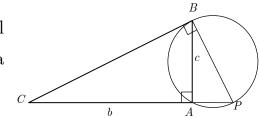
academiadeimos.es

inicial.

7. Dado un triángulo rectángulo ABC, con el ángulo recto en A, se traza la perpendicular a BC por el punto B, se corta esta recta con la prolongación del cateto AC y se obtiene así el punto P. Determine el radio de la circunferencia circunscrita al triángulo ABP en función de las longitudes b y c de los catetos del triángulo

SOLUCIÓN: El triángulo ABP es rectángulo, por lo que su hipotenusa BP es el diámetro de la circunferencia circunscrita a dicho triángulo. El radio de dicha circunferencia es entonces $R = \frac{1}{2}BP$.



Reparamos en que APB es un triángulo rectángulo semejante al ABC pues ambos son semejantes al BPC, ya que comparten un ángulo agudo con éste. Por la semejanza entre los triángulos ABC y APB, se tiene:

$$\frac{BP}{AB} = \frac{BC}{AC} \implies BP = \frac{AB \cdot BC}{AC}$$

y de aquí que el radio que pide el problema es

$$R = \frac{1}{2}BP = \frac{c\sqrt{b^2 + c^2}}{2b}.$$