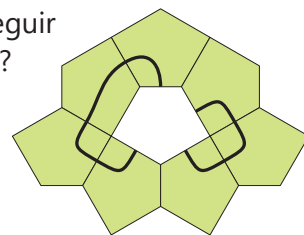


Problemas de 3 pontos

01. A figura ao lado é formada por ladrilhos pentagonais. Qual dos ladrilhos a seguir pode ser encaixado na figura para formar uma linha fechada que se cruza?



02. Qual dos números a seguir é duas unidades menor do que um múltiplo de 10, o dobro de um número primo e duas unidades maior do que um quadrado perfeito?

(A) 78

(B) 58

(C) 38

(D) 18

(E) 6

03. Um jovem canguru cortou uma pizza em seis fatias iguais. Depois de comer uma fatia, ele arrumou as fatias restantes igualmente espaçadas, como na figura. Qual é a medida do ângulo formado entre duas fatias vizinhas quaisquer?

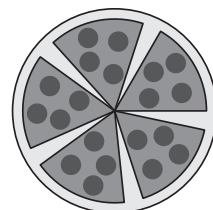
(A) 5°

(B) 8°

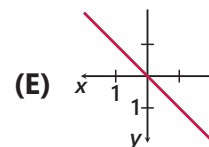
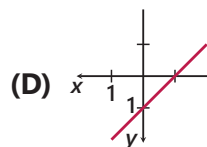
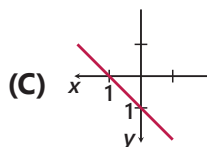
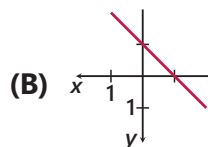
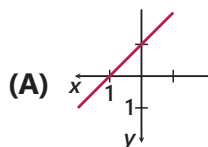
(C) 9°

(D) 10°

(E) 12°



04. Gugu tem o estranho hábito de desenhar o plano cartesiano com os semieixos positivos apontando para a esquerda e para baixo, como mostrado. Qual seria o aspecto do gráfico da equação $y = x + 1$ no plano cartesiano de Gugu?



05. Tânia manipulou um dado de forma que as probabilidades de obter 2, 3, 4 ou 5 continuem sendo $\frac{1}{6}$, mas a probabilidade de sair o 6 é o dobro da probabilidade de sair o 1. Qual é a probabilidade de sair o número 6 em um lançamento desse dado?

(A) $\frac{1}{4}$

(B) $\frac{1}{6}$

(C) $\frac{7}{36}$

(D) $\frac{2}{9}$

(E) $\frac{5}{18}$

06. Qual das opções abaixo tem o mesmo valor da expressão $16^{15} + 16^{15} + 16^{15} + 16^{15}$?

(A) 16^{19}

(B) 4^{31}

(C) 4^{60}

(D) 16^{60}

(E) 4^{122}

07. O Castor Tomas quer pintar os quadrados e triângulos unitários da imagem ao lado, de modo que duas figuras vizinhas, incluindo aquelas que compartilham apenas um vértice, não tenham a mesma cor. No mínimo, quantas cores o Castor Tomas precisará usar?

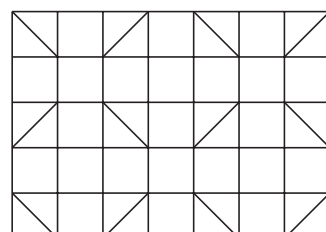
(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) 6

(E) 7



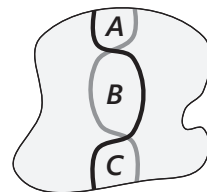
08. Há 6 copos virados para cima sobre uma mesa. Em um movimento, são virados exatamente 4 desses copos. Qual é o menor número de movimentos necessários para virar todos os copos para baixo?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

09. José multiplica o número 1 por 6 ou por 10. Em seguida, ele multiplica o resultado por 6 ou por 10, prosseguindo assim muitas vezes. Qual dos números a seguir José **NÃO** pode obter com esses cálculos?

- (A) $2^{100} \cdot 3^{20} \cdot 5^{80}$ (C) $2^{90} \cdot 3^{20} \cdot 5^{70}$ (E) $2^{50} \cdot 5^{50}$
(B) $2^{90} \cdot 3^{20} \cdot 5^{80}$ (D) $2^{110} \cdot 3^{80} \cdot 5^{30}$

10. Duas trilhas, uma destacada em preto e outra em cinza, atravessam um parque, como mostrado. As trilhas dividem o parque em duas regiões de mesma área. Qual das igualdades a seguir é verdadeira em relação às áreas das regiões A, B e C, na figura?



- (A) $A = C$ (C) $B = \frac{1}{2} (A + C)$ (E) $B = \frac{3}{5} (A + C)$
(B) $B = A + C$ (D) $B = \frac{2}{3} (A + C)$

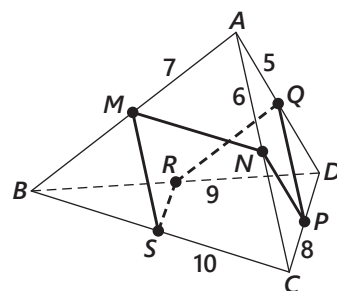
Problemas de 4 pontos

11. Somente uma das afirmações a seguir é verdadeira em relação a um determinado número inteiro positivo n . Qual é essa afirmação?

- (A) n é divisível por 3 (C) n é ímpar (E) n é primo
(B) n é divisível por 6 (D) $n = 2$

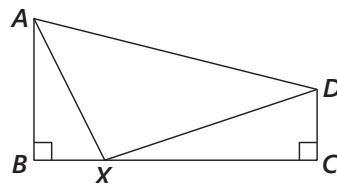
12. As arestas de uma pirâmide $ABCD$ medem 5, 6, 7, 8, 9 e 10. Os pontos M , N , P , Q , R e S são os pontos médios das arestas da pirâmide, como mostrado. Qual é o comprimento da linha fechada hexagonal $MNPQRSM$?

- (A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (E) 23



13. Um quadrilátero $ABCD$ tem 2 ângulos retos, um em B e outro em C , de modo que $AB = 4$, $BC = 8$ e $CD = 2$. O ponto X pertence ao lado BC . Qual é o menor valor para $AX + DX$?

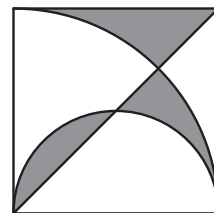
- (A) $9\sqrt{2}$ (B) 12 (C) 13 (D) 10 (E) 8



14. João tem alguns cubos unitários pintados totalmente de preto ou de branco e quer construir um cubo $3 \times 3 \times 3$ usando 27 dos cubos que tem. Ele quer que a superfície total do novo cubo seja metade preta e metade branca. Qual é a menor quantidade de cubos pretos que ele pode usar?

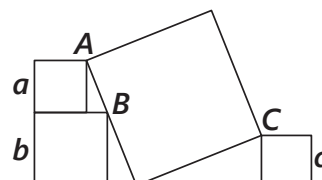
- (A) 14 (B) 13 (C) 12 (D) 11 (E) 10

15. Foram desenhados uma diagonal, um semicírculo e um quarto de círculo no interior do quadrado de 6 cm de lado, como mostrado. Qual é a área, em cm^2 , da parte mais escura nesse quadrado?



- (A) 9 (C) $6\pi - 9$ (E) 12
(B) 3π (D) $\frac{10\pi}{3}$

16. Há 4 quadrados na figura. Os quadrados menores têm lados de medidas a , b e c indicadas. Os vértices A e C de dois quadrados menores coincidem com dois vértices do quadrado maior, como mostrado. O vértice B de outro quadrado menor pertence a um lado do quadrado maior. Qual é a medida do lado do quadrado maior?



- (A) $\frac{1}{2}(a + b + c)$ (C) $\sqrt{(a + b)^2 + c^2}$ (E) $\sqrt{a^2 + ab + b^2 + c^2}$
(B) $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ (D) $\sqrt{(b - a)^2 + c^2}$

17. São dados 2 números positivos p e q , tais que $p < q$. Qual das expressões a seguir tem o maior valor?

- (A) $\frac{p + 3q}{4}$ (B) $\frac{p + 2q}{3}$ (C) $\frac{p + q}{2}$ (D) $\frac{2p + q}{3}$ (E) $\frac{3p + q}{4}$

18. Quantos números de três dígitos existem, contendo pelo menos um dos dígitos 1, 2 ou 3?

- (A) 27 (B) 147 (C) 441 (D) 557 (E) 606

19. Elisa escreve um número inteiro não nulo de 4 dígitos $N = \overline{pqrs}$. Quando ela coloca uma vírgula entre as letras q e r , ela obtém o número racional $\overline{pq,rs}$, que ela verifica ser a média aritmética dos números de 2 dígitos \overline{pq} e \overline{rs} . Qual é a soma dos dígitos do número N ?

- (A) 14 (B) 18 (C) 21 (D) 25 (E) 27

20. Duas velas de mesmo tamanho começam a queimar no mesmo instante. Uma delas queima totalmente em 4 horas e a outra, em 5 horas, cada uma com sua taxa constante de queima. Quantas horas levará para uma das velas ficar com o triplo do tamanho da outra vela?

- (A) $\frac{40}{11}$ (B) $\frac{45}{12}$ (C) $\frac{63}{20}$ (D) 3 (E) $\frac{47}{14}$

Problemas de 5 pontos

21. André tem seis cartões quadrados com um número escrito em cada lado de cada cartão. Os pares de números nos cartões são: (5, 12), (3, 11), (0, 16), (7, 8), (4, 14) e (9, 10). Os cartões podem ser colocados em qualquer ordem nos quadrados da figura: $\square + \square + \square - \square - \square - \square = ?$.

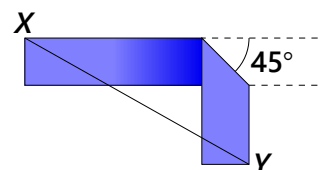
Qual é o menor resultado que André pode obter?

- (A) -23 (B) -24 (C) -25 (D) -26 (E) -27

22. O Canguru resolve a equação $ax^2 + bx + c = 0$ e o Castor resolve a equação $bx^2 + ax + c = 0$, na qual a , b e c são inteiros dois a dois distintos e não nulos. Eles sabem que as equações têm uma solução comum. Qual das seguintes afirmações sobre as equações é verdadeira?

(A) A solução comum tem que ser 0.
 (B) A equação quadrática $ax^2 + bx + c = 0$ tem exatamente uma solução real.
 (C) $a > 0$
 (D) $b < 0$
 (E) $a + b + c = 0$

23. Clara tem uma tira retangular de papel com 12 cm de comprimento e 2 cm de largura. Ela faz uma dobra na tira a 45° com o lado maior, de modo que as duas partes da tira formem um ângulo reto, como indicado na figura. Qual é o menor valor possível, em cm, da distância XY ?



(A) $6\sqrt{2}$ (B) $7\sqrt{2}$ (C) 10 (D) 8 (E) $6 + \sqrt{2}$

24. Renata tem vários dados de 12 faces, não viciados e com as faces numeradas de 1 a 12. Quando todos esses dados são lançados simultaneamente, a probabilidade de sair o 12 somente uma vez é igual à probabilidade de não sair nenhum 12. Quantos dados Renata tem?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

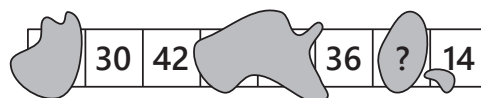
25. Um polinômio $p(x)$ tem a propriedade de que $p(x + 1) = x^2 - x + 2p(6)$ para todo x real. Qual é a soma dos coeficientes do polinômio $p(x)$?

(A) -40 (B) -6 (C) 12 (D) 40 (E) -20

26. Sendo x , y e z as soluções das equações $2^x = 3$, $2^y = 7$ e $6^z = 7$, qual das igualdades a seguir estabelece uma relação verdadeira entre x , y e z ?

(A) $z = \frac{y}{1 + x}$ (D) $z = \frac{x}{y - 1}$
 (B) $z = \frac{x}{y} + 1$ (E) $z = y - \frac{1}{x}$
 (C) $z = \frac{y}{x} - 1$

27. Uma fita com oito quadrados tem, inicialmente, o número 0 escrito em cada um deles. A cada etapa, são escolhidos quatro quadrados consecutivos da fita e, a todos os números que estão escritos nesses quadrados, é adicionado 1. Após várias etapas, aparecem os números mostrados. Acontece que alguns borrões escondem quatro desses números. Qual é o número que deve aparecer no quadrado indicado pelo ponto de interrogação?



(A) 24 (B) 30 (C) 36 (D) 42 (E) 48

28. Uma função $f = R \rightarrow R$ tem a propriedade de que $f(20 - x) = f(22 + x)$ para todo x real. Sabe-se que f tem exatamente duas raízes reais. Qual é a soma dessas raízes?
- (A) -1 (B) 20 (C) 21 (D) 22 (E) 42
29. Numa circunferência há 12 pontos igualmente espaçados. Quantos triângulos, cujos vértices são 3 dos pontos dados, têm exatamente um ângulo interno de 45° ?
- (A) 48 (B) 60 (C) 72 (D) 84 (E) 96
30. Um número de 4 algarismos \overline{abcd} é tal que $\overline{abcd} = a^a + b^b + c^c + d^d$. Qual é o valor de a ?
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6