = 48	V = 51	Cr = 52	Mn = 55	Fe = 56, Co = 59, Ni = 59, Cu = 63
5	(Cu = 63)	Zn = 65	— = 68	— = 72	As = 75	Se = 78	Br = 80	
6	Rb = 85	Sr = 87	?Yt = 88	Zr = 90	Nb = 94	Mo = 96	— = 100	Ru = 104, Rh = 104, Pd = 106, Ag = 108
7	(Ag = 108)	Cd = 112	In = 113	Sn = 118	Sb = 122	Te = 125	I = 127	
8	Cs = 133	Ba = 137	?Di = 138	?Ce = 140				
9								
10			?Er = 178	?La = 180	Ta = 182	W = 184		Os = 195, Ir = 197, Pt = 198, Au = 199
11	(Au = 199)	Hg = 200	Tl = 204	Pb = 207	Bi = 208			
12				Th = 231		U = 240		

## NOTAS SOBRE LA TABLA

- Tiene períodos y grupos
- No tiene huecos
- Tiene mucha información adicional (configuración de electrones, radio atómico, energía de ionización, electronegatividad, afinidad electrónica, carácter metálico, ...)
- Los elementos 1 al 94 existen naturalmente
- Los elementos 95 al 118 sólo en laboratorio (95 al 100 existieron)
  
- Hay elementos sin propiedades químicas conocidas: 108 (hassio), 112 (copérnico), 114 (flerovio)
- ¿Existe un último elemento? ¿120, 128, 137, 155?

# CONSTRUCCIÓN DE LA TABLA

- (9000 aC) **Cobre** - muestra más antigua 6000 aC - Oriente Medio
- (7000 aC - 5000 aC) **Oro, Plomo, Plata, Hierro:** Oriente - Asia - Egipto
- (4000 aC - 1000 aC) **Carbono - Estaño - Azufre - Mercurio - Zinc - Arsénico - Antimonio**
- (1669) Henning Brand **descubre el fósforo**
- (1730 - 1787) **Platino - Níquel - Hidrógeno - Oxígeno - Nitrógeno - Cloro - ...**
- Antoine Lavoisier (1743 - 1794) en 1789 presenta la **primera lista** de 23 “elementos” y agrupa gases, metales, no-metales y tierras
- (1789 - 1869) **Uranio - Titanio - Potasio - Sodio - Calcio - ...**
- John Dalton (1766 - 1844) **peso atómico y propiedades químicas**
- Johann Wolfgang Döbereiner (1780 - 1894) **tríadas** (li-3, na-11, k-19)
- (1869) Dmitri Mendeléyev presenta la **primera tabla periódica** con 63 elementos, con huecos e ignorando peso atómico
- Henry Moseley (1887 - 1915) en 1913 **calcula número atómico**
- ...
- (1944 - ) **95-Americio** (Proyecto Manhattan) - ... - **100-Fermio** - ...
- (2002 - 2010) **118-Oganesón** - **113-Nihonio** - **115-Moscovio** - **117-Teneso**

## 2. ALGUNOS OBJETOS MATEMÁTICOS

### Círculos

- DESCRIPCIÓN Soluciones de  $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2>0$
- RÓTULOS Tres de sus puntos
- CLASIFICACIÓN Centro y radio =  $R^2 \times R>0$

### Círculos salvo congruencia

- DESCRIPCIÓN Clases de congruencia de círculos
- RÓTULOS Radio
- CLASIFICACIÓN  $R>0$

### Círculos salvo semejanza

- DESCRIPCIÓN Clases de semejanza de círculos
- RÓTULOS No hace falta
- CLASIFICACIÓN  $\{\sim\}$

## Triángulos

- **DESCRIPCIÓN** Conjunto de tres segmentos que se tocan en sus extremos
- **RÓTULOS** Sus tres vértices
- **CLASIFICACIÓN** Tres puntos no alineados

## Triángulos salvo congruencia

- **DESCRIPCIÓN** Clases de congruencia de triángulos
- **RÓTULOS** Sus tres lados
- **CLASIFICACIÓN** Tres números  $a, b, c > 0$  tq  $a+b>c, a+c>b, b+c>a$

## Triángulos salvo semejanza

- **DESCRIPCIÓN** Clases de semejanza de triángulos
- **RÓTULOS** Sus tres (dos) ángulos
- **CLASIFICACIÓN** Tres números  $a, b, c$  tq  $a+b+c=\pi$

## TRANSFORMACIONES RÍGIDAS (el grupo de)

**DESCRIPCIÓN:** Transformaciones biyectivas del plano que preservan distancia

### EJEMPLOS:

- las traslaciones
- las reflexiones
- la simetría central
- las rotaciones
- ...

### RÓTULOS:

- ¿Tiene punto fijos?
- ¿Preserva la orientación del plano?

### CLASIFICACIÓN:

Pto fijo Preserva	SI	NO
SI	ROTACIÓN	TRASLACIÓN
NO	REFLEXIÓN	REFLEXIÓN DESLIZANTE



## LA ESTRUCTURA DE GRUPO

x	ROT	TRAS	REF	RDES
ROT	ROT*	ROT	RDES*	RDES*
TRAS	ROT	TRAS	RDES*	RDES*
REF	RDES*	RDES*	ROT*	ROT*
RDES	RDES*	RDES*	ROT*	ROT*

\* genéricamente

## COMO GRUPO CONOCIDO

- PARTE DE TRASLACIÓN Y PARTE DE ROTACIÓN:  $T = L_v \text{ o } R$
- COMO CONJUNTO:  $\mathbb{R}^2 \times O(2)$
- COMO GRUPO:  $\mathbb{R}^2 \ltimes O(2)$

# TRANSFORMACIONES LINEALES

Datos:  $T: V \rightarrow V$   
 $B$  base de  $V$

CONSIDERAMOS:  $A=[T]$

- si  $B'$  es otra base  $A$  y  $A'$  son distintas
- $A'=P^{-1} A P$

CLASIFICACIÓN: Clases de conjugación de matrices

INVARIANTES:

- determinante
- traza
- lista de autovalores

CLASIFICACIÓN: Forma de Jordan  
lista de autovalores + una partición p/c uno

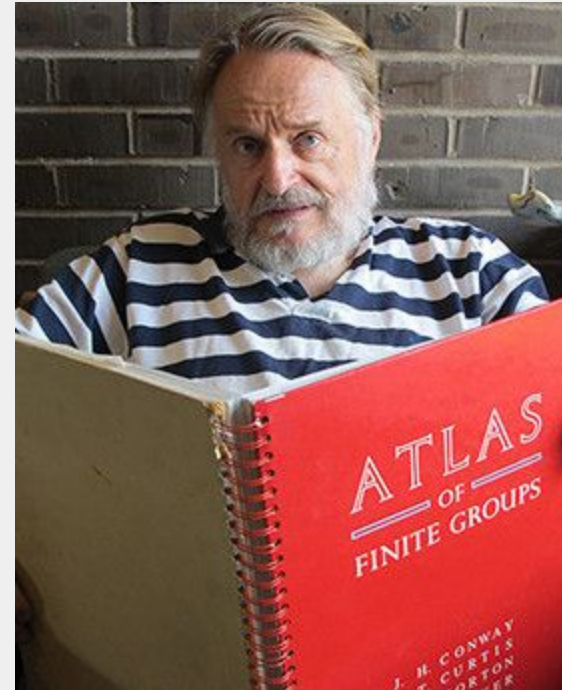
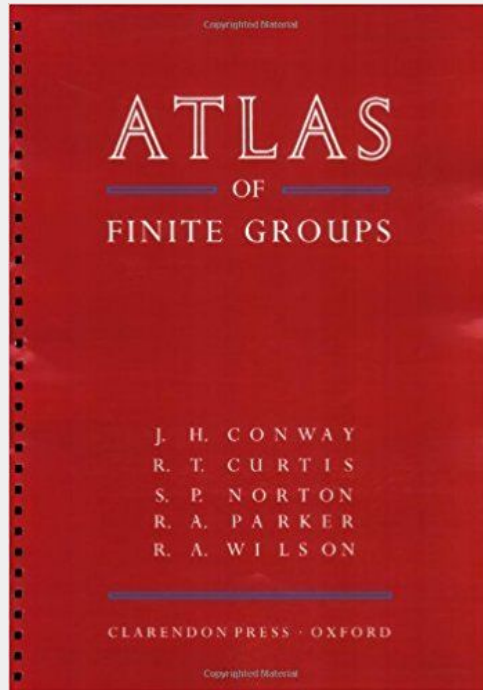
## EJEMPLO

**Autovalores:**            2,    -1,    7

**Multiplicidades:      5,      3,      8**

[illegible]

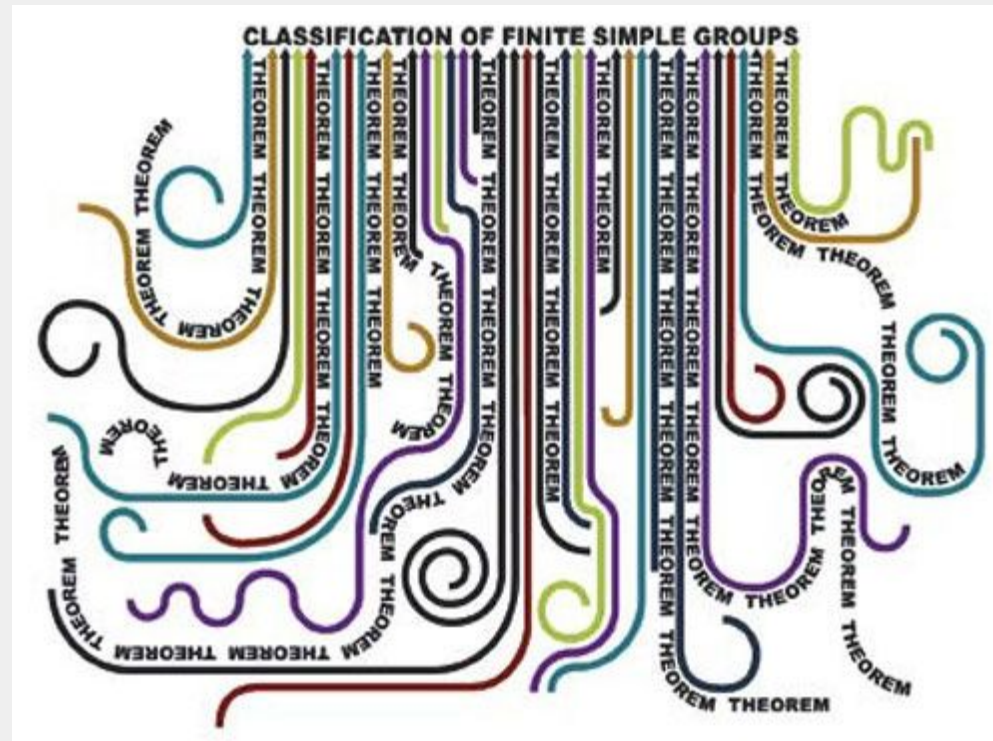
### 3. EL ATLAS DE LOS GRUPOS FINITOS SIMPLES



**Autores:** John Horton Conway, Robert Turner Curtis, Simon Phillips Norton, Richard Alan Parker y Robert Arnott Wilson  
(asistencia computacional de J. G. Thackray)

**Publicado:** Diciembre de 1985 por Oxford University Press  
Reimpreso con correcciones en 2003

# EL TEOREMA DE CLASIFICACIÓN DE LOS GRUPOS FINITOS SIMPLES





# PRÓLOGO

- La clasificación se inició en 1830 con Galois
- Se terminó en 2004 con los 2 trabajos de Aschbacher y Smith:
  - “The classification of quasithin groups I. Structure of strongly quasithin K-groups”
  - “The classification of quasithin groups II. Main theorems: the classification of simple QTKE-groups”
- La prueba está escrita por unos 100 autores, en unos 500 trabajos, que suman más de 10.000 páginas
- No hay una persona que pueda reproducir toda la clasificación
- Los grupos finitos simples se agrupan en 3 grandes clases:
  - Cíclicos (abelianos) y alternantes (no abelianos)
  - De tipo Lie (clásicos y excepcionales)
  - Esporádicos
- Los grupos de las 2 primeras clases existían en la naturaleza
- Los de la tercera clase, no

## BREVE HISTORIA DE LA CLASIFICACIÓN

- **1830** - Évariste Galois (1811-1832)
  - entendió cuándo una ecuación polinomial tiene solución por radicales:
    - cuando la serie de descomposición de su grupo de Galois tiene factores cíclicos,
    - es decir, cuando es soluble
  - se dió cuenta de la importancia de clasificar los grupos finitos simples
  - sabía que los alternantes  $A_n$ , con  $n \geq 5$ , son simples
  - construyó  $PSL_2(p)$ , para  $p \geq 5$
- **1870** - Camille Jordan (1838-1922)
  - “Traité des substitutions”
  - construyó  $PSL_n(p)$
- **1872** - Peter Ludwig Mejdell Sylow (1831-1918)
  - Tres teoremas de Sylow
  - si  $p$  divide a  $|G|$ , entonces hay un elemento de  $G$  de orden  $p$
- **1861** - Émile Léonard Mathieu (1835-1890)
  - construye los grupos  $M_{11}$  y  $M_{12}$
  - construye los grupos  $M_{22}$ ,  $M_{23}$  y  $M_{24}$
  - todos como automorfismos de códigos

- **1890** - Wilhelm Karl Joseph Killing (1847-1923)
  - clasificó las álgebras de Lie simples complejas
- **1894** - Élie Joseph Cartan (1869-1951)
  - unifica la clasificación de Killing y les pone nombres:  $A_n, B_n, C_n, D_n; E_6, E_7, E_8, F_4, G_2$
- **~1900** - Leonard Eugene Dickson (1874-1954)
  - construyó grupos simples de tipo Lie:  $A_n, B_n, C_n, D_n, G_2$  y  $E_6$  (no de tipo  $F_4, E_7$  y  $E_8$ )
- **1955** - Claude Chevalley (1909-1984)
  - construcción unificada para todos los tipos de Lie
- **~1955** - Steinberg, Tits, Hertzig, Suzuki y Ree
  - agregan algunos por “twist”
- **~1960** - Se preguntan: la clasificación está lista?
- **1963** - Walter Feit y John Griggs Thompson
  - Teorema de Feit-Thompson: si el orden de un  $G$  es impar, entonces  $G$  es soluble
  - Corolario: si  $G$  es simple, tiene orden par y tiene un elemento de orden 2 (involución)
  - Señala un camino para decidir sobre la clasificación pues: Si  $|C_G(g)|=c$ , entonces  $|G| \leq (c!)^2$
- **1964** - Zvonimir Janko avanza y observa que puede ser más difícil de lo esperado
- **~1970** - Se construyen 20 esporádicos más
- **1980** - Hay una impresión generalizada de que la clasificación está terminada!

## EL TEOREMA DE CLASIFICACIÓN

GRUPO	SÍMBOLO	ORDEN
Cíclico	$Z_p$	$p$
Alternante	$A_n, n > 4$	$n! / 2$

## DE TIPO LIE

GRUPO	SÍMBOLO		GRUPO	SÍMBOLO
Chevalley clásicos	$A_n(q)$		Steinberg	${}^2A_n(q^2)$
	$B_n(q)$			${}^2D_n(q^2)$
	$C_n(q)$			${}^2E_6(q^2)$
	$D_n(q)$			${}^3D_4(q^3)$
Chevalley excepcionales	$E_6(q)$		Suzuki	${}^2B_2(2^{2n+1})$
	$E_7(q)$		Ree - Tits	${}^2F_4(2^{2n+1})$
	$E_8(q)$			${}^2F_4(2)'$
	$F_4(q)$			${}^2G_2(3^{2n+1})$
	$G_2(q)$			

## 26 ESPORÁDICOS

GRUPOS	SÍMBOLO	DESCUBRIDOR	ORDEN	CONJ	SUB MAX
Mathieu	$M_{11}$	Mathieu	7.920	10	5
	$M_{12}$	Mathieu	95.040	15	11
	$M_{22}$	Mathieu	443.520	12	8
	$M_{23}$	Mathieu	10.200.960	17	7
	$M_{24}$	Mathieu	244.823.040	26	9
Leech lattice	$Co_1$	Conway	4.157.776.806.543.360.000	101	22
	$Co_2$	Conway	42.305.421.312.000	60	11
	$Co_3$	Conway	495.766.656.000	42	14
	McL	McLaughlin	898.128.000	24	12
	HS	Higman-Sims	44.352.000	24	12
	Suz	Suzuki	448.345.497.600	43	17
	$J_2$	Janko	604.800	21	9



GRUPOS	SÍMBOLO	DESCUBRIDOR	ORDEN	CONJ	SUB MAX
Fisher	Fi <sub>22</sub>	Fischer	64.561.751.654.400	65	14
	Fi <sub>23</sub>	Fischer	4.089.470.473.293.004.800	98	14
	Fi <sub>24</sub>	Fischer	1.255.205.709.190.661.721.292.800	108	25
Monstrous	He	Held	4.030.387.200	33	11
	HN	Harada-Norton	273.030.912.000.000	54	14
	Th	Thompson	90.745.943.887.872.000	48	16
	B	Fisher-Griess	4.154.781.481.226.426.191.177.580.544.000.000	184	30
	M	Fisher-Griess	808.017.424.794.512.875.886.459.904.961.710.757.005.754.368.000.000.000	194	43*
Pariahs	J <sub>1</sub>	Janko	175.560	15	7
	J <sub>3</sub>	Janko	50.232.960	21	9
	J <sub>4</sub>	Janko	86.775.571.046.077.562.880	62	13
	O'N	O'Nan	460.815.505.920	30	13
	Ly	Lyons	51.765.179.004.000.000	53	9
	Ru	Rudvalis	145.926.144.000	36	15

## **NOTAS SOBRE LA CLASIFICACIÓN**

- **La clasificación impulsó y permitió resolver distintos problemas de teoría de grupos**
- **Hay una confianza generalizada sobre su certeza**
- **Daniel Gorenstein (1923-1992): en 1972 presentó un programa para terminar la clasificación**
- **Proyecto de unificación de la prueba: Gorenstein, Lyon y Solomon**
  - **Se calculan 12 volúmenes de unas 4.000 páginas en total**
  - **Ya se han publicado 6**