CEFET/RJ

Séries Temporais como Objeto de Processamento

Da observação bruta à preparação da séries para análise.

Eduardo Ogasawara

eduardo.ogasawara@cefet-rj.br

https://eic.cefet-rj.br/~eogasawara

Processamento de Séries Temporais

Na análise de séries temporais, a série é transformada antes de modelar, gerando uma nova representação que facilita a predição e identificação de desvios.

Uma transformação leva a série original para outra série:

$$Y_t = \mathcal{T}(X_t)$$

Onde X_t é o valor observado no tempo t, Y_t é o valor transformado, e $\mathcal{T}$ é a transformação aplicada.

> A ideia central é mudar o ponto de vista: em vez de analisar diretamente os dados brutos, tratamos a série como matéria-prima para construir representações mais úteis.

CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Pipeline de Processamento Temporal

Um pipeline é uma sequência de transformações onde cada etapa gera uma nova série. O resultado final é uma representação mais informativa dos dados originais.

Uma sequência de transformações pode ser escrita como:

$$X_t^{(k)} = \mathcal{T}_k \circ \mathcal{T}_{k-1} \circ \cdots \circ \mathcal{T}_1(X_t)$$

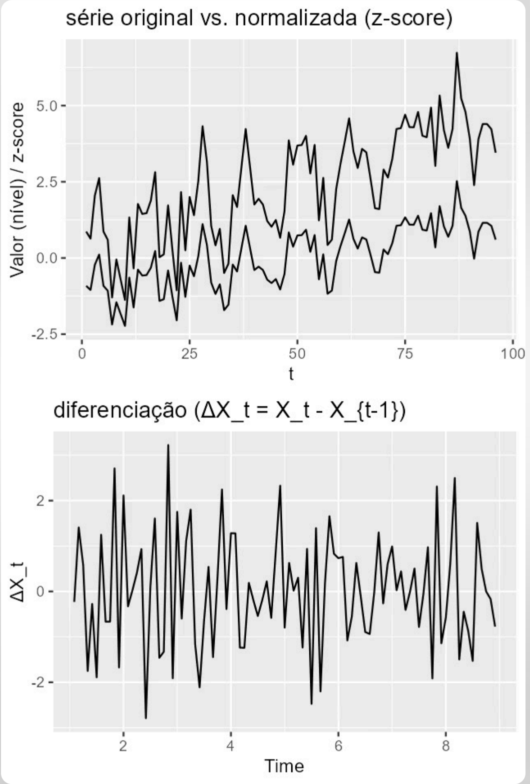
Onde X_t é a série original, $X_t^{(k)}$ é a série após k transformações, $\mathcal{T}_i$ é a i-ésima transformação, e $\circ$ representa a composição de funções.

Estrutura do Pipeline de Séries Temporais

Dados brutos passam por etapas sucessivas, cada uma produzindo uma nova representação. Desvios e insights são identificados ao final do processo.

1	2	3	4	5
Série Original	**Pré-processamento**	**Decomposição**	**Modelagem**	**Análise**
X_t	$X_t^{(prep)}$	$X_t^{(dec)}$	$\hat{X}_t$	E_t

Esse esquema mostra que as análise podem não ocorrem diretamente nos dados brutos, mas em representações intermediárias. Cada etapa altera a forma como a série é interpretada.



TRANSFORMAÇÕES BÁSICAS

Pré-processamento Temporal

Normalização

Ajusta a escala dos valores para tornar a série mais adequada à análise:

$$X_t^{(norm)} = \frac{X_t - \mu}{\sigma}$$

Onde μ é a média da série e σ é o desvio padrão.

Diferenciação

Destaca variações no tempo:

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$$

Onde ΔX_t é a diferença entre instantes consecutivos.

O pré-processamento altera a escala e a estrutura da série. Essas transformações mudam a forma como desvios e eventos aparecem nos dados.

Engenharia Temporal e Modelagem de Desvios

Modelos geram uma representação da série, e desvios são identificados em relação ao modelo. A escolha da representação é decisiva.

Cálculo do Resíduo

$$R_t = X_t - \hat{X}_t$$

Onde X_t é o valor observado e $\hat{X}_t$ é o valor estimado pelo modelo.

Identificação de Desvios

$$|R_t| > \tau$$

Um desvio ocorre quando o resíduo R_t ultrapassa o limiar τ.

Primeiro definimos o comportamento esperado da série por meio de um modelo. Em seguida, medimos o quanto os dados reais se afastam desse comportamento.

Transformações de Escala

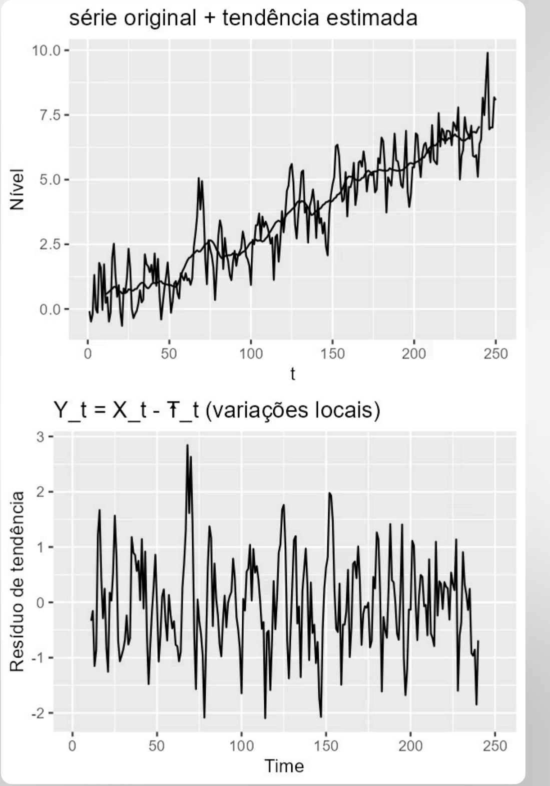
Algumas séries têm variância dependente do nível. Transformações de escala alteram a amplitude dos valores para tornar a variância mais estável.

Uma transformação de escala é dada por:

$$Y_t = g(X_t)$$

Onde $g(\cdot)$ é uma função de transformação, como logaritmo ou raiz quadrada.

Transformações de escala mudam a forma como a série cresce ou varia. O logaritmo, por exemplo, reduz a influência de valores muito grandes, facilitando a comparação de variações ao longo do tempo.



TENDÊNCIA

Remoção de Tendência

Séries podem ter crescimento ou declínio de longo prazo. A tendência pode ser removida antes da análise para destacar variações locais.

Se a série tem uma tendência estimada $\hat{T}_t$, define-se:

$$Y_t = X_t - \hat{T}_t$$

Série Original

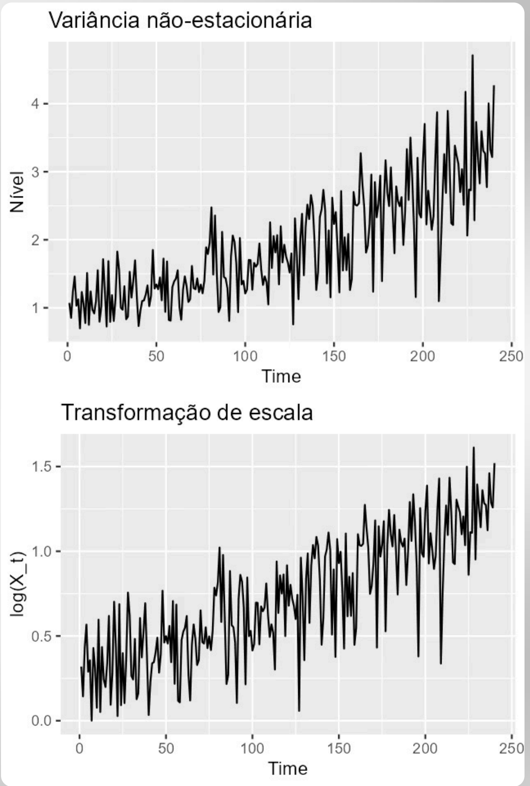
Contém tendência e variações locais misturadas

Tendência Estimada

Representa o comportamento global de longo prazo

Série Sem Tendência

Destaca apenas variações locais



Estabilização da Variância

Algumas séries têm variância que muda no tempo. Transformações buscam tornar a variância aproximadamente constante.

Objetivo da transformação:

$$\mathrm{Var}(Y_t) \approx \text{constante}$$

Onde Y_t é a série transformada e $\mathrm{Var}(Y_t)$ é sua variância.

> Quando a variância muda ao longo do tempo, eventos podem ser confundidos com períodos de alta volatilidade. Ao estabilizar a variância, separamos variações estruturais de mudanças realmente excepcionais.

Transformações Temporais

Muitas análises usam variações em vez de níveis. Diferenças e retornos destacam mudanças abruptas na série temporal.

Retorno Simples

$$R_t = \frac{X_t - X_{t-1}}{X_{t-1}}$$

Mede a variação percentual entre períodos consecutivos.

Retorno Logarítmico

$$r_t = \log(X_t) - \log(X_{t-1})$$

Fornece propriedades matemáticas mais convenientes para análise.

Essas transformações substituem os níveis da série por variações relativas, tornando mais visíveis mudanças bruscas que são frequentemente interpretadas como eventos.

Transformações e Análise

Padrões são definidos na série transformada. A transformação altera o tipo de padrão detectável.

Um critério de padrão pode ser:

$$|Y_t - \mathbb{E}[Y_t]| > \tau$$

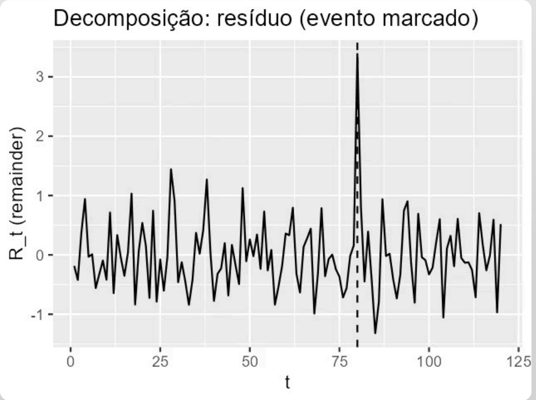
Onde Y_t é a série transformada, $\mathbb{E}[Y_t]$ é o valor esperado, e τ é o limiar de detecção.

Comportamento Normal

Definido pela transformação aplicada e pelo modelo escolhido

Desvio Detectado

Desvio significativo em relação ao comportamento esperado



DECOMPOSIÇÃO

Decomposição como Transformação

A série pode ser separada em componentes, onde cada componente representa um aspecto do comportamento temporal.

Tendência

T_t

Comportamento de longo prazo

Sazonalidade

S_t

Padrões cíclicos regulares

Resíduo

R_t

Variações não explicadas

Define-se o resíduo como:

$$R_t = X_t - T_t - S_t$$

O resíduo concentra variações que não são explicadas pela tendência ou sazonalidade, sendo um espaço natural para detectar eventos.

Transformada de Fourier

A série pode ser representada por frequências. A transformada de Fourier muda o domínio da análise de tempo para frequência.

A transformada discreta é dada por:

$$C_k = \sum_t X_t \, e^{-i2\pi kt/n}$$

Onde C_k é o coeficiente de frequência k, n é o número de observações, e i é a unidade imaginária.

A transformada de Fourier descreve a série em termos de componentes periódicos, permitindo separar padrões cíclicos de ruído e facilitando a identificação de comportamentos anômalos.

Decomposição por Wavelets

Wavelets combinam tempo e frequência, permitindo analisar desvios localizados com precisão temporal e de escala.

A transformada wavelet pode ser representada por:

$$W(a,b) = \int X(t)\,\psi_{a,b}(t)\,dt$$

Onde $\psi_{a,b}(t)$ é a wavelet escalada e deslocada, a é a escala, e b é o deslocamento temporal.

Localização Temporal

Preserva informação sobre quando os desvios ocorrem

Análise Multi-escala

Detecta desvios em diferentes escalas de tempo simultaneamente

MÉTODOS AVANÇADOS

Decomposição EMD

A Decomposição por Modos Empíricos (EMD) decompõe a série em componentes adaptativas sem exigir hipóteses fortes sobre a estrutura dos dados.

A decomposição é dada por:

$$X_t = \sum_{k=1}^{K} IMF_k(t) + r(t)$$

Onde $IMF_k(t)$ é o k-ésimo modo intrínseco, $r(t)$ é o resíduo, e K é o número de modos.

01

Extração Adaptativa

Componentes extraídos diretamente dos dados

02

Sem Modelos Pré-definidos

Não impõe estrutura prévia aos dados

03

Multi-escala

Revela padrões em diferentes escalas temporais

Decomposição e Análise

Desvios podem ser definidos no resíduo da decomposição. Diferentes métodos geram diferentes resíduos, influenciando diretamente os desvios detectados.

Critério de análise:

$$|R_t| > \tau$$

Onde R_t é o resíduo e τ é o limiar de detecção.

Ao definir desvios no resíduo, isolamos variações inesperadas. Como cada método de decomposição produz um resíduo diferente, a escolha do método influencia diretamente os desvios detectados.

☐ ANÁLISE LOCAL

Representação Local da Série

A série global pode ser dividida em subsequências, onde cada subsequência representa um comportamento local específico.

Uma subsequência é definida por:

$$X_{t:t+w-1} = (X_t, X_{t+1}, \ldots, X_{t+w-1})$$

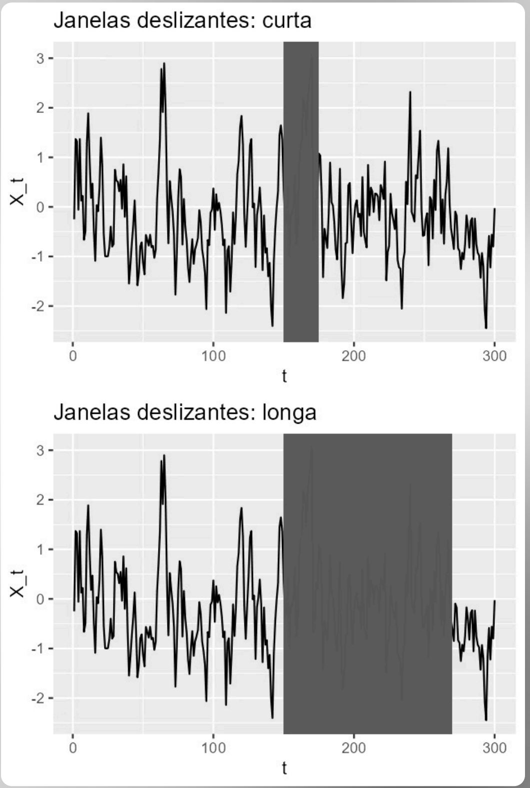
Onde w é o tamanho da janela e $X_{t:t+w-1}$ é a subsequência iniciada em t.

Análise Local

Eventos entendidos como desvios em janelas específicas

Contexto Temporal

Cada janela captura comportamento em um período definido



Janelas Deslizantes

Janelas deslizantes geram múltiplas subsequências sobrepostas. O tamanho da janela define a escala da análise e o tipo de desvio analisável.

Definição da transformação:

$$\mathcal{W}_w(X_t) = \{X_{t:t+w-1}\}$$

Onde $\mathcal{W}_w$ é o operador de janela de tamanho w.

1

Janelas Curtas

Destacam eventos rápidos e mudanças abruptas

2

Janelas Médias

Equilibram detalhes locais e contexto temporal

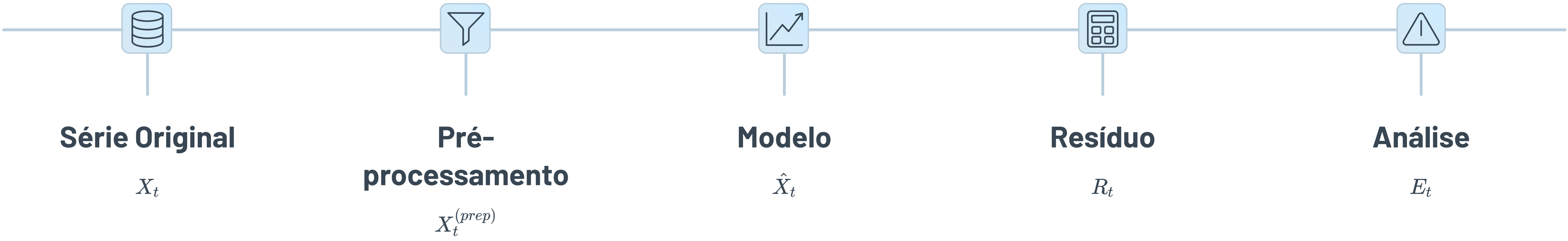
3

Janelas Longas

Capturam padrões amplos e tendências de longo prazo

Workflow Temporal

O processamento segue etapas bem definidas. A análise é realizada ao final do fluxo como resultado de todas as transformações anteriores.



Esse fluxo mostra que a análise de séries temporais depende de todas as etapas anteriores. A análise é o resultado final de uma cadeia de transformações e modelagens.

Modelagem Preditiva

A previsão define o comportamento esperado da série. Desvios são identificados em relação ao esperado.

Definição do indicador de desvio:

$$E_t = \begin{cases} 1, & |X_t - \hat{X}_t| > \tau \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Valor Observado

X_t — dado real coletado no tempo t

Valor Previsto

$\hat{X}_t$ — referência de normalidade gerada pelo modelo

Limiar

τ — define o que é considerado desvio significativo

Síntese do Capítulo

Transformações constroem representações da série. Representações permitem modelagem. Modelagem permite análise.

Série Temporal

Dados brutos observados ao longo do tempo

Transformações

Construção de representações mais informativas

Modelos

Definição de comportamento esperado

Desvios

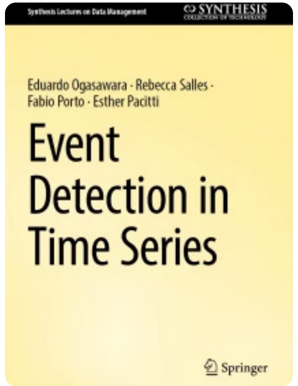
Desvios significativos do comportamento normal

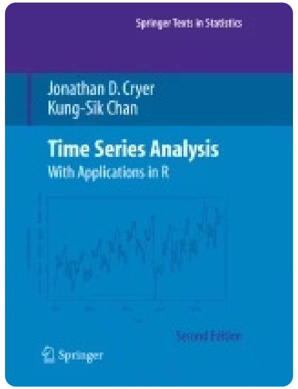
O capítulo mostra que análise de séries temporais não começa com algoritmos, mas com representações. Transformar a série é o passo fundamental que define o que será considerado normal e, consequentemente, o que será interpretado como um desvio.

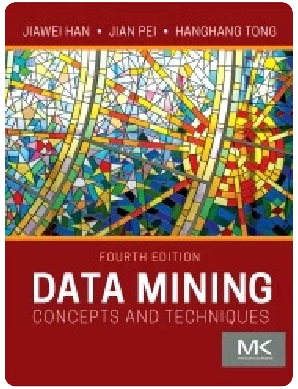
RECURSOS ACADÊMICOS

Referências Bibliográficas

Uma coleção cuidadosamente selecionada de obras fundamentais que abordam análise de séries temporais e mineração de dados.







Event Detection in Time Series

Ogasawara, E.; Salles, R.; Porto, F.; Pacitti, E. (2025). Publicação recente da Springer Nature Switzerland que explora técnicas avançadas de detecção de eventos em séries temporais.

Time Series Analysis: With Applications in R

Cryer, J. D.; Chan, K.-S. (2008). Obra clássica da Springer que combina fundamentação teórica sólida com implementações práticas.

Data Mining: Concepts and Techniques

Han, J.; Pei, J.; Tong, H. (2022). Quarta edição publicada pela Morgan Kaufmann que consolida conceitos fundamentais e técnicas avançadas de mineração de dados