

DU DISCRET VERS LE CONTINU

Plan :

1) Les rationnels

2) Les algébriques

3) Les calculables

Les paquets dans Q : $P(n) = \{n-i/i, i \in [1; n]\}$

Quelques exemples : $P(1) = \{0/1\} = \{0\}$

$$P(2) = \{0/2 ; 1/1\} = \{0 ; 1\}$$

$$P(3) = \{0/3 ; 1/2, 2/1\} = \{0 ; 1/2 ; 2\}$$

$A = \{ \text{racines de tous les polynomes dans } \mathbb{Z}[X] \}$

1) $\mathbb{Q} \subset A$

$\forall (a,b) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{Z}, \quad \frac{b}{a} \in A$ car $\frac{b}{a}$ est racine de $aX - b$

2) A est dénombrable

$\forall n \in \mathbb{N}^*;$

$E_n = \{ P \in \mathbb{Z}_n[X], \text{ avec la valeur absolue des coefficients } \leq n \}$

$P_n = \{ \text{racines des } P \in E_n \}$

$$P_n \xrightarrow{n \mapsto +\infty} A$$

3) Exemples

$$E_1 = \{ -X+1; X+1; X-1; -X-1; X; -X \}$$

$$P_1 = \{ -1; 0; 1 \}$$

4) A n'est pas continue

$$\pi \notin A$$

David Fage

• π ; $\sin(1)$; $e \dots$

• Méthode des paquets finis:

$S_1; S_2; \dots S_n$ les programmes informatiques
avec à chaque fois n symboles
pour chaque algorithme.

• Diagonale de Cantor dans $[0, 1]$:

• $a_1 = 0, 1532718 \dots$

• $a_2 = 0, 17129823 \dots$

\vdots

$a_n = 0, \dots$

• si la n ème décimale = 7 alors on la transforme en 6

si $0, 11 \quad 11 \quad = 6 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 7$

conséquence: nouveau nombre qui apparaît ce qui

remet en cause le dénombrement de tous les
entiers entre $[0, 1] \Rightarrow$ pas continu.