


P2. Problema 9.

Autor: José María Lorenzo Magán

Academia Deimos
www.academiadeimos.com

A circular logo with a stylized 'D' and 'E' inside, surrounded by the word 'DEIMOS' in a circular arrangement.

Enunciado:

Con dados de 1 cm de arista se construye un cubo de 4 cm de arista y se pinta de negro toda la superficie del cubo así construido. Se deshace el cubo y, cogiendo los dados al azar, sin mirarlos, se construye de nuevo. Calcular la probabilidad de que en el nuevo cubo figure, al menos, una cara blanca.

Resuelto en Vol. 5. Ej 08.3

Planteamiento:

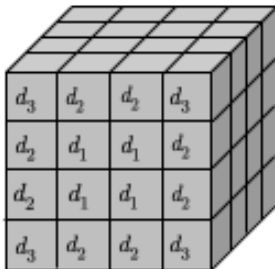
Volvamos a denominar dados a los cubitos que utilizamos para construir el cubo grande.

Sea $A =$ “*todas las caras visibles de los dados una vez formado el cubo son de color negro*”.

Entendemos que cuando se dice “de que en el nuevo cubo figure, al menos, una cara blanca” eso significa que al menos una de las caras del cubo no es negra

Observemos que una vez formado el cubo inicial, pintado de rojo y deshecho, se tienen 64 dados

Recuento de los dados:



Recuento de los dados:

Caras pintadas	N ^a de dados
0	8
1	24
2	24
3	8

Montemos el nuevo cubo siguiendo el mismo orden que en el problema anterior.

A la hora de montar el cubo, el azar interviene a la hora de elegir el dado (hay que elegir el apropiado) y a la hora de colocarlo.

Comencemos por los dados centrales del cubo (los no visibles):

- La probabilidad de elegirlo correctamente es $\frac{1}{\binom{64}{8}}$.
- La probabilidad de colocarlo correctamente es 1.

Sigamos con los seis dados centrales de cada cara del cubo

- La probabilidad de elegirlos correctamente es

$$\frac{1}{\binom{56}{24}}$$

- La probabilidad de colocar correctamente uno de esos dados es:

$$\frac{1}{\text{Nº de caras}} = \frac{1}{6}$$

Continuemos con los doce dados centrales de cada arista del cubo

- La probabilidad de elegirlos correctamente es

$$\frac{1}{\binom{32}{24}}$$

- La probabilidad de colocar correctamente uno de esos dados es:

$$\frac{1}{\text{Nº de aristas}} = \frac{1}{12}$$

Por último, los ocho dados de los vértices del cubo

- La probabilidad de elegirlos correctamente es

$$\frac{1}{\binom{8}{8}} = 1$$

- La probabilidad de colocar correctamente uno de esos dados es:

$$\frac{1}{\text{Nº de vértices}} = \frac{1}{8}$$

La probabilidad pedida será:

$$\begin{aligned} p(\bar{A}) &= 1 - p(A) = 1 - \frac{1}{\binom{64}{8}} \cdot \frac{1}{\binom{56}{24}} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{24} \cdot \frac{1}{\binom{32}{24}} \cdot \left(\frac{1}{12}\right)^{24} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^8 \\ &= 1 - \frac{8!24!24!8!}{64!} \left(\frac{1}{6}\right)^{24} \left(\frac{1}{12}\right)^{24} \left(\frac{1}{8}\right)^8 \end{aligned}$$