

Academia DEIMOS

Oposiciones: a) Secundaria.

b) Diplomados en
Estadística del Estado.

☎ 669 31 64 06

MADRID

www.academiadeimos.es

<http://academiadeimos.blogspot.com.es>

academia@academiadeimos.es

editorial@academiadeimos.es



Documento P2

Enunciados de los problemas

1.- En un dado se verifica que $P(1) = P(3) = P(5) = a$; $P(2) = P(4) = P(6) = b$. Se lanza el dado y llamamos A al suceso “el número obtenido es mayor o igual que cuatro”.

a) Calcular a y b para que $P(A) = \frac{5}{12}$.

b) ¿Para qué valores de m pueden encontrarse a y b con la condición de que $P(A) = m$?

Resuelto en Vol. 1. Pag. 128.

2.- Calcular la probabilidad de que al tirar un dado tres veces el producto de los resultados sea múltiplo de seis.

Resuelto en Vol. 2. Pag. 46.

3.- Calcular la probabilidad de que al extender en una sola fila las 40 cartas de una baraja española queden al menos dos sotas consecutivas.

Resuelto en Vol. 1. Pag. 209.

- 4.- Una urna contiene bolas de cuatro colores diferentes estando cada color representado por el mismo número de bolas. Se extraen cuatro bolas con reemplazamiento. Hallar la probabilidad de que aparezcan al menos tres colores distintos en la extracción.

Resuelto en Vol. 1. Pag. 158.

- 5.- ¿Cuál es la probabilidad de obtener una suma de 16 puntos al efectuar un lanzamiento con siete dados, cuyas caras están numeradas del uno al seis?

Resuelto en Vol. 1. Pag. 443.

- 6.- En un tablero de ajedrez se colocan dos reinas al azar. Determinar la probabilidad de que la situación relativa sea tal que no pueda ser comida una por la otra.

Resuelto en Vol. 1. Pag. 148.

- 7.- a) Tenemos un cubo y pintamos al azar tres caras de color rojo y tres caras de color amarillo. Calcular la probabilidad de que las tres caras de color rojo tengan un vértice en común.
- b) Calcular la probabilidad de que, de las tres caras de color rojo, una de ellas tenga una arista en común con cada una de las otras.
- c) Tenemos ahora ocho cubos de la misma medida, cada uno pintado al azar con tres caras de color rojo y tres caras de color amarillo. Los colocamos aleatoriamente, de manera que formen un cubo más grande. ¿Cuál es la probabilidad de que todas las caras exteriores de este cubo sean del mismo color.

Resuelto en Vol. 4. Ej 05.33

- 8.- Con 27 cubos blancos iguales se forma otro cubo grande de 3 dados de arista y se pinta exteriormente de color rojo. Deshecho el cubo y vuelto a montar al azar, ¿cuál es la probabilidad de que resulte un nuevo cubo pintado de rojo?

Resuelto en Vol. 1. Pag. 315.

- 9.- Con dados de 1 cm de arista se construye un cubo de 4 cm de arista y se pinta de negro toda la superficie del cubo así construido. Se deshace el cubo y, cogiendo los dados al azar, sin mirarlos, se construye de nuevo. Calcular la probabilidad de que en el nuevo cubo figure, al menos, una cara blanca.

Resuelto en Vol. 5. Ej 08.3

10.- En un portal de una casa de cinco vecinos hay seis buzones, uno para cada vecino y el restante para las devoluciones. Un repartidor de propaganda que llega al portal lleva cinco sobres con el nombre de cada vecino, pero ha olvidado las gafas en casa y, como no ve nada, reparte al azar los cinco sobres en los seis buzones. Se pide:

- La probabilidad de que ningún sobre caiga en el buzón de las devoluciones.
- La probabilidad de que, como mínimo, uno de los cinco vecinos reciba en su buzón el sobre con su nombre.

Resuelto en Vol. 4. Ej 97.3

11.- Los números $1, 2, 3, \dots, n$ se ordenan aleatoriamente en su totalidad.

- Halle la probabilidad de que ninguno de ellos coincida con el número de orden que ocupa.
- Estudie la tendencia de esta probabilidad al aumentar n indefinidamente.

Resuelto en Vol. 4. Ej 97.4

12.- Cada paquete de un cierto producto contiene una tarjeta con uno de los números $1, 2, \dots, k$. Se supone que los k números aparecen con la misma frecuencia. Si se compran n paquetes ($n \geq k$), ¿cuál es la probabilidad de que tenga al menos una colección completa de los k números?

Resuelto en Vol. 4. Ej 02.22

13.- Tres personas A, B, y C lanzan sucesivamente en el orden A, B, C un dado. La primera persona que saque un 6, gana.

- ¿Cuáles son sus respectivas probabilidades de ganar?
- Calcular la probabilidad de que el juego termine en el décimo lanzamiento y de que la persona C saque siempre la suma de lo que acaban de sacar los jugadores A y B en las tiradas inmediatamente.

Resuelto en Vol. 4. Ej 04.47

14.- Un juego de dados tiene las siguientes reglas:

- Se tiran dos dados equilibrados, numerados del 1 al 6, hasta que sumen 4 o 7.
- Si suman 4 gana el tirador, mientras que pierde si la suma es 7.

Determine la probabilidad de ganar en dicho juego.

Resuelto en Vol. 9. Ej 18.110

- 15.- Dos personas A y B realizan el siguiente juego: Tiran un dado y A gana la tirada si sale un 1 o un 2, ganando B en los restantes casos. Se ponen de acuerdo en que ganará el juego el primero que gane dos tiradas consecutivas. ¿Qué probabilidad tienen cada uno de ellos de ganar el juego?

Resuelto en Vol. 4. Ej 98.43

- 16.- Una persona saca dos veces seguidas una bola de una urna que contiene una bola blanca y una bola negra, devolviendo la bola a la urna después de cada extracción. Si saca dos veces la bola blanca gana una cantidad S y si no saca las dos veces la bola blanca, se le permite hacer otras dos nuevas extracciones de la urna en la que se ha introducido previamente una nueva bola negra y así se continúa aumentando en cada renovación de la operación el número de bolas negras en una unidad. ¿Cuál es la probabilidad de que esa persona gane la cantidad S ?

Resuelto en Vol. 1. Pag. 226

- 17.- En una urna hay dos bolas, una blanca y otra negra. Se saca una bola y se devuelve a la urna acompañada de otra del mismo color. Continuando del mismo modo, se llegará a tener en la urna 22 bolas. ¿Cuál es la probabilidad de que en ese momento 11 sean blancas y 11 negras?

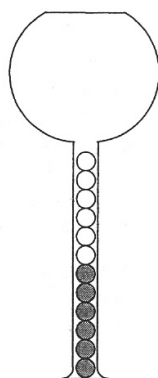
Resuelto en Vol. 1. Pag. 536

- 18.- Dos enemigos E y F se han retado a un duelo a pistola. Cada uno sólo dispone de una bala en su pistola y si el que dispara primero acierta, su oponente muere en el acto sin posibilidad de devolver el disparo, mientras que si falla deberá soportar el disparo del oponente. El retador E es “rápido de manos” y tiene probabilidad 0,6 de disparar primero, aunque como no tiene buena puntería, la probabilidad de acertar el disparo es 0,4. Si la probabilidad de que F acierte el disparo es de 0,5, se pide:

- a) La probabilidad de que ambos sobrevivan al duelo.
- b) La probabilidad de que E sobreviva.
- c) La probabilidad de que E haya disparado primero, sabiendo que sobrevivió.
- d) La probabilidad de que sobreviva el retador que dispare primero.

Resuelto en Vol. 8. Ej. 16.04

- 19.- En el interior del cuello de un matraz invertido hay $2n$ bolas blancas y $2n$ bolas negras, idénticas salvo el color, situadas una sobre otra como se indica en el dibujo. En la mitad inferior del cuello están situadas las $2n$ bolas negras. Se da la vuelta al matraz, se agita para mezclar las bolas y se vuelve a invertir.



Matraz invertido

- a) Calcule la probabilidad p_k de que en la mitad inferior del cuello haya k bolas negras y $2n - k$ bolas blancas ($0 \leq k \leq 2n$).
- b) Utilice la expresión de p_k para demostrar la igualdad:

$$\binom{n}{0}^2 + \binom{n}{1}^2 + \cdots + \binom{n}{n}^2 = \binom{2n}{n}$$

Resuelto en Vol. 5: Ej 06.52

- 20.-** Aplicar el teorema de Bayes para el caso en que la probabilidad del suceso A sea la misma cualquiera que sea la hipótesis H_1, H_2, \dots, H_n que se verifique y la probabilidad de H_i sea la mitad de la probabilidad de H_{i-1} para $i = 1, 2, \dots, n$.

Resuelto en Vol. 3. Pag. 13

- 21.-** a) En una urna hay n bolas, entre blancas y rojas, y al extraer una de ellas ha resultado ser roja. ¿Qué probabilidad hay de que k de las n bolas sean rojas?
- b) De una urna que contiene n bolas entre blancas y rojas, se hacen r extracciones, devolviendo a la urna la bola extraída. En todas las extracciones ha salido la bola roja. ¿Cuál es la probabilidad de que en la extracción $(r + 1)$ -ésima salga también roja?

Resuelto en Vol. 2. Pag. 78

- 22.-** Un aficionado usa el siguiente sistema para pronosticar el tiempo atmosférico: Clasifica cada día como seco o mojado y supone que la probabilidad de que el tiempo atmosférico de cualquier día sea igual al precedente está dada por p , con $0 < p < 1$. Representamos por p_1 la probabilidad de que el tiempo sea seco durante el 1 de enero de 1900, y por p_n la probabilidad de que sea seco el n -ésimo día.

- a) Expresa p_n en función de p_1 y de p .
- b) Calcule $\lim_{n \rightarrow \infty} p_n$ e interprete el resultado.

Resuelto en Vol. 5. Ej 06.112