

### G3 Transformaciones

1. Determine los vértices de un cuadrado sabiendo que:

a. Su centro está en el punto  $P(2,3)$

b. Si se traslada dicho centro al origen de coordenadas, se gira un ángulo de  $60^\circ$  en sentido positivo y se reducen sus lados a la mitad, los vértices del nuevo cuadrado son los afijos de las raíces de un polinomio de grado cuatro con coeficientes reales, siendo una de ellas  $x_1 = 1$ .

2. Se considera una elipse y sea  $A$  uno de sus puntos. Para cada punto  $X$  de la elipse, sea  $X'$  el punto medio del segmento  $AX$ . Determinar el lugar geométrico descrito por  $X'$  cuando  $X$  recorre la elipse. Calcúlese dicho lugar para la elipse  $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y - 140 = 0$  y el punto  $A(4,6)$ .

*Resuelto en PROBLEMAS DE OPOSICIONES (Vol. 4) 02.21*

3. Los puntos  $A(0,2m)$  y  $B(0,m)$  se transforman por una semejanza en los puntos respectivos  $A'(0,0)$  y  $B'(m,0)$ , siendo  $m \neq 0$ . Especifique un movimiento y una homotecia cuya composición sea la semejanza anterior y determine el centro de la semejanza, caso de que exista.

4. Sea  $R = \{O; \vec{u}_1, \vec{u}_2\}$  un sistema de referencia sobre el plano afín  $\sim^2$ . Se considera la curva que en dicha referencia tiene por ecuación:

$$y^2 - x^2 + 3 = 0$$

Determine la ecuación de la simétrica de dicha curva respecto del punto  $P(1,-2)$

*Resuelto en PROBLEMAS DE OPOSICIONES 2006-2012 (Vol. 5) Ejer. 06.13*

5. En el plano afín real se tiene la curva  $C$  de ecuación  $y = 2x^3 - 3x^2 + x - 2$ . Probar que las rectas que cortan a  $C$  en tres puntos tales que uno de ellos es el punto medio de los otros dos pasan por un punto fijo. Hallar las coordenadas de este punto.

*Resuelto en PROBLEMAS DE OPOSICIONES 1996-2005 (Vol. 4) Ejer. 98.6*

6. a) Hallar la matriz y las ecuaciones de la transformación puntual del plano en la que el homólogo de  $A(0,0)$  es  $A'(-3,1)$  y el homólogo de  $B(1,0)$  es  $B'(-3,3)$ .

b) Hallar la homóloga de la circunferencia de centro  $(1,1)$  y radio 1.

*Resuelto en PROBLEMAS DE OPOSICIONES 1981-1987 (Vol. 2) Pág. 57*

7. a) ¿Qué ángulo debe girar la recta  $\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x + z - 2 = 0 \end{cases}$  alrededor del eje  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \end{cases}$  para quedar en una posición perpendicular a la primera?
- b) Ecuaciones del giro.
- c) Ecuaciones de la nueva recta.

*Resuelto en PROBLEMAS DE OPOSICIONES 1981-1987 (Vol. 2) Pág. 660*

8. Sea una circunferencia de centro O y en ella el diámetro AB. Se traza por B una recta que corta a la circunferencia en M. Sobre dicha recta se toma el segmento MC=MB. Las rectas OC y AM se cortan en H. Hallar el lugar geométrico de los puntos H cuando BM gira alrededor de B y construir la figura homotética del lugar geométrico hallado en la homotecia de centro A y razón  $\frac{-3}{2}$ .

*Resuelto en PROBLEMAS DE OPOSICIONES 1981-1987 (Vol. 2) Pág. 316*