

Problema 8. Sea una circunferencia de centro O y en ella el diámetro AB . Se traza por B una recta que corta a la circunferencia en M . Sobre dicha recta se toma el segmento $MC=MB$. Las rectas OC y AM se cortan en H . Hallar el lugar geométrico de los puntos H cuando BM gira alrededor de B y construir la figura homotética del lugar geométrico hallado en la homotecia de centro A y razón $\frac{-3}{2}$.

Solución:

a) Dado que $MC = MB$ es $BC = 2BM$, y el punto C describe la circunferencia c_1 , homotética de la dada, c , en una homotecia de centro B y razón 2; Su centro es el punto A y su radio AB . Observando el triángulo ABC resulta que AM y CO son medianas, ya que $MC = MB$ y $OA = OB$, luego H es el baricentro del triángulo. Se tiene así que $AH = \frac{2}{3}AM$ y, por lo tanto, que H describe una circunferencia, c_2 , homotética de c en una homotecia de centro A y razón $\frac{2}{3}$.

b) La figura homotética de c_2 en la homotecia de centro A y razón $-\frac{3}{2}$, es, por composición de homotecias del mismo centro, otra homotecia del mismo centro y razón

$\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -1$ (producto de las razones), una circunferencia, c_3 , simétrica de la dada, c , en una simetría central de centro A (u homotética de centro A y razón -1)



