C7. Optimización de funciones reales

1. Dada la elipse

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\,,$$

¿cuál es el triángulo rectángulo de área mínima que tiene sus catetos sobre los ejes OX y OY y la hipotenusa tangente a la elipse?

Este problema es el 00.40 del volumen 4 de Problemas de Oposiciones de Editorial Deimos y allí figura resuelto.

2. De un trapecio $ABCD$ se dan, en posición y magnitud, una de sus bases $AB=a$ y una de sus diagonales $AC=d$. Calcule la longitud que debe tener la base $CD=x$ para que la suma de las áreas de los dos triángulos que forman las bases con las dos diagonales sea mínima.

Este problema es el 09.20 del volumen 5 de Problemas de Oposiciones de Editorial Deimos y allí figura resuelto.

3. Un cono equilátero de lado 10 se corta por un plano paralelo a una generatriz. Se pide el área del segmento parabólico así obtenido cuando esta área es máxima.

Este problema figura resuelto en la página 462 del volumen 1 de Problemas de Oposiciones de Editorial Deimos y aparece también en la página 429 del volumen 3.

4. Se considera un octaedro regular de arista 1 cm. Determine las dimensiones del cilindro de revolución de volumen máximo inscrito en dicho octaedro y cuyo eje está sobre una diagonal.

Este problema figura resuelto en la página 34 del volumen 1 y es el problema 10.7 del volumen 5 de Problemas de Oposiciones de Editorial Deimos.

5. Un cuenco tiene forma de casquete esférico. Obtenga el volumen y la superficie del mismo en función del radio de la esfera y de la altura del casquete. Halle las dimensiones que dan el máximo volumen del cuenco para un área dada.

Este problema figura resuelto en la página 570 del volumen 2 de Problemas de Oposiciones de Editorial Deimos.

6. Dada la elipse

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\,,$$

halle la ecuación de la tangente a la misma que determina sobre los semiejes positivos el segmento de longitud mínima.

Este problema es el 89.73 del volumen 3 de Problemas de Oposiciones de Editorial Deimos y allí figura resuelto.

7. Halle, en el espacio métrico, la ecuación del plano que pasa por el punto (1,1,1) y forma con los semiejes coordenados positivos un tetraedro de volumen mínimo.

Este problema es el 16.42 del volumen 8 de Problemas de Oposiciones de Editorial Deimos y también figura resuelto en la página 185 del volumen 1.

8. Dados los puntos $A(0,3)$ y $B(2,2)$ del plano euclídeo respecto de cierta referencia rectangular, calcule el camino más corto para ir desde A hasta B pasando por un punto X del eje de abscisas. Justifique que el camino encontrado es el de longitud mínima.

Este problema es el 09.1 del volumen 5 de Problemas de Oposiciones de Editorial Deimos y también aparece publicado en las páginas 123 y 698 del volumen 2, y 435 del volumen 3.

9. Un campo de fútbol de dimensiones a y b tiene la portería de anchura c, en el centro del lado b. Un jugador avanza con la pelota pegado a la banda sobre el lado a. ¿A qué distancia del córner (vértice del rectángulo) ve la portería con un ángulo máximo?

Este problema figura resuelto en la página 473 del volumen 2 de Problemas de Oposiciones de Editorial Deimos y también aparece publicado en las páginas 647 del volumen 2 y 7 del volumen 3.