

Primer Encuentro Regional de la Unión Matemática Argentina – UNSa  
22 al 24 de mayo de 2017

## Un sitio para explorar prácticas de enseñanza de las matemáticas: el Centro de Recursos en Didáctica de la Matemática-*Guy Brousseau*

Dilma Fregona, FaMAF, UNC , Argentina  
*fregona@famaf.unc.edu.ar*

Trabajo realizado con la colaboración de:

Pilar Orús, UJI, España, *orus@uji.es*

David Block, Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados,  
México, *davidblock54@gmail.com*

# Plan de la presentación

1. El Centro de Recursos en Didáctica de la Matemática-*Guy Brousseau* (CRDM-GB)
  - 1.1. Breve recorrido histórico
  - 1.2. Un modo de acceso al sitio
2. Avances en una investigación en torno a la enseñanza de la división y la multiplicación en  $\mathbb{N}$

# 1. El Centro de Recursos en Didáctica de la Matemática-*Guy Brousseau* (CRDM-GB)

El CRDM-GB, es un Centro documental del Instituto IMAC de la Universidad Jaume I (UJI) de Castellón (España), creado en 2010.

Alberga recursos documentales y bibliográficos provenientes de las escuelas públicas J. Michelet de Talence (Francia), de nivel inicial y primario. Los recursos existentes, en francés, están albergados en cajas de archivo y son diversos: informes de actividades realizadas en las aulas, planificaciones docentes, producciones individuales y/o grupales de alumnos, evaluaciones y criterios de corrección, etc.

## 1.1. Breve recorrido histórico. Aspectos institucionales: el Grupo Escolar Michelet y el COREM

- A fines de 1960, creación en Francia de los IREM, asociados a universidades. En 1969, en la Universidad de Bordeaux.
- Desde 1966, Brousseau buscaba los medios institucionales para crear un “centro” que hiciera posible una **interacción apropiada** entre investigadores en didáctica de las matemáticas y una escuela pública donde fuera posible observar a alumnos y maestros en condiciones favorables.

- En 1972-73 se crea el Grupo Escolar Jules Michelet en Talence, un municipio próximo a Bordeaux, en una zona donde hay gran población de migrantes.
- En ese Grupo Escolar , Brousseau crea el Centre d'Observation et de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques, (COREM) y en 1974 se construye, con aportes del estado, el edificio que albergó al Centro hasta 1999.
- Más información sobre el funcionamiento del COREM, véase <http://guy-brousseau.com/le-corem/presentation/>



Grupo Escolar Jules Michelet, pancarta exhibida durante una protesta en defensa de la educación pública en el año 2012



Edificio que albergó al COREM



## 1.1. Breve recorrido histórico. Los actores en el Grupo Escolar Michelet y el COREM

- Docentes, alumnos, formadores de docentes asignados a cada nivel de la escuela e investigadores en didáctica de la matemática, formados y en formación.
- Los docentes consagraban  $\frac{2}{3}$  de su tiempo de trabajo a enseñar a sus alumnos, y  $\frac{1}{3}$  a la preparación en común de los cursos, en la observación a otros colegas en cursos “comunes” o en ensayos correspondientes a una investigación en desarrollo, en la participación en un seminario semanal, en la redacción de informes y producciones que documentaran el trabajo realizado. La intención de esas publicaciones nunca fue hacer de esas experiencias “modelos para innovaciones pedagógicas” sin controles teóricos ni proveer material a autores de libros escolares.



## 1.2. Un modo de acceso al sitio del CRDM-GB



**Figura 1.** Acceso al CRDM-GB, a través del IMAC con el vínculo <http://www.imac.uji.es/CRDM/>



**Figura 2.** Captura de pantalla de “Inventario y condiciones de consulta”

$f_x$	INVENTARIO del "CRDM - GUY BRUSSEAU" : Contiene recursos del COREM (Université de Bordeaux) archivados en CAJAS por curso escolar y nivel				
	A	B	H	I	J
1	"CRDM - GUY BRUSSEAU" : Contiene recursos del COREM (Université de Bordeaux) archivados en CAJAS y nivel				
2					
3					
4					
5					
6	Curso escolar	Clase (Nivel)	Contenido de la caja	Extracción de actividades mat. del "BILAN" relacionada con los materiales de cada CAJA	Signatura de las CAJAS (nº Caja-curso escolar-nivel)
252	1984/85	CM1B		<a href="http://hdl.handle.net/10234/91974">http://hdl.handle.net/10234/91974</a>	210-1984/85-CM1B
253	1984/85	CM1A	Estadísticas resultados escolares		211-1984/85-CM1A
254	1984/85	CM1A	Estadísticas resultados escolares	<a href="http://hdl.handle.net/10234/92031">http://hdl.handle.net/10234/92031</a>	212-1984/85-CM1A
255	1984/85	CM2		<a href="http://hdl.handle.net/10234/92031">http://hdl.handle.net/10234/92031</a>	213-1984/85-CM2
256	1984/85	CM2	Estadísticas resultados escolares	<a href="http://hdl.handle.net/10234/92031">http://hdl.handle.net/10234/92031</a>	214-1984/85-CM2
257	1985/86	MATERNAL P51		<a href="http://hdl.handle.net/10234/92050">http://hdl.handle.net/10234/92050</a>	553-Bilans 2/2
258	1985/86	MATERNAL PMs2		<a href="http://hdl.handle.net/10234/92051">http://hdl.handle.net/10234/92051</a>	553-Bilans 2/2
259	1985/86	MATERNAL MGs3		<a href="http://hdl.handle.net/10234/92052">http://hdl.handle.net/10234/92052</a>	553-Bilans 2/2
260	1985/86	MATERNAL Gs4		<a href="http://hdl.handle.net/10234/92070">http://hdl.handle.net/10234/92070</a>	553-Bilans 2/2
261	1985/86	CPA	Estadísticas resultados escolares; Bilan	<a href="http://hdl.handle.net/10234/92071">http://hdl.handle.net/10234/92071</a>	215-1985/86-CPA
262	1985/86	CPA		<a href="http://hdl.handle.net/10234/92071">http://hdl.handle.net/10234/92071</a>	216-1985/86-CPA

**Figura 3.** Captura de una pantalla del Inventario de los recursos del CRDM

## 2. Avances en una investigación en torno a la enseñanza de la división y la multiplicación en $N$ (en base a los recursos)

Un documento producido en el ámbito de trabajo el COREM, difundido por la Universidad de Bordeaux, destinado a la formación de docentes es un informe sobre la enseñanza de la división ,

que llamamos en esta presentación, “**documento base**” es:

Brousseau N. et al. (1985). “La division à l’école élémentaire. Compte rendu des situations d’enseignement réalisées avec des enfants de CE2, CM1 et CM2”. Université et IREM de Bordeaux.

Original en francés, recuperado de:

<http://repositori.uji.es/xmlui/handle/10234/163748>

Traducción al castellano, recuperado de:

<http://repositori.uji.es/xmlui/handle/10234/143287>

Mostramos una selección de actividades tomadas del documento base. Es necesario advertir que estos problemas se proponen a alumnos de CE2 (8-9 años), a 7 meses de iniciado el año escolar, que no conocen una técnica para dividir.

**Situación 1** (primera clase):

*Se quiere distribuir un alfajor a cada uno de los 245 niños de una colonia de vacaciones para la merienda. Cada paquete contiene 18 alfajores. ¿Cuántos paquetes hay que abrir?*

Una respuesta de un **grupo** pequeño a ese problema, muestra un procedimiento aditivo:

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{1} \\
 18 \\
 + 18 \\
 \hline
 36 \\
 + 18 \\
 \hline
 54 \\
 + 18 \\
 \hline
 72 \\
 + 18 \\
 \hline
 90 \\
 + 18 \\
 \hline
 108 \\
 + 18 \\
 \hline
 126 \\
 + 18 \\
 \hline
 144 \\
 + 18 \\
 \hline
 162 \\
 + 18 \\
 \hline
 180 \\
 + 18 \\
 \hline
 198
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \textcircled{1} \textcircled{1} \\
 18 \\
 + 18 \\
 \hline
 36 \\
 + 18 \\
 \hline
 54 \\
 + 18 \\
 \hline
 72 \\
 + 18 \\
 \hline
 90 \\
 + 18 \\
 \hline
 108 \\
 + 18 \\
 \hline
 126 \\
 + 18 \\
 \hline
 144 \\
 + 18 \\
 \hline
 162 \\
 + 18 \\
 \hline
 180 \\
 + 18 \\
 \hline
 198
 \end{array}$$

il faut ouvrir  $\frac{1}{2}$  paquets de gâteau.

Técnica de  
resolución tomada  
del documento base



Ante problemas similares, en el mismo curso de CE2 (véase las situaciones 2, 3 y 4 en el documento base) los alumnos recurren a técnicas que incluyen sumas, restas y multiplicaciones.

La cuestión que surge es: **¿qué saberes tienen disponibles esos alumnos para producir tales técnicas?** Volveremos sobre esta cuestión más adelante, al mostrar algunas producciones matemáticas de los alumnos, tomadas del CRDM.

En el proyecto de enseñanza, el maestro tiene previsto avanzar en técnicas que den cuenta de aproximaciones por multiplicación y en el curso siguiente, en CM1, con la resta para calcular la diferencia con el dividendo (es lo que en la clase denominan “paso”, “coups” en francés).

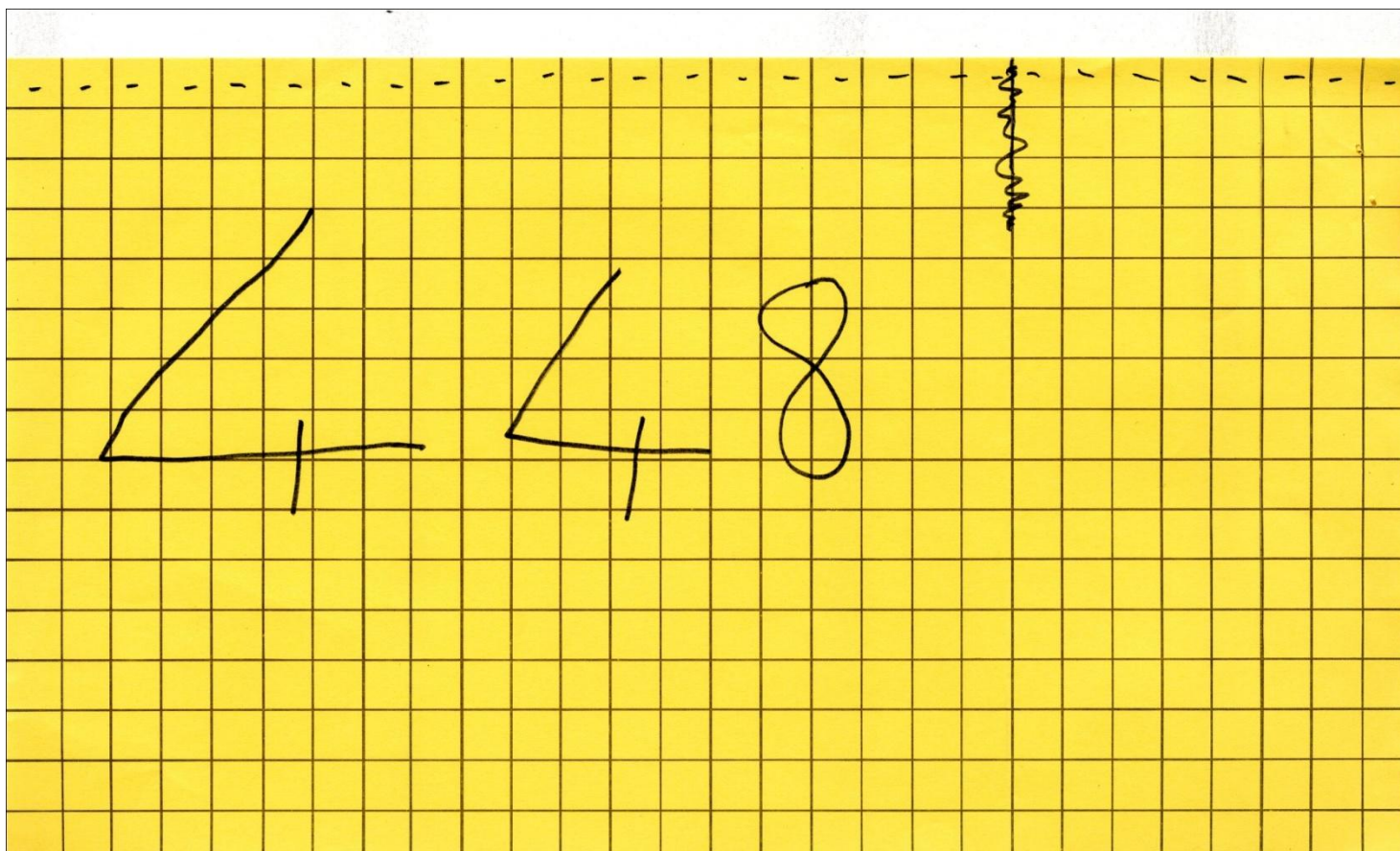
¿Cómo recuperar la multiplicación como técnica de cálculo? Hay aquí decisiones didácticas que implican una ruptura con los problemas anteriores.

## Consigna oral **Situación 5:**

*“Uds. tienen una tira de 16 cuadrados de ancho. Se la quiere cortar de modo tal que se obtenga un rectángulo que siga teniendo 16 cuadrados de ancho y que no supere los 460 cuadrados en total, pero que se aproxime lo más posible.”*

Los alumnos pueden escribir sobre el papel cuadriculado. El maestro debe exigir la escritura del largo del rectángulo que más se aproxima a los 460 cuadrados.

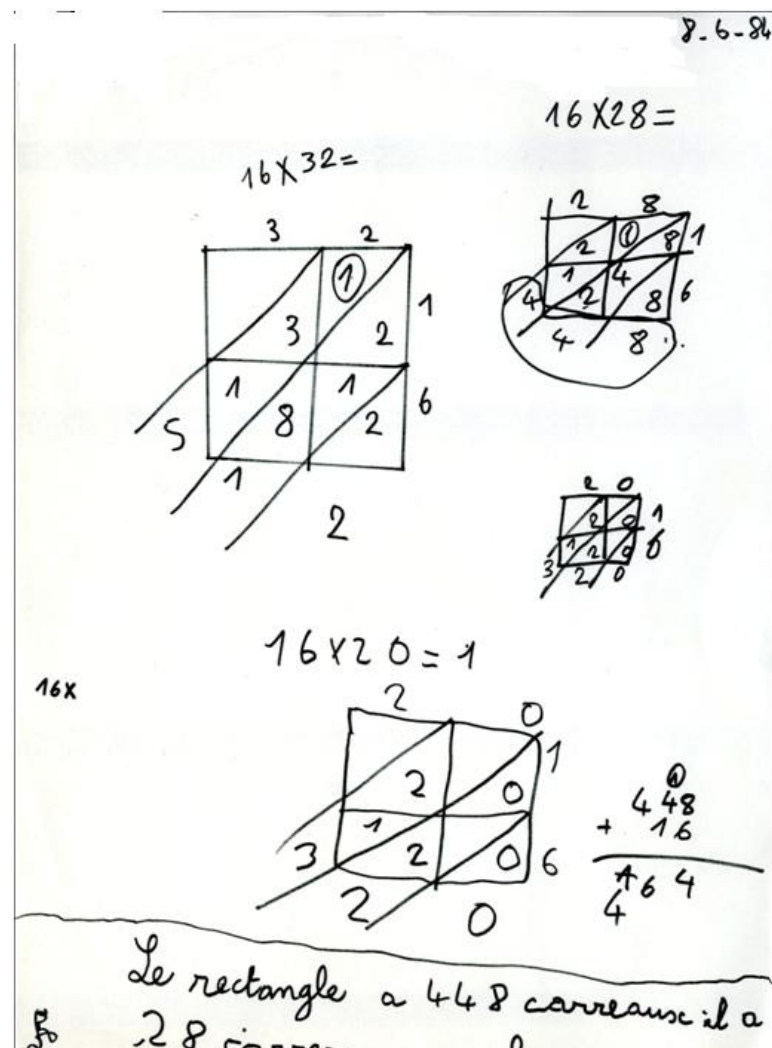
Respuesta de DEG y SPI; CE2 1983/84, 08-06-1984, caja 178,  
CRDM, UJI.



Los puntos marcados en cada cuadradito de uno de los lados del rectángulo muestra el control sobre el conteo hasta 28. ¿Cómo llegaron a esa respuesta?

Acompaña a esa cuadrícula, una hoja A4 que muestra unas multiplicaciones resueltas con la técnica *per gelosía* (recordemos que los alumnos no conocen una técnica para dividir) para buscar  $n$  de modo tal que:  $16 \times n \leq 460$ , y que se aproxime lo más posible, es decir que no sobren columnas...

Cálculos de DEG y SPI; CE2 1983/84, 08-06-1984 (2), caja 178, CRDM, UJI.



Vemos en una disposición espacial que no necesariamente nos permite identificar el orden en que han hecho los cálculos,

$$16 \times 32 = 512,$$

$$16 \times 20 = 320,$$

$$16 \times 28 = 448$$

La suma  $448 + 16$  permite verificar que si se agrega una columna, se pasan de 460.

Otras respuestas están mostradas en el documento base.



Las respuestas que mostramos son del grupo identificado como DEG y SPI, ¿quiénes son esos alumnos? Sus nombres registrados en la hoja, Gregory D. y Delphine, los identifica como alumnos de ese curso durante el año escolar 1983-1984. En esa caja 178, hemos encontrado el *pavé* correspondiente a ese curso y año, es decir el cuadro que al nombre de cada alumno hace corresponder su código. Ese modo de identificación se mantuvo durante todo el funcionamiento del COREM.

El problema que sigue, en la secuencia, mantiene el contexto y el ancho de 16 cuadrados pero hay que llegar a 3300...

Tal como lo expresa el documento, ya no hay papel cuadriculado aunque los alumnos pueden recurrir a un dibujo. Uno de los números se mantiene, el otro aumenta considerablemente. ¿Se trata de aprovechar los cálculos ya hechos en el problema anterior? ¿Se trata de promover técnicas de cálculo más eficientes?

Esas decisiones didácticas buscan favorecer avances en las técnicas, en el sentido del proyecto de enseñanza.

¿Cómo se vuelve a activar la multiplicación en el curso escolar que sigue, es decir en CM1?

*Un colocador de baldosas dispone de 2422 baldosas. Debe colocarlas sobre un muro en filas de 23 baldosas. ¿Cuántas filas completas podrá hacer con las 2422 baldosas?*

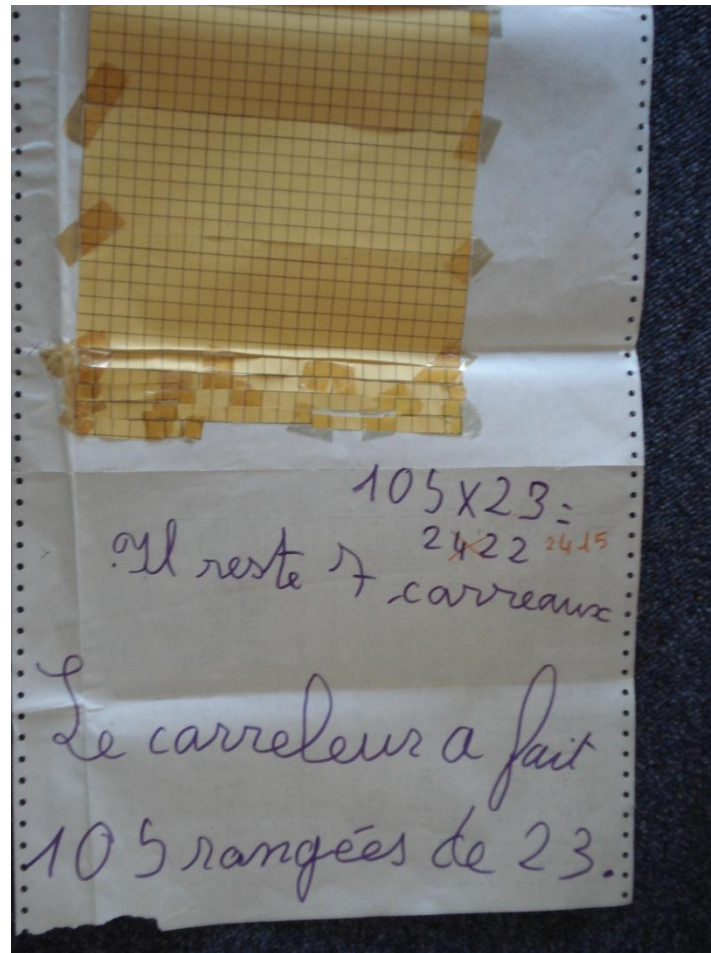
Un grupo será el de los colocadores, y dispone de hojas con cuadraditos de 2 cm x 2cm, papel blanco, marcador y cinta adhesiva. Tienen que representar el muro embaldosado, los otros grupos resuelven calculando.



CM1 1983/84, caja

186, CRDM, UJI

El final del trabajo de los colocadores, en detalle (fotografía 02003, CM1, año 83-84. Caja 186, CRDM, UJI)



Quienes no son colocadores, hacen el cálculo, (imagen 02009, CM1 1983-84, caja 186, CRDM, UII) por ejemplo:

A piece of white paper with handwritten calculations in black ink. The paper is folded and has a small box with the number '2' in the top right corner. The calculations are as follows:

$$\begin{aligned} 23 \times 100 &= 2300 \\ 23 \times 150 &= 3450 \\ 23 \times 110 &= 2530 \\ 23 \times 108 &= 2484 \\ 23 \times 104 &= 2392 \\ 23 \times 106 &= 2300 + 138 = 2438 \\ 23 \times 105 &= 2300 + 115 = 2415 \end{aligned}$$

Below the calculations, there is a sentence in Spanish:

Y a 105 rangées de 23 carreaux  
Il reste 57 carreaux

Estamos en el punto 2 del plan de la presentación: avances en una investigación en torno a la enseñanza de la división y la multiplicación en N

Como vimos, es fundamental que los alumnos tengan un buen dominio de la multiplicación. Vimos algunas respuestas grupales de los alumnos.

Una **planificación** de CE2, del 29 de noviembre de 1982 (cinco meses antes de la primera clase sobre la división), propone dar el número usual de  $37 \times 29$  con apoyo en una cuadrícula. Los alumnos no conocen una técnica de cálculo, la disposición rectangular del producto de dos factores funciona como situación de referencia. De actividades previas conocen el nombre usual de algunos productos (entre ellos por múltiplos de 10) y el símbolo “x”.



Lundi 29 novembre

Calcul de produits  
(avec supports)

Buts : poser aux élèves le problème du calcul de produits, avec recours à un support (quadrillage) pour ceux qui en manifestent le besoin (les "nouveaux" en particulier) -

Matériel : grandes feuilles de papier quadrillé  
règles, feutres  
papier blanc pour présenter les résultats

Déroulement prévu : les enfants travaillent par deux, ils disposent d'une grande feuille de papier quadrillé -

Un ~~nombre~~ produit est écrit au tableau  
 $37 \times 29$

Consigne : vous calculez le nombre usuel, vous avez le droit de vous servir de tout ce que vous connaissez. Ensuite, nous essaierons de voir ensemble la meilleure méthode.

Ces recherches ayant déjà été faites au CE1, il s'agit, pour les enfants, de retrouver des méthodes déjà utilisées,

de les reconnaître et de les distinguer pour  
pouvoir en privilégier une.

Les éléments suivants sont à retrouver:

- découpage rationnel (par quatre)
- distinction dizaines / unités
- addition des sous-produits en colonne
- utilisation du répertoire connu des élèves

Dès que'un élément privilégié a ainsi été retrouvé, on  
demande à l'ensemble de la classe de le  
réinvestir dans les calculs suivants

$$\begin{array}{r} 47 \times 56 \\ 39 \times 83 \\ 35 \times 25 \\ 112 \times 44 \end{array}$$

Les derniers pourront être exécutés individuellement,  
afin de avoir une idée des différents niveaux  
d'abstraction des élèves.

Seul le premier produit a pu être cherché. Les enfants sont à des niveaux très différents:

- a) découpage au hasard
- b) découpage par paquets de  $10 \times 10$
- c) découpage en 4 morceaux, mais au hasard
- d) découpage correct en 4 morceaux
- e) calcul direct (faux ou juste)
- f) algorithme fin CE1

20	9	
600	240	30
140	63	7

600  
240  
140  
63  
1073

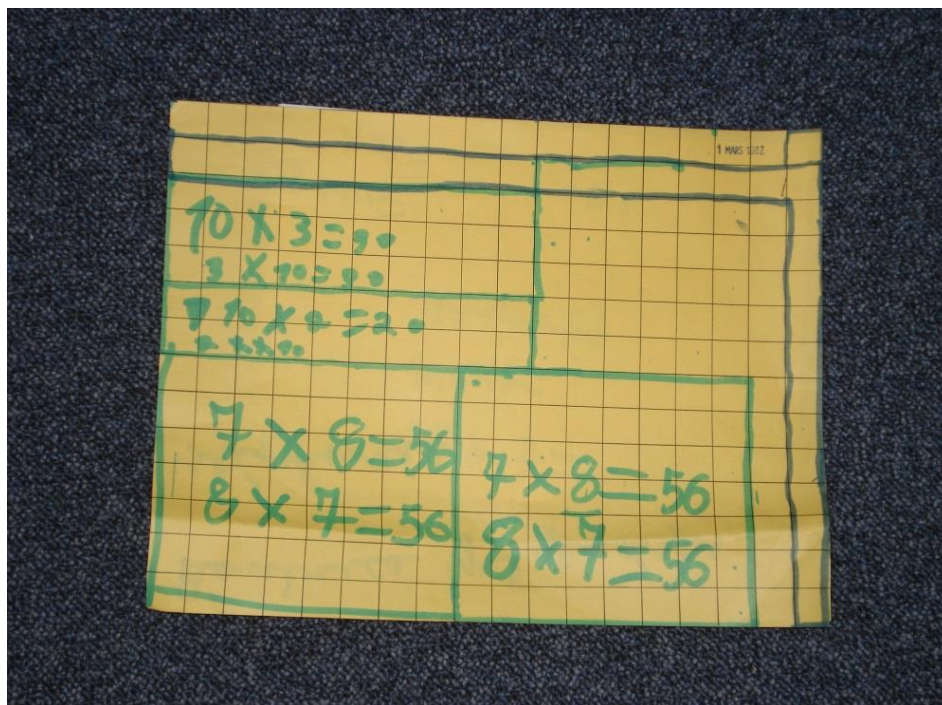
*“Solo el primer producto pudo ser buscado. Los niños tienen niveles muy diferentes:*

- a) recorte al azar*
- b) recorte en paquetes de  $10 \times 10$ ,*
- c) recorte en cuatro partes, pero al azar*
- d) recorte correcto en 4 partes,*
- e) cálculo directo (erróneo o correcto)*
- f) algoritmo de fin de CE1.”*

Estas observaciones, registradas luego de la realización de la clase, aparecen al final, en la misma planificación. Y muestran que las expectativas iniciales de los docentes con respecto a las técnicas esperadas NO fueron satisfechas

¿Qué muestran algunas producciones de los alumnos a problemas de ese tipo?

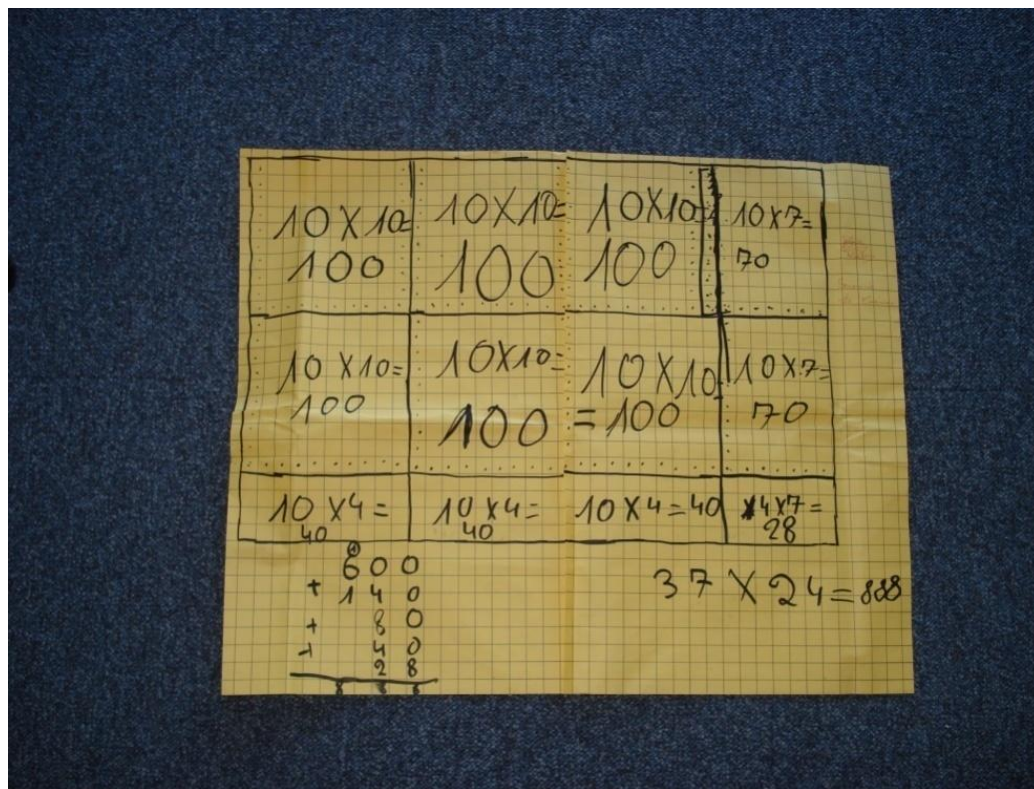
El cálculo de  $18 \times 14$  sobre una cuadrícula, con procedimiento de tipo recorte al azar



Fotografía 1776, CE1 81-82, 1-03, caja 130, CRDM-GB IMAC, UJI

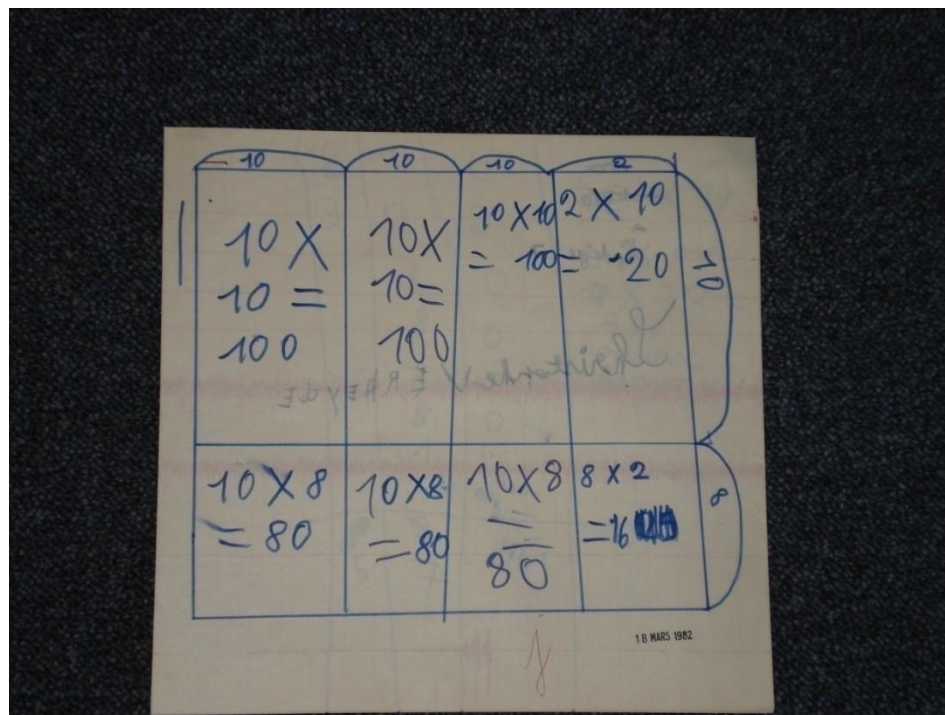


Dar el número usual a  $37 \times 24$ , respuesta que muestra la técnica de “recorte en paquetes de  $10 \times 10$ ”



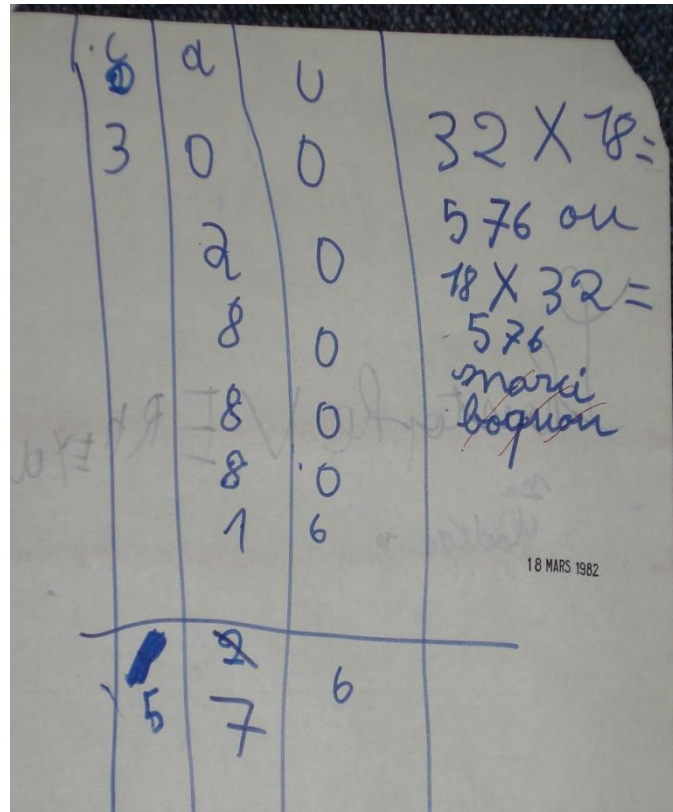
Fotografía 2064, CE2 85-86, caja 229 CRDM-GB IMAC, UII

Inicialmente el soporte es una cuadrícula, y luego papel blanco tamaño A4. Se trata de dar el número usual correspondiente a 36 x 18



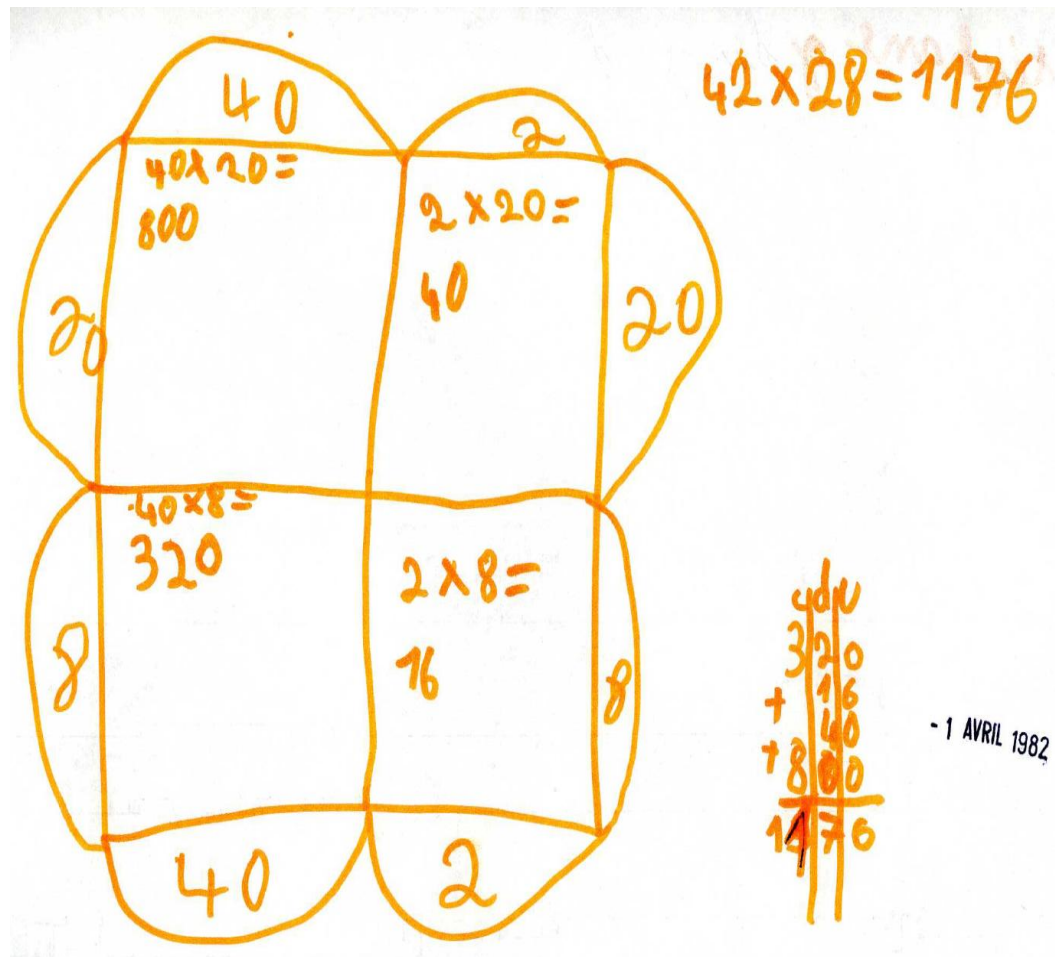
Fotografía 1769, CE1 81-82, 18-03, caja 130, CRDM-GB, IMAC, UJI

# Cálculos que acompañan el trabajo realizado por el grupo



Fotografía 1770, CE1 81-82, 18 -03, caja 130, CRDM-GB, IMAC, UJI





CE1 81-82, caja 130, 1º de abril, CRDM-GB, IMAC, UJI

# Bibliografía

- Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. En Artigue et. al (eds.). *Ingeniería didáctica en educación matemática*. Una empresa docente, Bogotá.
- Brousseau, G. (1986). *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*, Thèse d'État, Université de Bordeaux.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*, libros del Zorzal, Bs. As.
- Brousseau, Brousseau y Warfield (2014). *Teaching Fractions through Situations: A Fundamental Experiment*, Springer.

Douady, R. (1984). *Jeux de cadres et dialectique outil-objet*, thèse d'État, Université Paris VII.

Fregona, D. y Orús, P. (2011). *La noción de medio en la teoría de las situaciones didácticas*, libros del Zorzal, Bs. As.

Sadovsky, P. (2003). *Condiciones didácticas para un espacio de articulación entre prácticas aritméticas y prácticas algebraicas*, Tesis de doctorado de la UBA.