

## T1. Números naturales. Sistemas de numeración

1. Números naturales. Orden
2. Suma de números naturales
3. Producto de números naturales
4. Razonamientos por inducción.
5. Sistemas de numeración

## 1. Números naturales. Orden

### 1.1. El conjunto $\mathbb{N}$ de los números naturales. Axiomas de Peano

Se define el conjunto ordenado  $\mathbb{N}$  de los números naturales mediante los axiomas i), ii) y iii) de Peano y se comenta muy brevemente que, acudiendo a la Teoría de conjuntos, puede demostrarse la existencia de conjuntos naturales y que todos ellos isomorfos para el orden.

### 1.2. Propiedades de los números naturales

Limitaos a enunciar (sin demostración) las cuatro propiedades que se deducen de la definición de  $\mathbb{N}$  y dad nombre al siguiente del 0, al siguiente del 1, al siguiente del 2, etc, para poder escribir

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

### 1.3. Principio fuerte de inducción. Principio del buen orden

Enunciad y demostrad el teorema que figura en el texto y que prueba que el Principio de Inducción, el Principio de inducción fuerte y el Principio del buen orden son características equivalentes del conjunto de los números naturales.

## 2. La suma de números naturales

### 2.1. La suma en $\mathbb{N}$

Definid la suma como la operación con números naturales que cumple los dos axiomas y demostrar su existencia y unicidad.

### 2.2. Propiedades de la suma de números naturales

Enunciad todas las propiedades y demostrar, al menos, la 4 y la 5. En las tres primeras puede darse, como en el texto, indicación de la solución.

### 3. El producto de números naturales

#### 3.1. El producto en $\mathbb{N}$

Definid el producto como la única operación con números naturales que cumple los axiomas i) y ii). Aludid al paralelismo de los razonamientos con la demostración de la existencia y unicidad de la suma para eludir la correspondiente al producto.

#### 3.2. Propiedades del producto de números naturales

Enunciad todas las propiedades y dad indicación de las demostraciones como se indica en el texto (con lo que allí está escrito sería más que suficiente). Definid de manera recurrente la potencia natural de un número natural sin demostrar sus propiedades.

## 4. Razonamientos por inducción

Se enuncia y se justifica aquí lo que se entiende por demostración por inducción de propiedades referidas a los números naturales y también a conjuntos de la forma  $\{k, k+1, k+2, \dots\}$  donde  $k$  es cualquier número natural y dad un ejemplo de demostración usando el Principio de inducción y otro ejemplo recurriendo al Principio fuerte de inducción (por supuesto, no es obligatorio elegir los que figuran en el texto)

## 5. Sistemas de numeración

### 5.1. División por un número natural

Definid con precisión la división de un número natural por otro y justificad el enunciado del teorema de la división para permitir la demostración del teorema fundamental de numeración.

### 5.2. Teorema de la división

Enunciad el teorema de la división.

### 5.3. Sistemas de numeración

Definid con precisión la escritura de un número natural en base  $n$ .

### 5.4. Teorema fundamental de numeración

Enunciad y demostrad el teorema fundamental según el cual cualquier número natural puede ser escrito de una única forma en cada base  $n > 1$ .

### 5.5. Propiedades de la numeración

Enunciad las propiedades y demostrar alguna de ellas. Si aún os queda algo de tiempo, resolved alguno de los ejemplos sencillos que tenéis en el documento N3, concretamente en el epígrafe dedicado a los sistemas de numeración.