

Teoria Geral de Eventos em Séries Temporais

Uma estrutura unificada para compreender anomalias, pontos de mudança, motifs, discords e drift como manifestações de um mesmo fenômeno fundamental: alterações na tipicidade temporal.

Eduardo Ogasawara

eduardo.ogasawara@cefet-rj.br

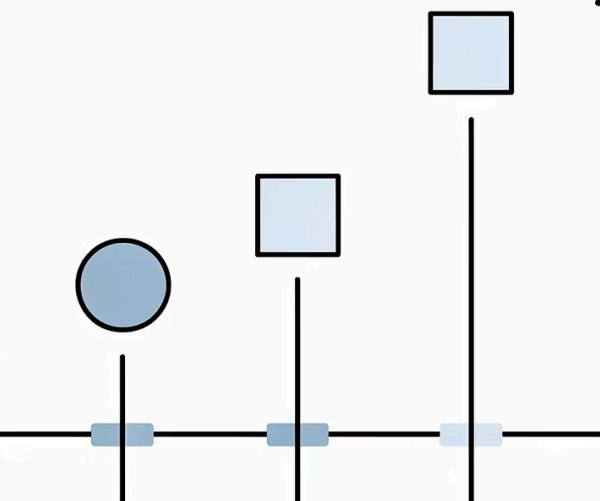
<https://eic.cefet-rj.br/~eogasawara>

Série Temporal como Processo Estruturado

Uma série temporal não é apenas uma lista de números. É uma sequência indexada no tempo onde cada observação é gerada por uma distribuição cujos parâmetros podem variar, induzindo a dinâmica do processo.

$$x_t \sim F_{\theta_t}$$

Onde x_t é a observação no instante t , F_{θ_t} é a distribuição das observações, e θ_t representa os parâmetros que podem mudar ao longo do tempo.



Tipicidade Temporal

A tipicidade não é um padrão fixo para toda a série. Ela é uma referência do momento que depende do parâmetro atual do processo e pode mudar de um instante para o outro.

Definição no Instante

A tipicidade em t é definida por $x_t \sim F_{\theta_t}$

Referência Dinâmica

Se θ_t muda, a referência do que é esperado muda junto

Base para Eventos

Eventos são definidos em relação a essa referência temporal

CONCEITO CENTRAL

Evento em Séries Temporais

Um evento representa uma mudança na referência de tipicidade. É definido no tempo, não fora dele, e depende fundamentalmente de como a tipicidade é modelada.

O conjunto genérico de instantes de evento pode ser escrito como:

$$\mathcal{E} = \{t : \text{a tipicidade em } t \text{ é alterada}\}$$

Esta definição geral permite que diferentes classes de eventos (anomalias, change points, motifs, discords, drift) apareçam como casos particulares dessa ideia fundamental.

Generalidade

Qualquer situação em que a noção de tipicidade muda ou é alterada entra como evento nesta teoria

Dimensões do Evento Temporal

Para comparar e classificar eventos, precisamos de um vocabulário descritivo. Três dimensões fundamentais caracterizam qualquer evento temporal:



Intensidade

Tamanho do desvio no instante.
Pode ser medida pelo erro de
previsão: $I_t = |x_t - \hat{x}_t|$



Persistência

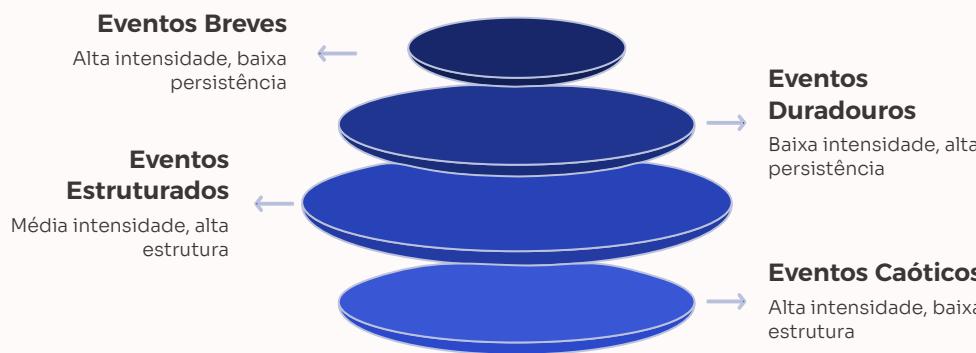
Quanto tempo o efeito dura.
Quantos instantes o
comportamento anômalo se
mantém



Estrutura

Quão organizado ou complexo é o
padrão. Distingue padrões
sistêmicos de ruído aleatório

Espaço Ontológico dos Eventos



Cada classe de evento ocupa uma região diferente neste espaço tridimensional, organizando a taxonomia de forma natural.

Eventos podem ser descritos por suas coordenadas neste espaço conceitual:

$$\Omega_E = (\text{intensidade}, \text{persistência}, \text{estrutura})$$

- Anomalias: alta intensidade, baixa persistência
- Change points: alta persistência
- Motifs: alta estrutura, recorrentes
- Discords: alta estrutura, raros
- Drift: persistência contínua

Anomalias na Teoria Geral

Anomalias são baseadas em resíduo de previsão, caracterizadas por alta intensidade e baixa persistência, com pouca estrutura — são eventos locais.

01

Calcular Resíduo

Define-se $r_t = x_t - \hat{x}_t$, a diferença entre observado e previsto

02

Aplicar Limiar

Uma anomalia ocorre quando $|r_t| > \tau$, onde τ é o limiar definido

03

Interpretar

Um ponto muito fora do esperado segundo o modelo preditivo



⇄ CHANGE POINTS

Pontos de Mudança na Teoria Geral

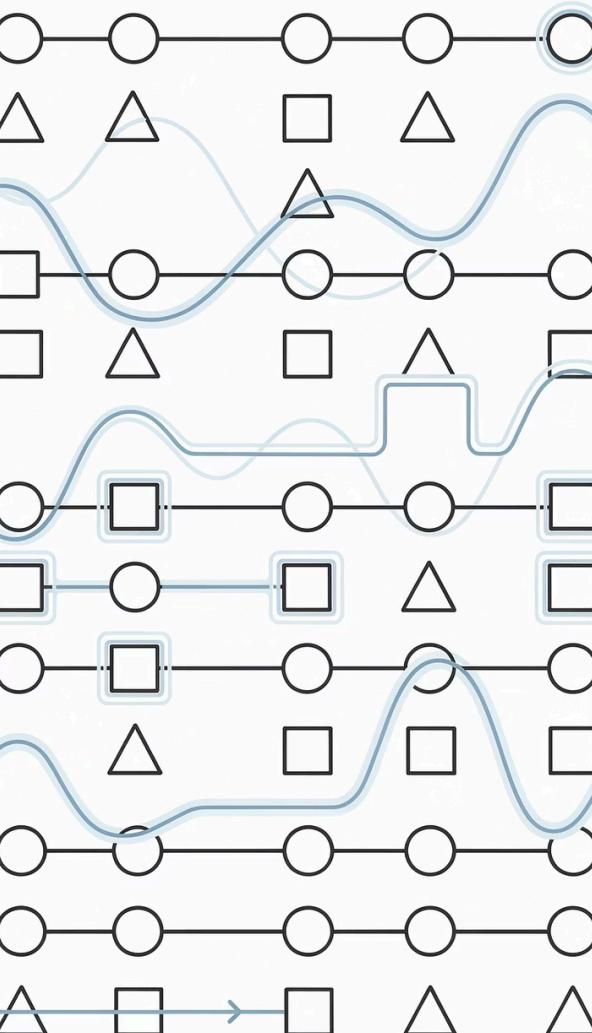
Pontos de mudança representam mudanças estruturais persistentes. O processo muda de regime antes e depois de um instante τ , com diferenças aparecendo nos parâmetros do modelo.

Modelo em dois regimes:

$$x_t \sim F_{\theta_1} \quad (t \leq \tau), \quad x_t \sim F_{\theta_2} \quad (t > \tau)$$

Onde θ_1 e θ_2 são parâmetros distintos dos regimes antes e depois da mudança.

O change point tem alta persistência porque, após a mudança, o novo comportamento continua valendo indefinidamente.



MOTIFS

Motifs na Teoria Geral

Motifs são padrões recorrentes definidos por similaridade entre subsequências. Caracterizam-se por alta estrutura e baixa intensidade — não são picos, mas desenhos que voltam a aparecer.

Definição por Proximidade

Um motif existe quando $d(X_{i:i+w}, X_{j:j+w}) < \epsilon$

Janela Temporal

w define o tamanho da subsequência comparada

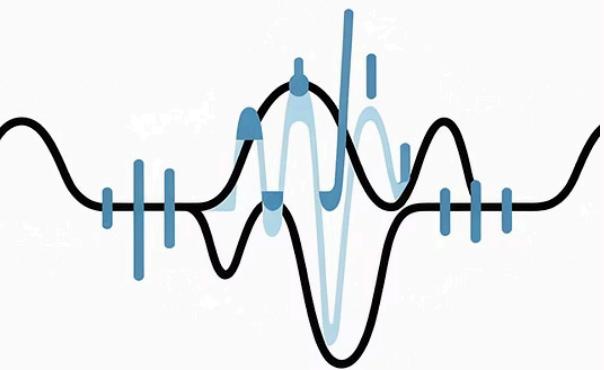
Medida de Distância

$d(\cdot, \cdot)$ quantifica similaridade entre padrões

Límiar de Similaridade

ϵ determina quão próximos os padrões devem estar

Discords na Teoria Geral



Discord é um padrão raro e isolado, definido por sua distância mínima ao restante da série. Caracteriza-se por alta estrutura e alta raridade.

A distância mínima de uma subsequência s_i é:

$$D(s_i) = \min_{s_j \neq s_i} d(s_i, s_j)$$

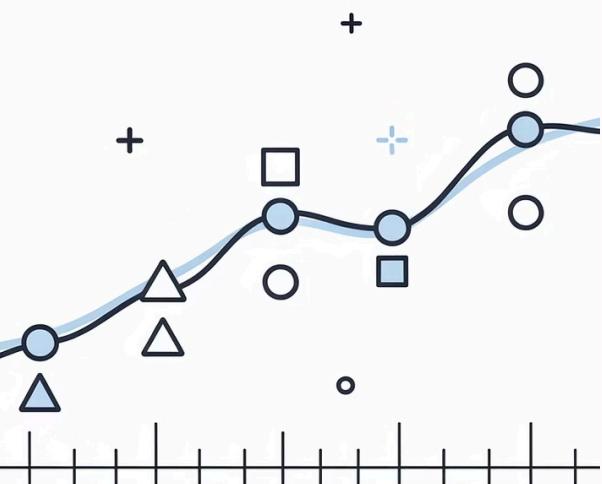
Um discord é o mais isolado:

$$D(s_i) = \max_{s \in \mathcal{S}} D(s)$$

Enquanto motifs procuram semelhança, discords procuram isolamento no espaço de padrões.

↗ DRIFT

Drift na Teoria Geral



Drift representa mudança contínua do processo, onde a tipicidade vai se deslocando gradualmente no tempo. Diferente de uma ruptura abrupta, é uma transformação progressiva.



Parâmetros Variáveis

$\theta_t \neq \theta_{t-1}$ continuamente

Mudança Contínua

Não há um instante especial como no change point

Redefinição Gradual

Tipicidade se redefine aos poucos

Arquitetura Geral de Detecção

Qualquer detector de eventos pode ser organizado como um sistema com quatro etapas fundamentais que transformam dados brutos em eventos identificados.

Pipeline conceitual formal:

$$X_t \xrightarrow{\mathcal{R}} Z_t \xrightarrow{\mathcal{M}} \theta_t \xrightarrow{\mathcal{S}} S_t \xrightarrow{\mathcal{D}} \mathcal{E}_t$$

- **Representação (\mathcal{R})**

Transforma dados brutos X_t em representação Z_t

- **Modelagem (\mathcal{M})**

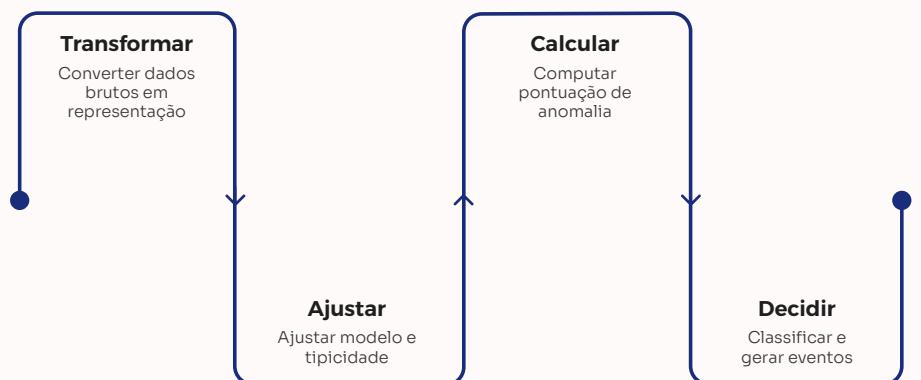
Ajusta parâmetros θ_t que definem tipicidade

- **Score (\mathcal{S})**

Calcula medida de discrepância S_t

- **Decisão (\mathcal{D})**

Identifica eventos \mathcal{E}_t baseado no score



Função Universal de Discrepância

Score de Evento

O score mede "quão estranho" está o comportamento atual em relação à tipicidade esperada

$$S_t = \phi(X_{t-w:t}, \theta_t)$$

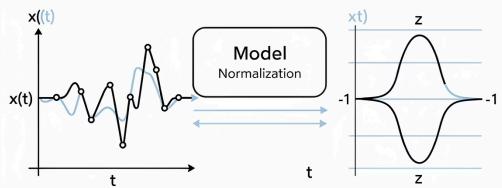
A mesma arquitetura permite detectar diferentes tipos de eventos apenas trocando a função de discrepância ϕ :

- Se ϕ mede erro de previsão → anomalies
- Se ϕ mede diferença de parâmetros → change points
- Se ϕ mede distância entre padrões → motifs e discords

Onde $X_{t-w:t}$ são dados em uma janela recente de tamanho w , e θ_t são os parâmetros do modelo no instante t .

Modelos como Operadores Temporais

Um modelo é uma família parametrizada que induz uma noção de tipicidade. A detecção de eventos depende fundamentalmente do modelo escolhido.



Família de Modelos

$\mathcal{F} = \{f_\theta\}$ define o espaço de possibilidades



Indução de Tipicidade

O modelo escolhido determina o que é considerado típico



Dependência do Modelo

Mudar o modelo muda o tipo de discrepância detectável



A noção de "típico" não vem do nada — ela vem do modelo adotado. Diferentes modelos revelam diferentes tipos de eventos.

Equivalência Formal entre Detectores

Métodos diferentes podem ser "o mesmo detector" na prática. A equivalência depende do score induzido e do foco na partição do tempo em evento versus não-evento.

Dois detectores são equivalentes se seus scores induzem a mesma separação temporal:

$$\phi_1(X_t) \sim \phi_2(X_t)$$

Onde \sim significa "equivalentes no sentido de separar eventos de forma compatível".

- ❑ Você pode ter fórmulas e nomes diferentes, mas se no fim marcam os mesmos instantes como evento, são equivalentes para o propósito de detecção.

Consequências da Teoria Geral

A teoria geral revela consequências fundamentais sobre a natureza dos eventos temporais:

Não Existe Definição Única

Evento não é um objeto absoluto — é construído a partir de escolhas metodológicas

Dependência da Representação

Como você representa os dados determina quais eventos são detectáveis

Dependência do Modelo

O modelo escolhido define a noção de tipicidade e, portanto, de evento

Relatividade ao Contexto

Mudar o contexto muda o que faz sentido chamar de evento

$$\mathcal{E}_t = f(X_t, \mathcal{R}, \mathcal{M})$$

Consequências para Seleção de Métodos

A escolha do método de detecção deve ser vista como uma otimização sob contexto, não como busca por um "melhor detector universal".



Objetivo

Detectar rápido, explicar, ou prever? Cada objetivo favorece diferentes métodos

Seleção como otimização:

$$\mathcal{D}^* = \arg \max_{\mathcal{D}} U(\mathcal{D} | \mathcal{C})$$



Escala Temporal

Janela de observação e frequência de amostragem importam

Onde \mathcal{D}^* é o detector escolhido, $U(\cdot)$ é a utilidade, e \mathcal{C} representa o contexto completo.



Restrições Computacionais

Tempo real versus processamento em lote afeta a escolha

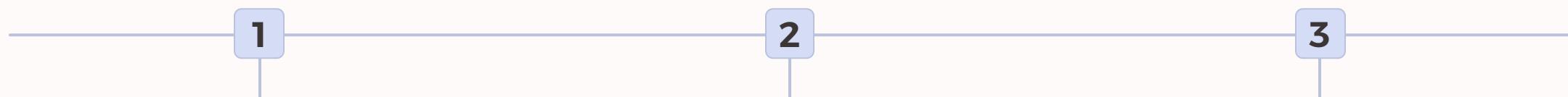


Contexto do Fenômeno

Natureza do processo governa a utilidade do detector

Natureza do Conhecimento Temporal

O conhecimento sobre eventos temporais é fundamentalmente probabilístico, depende do contexto e muda no tempo. Sempre há incerteza na inferência de eventos.



Informação Parcial

Decisões baseadas em dados disponíveis até o momento

Inferência Probabilística

Não há certeza absoluta, apenas probabilidades

Atualização Contínua

Conhecimento evolui com novas observações

A incerteza pode ser expressa formalmente:

$$P(\mathcal{E}_t | \mathcal{F}_t) < 1$$

Onde $P(\cdot)$ é a probabilidade de evento \mathcal{E}_t dada a informação \mathcal{F}_t disponível até o instante t .

Eventos como Linguagem do Tempo

A conclusão da teoria geral é que eventos se tornam a forma de "ler" o tempo. Séries temporais são sistemas dinâmicos, e eventos são as unidades de significado que usamos para interpretá-los.

Classes diferentes compartilham a mesma estrutura conceitual:

$$\mathcal{E}_t = \mathcal{L}(X_t)$$

Onde $\mathcal{L}(\cdot)$ representa a "linguagem temporal" que mapeia dados em eventos.

Você observa a série, escolhe uma tipicidade, mede discrepâncias e, a partir disso, produz uma descrição em termos de eventos — como se fosse uma linguagem para interpretar dinâmica temporal.

Observar

Modelar

Medir

Interpretar

Referências Bibliográficas

Uma coleção cuidadosamente selecionada de obras fundamentais que abordam análise de séries temporais e mineração de dados.



Event Detection in Time Series

Ogasawara, E.; Salles, R.; Porto, F.; Pacitti, E.

(2025). Publicação recente da Springer Nature Switzerland que explora técnicas avançadas de detecção de eventos em séries temporais.

Time Series Analysis: With Applications in R

Cryer, J. D.; Chan, K.-S. (2008). Obra clássica da Springer que combina fundamentação teórica sólida com implementações práticas.

Data Mining: Concepts and Techniques

Han, J.; Pei, J.; Tong, H. (2022). Quarta edição publicada pela Morgan Kaufmann que consolida conceitos fundamentais e técnicas avançadas de mineração de dados.