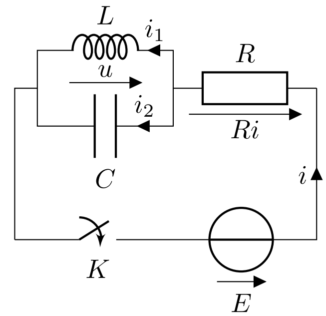
Exercice 4 - Comportement d'un circuit

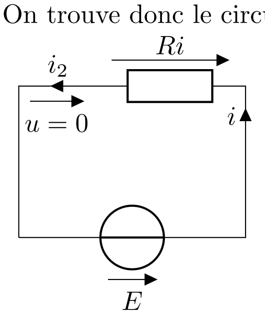
Soit le circuit ci-à-côté. Le condensateur est initialement déchargé et on ferme l'interrupteur à $t = 0$. Les différentes quantités $i(t)$, $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $q(t)$ (charge du condensateur) vérifient une équation différentielle linéaire du deuxième ordre à coefficient constants (que l'on ne cherchera pas à établir) dont la solution homogène est pseudo-oscillante.



1. Déterminer en $t = 0^+$ les valeurs des différentes intensités, de la charge ainsi que de $\dfrac{di}{dt}$.

En $t = 0^+$, d'après la continuité du courant aux bornes de la bobine, $\boxed{i_1(0^+) = 0}$.

De plus, la charge du condensateur est aussi continue, donc $\boxed{q(0^+) = 0}$.
On trouve donc le circuit équivalent suivant :



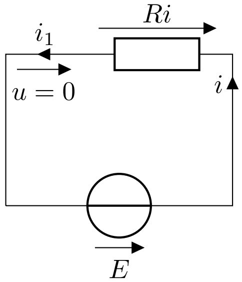
Ainsi : $\begin{cases} i(0^+) = i_2(0^+) \\ E = Ri(0^+) \end{cases} \implies \boxed{i(0^+) = i_2(0^+) = \dfrac{E}{R}}$

De plus, d'après la loi des mailles :

$$\begin{aligned} E = u + Ri &\implies E = \frac{q}{C} + Ri \\ &\implies 0 = \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} + R\frac{di}{dt} \quad \text{(en dérivant)} \\ &\implies \frac{i_2}{C} + R\frac{di}{dt} = 0 \\ &\implies \boxed{\frac{di}{dt}(0^+) = -\frac{i_2(0^+)}{RC} = 0} \end{aligned}$$

2. Faire de même après un temps très long, c'est-à-dire après le régime transitoire.

Après que le régime permanent ait été établi, la bobine se comporte comme un fil et le condensateur comme un interrupteur ouvert, on a donc $\boxed{i_2(+\infty) = 0}$ et on obtient le circuit suivant :



$$\text{Ainsi :} \quad \begin{cases} i(+\infty) = i_1(+\infty) \\ E = Ri(+\infty) \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{i(+\infty) = i_1(+\infty) = \frac{E}{R}}$$

$$\text{Et :} \quad u = 0 \quad \Longrightarrow \quad \boxed{q(+\infty) = Cu(+\infty) = 0}$$

Et enfin, comme le régime permanent est établi, les grandeurs ne varient plus, donc $\boxed{\frac{di}{dt}(+\infty) = 0}$

3. En déduire l'allure de l'évolution temporelle de l'intensité $i(t)$.

On obtient finalement d'après les deux premières questions :

	i	i_1	i_2	q	$\frac{di}{dt}$
$t = 0^+$	$\frac{E}{R}$	0	$\frac{E}{R}$	0	0
$t = +\infty$	$\frac{E}{R}$	$\frac{E}{R}$	0	0	0

$i(0^+) = \frac{E}{R}$ et $i(t)$ tend vers $\frac{E}{R}$, de plus la dérivée de i est négative en $t = 0^+$. Comme i est pseudo-oscillante d'après l'énnoncé, on obtient l'allure suivante :