

9. Demuestre que la diferencia $(27^4)^9 - (25^3)^6$ es múltiplo de 37.

Este problema es el 06.19 del volumen 5 de Problemas de oposiciones de Editorial Deimos y allí figura resuelto.

SOLUCIÓN: Dado que 27 no es divisible por el número primo 37, del *Pequeño Teorema de Fermat* se deduce que

$$(27^4)^9 = 27^{36} \equiv 1 \pmod{37}$$

Por otro lado, como tampoco 5 es divisible por 37, en virtud del mismo teorema será:

$$(25^3)^6 = 5^{36} \equiv 1 \pmod{37}$$

de modo que

$$(27^4)^9 - (25^3)^6 \equiv 1 - 1 \equiv 0 \pmod{37}$$

es decir, $(27^4)^9 - (25^3)^6$ es múltiplo de 37.