


P2. Problema 8.

Autor: José María Lorenzo Magán

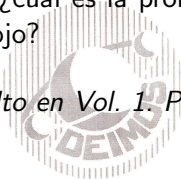
Academia Deimos
www.academiadeimos.com

A circular logo with a textured, radial background. In the center, there is a stylized graphic of a planet or moon with a crescent moon shape above it. The word "DEIMOS" is written in a bold, sans-serif font across the bottom of the circle.

Enunciado:

Con 27 cubos blancos iguales se forma otro cubo grande de 3 dados de arista y se pinta exteriormente de color rojo. Deshecho el cubo y vuelto a montar al azar, ¿cuál es la probabilidad de que resulte un nuevo cubo pintado de rojo?

Resuelto en Vol. 1. Pag. 315.



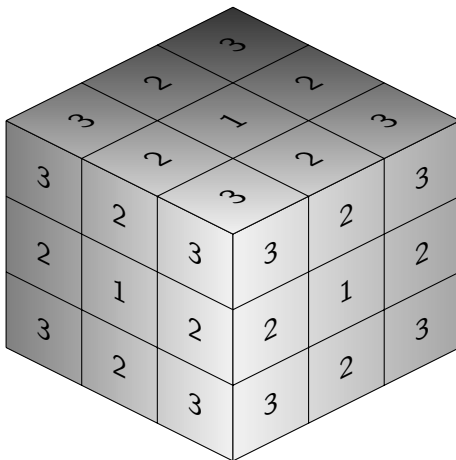
Planteamiento:

Denominemos dados a los cubitos que utilizamos para construir el cubo grande.

Sea $A =$ “*todas las caras visibles de los dados una vez formado el cubo son de color rojo*”.

Observemos que una vez formado el cubo inicial, pintado de rojo y deshecho, se tienen 27 dados

Recuento de los dados:



Recuento de los dados:

Caras pintadas	N ^a de dados
0	1
1	6
2	12
3	8

Montemos el nuevo cubo siguiendo este orden, primero el dado central, luego los 6 dados centrales de cada cara, posteriormente los 12 dados centrales de cada arista y por último, los 8 dados de cada vértice.

A la hora de montar el cubo, el azar interviene a la hora de elegir el dado (hay que elegir el apropiado) y a la hora de colocarlo.

Comencemos por el dado central del cubo (el no visible):

- La probabilidad de elegirlo correctamente es $\frac{1}{27}$.
- La probabilidad de colocarlo correctamente es 1.

Probabilidades:

Sigamos con los seis dados centrales de cada cara del cubo

- La probabilidad de elegirlos correctamente es

$$\frac{1}{\binom{26}{6}}$$

- La probabilidad de colocar correctamente uno de esos dados es:

$$\frac{1}{\text{Nº de caras}} = \frac{1}{6}$$

La probabilidad de elegirlos correctamente también se puede calcular por la fórmula del producto:

$$\frac{6}{26} \cdot \frac{5}{25} \cdot \frac{4}{24} \cdots \frac{1}{21}$$

Probabilidades:

Continuemos con los doce dados centrales de cada arista del cubo

- La probabilidad de elegirlos correctamente es

$$\frac{1}{\binom{20}{12}}$$

- La probabilidad de colocar correctamente uno de esos dados es:

$$\frac{1}{\text{N}^\circ \text{ de aristas}} = \frac{1}{12}$$

La probabilidad de elegirlos correctamente también se puede calcular por la fórmula del producto:

$$\frac{12}{20} \cdot \frac{11}{19} \cdot \frac{10}{18} \cdots \frac{1}{9}$$

Por último, los ocho dados de los vértices del cubo

- La probabilidad de elegirlos correctamente es

$$\frac{1}{\binom{8}{8}} = 1$$

- La probabilidad de colocar correctamente uno de esos dados es:

$$\frac{1}{\text{Nº de vértices}} = \frac{1}{8}$$

Solución:

La probabilidad pedida será:

$$\begin{aligned} p(A) &= \frac{1}{27} \cdot 1 \cdot \frac{1}{\binom{26}{6}} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^6 \cdot \frac{1}{\binom{20}{12}} \cdot \left(\frac{1}{12}\right)^{12} \cdot 1 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^8 \\ &= \frac{6!12!8!}{27!} \left(\frac{1}{6}\right)^6 \left(\frac{1}{12}\right)^{12} \left(\frac{1}{8}\right)^8 \end{aligned}$$