P2. Problema 4.

Autor: José María Lorenzo Magán

Academia Deimos
www.academiadeimos.com

Enunciado:

Una urna contiene bolas de cuatro colores diferentes estando cada color representado por el mismo número de bolas. Se extraen cuatro bolas con reemplazamiento. Hallar la probabilidad de que aparezcan al menos tres colores distintos en la extracción.

Resuelto en Vol. 1. Pag. 158.

Planteamiento:

Definimos X =*número de colores distintos que aparecen al realizar las cuatro extracciones*.

Si A =“*aparecen al menos tres colores distintos*”, entonces:

$$p(A) = p(X = 3) + p(X = 4)$$

Primer cálculo:

Comencemos calculando $p(X = 4)$:

- El número de casos posibles es $VR_{4,4} = 4^4$.
- El número de casos favorables es $P_4 = 4!$.

Por tanto,

$$p(X = 4) = \frac{4!}{4^4}$$

También se puede plantear utilizando la fórmula del producto:

$$p(X = 4) = \frac{4}{4}\frac{3}{4}\frac{2}{4}\frac{1}{4}$$

Segundo cálculo:

Calculemos $p(X = 3)$:

- El número de casos posibles sigue siendo $VR_{4,4} = 4^4$.
- Para determinar el número de casos favorables, dado que para que aparezcan 3 colores diferentes habrá uno que aparezca dos veces y otros dos que aparezcan una única vez, el cálculo a realizar es:

Número de formas de seleccionar el color que se repite $\times$ número de formas de colocar ese color repetido $\times$ número de formas de seleccionar y colocar los otros dos colores

$$= 4 \cdot \binom{4}{2} \cdot V_{3,2}$$

Por tanto,

$$p(X = 4) = \frac{4 \cdot \binom{4}{2} \cdot V_{3,2}}{4^4}$$

Solución

$$p(A) = p(X=3) + p(X=4) = \frac{4!}{4^4} + \frac{4 \cdot \binom{4}{2} \cdot V_{3,2}}{4^4} = \frac{21}{32}$$