

# Motifs em Séries Temporais

Um motif é um padrão que aparece várias vezes na série temporal. Diferente de anomalias ou pontos de mudança, motifs representam eventos de recorrência, não de ruptura.

**Eduardo Ogasawara**

[eduardo.ogasawara@cefet-rj.br](mailto:eduardo.ogasawara@cefet-rj.br)

<https://eic.cefet-rj.br/~eogasawara>

# Definição de Motif

São definidos sobre subsequências (janelas) de tamanho  $w$ , não sobre pontos isolados.

Considere a série  $X = \{x_t\}$  com  $t = 1$  até  $T$ . Um motif é um padrão temporal que reaparece em diferentes trechos da série, formando um conjunto de subsequências semelhantes  $X_{t:t+w}$ .

# Motifs versus Outros Eventos

## Anomalias

Eventos raros que representam desvios locais do padrão esperado. Definidas por  $|r_t| > \tau$ , onde o resíduo excede um limiar.

## Change Points

Representam rupturas entre regimes, definidas por  $\theta_1 \neq \theta_2$ . Segmentam a série em diferentes fases.

## Motifs

Eventos frequentes que representam similaridade entre janelas. Definidos por  $d(X_{i:i+w}, X_{j:j+w}) < \varepsilon$ , onde a distância entre subsequências é menor que um limiar.

Enquanto anomalias buscam desvios e change points identificam rupturas, motifs capturam regularidades recorrentes. São perspectivas complementares na análise temporal.

# Ruído e Padrões

## Decomposição da Série

Toda série temporal pode ser decomposta em:  $x_t = S_t + \varepsilon_t$ , onde  $S_t$  é o componente estruturado (sinal) e  $\varepsilon_t$  é o ruído aleatório.

Motifs pertencem ao sinal, representando estruturas recorrentes. O ruído pode dificultar a detecção, mas não define o motif. A identificação de padrões foca na regularidade estrutural, não nas variações aleatórias.

# Motifs no Sistema de Eventos

O livro apresenta uma taxonomia completa de eventos temporais:  $\mathcal{E} = \mathcal{A} \cup \mathcal{C} \cup \mathcal{M} \cup \mathcal{D}$ , onde cada símbolo representa um tipo específico de evento.



## Anomalias ( $\mathcal{A}$ )

Desvios e exceções



## Change Points ( $\mathcal{C}$ )

Rupturas e transições



## Motifs ( $\mathcal{M}$ )

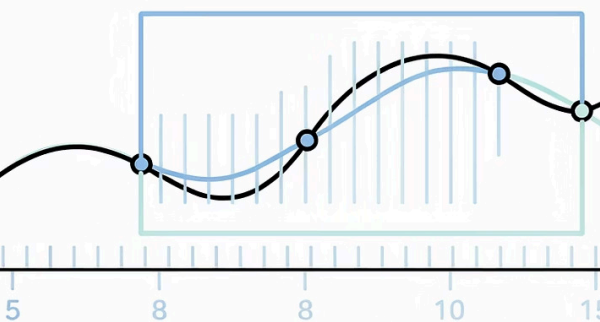
Padrões recorrentes



## Discords ( $\mathcal{D}$ )

Padrões únicos

Motifs representam a camada de regularidades recorrentes, focando em frequência e repetição, não em exceção.



# Subsequências como Objetos Fundamentais

Motifs são definidos em janelas de tamanho  $w$ , não em pontos isolados. Cada janela se torna um "objeto" de análise independente.

Uma subsequência é definida como  $X_{t:t+w-1} = (x_t, x_{t+1}, \dots, x_{t+w-1})$ , onde  $t$  varia de 1 até  $T - w + 1$ . O conjunto  $\mathcal{S} = \{X_{t:t+w-1}\}$  reúne todas as janelas possíveis da série.

Esta abordagem transforma a análise: em vez de olhar ponto a ponto, examinamos janela a janela, capturando padrões temporais completos.

# Espaço de Padrões

## Interpretação Geométrica

Cada subsequência  $X_{t:t+w-1}$  é interpretada como um vetor em  $\mathbb{R}^w$ , onde  $w$  é a dimensão do espaço.

Motifs aparecem como "nuvens" ou grupos de pontos próximos nesse espaço multidimensional. A geometria depende de como medimos distância entre vetores.

Esta visão geométrica permite aplicar técnicas de agrupamento e análise espacial para identificar padrões recorrentes.

# Similaridade entre Subsequências

Motifs dependem fundamentalmente de uma noção de distância  $d$  entre subsequências. A métrica escolhida determina o que conta como "mesmo padrão".



## Distância Euclidiana

$d_E(s_i, s_j) = \sqrt{\sum (s_i^{(k)} - s_j^{(k)})^2}$ . Compara valor a valor na mesma posição.



## DTW

Dynamic Time Warping permite desalinhamento temporal entre padrões similares.



## Correlação

$d_{\text{corr}}(s_i, s_j) = 1 - \rho(s_i, s_j)$ . Foca na forma, não no nível absoluto.

Mudar a métrica muda fundamentalmente quais padrões serão considerados recorrentes na análise.

# Definição Matemática de Motif

Um motif é um conjunto de subsequências próximas entre si, onde proximidade é definida por uma distância  $d$  e um limiar  $\varepsilon$ .

## Condição Básica

Duas subsequências formam um motif se:

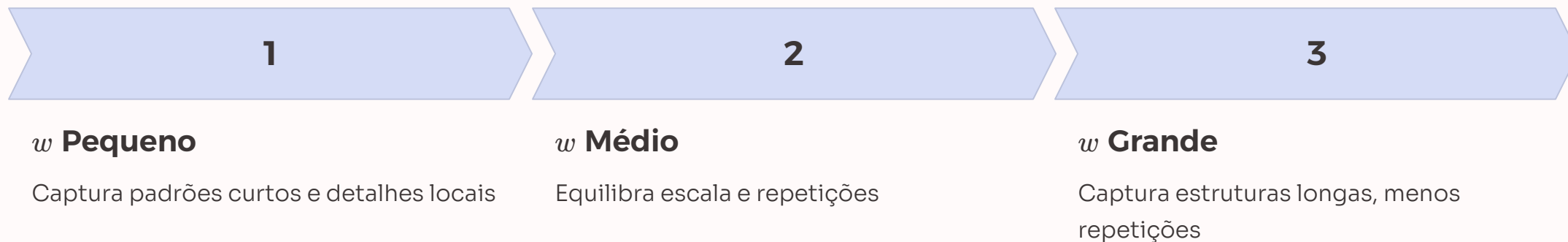
$$d(s_i, s_j) < \varepsilon$$

## Generalização para Grupos

Um motif  $\mathcal{M}_k$  é um conjunto onde todas as subsequências são mutuamente similares:  $\mathcal{M}_k = \{s \in \mathcal{S} | d(s, s') < \varepsilon, \forall s' \in \mathcal{M}_k\}$

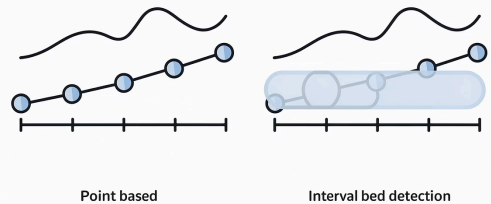
A definição começa com pares, mas generaliza para grupos, conectando diretamente com a etapa de agrupamento do pipeline.

# Papel do Parâmetro $w$



O tamanho da janela  $w$  controla a escala do padrão detectável. Padrões encontrados com  $w$  podem ser completamente diferentes dos encontrados com  $w'$ :  $\mathcal{M}(w) \neq \mathcal{M}(w')$ .

A escolha de  $w$  define o conceito operacional de motif, na prática, afetando quantas janelas existem e o custo computacional da análise.



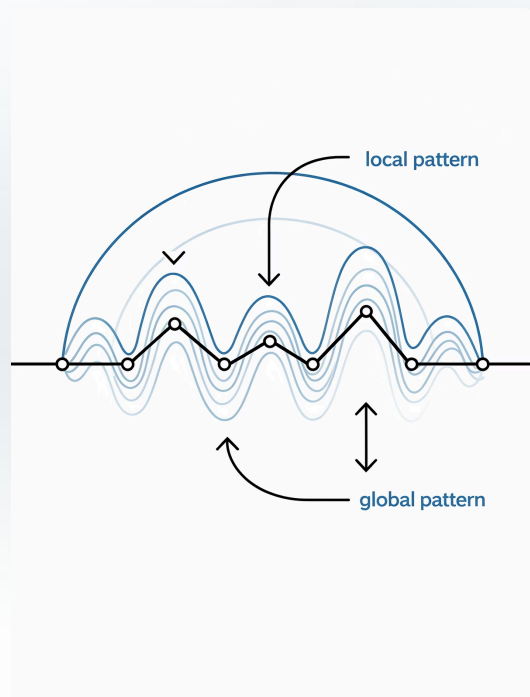
# Motifs Pontuais e Intervalares

## Duas Abordagens

Com  $w = 1$  (pontual), o "padrão" é um único valor que se repete - uma noção limitada de recorrência.

Com  $w > 1$  (intervalar), o motif se torna um fenômeno temporal verdadeiro, envolvendo forma e dinâmica ao longo de vários passos.

Motifs em séries temporais são, na essência, intervalares, pois capturam padrões que se desenvolvem ao longo do tempo.



# Escala Temporal dos Motifs

## Motifs Locais

Aparecem em uma região específica da série  $X_{t_0:t_1}$ . Sugerem padrões típicos de um período, regime ou fase particular do processo.

## Motifs Globais

Aparecem ao longo de toda a série  $X_{1:T}$ . Sugerem regularidade estrutural do processo como um todo, repetindo-se consistentemente ao longo do tempo.

A escala temporal muda fundamentalmente a interpretação: regime específico versus regularidade geral do processo.

# Motifs Determinísticos e Estocásticos

Motifs podem ter diferentes origens: estrutura determinística explícita no sinal  $S_t$ , ou regularidade probabilística que emerge do processo estocástico.

## Teste de Significância

Um padrão é considerado motif significativo quando:  $\mathbb{P}(X_{t:t+w} \in \mathcal{M}) > \mathbb{P}_0$

Onde  $\mathbb{P}$  é a probabilidade sob o processo observado e  $\mathbb{P}_0$  é a probabilidade sob um modelo de aleatoriedade de referência (baseline).

Esta comparação distingue padrões estruturais de coincidências aleatórias.

# Motifs nos Componentes Temporais

Motifs podem ser buscados em diferentes componentes da série: valor observado, tendência ou volatilidade. Isso amplia o conceito para além do sinal bruto.



## Motifs de Valor ( $M_{val}$ )

Padrões recorrentes no nível observado  $x_t$



## Motifs de Tendência ( $M_{trend}$ )

Padrões em  $tr(x_t)$ : subidas/descidas similares



## Motifs de Volatilidade ( $M_{vol}$ )

Padrões em  $v(x_t)$ : períodos de alta/baixa variância

O conjunto completo de motifs é a união:  $M = M_{val} \cup M_{trend} \cup M_{vol}$ . Esta abordagem conecta motifs com a engenharia temporal.

# Estrutura Conceitual dos Motifs

Motifs emergem de três escolhas fundamentais que definem o procedimento operacional. Não existe "motif universal" - tudo depende destas definições.

01

---

## Subsequências ( $\mathcal{S}$ )

Definir as janelas de análise

02

---

## Distância ( $d$ )

Escolher métrica de similaridade

03

---

## Janela ( $w$ )

Determinar escala temporal

O resultado é sintetizado como:  $\mathcal{M} = f(\mathcal{S}, d, w)$ , onde  $f$  representa o procedimento de detecção e agrupamento. Trocar qualquer elemento muda fundamentalmente o resultado.

# Motifs e Periodicidade

## Repetição em Defasagem Fixa

Em um processo periódico com período  $T_p$ , janelas separadas por  $T_p$  passos tendem a ser semelhantes:

$$X_{t:t+w-1} \approx X_{t+T_p:t+T_p+w-1}$$

Motifs capturam essa repetição localmente através das janelas, servindo como evidências locais da periodicidade global.

A definição por janelas torna concreta a noção abstrata de periodicidade, transformando-a em padrões detectáveis e mensuráveis.

# Motifs e Sazonalidade

Sazonalidade representa repetição com período sazonal  $T_s$ , tipicamente ligada a calendário. Motifs podem ser definidos diretamente no componente sazonal.

## Decomposição

$$x_t = \beta_t + \pi_t + \omega_t$$

Onde  $\pi_t$  é o componente sazonal

## Recorrência Sazonal

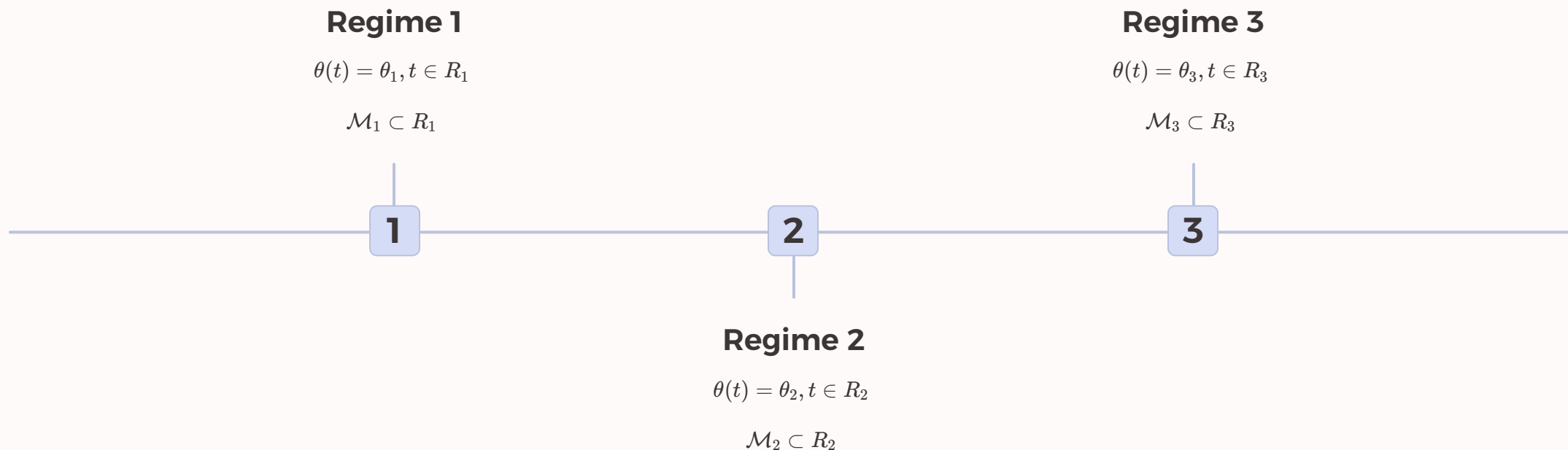
$$\pi_{t:t+w-1} \approx \pi_{t+T_s:t+T_s+w-1}$$

Janelas do componente sazonal separadas por  $T_s$  são muito parecidas

Isolar o componente sazonal permite interpretar motifs como padrões recorrentes associados diretamente à sazonalidade.

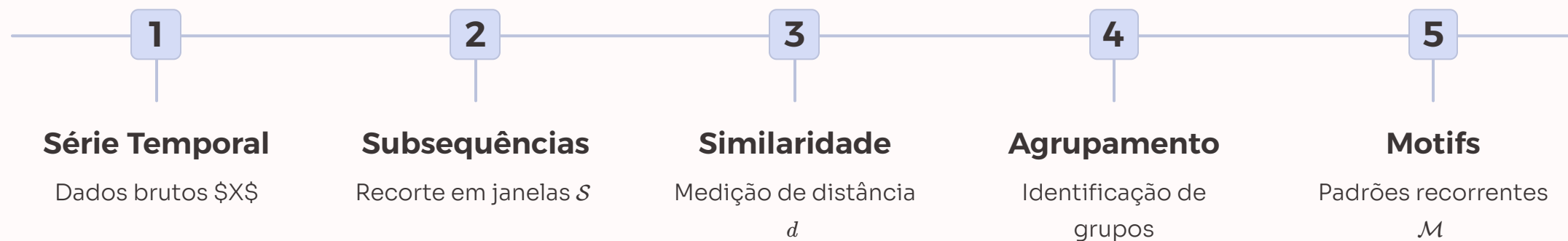
# Motifs e Regimes

Regimes são definidos por parâmetros  $\theta_i$  em intervalos  $R_i$ . Motifs podem ser específicos de um regime ou globais ao longo da série.



Motifs podem caracterizar "como é" cada regime, enquanto change points marcam "quando mudou". São conceitos complementares: regimes delimitam fases, motifs descrevem padrões típicos dentro delas.

# Arquitetura Conceitual dos Motifs



Motifs surgem da geometria do espaço de subsequências. Esta cadeia conceitual conecta representação, regimes e padrões recorrentes em uma arquitetura unificada.

# Referências Bibliográficas

Uma coleção cuidadosamente selecionada de obras fundamentais que abordam análise de séries temporais e mineração de dados.



---

## Event Detection in Time Series

**Ogasawara, E.; Salles, R.; Porto, F.; Pacitti, E.**

(2025). Publicação recente da Springer Nature Switzerland que explora técnicas avançadas de detecção de eventos em séries temporais.

---

## Time Series Analysis: With Applications in R

**Cryer, J. D.; Chan, K.-S.** (2008). Obra clássica da Springer que combina fundamentação teórica sólida com implementações práticas.

---

## Data Mining: Concepts and Techniques

**Han, J.; Pei, J.; Tong, H.** (2022). Quarta edição publicada pela Morgan Kaufmann que consolida conceitos fundamentais e técnicas avançadas de mineração de dados