CEFET/RJ

Estrutura Temporal em Séries Temporais

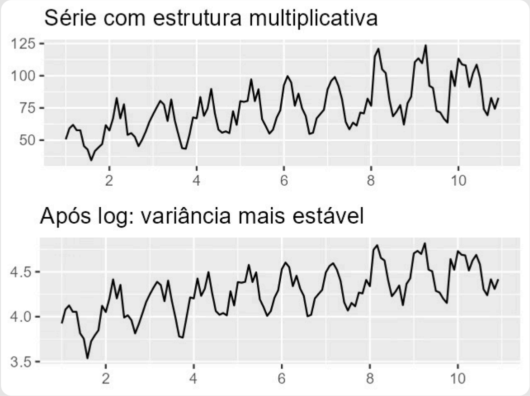
Séries temporais raramente são aleatórias. Elas apresentam padrões sistemáticos que revelam propriedades ao longo do tempo. A estrutura temporal é composta por componentes fundamentais: média, periodicidade, dependência e ruído.

Eduardo Ogasawara

eduardo.ogasawara@cefet-rj.br

https://eic.cefet-rj.br/~eogasawara

Decomposição de Séries Temporais



A decomposição de séries temporais é um método fundamental para entender a estrutura subjacente dos dados ao longo do tempo, separando-os em componentes sistemáticos e irregulares.

Decomposição Aditiva

Utilizada quando os componentes (tendência, sazonalidade, cíclico e ruído) têm uma magnitude constante, ou seja, suas flutuações não aumentam nem diminuem com o nível da série.

$$X_t = T_t + S_t + C_t + \varepsilon_t$$

Adequada para séries onde a variabilidade e a amplitude das flutuações sazonais são constantes ao longo do tempo.

Decomposição Multiplicativa

Aplicada quando os componentes interagem de forma proporcional, o que significa que a magnitude das flutuações sazonais e do ruído aumenta ou diminui com o nível da série.

$$X_t = T_t \times S_t \times C_t \times \varepsilon_t$$

Adequada para séries com variabilidade crescente ou decrescente ao longo do tempo. Uma transformação logarítmica pode converter este modelo em aditivo, facilitando a análise.

A escolha entre a decomposição aditiva e multiplicativa depende da natureza da variabilidade observada na série: se a amplitude das flutuações permanece constante ou muda proporcionalmente com o nível da série.

TENDÊNCIA

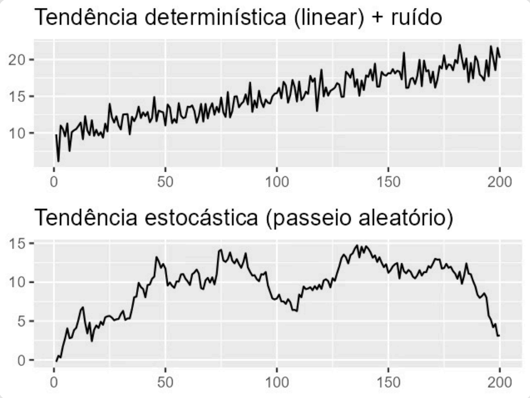
Tendência: Conceito e Definição

A tendência representa a variação sistemática de longo prazo em uma série temporal. Ela indica mudanças estruturais na média ao longo do tempo, associadas a processos de crescimento ou declínio.

Matematicamente, a tendência pode ser definida como o valor esperado da série:

$$T_t = \mathbb{E}[X_t]$$

Em séries não estacionárias, essa média varia com o tempo, refletindo transformações estruturais do processo gerador dos dados. Identificar a tendência é essencial para separar movimentos permanentes de flutuações transitórias.



Modelos de Tendência

Tendência Linear

Crescimento ou declínio constante ao longo do tempo

$$T_t = \alpha + \beta t$$

Tendência Polinomial

Variações não lineares descritas por funções polinomiais

Tendência Estocástica

Evolução aleatória acumulativa

$$T_t = T_{t-1} + u_t$$

Modelos de tendência podem ser determinísticos, quando definidos por funções explícitas do tempo, ou estocásticos, quando evoluem de forma aleatória. Essa distinção é fundamental para definir métodos adequados de estimação e transformação da série.

Sazonalidade: Padrões Periódicos

A sazonalidade corresponde a padrões que se repetem regularmente ao longo do tempo, como variações mensais, trimestrais ou semanais. Diferentemente da tendência, não representa mudança estrutural permanente.

A condição formal de periodicidade é expressa por:

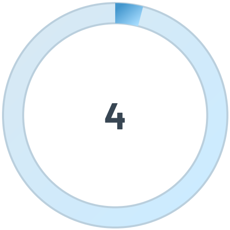
$$S_{t+s} = S_t$$

Onde s representa o período sazonal. Essa propriedade distingue a sazonalidade de outros componentes temporais.

Períodos Sazonais Comuns

Dados Mensais

Sazonalidade anual em séries com observações mensais



Dados Trimestrais

Padrão anual em séries trimestrais

Dados Semanais

Padrão semanal em dados diários

O período sazonal s depende da frequência de observação da série. Esses valores formalizam a periodicidade e permitem incorporar a sazonalidade nos modelos estatísticos de forma precisa.

COMPONENTES ESTRUTURAIS

Componente Cíclica

Oscilações de Médio e Longo Prazo

A componente cíclica descreve oscilações que não se repetem em intervalos regulares, diferentemente da sazonalidade.

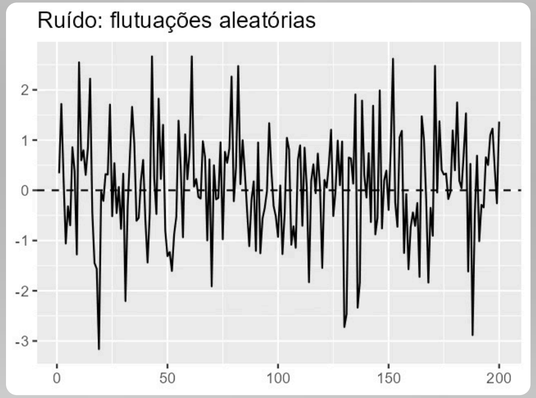
Sem Periodicidade Fixa

Associada a fenômenos como ciclos econômicos ou tecnológicos, sem padrão temporal constante.

Modelagem Complexa

Por não possuir periodicidade constante, requer abordagens estatísticas e econômicas específicas.

A componente cíclica pode ser representada por $C_t \approx f(t)$, onde $f(t)$ é uma função do tempo sem periodicidade fixa.



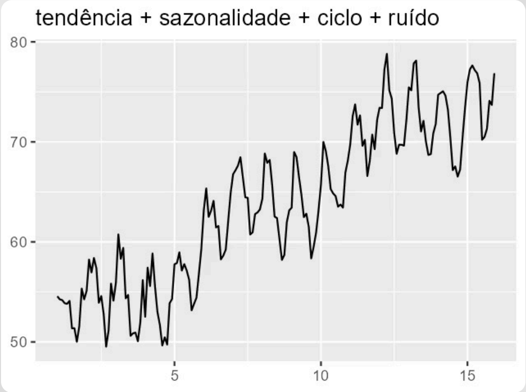
Componente Aleatória: O Ruído

A componente aleatória representa flutuações imprevisíveis que não podem ser explicadas por tendência, sazonalidade ou ciclos. É o ruído inerente ao processo observado.

Em modelos clássicos, assume-se que o ruído tem média zero e variância constante:

$$\mathbb{E}[\varepsilon_t] = 0, \quad \mathrm{Var}(\varepsilon_t) = \sigma^2$$

Essas hipóteses simplificam a análise, mas podem ser relaxadas em modelos mais sofisticados que capturam heterocedasticidade e dependência temporal no ruído.



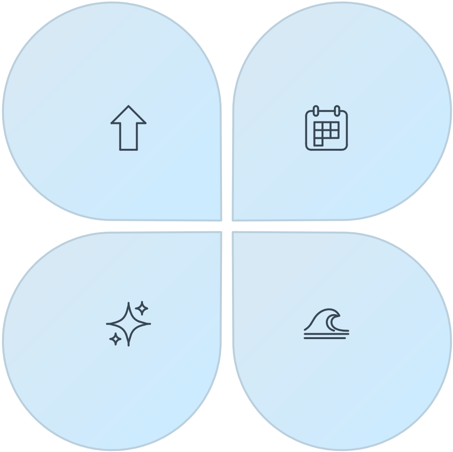
Interação de Componentes

Tendência

Movimento de longo prazo

Sazonalidade

Padrões periódicos



Ruído

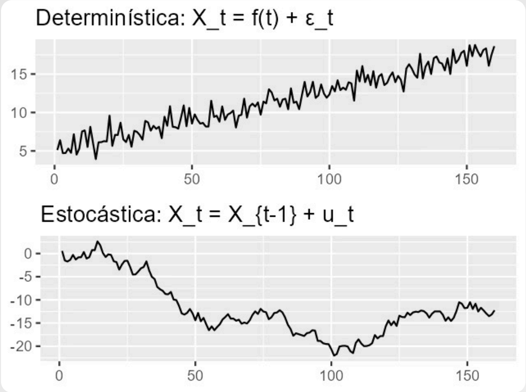
Flutuações aleatórias

Ciclos

Oscilações não periódicas

A estrutura temporal emerge da interação entre componentes sistemáticas e aleatórias. A decomposição $X_t = T_t + S_t + C_t + \varepsilon_t$ mostra que a série observada resulta de movimentos persistentes e flutuações transitórias.

Essa visão estrutural é o ponto de partida para a modelagem estatística, permitindo separar fenômenos de diferentes naturezas temporais.



Tendência Determinística vs. Estocástica

Tendência Determinística

Descrita por uma função explícita do tempo:

$$X_t = f(t) + \varepsilon_t$$

Representa crescimento ou declínio previsível e sistemático. Pode ser removida por regressão no tempo.

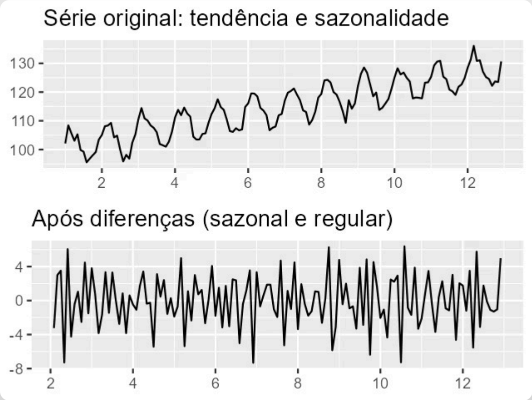
Tendência Estocástica

Evolui de forma aleatória, acumulando choques:

$$X_t = X_{t-1} + u_t$$

Representa mudanças imprevisíveis que se acumulam ao longo do tempo. Requer diferenciação para remoção.

Essa distinção é central na análise de séries temporais, pois determina os métodos de remoção da tendência e influencia diretamente a modelagem e inferência estatística.



⚠ NÃO ESTACIONARIEDADE

Estrutura Temporal e Não Estacionariedade

Mesmo que o ruído seja estacionário, a presença de tendência ou sazonalidade torna a série observada não estacionária. Isso ocorre porque a média ou a estrutura da série muda ao longo do tempo.

1

Série Original

$X_t = T_t + S_t + \varepsilon_t$

2

Componentes Variáveis

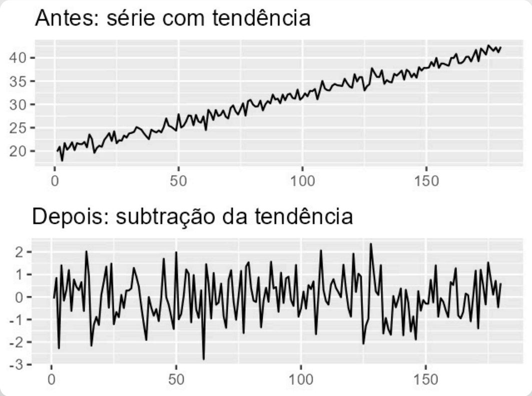
Se T_t ou S_t varia no tempo

3

Não Estacionariedade

X_t não é estacionária

Por esse motivo, a análise de séries temporais frequentemente começa com transformações destinadas a remover componentes estruturais antes da modelagem.



Remoção da Tendência

01

Ajuste de Tendência

Estimação da componente de tendência $\hat{T}_t$ por regressão

02

Subtração

Remoção da tendência: $Y_t = X_t - \hat{T}_t$

03

Diferenciação

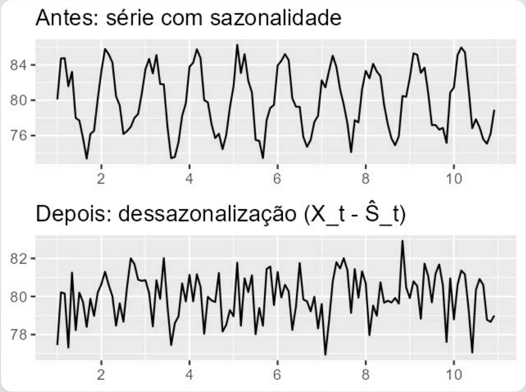
Alternativa: $Y_t = X_t - X_{t-1}$

04

Série Transformada

Aproximação da estacionariedade

A subtração da tendência estimada elimina movimentos de longo prazo, enquanto a diferenciação elimina variações acumulativas. Essas transformações são fundamentais para aproximar a série de um comportamento estacionário.



Remoção da Sazonalidade

A dessazonalização consiste em remover padrões periódicos da série, isolando variações não explicadas pela sazonalidade. Este procedimento permite analisar a dinâmica subjacente do processo.

A dessazonalização pode ser expressa por:

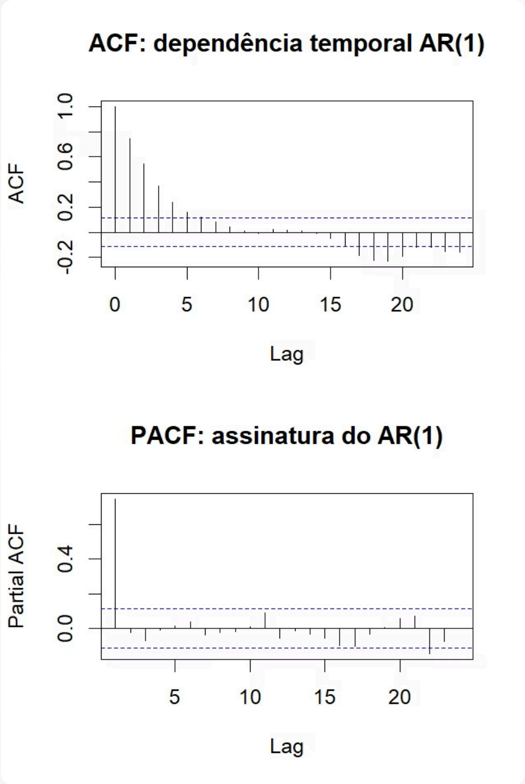
$$Y_t = X_t - \hat{S}_t$$

Onde Y_t é a série dessazonalizada, X_t é a série original e $\hat{S}_t$ é a sazonalidade estimada.

Assim como na remoção da tendência, a dessazonalização é um passo preparatório essencial para a modelagem estatística.

DEPENDÊNCIA TEMPORAL

Autocovariância e Autocorrelação



A dependência temporal descreve como observações em diferentes instantes se relacionam entre si. É a memória do processo, revelando a estrutura estatística da série.

Autocovariância

Mede a associação entre valores separados por uma defasagem temporal:

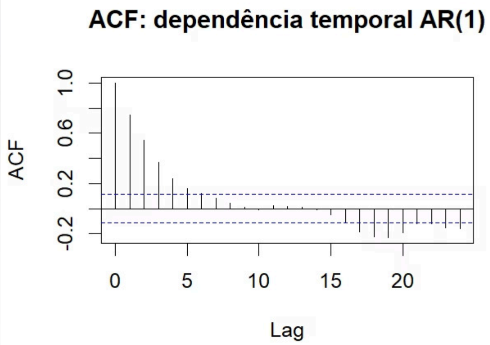
$$\gamma(h) = \mathrm{Cov}(X_t, X_{t-h})$$

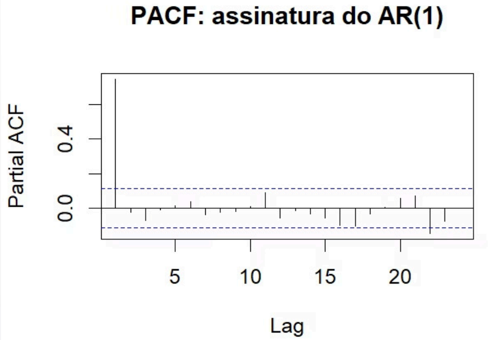
Autocorrelação

Normaliza a autocovariância:

$$\rho(h) = \frac{\gamma(h)}{\gamma(0)}$$

A forma da função de autocorrelação revela a estrutura de dependência do processo e orienta a escolha de modelos temporais apropriados.





Dependência de Curta e Longa Duração

Curta Duração

A autocorrelação decai rapidamente:

$$\rho(h) \to 0 \quad \text{rapidamente}$$

Caracteriza processos com memória limitada, onde o passado distante tem pouca influência sobre o presente.

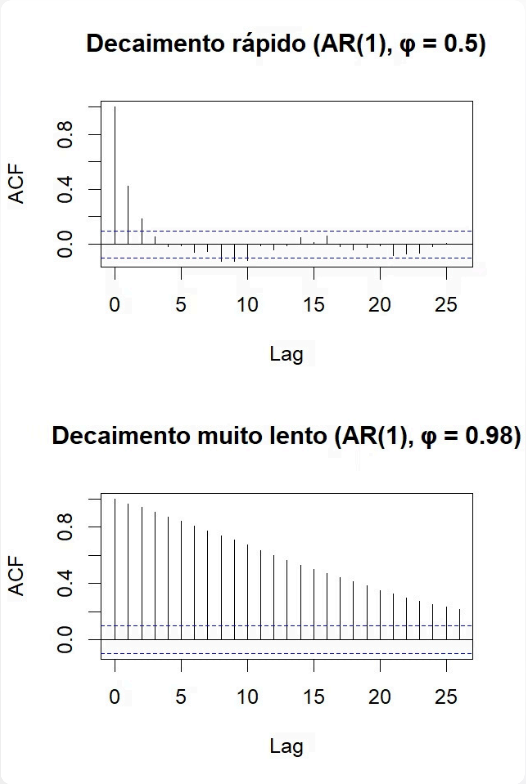
Longa Duração

O decaimento é lento e hiperbólico:

$$\rho(h) \sim h^{-\alpha}, \quad 0 < \alpha < 1$$

Indica persistência temporal elevada, onde eventos passados mantêm influência prolongada.

Essa distinção é importante porque diferentes classes de modelos são necessárias para capturar esses padrões de dependência temporal.



Modelos Autoregressivos (AR)

O modelo autoregressivo expressa que o valor atual da série depende de valores passados. É uma formalização matemática da dependência temporal observada nos dados.

Um modelo autoregressivo de ordem 1 é dado por:

$$X_t = \phi X_{t-1} + \varepsilon_t$$

Parâmetro Autoregressivo

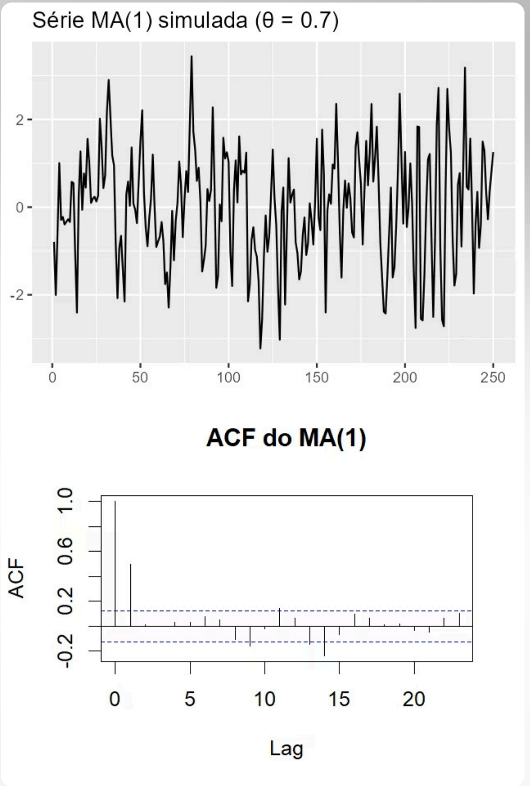
O coeficiente ϕ controla o grau de persistência temporal da série

Termo Aleatório

ε_t representa choques não explicados por valores passados

Estabilidade

A condição $|\phi| < 1$ garante que o processo seja estacionário



Modelos de Médias Móveis (MA)

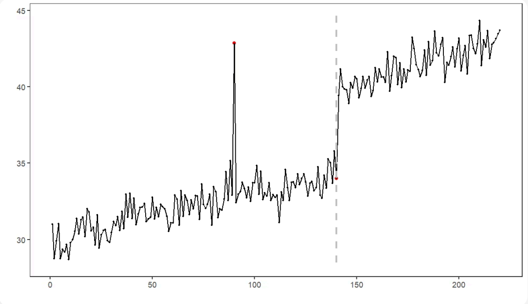
Nos modelos de médias móveis, a dependência temporal surge da influência de choques passados sobre o valor atual da série.

Um modelo MA de ordem 1 é representado por:

$$X_t = \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-1}$$

Diferentemente dos modelos AR, a dependência não ocorre diretamente entre observações, mas entre termos aleatórios. O parâmetro θ controla a memória do ruído.

A combinação de modelos AR e MA permite representar uma ampla variedade de estruturas temporais complexas.



EVENTOS

Estrutura Temporal e Eventos

Eventos em séries temporais podem ser entendidos como desvios em relação à estrutura temporal estimada. Esses desvios podem ocorrer na média, na variância ou na dependência temporal.

Rupturas na Tendência

Mudanças abruptas no comportamento de longo prazo da série

Mudanças na Dependência

Alterações na estrutura de autocorrelação temporal

Anomalias Locais

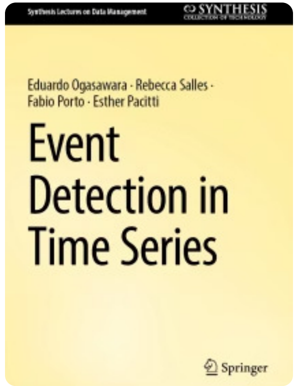
Observações que se desviam significativamente do padrão esperado

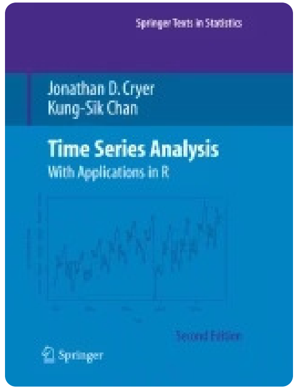
Um evento pode ser interpretado como $X_t \neq \hat{X}_t$, onde $\hat{X}_t$ é o valor esperado segundo a estrutura temporal. A identificação de eventos depende da existência de um modelo estrutural que funcione como referência.

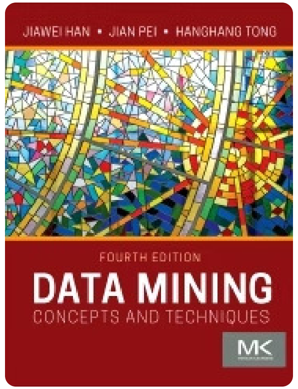
RECURSOS ACADÊMICOS

Referências Bibliográficas

Uma coleção cuidadosamente selecionada de obras fundamentais que abordam análise de séries temporais e mineração de dados.







Event Detection in Time Series

Ogasawara, E.; Salles, R.; Porto, F.; Pacitti, E. (2025). Publicação recente da Springer Nature Switzerland que explora técnicas avançadas de detecção de eventos em séries temporais.

Time Series Analysis: With Applications in R

Cryer, J. D.; Chan, K.-S. (2008). Obra clássica da Springer que combina fundamentação teórica sólida com implementações práticas.

Data Mining: Concepts and Techniques

Han, J.; Pei, J.; Tong, H. (2022). Quarta edição publicada pela Morgan Kaufmann que consolida conceitos fundamentais e técnicas avançadas de mineração de dados