


P2. Problema 2.

Autor: José María Lorenzo Magán

Academia Deimos
www.academiadeimos.com

A circular watermark logo for Academia Deimos is centered on the slide. It features a stylized figure of a person with arms raised, surrounded by the word "DEIMOS" in a circular arrangement.

Calcular la probabilidad de que al tirar un dado tres veces el producto de los resultados sea múltiplo de seis.

Resuelto en Vol. 2. Pag. 46.



Planteamiento:

Comencemos definiendo el suceso $A = \text{"el producto de los resultados es múltiplo de seis"}$.

Para que el producto de los tres resultados sea múltiplo de seis se tiene que dar una de estas tres circunstancias:

- ① Aparece al menos un 6.
- ② No se obtiene ningún 6, se obtiene exactamente un 3 y al menos un 2 o un 4.
- ③ No se obtiene ningún 6, se obtiene dos veces un 3 y al menos un 2 o un 4.

Sea $A_1 = \text{"se obtiene al menos un 6"}$.

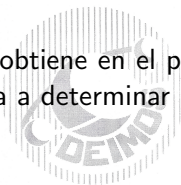
Dado que el suceso contrario sería "no obtener ningún 6":

$$p(A_1) = 1 - p(\bar{A}_1) = 1 - \frac{5^3}{6^3}$$

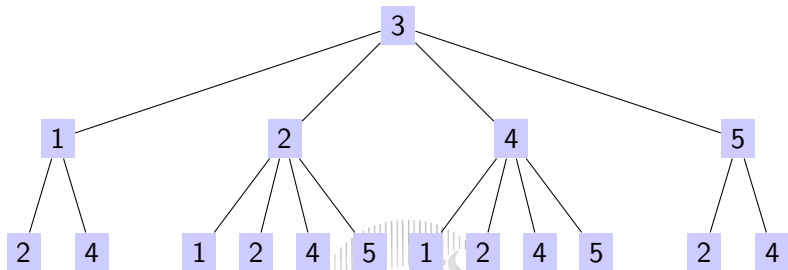
Segundo caso:

Sea $A_2 =$ “No se obtiene ningún 6, se obtiene exactamente un 3 y al menos un 2 o un 4.”.

Supongamos que el 3 se obtiene en el primer lanzamiento. Un diagrama de árbol nos ayuda a determinar los casos favorables.



Segundo caso:



Tenemos 12 casos favorables si el 3 se obtuviese en el primer lanzamiento. Obviamente se obtienen otros 12 casos favorables si el 3 apareciese tanto en el segundo como en el tercer lanzamiento. Por tanto:

$$p(A_2) = 3 \cdot \frac{12}{6^3} = \frac{6^2}{6^3} = \frac{1}{6}$$

Tercer caso:

Sea $A_3 = \text{"No se obtiene ningún 6, se obtiene dos veces un 3 y al menos un 2 o un 4."}$.

Supongamos que el 3 se obtiene en el primer y en el segundo lanzamiento. Es obvio que sólo hay dos posibilidades para el tercer lanzamiento: un 2 o un 4.

Sucedirá lo mismo si el 3 aparece en el primer y tercer lanzamiento o en el segundo y tercer lanzamiento. Consecuentemente:

$$p(A_2) = 3 \cdot \frac{2}{6^3} = \frac{6}{6^3} = \frac{1}{36}$$

Dado que $A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$ y estos tres sucesos son incompatibles:

$$p(A) = p(A_1) + p(A_2) + p(A_3) = 1 - \frac{5^3}{6^3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{36} = \frac{133}{216}$$