


P2. Problema 7.

Autor: José María Lorenzo Magán

Academia Deimos
www.academiadeimos.com

A circular watermark logo for Academia Deimos is centered on the slide. It features a stylized figure of a person with arms raised, surrounded by the word "DEIMOS" in a circular arrangement.

Enunciado:

- a) Tenemos un cubo y pintamos al azar tres caras de color rojo y tres caras de color amarillo. Calcular la probabilidad de que las tres caras de color rojo tengan un vértice en común.
- b) Calcular la probabilidad de que, de las tres caras de color rojo, una de ellas tenga una arista en común con cada una de las otras.
- c) Tenemos ahora ocho cubos de la misma medida, cada uno pintado al azar con tres caras de color rojo y tres caras de color amarillo. Los colocamos aleatoriamente, de manera que formen un cubo más grande. Cuál es la probabilidad de que todas las caras exteriores de este cubo sean del mismo color.

Resuelto en Vol. 4. Ej 05.33

Apartado (a):

Sea $A = \text{"las tres caras de color rojo tienen un vértice en común."}$.

La probabilidad de este suceso se calcula aplicando la Regla de Laplace:

- El número de casos posibles son las distintas formas de seleccionar las tres caras que se pintarán de rojo de entre las seis del cubo:
- $$\binom{6}{3}$$
- El número de casos favorables serán las formas de seleccionar aquellas en las que las tres caras rojas tienen un vértice común. Habrá tantas como vértices tiene el cubo: 8

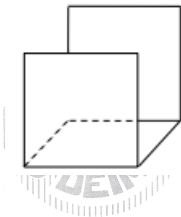
Por tanto:

$$p(A) = \frac{8}{\binom{6}{3}} = \frac{2}{5}$$

Apartado (b):

Sea $B =$ “una y sólo una de las tres caras rojas comparte arista con las otras dos caras rojas”.

Observemos que para que se verifique B , las tres caras rojas han de formar un “tríptico”,



Por tanto, las dos caras rojas no tengan ningún vértice en común. Según lo obtenido en a), dicha probabilidad es:

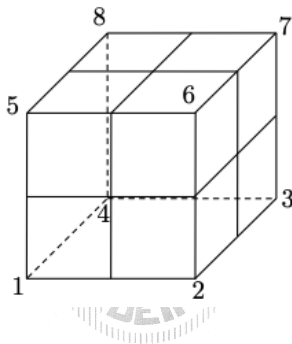
$$p(B) = p(\overline{A}) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

Apartado (c):

Para que este nuevo cubo quede pintado exteriormente, de rojo, se tiene que cumplir

- 1 Cada uno de los 8 cubos pequeños tiene que estar pintado como en el apartado (a)
- 2 Cada uno de los 8 cubos pequeños ha de estar colocado de modo que el vértice en común de las 3 caras rojas coincida con el vértice del cubo grande.

Apartado (c):



La probabilidad de colocar “bien” cada uno de estos 8 cubos pequeños es:

$$\frac{1}{\text{Nº de vértices del cubo}} = \frac{1}{8}$$

Apartado (c):

Por la independencia de sucesos, la probabilidad de que el cubo quede pintado exteriormente de rojo es:

$$p_R = \left(\frac{2}{5}\right)^8 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^8 = \left(\frac{1}{20}\right)^8$$

Apartado (c):

Dado que la probabilidad de que el cubo quede pintado exteriormente de amarillo sería la misma, la probabilidad pedida es:

$$p = 2 \left(\frac{1}{20} \right)^8$$