

Data Structures and Algorithms

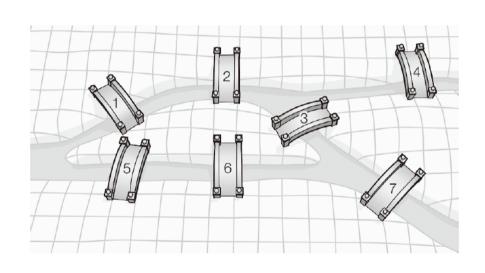
목차

- 그래프와 종류
- 인접 리스트 기반 그래프
- 탐색
- 최소 비용 신장 트리

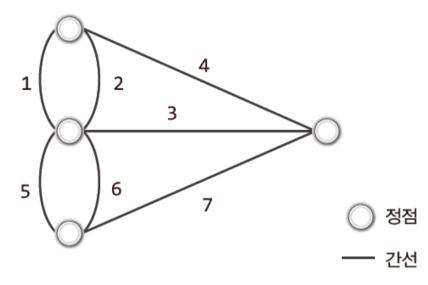
그래프와 종류

The Story

- Eurler's Bridge (Koenigsberg); 한 붓 그리기
 - 모든 다리를 한만 건너서 처음 출발했던 장소로 돌아올 수 있는가?
 - 정점에 연결된 간선의 수가 짝수여야 함



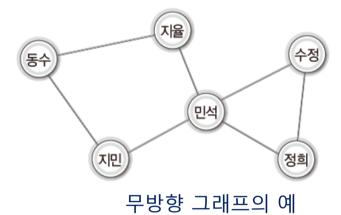
쾨니히스베르크의 다리 문제



다리 문제의 재 표현

종류

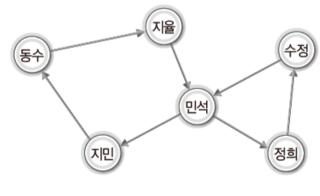
• 무방향 그래프: 방향성 없음



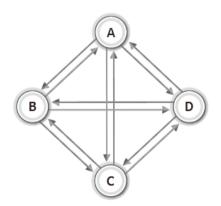
B
D

무방향 완전 그래프의 예

• 방향 그래프: 방향성 있음



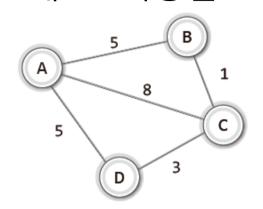
방향 그래프의 예



방향 완전 그래프의 예

가중치 그래프와 부분 그래프

• 가중치 그래프: 비용을 포함하는 간선

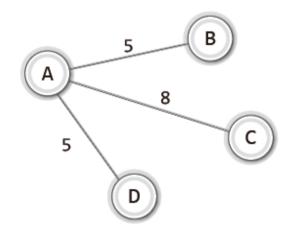


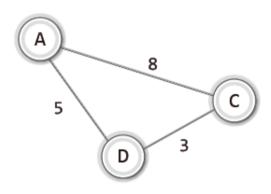
A 1 8 C D 3

무방향 가중치 그래프의 예

방향 가중치 그래프의 예

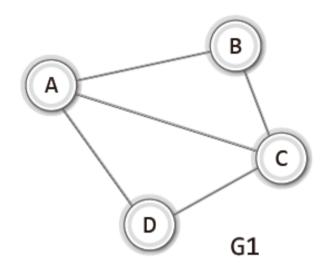
• 부분 그래프: 일부 정점과 간선으로 구성된 그래프





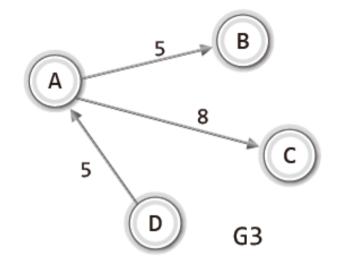
집합으로 표현

- 그래프 G의 정점 집합: V(G)
- 그래프 G의 간선 집합: E(G)

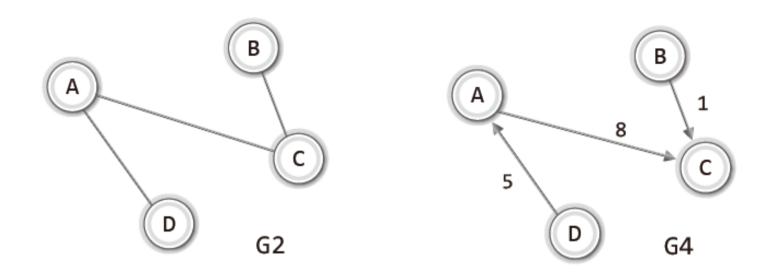


$$V(G1) = \{A, B, C, D\}$$

 $E(G1) = \{(A, B), (A, C), (A, D),$
 $(B, C), (C, D)\}$



집합으로 표현 Ex



ADT

```
enum {A, B, C, D, E, F, G, H, I, J};
enum {SEOUL, INCHEON, DAEGU, BUSAN, KWANGJU};
void GraphInit(UALGraph * pg, int nv);
 - 그래프의 초기화를 진행한다.
 - 두 번째 인자로 정점의 수를 전달한다.

    void GraphDestroy(UALGraph * pg);

 - 그래프 초기화 과정에서 할당한 리소스를 반환한다.

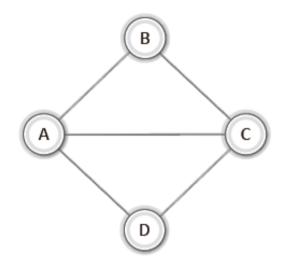
    void AddEdge(UALGraph * pg, int fromV, int toV);

    매개변수 fromV와 toV로 전달된 정점을 연결하는 간선을 그래프에 추가한다.

    void ShowGraphEdgeInfo(UALGraph * pg);

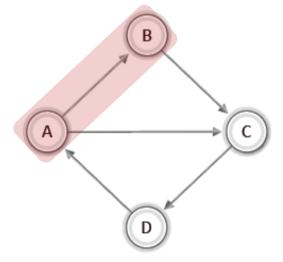
 - 그래프의 간선정보를 출력한다.
```

구현: 인접 행렬



	А	В	C	D
Α	0	1	1	1
В	1	0	1	0
C	1	1	0	1
D	1	0	1	0

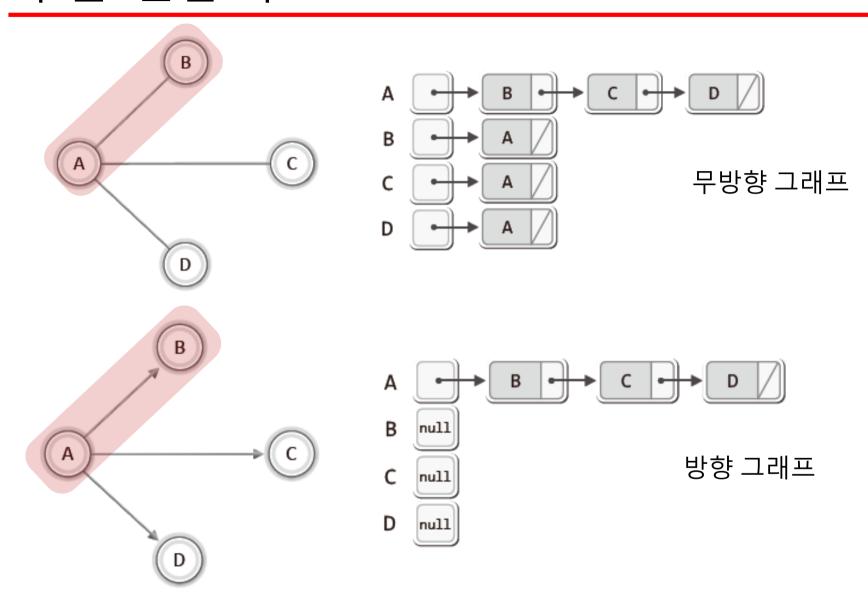
무방향 그래프



	Α	В	Ç	D
Α	0	1	1	0
В	0	0	1	0
C	0	0	0	1
D	1	0	0	0

방향 그래프

구현: 인접 리스트



인접 리스트 기반 그래프

헤더

```
#include "DLinkedList.h"
enum {A, B, C, D, E, F, G, H, I, J}; // 정점의 이름들을 상수화
typedef struct _ual
int numV; // 정점의 수
int numE; // 간선의 수
List * adjList; // 간선의 정보
} ALGraph;
void GraphInit(ALGraph * pg, int nv); // 그래프의 초기화
void GraphDestroy(ALGraph * pg); // 그래프의 리소스 해제
void AddEdge(ALGraph * pg, int fromV, int toV); // 간선의 추가
void ShowGraphEdgeInfo(ALGraph * pg); // 유틸리티 함수: 간선의 정보 출력
```

main.c

```
#include <stdio.h>
#include "ALGraph.h"
int main(void)
{
    ALGraph graph;
    GraphInit(&graph, 5); // A, B, C, D, E의 정점 생성
    AddEdge(&graph, A, B);
    AddEdge(&graph, A, D);
    AddEdge(&graph, B, C);
    AddEdge(&graph, C, D);
    AddEdge(&graph, D, E);
                                          Can you visualize it?
    AddEdge(&graph, E, A);
    ShowGraphEdgeInfo(&graph);
    GraphDestroy(&graph);
    return 0;
```

구현: 초기화와 소멸

```
void GraphInit(ALGraph * pg, int nv)
    int i:
    // 정점 개수 만큼 리스트 배열을 생성
    pg->adjList = (List*)malloc(sizeof(List)*nv); // 간선 정보 저정용 리스트
    pg->numV = nv; // 정점의 수는 nv에 저장된 값을 결정
    pg->numE = 0; // 초기의 간선 수는 0개
    // 정점 개수 만큼 리스트 초기화
    for(i=0; i<nv; i++)</pre>
                                                      int WhoIsPrecede(int data1,
                                                      int data2)
         ListInit(&(pg->adjList[i]));
                                                         if(data1 < data2)</pre>
                                                           return 0;
         SetSortRule(&(pg->adjList[i]), WhoIsPrecede);
                                                         else
                                                           return 1;
void GraphDestroy(ALGraph * pg) // 그래프 리소스의 해제
    if(pg->adjList != NULL)
    free(pg->adjList); // 동적 할당된 연결 리스트 소멸
}
```

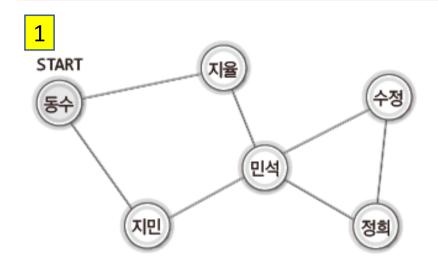
구현: 간선 정보 출력

```
void AddEdge(ALGraph * pg, int fromV, int toV) // 간선의 추가
    LInsert(&(pg->adjList[fromV]), toV); // 무방향이기 때문에
    LInsert(&(pg->adjList[toV]), fromV); // 양쪽의 노드에서 연결
    pq- numE += 1;
void ShowGraphEdgeInfo(ALGraph * pg) // 유틸리티 함수: 간선의 정보 출력
    int vx;
    for(int i=0; i<pg->numV; i++)
        printf("%c와 연결된 정점: ", i + 65);
        if(LFirst(&(pg->adjList[i]), &vx))
             printf("%c ", vx + 65);
            while(LNext(&(pg->adjList[i]), &vx))
                 printf("%c ", vx + 65);
        printf("\n");
```

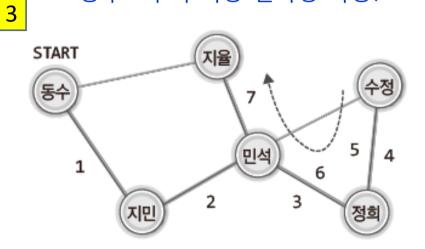
탐색

DFS

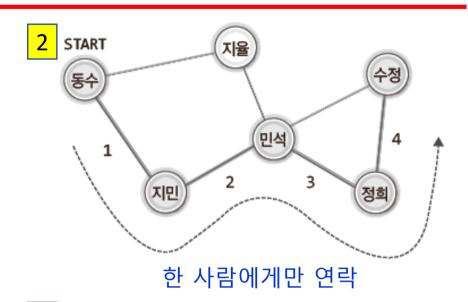
DFS: 깊이 우선 탐색

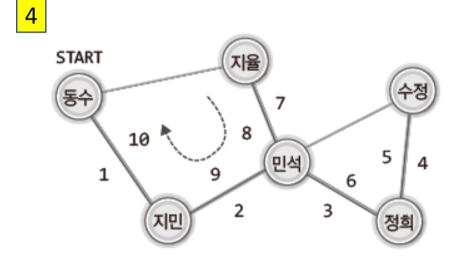


동수로부터 비상 연락망 가동!



연락 할 곳이 없으면 역으로 되돌아 가면서 연락 취할 곳을 찾음

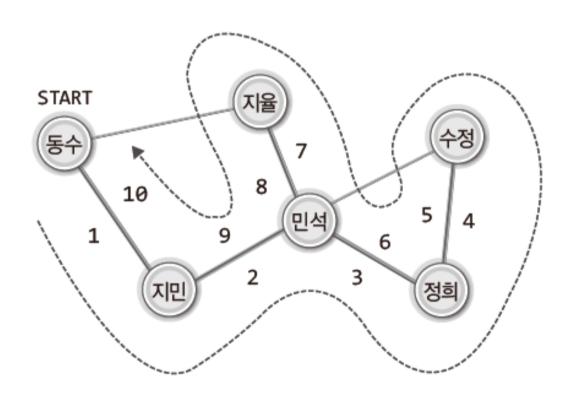




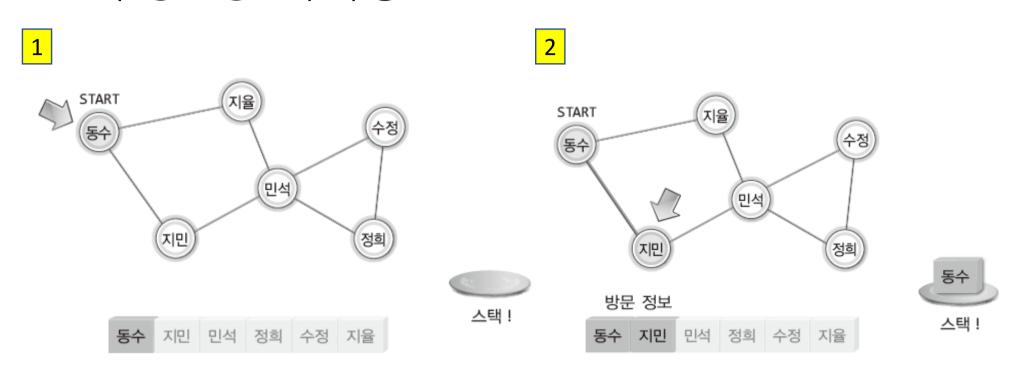
시작 점으로 되돌아 오면 연락 끝!

DFS: 깊이 우선 탐색 핵심

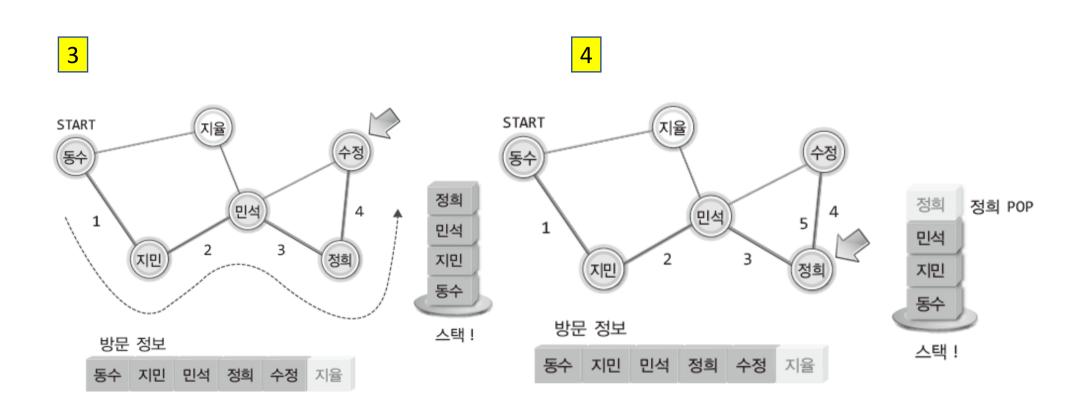
- 하나의 노드만 탐색
- 탐색 할 노드가 없으면 되돌아 감
- 처음 탐색을 시작한 노드로 되돌아 오면 끝



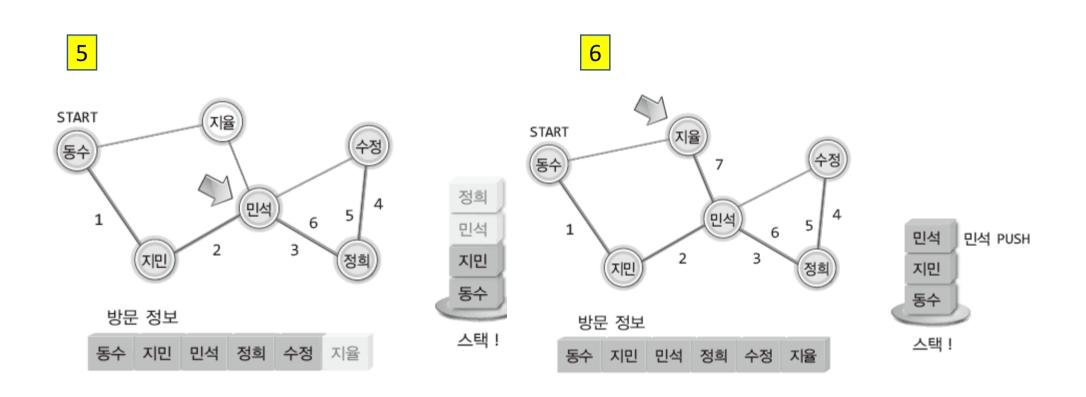
- 배열: 방문 정보 추적 용
- 스택: 경로 정보 추적 용



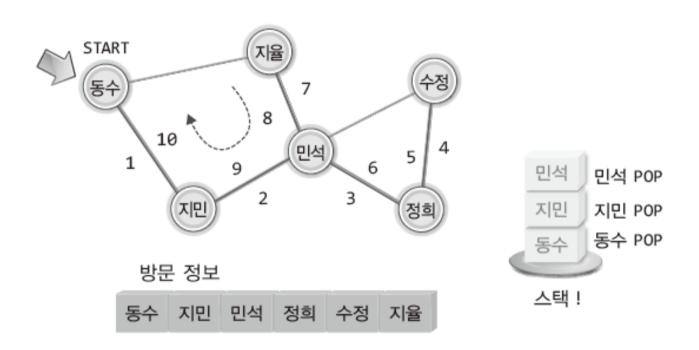
• 되돌아가기 위해 직전 노드에 대한 정보를 스택에서 얻음



• 이전 방문과 상관없이 연결된 다른 노드 방문 시 스택에 저장



• 스택을 반복적으로 pop하면 시작에 도달 가능



파일 구성

- 깊이 우선 탐색의 실제 구현
 - void DFShowGraphVertex(ALGraph * pg, int startV);
 - 그래프의 모든 정점 정보를 출력하는 함수
 - DFS를 기반으로 정의가 된 함수
- 구현 결과를 반영한 파일의 구성
 - 그래프: ALGraphDFS.h, ALGraphDFS.c (기본 그래프 정의의 확장)
 - 스택: ArrayBaseStack.h, ArrayBaseStack.c
 - 이중연결리스트: DLinkedList.h, DLinkedList.c
 - 메인: DFSMain.c

구현: 헤더

```
#include "Dlinkedlist h"
enum {A, B, C, D, E, F, G, H, I, J}; // 정점의 이름들을 상수화
typedef struct _ual
   int numV; // 정점의 수
   int numE; // 간선의 수
   List * adjList; // 간선의 정보
   int * visitInfo; // 탐색한 정점 정보
} ALGraph;
void GraphInit(ALGraph * pg, int nv); // 그래프의 초기화
void GraphDestroy(ALGraph * pg); // 그래프의 리소스 해제
void AddEdge(ALGraph * pg, int fromV, int toV); // 간선의 추가
void ShowGraphEdgeInfo(ALGraph * pg); // 유틸리티 함수: 간선의 정보 출력
void DFShowGraphVertex(ALGraph * pg, int startV); // 정점의 정보 출력
```

구현: visitInfo 관련

```
void GraphInit(ALGraph * pg, int nv)
   // 정점의 수를 길이로 하여 배열을 할당
   pg->visitInfo = (int *)malloc(sizeof(int) * pg->numV);
   // 배열의 모든 요소를 0으로 초기화!
   memset(pg->visitInfo, 0, sizeof(int) * pg->numV);
void GraphDestroy(ALGraph * pg)
   // 할당된 배열의 소멸!
   if(pg->visitInfo != NULL)
       free(pg->visitInfo);
```

구현: Helper Function

- DFShowGraphVertex 의 구현에 필요한 함수
 - 방문한 정점 정보를 그래프의 멤버 visitInfo가 가리키는 배열에 등록

```
// 방문한 정점의 정보를 기록 및 출력
int VisitVertex(ALGraph * pg, int visitV)
{
   if(pg->visitInfo[visitV] == 0) // visitV에 처음 방문일 때 '참'인 if문
   {
     pg->visitInfo[visitV] = 1; // visitV에 방문한 것으로 기록
     printf("%c ", visitV + 65); // 방문한 정점의 이름을 출력
     return TRUE; // 방문 성공!
   }
   return FALSE; // 방문 실패!
}
```

구현: DFShowGraphVertex

```
void DFShowGraphVertex(ALGraph * pg, int startV)
   Stack stack; int visitV = startV; int nextV; StackInit(&stack);
   VisitVertex(pg, visitV); // 시작 정점 방문
   SPush(&stack, visitV); // 방문 후 정점 스택에 삽입
   while(LFirst(&(pg->adjList[visitV]), &nextV) == TRUE) // 연결된 정점 정보 파악
       int visitFlag = FALSE;
       if(VisitVertex(pg, nextV) == TRUE) {
          . . . // 방문을 시도했는데 방문에 처음이면
       } else {
          . . . . // 방문했었다면
       if(visitFlag == FALSE) { // 연결된 정점과의 방문이 모두 완료되었다면,
          if(SIsEmpty(&stack) == TRUE) // 스택이 비면! 종료!
             break;
          else
             visitV = SPop(&stack); // 되돌아 가기 위한 POP 연산!
     memset(pg->visitInfo, 0, sizeof(int) * pg->numV);
```

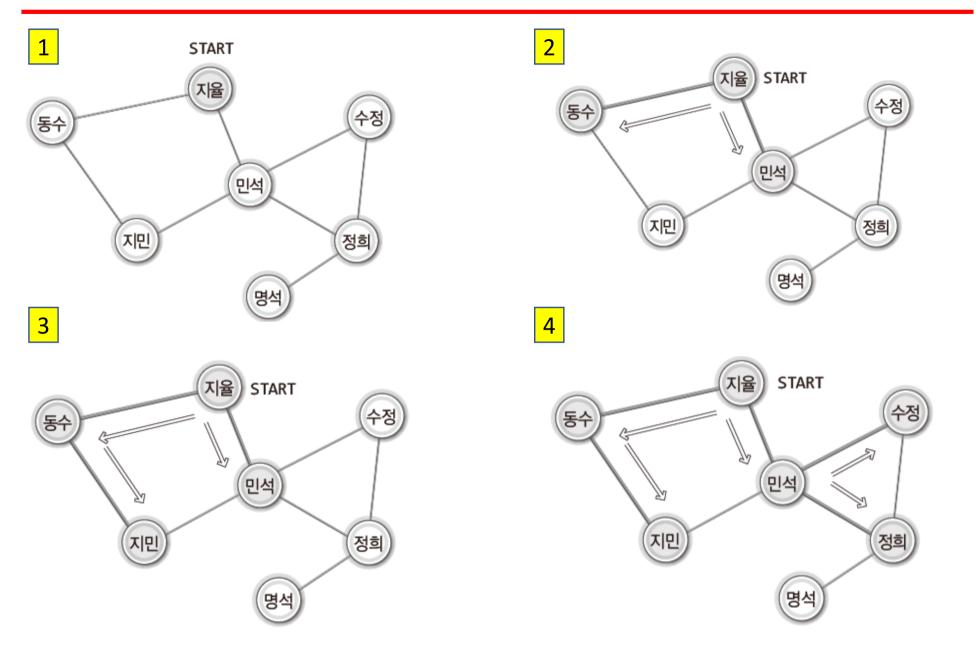
구현: DFShowGraphVertex

```
while(LFirst(&(pg->adjList[visitV]), &nextV) == TRUE) // 연결된 정점 정보 파악
   int visitFlag = FALSE;
   if(VisitVertex(pg, nextV) == TRUE) { // 방문을 시도했는데 방문에 처음이면
       SPush(&stack, visitV); // 현재 정점에서 이동하므로 스택에 저장!
      visitV = nextV;
      visitFlag = TRUE;
   } else {
                                   // 방문했었다면
      while(LNext(&(pg-\rangleadjList[visitV]), &nextV) == TRUE)
                   // 연결된 다른 정점을 찾아서 방문을 시도하는 일련의 과정!
          if(VisitVertex(pg, nextV) == TRUE)
             SPush(&stack, visitV);
             visitV = nextV;
             visitFlag = TRUE;
             break:
```

탐색

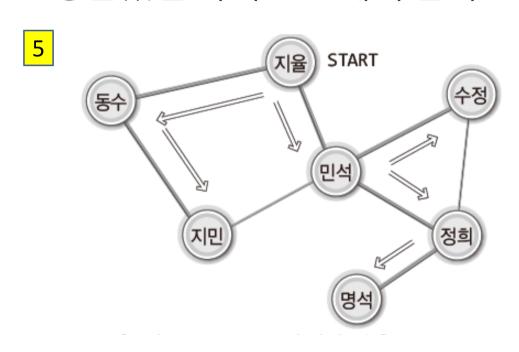
BFS

BFS: 너비 우선 탐색



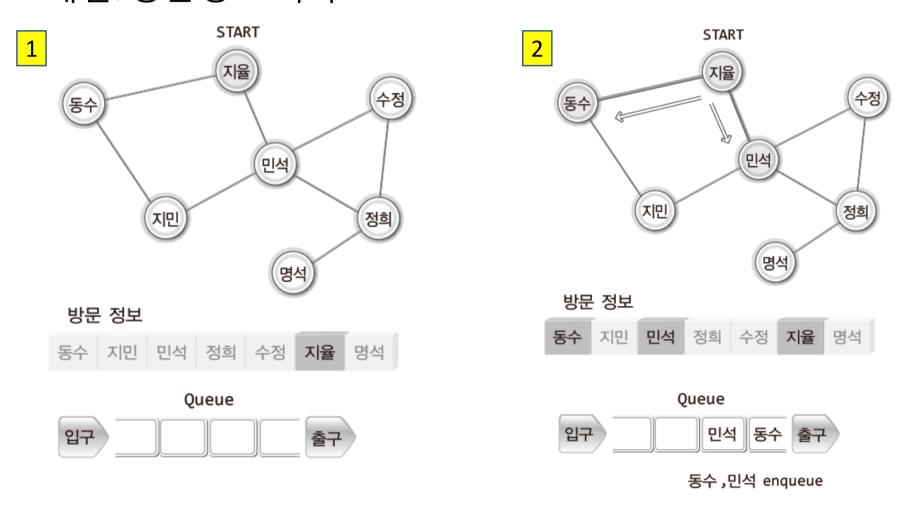
BFS: 너비 우선 탐색

- 노드에 연결된 한 노드를 탐색
- 노드에 연결된 다른 노드가 있다면 그 노드를 탐색
- 방문했던 자식 노드에서 반복

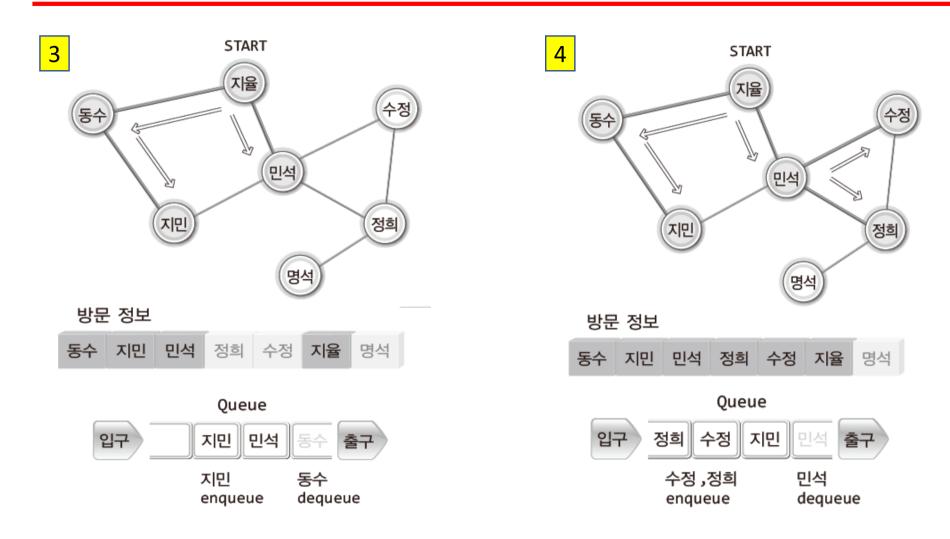


BFS 모델 1

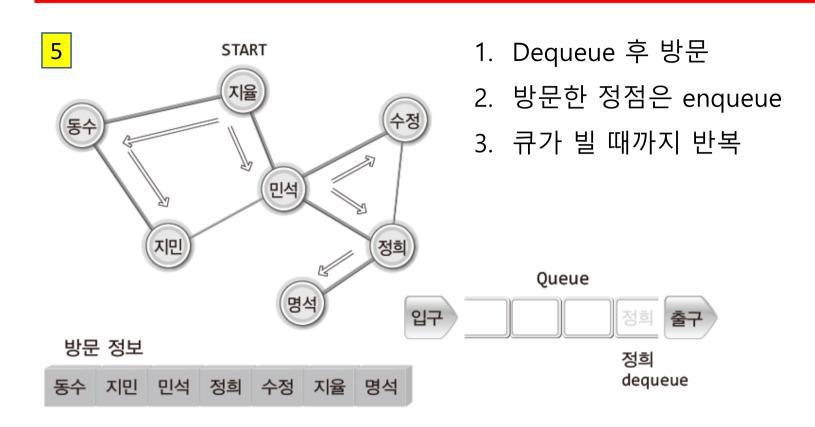
- 큐: 방문 차례 기록
- 배열: 방문정보 기록



BFS 모델 2



BFS 모델 3



명석의 정보도 큐에 enqueue, dequeue 됨 예시에서는 명석의 정보가 마지막에 enqueue Dequeue 되면 종료

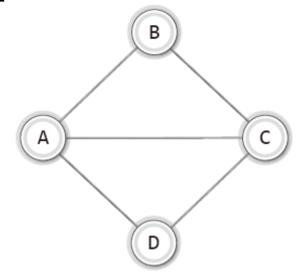
구현: Helper Function (헤더는 DFS와 동일)

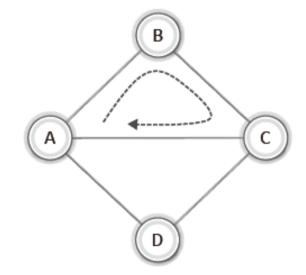
```
// Breadth First Search: 정점의 정보 출력
void BFShowGraphVertex(ALGraph * pg, int startV)
{
    Queue queue; int visitV = startV;
                                              int nextV;
    QueueInit(&queue); // DFS를 위한 큐의 초기화
    VisitVertex(pg, visitV); // 시작 정점 탐색
                                            // visitV에 연결된 정점 정보 얻음
    while(LFirst(&(pg->adjList[visitV]), &nextV) == TRUE)
    {
        if(VisitVertex(pg, nextV) == TRUE)
             Enqueue(&queue, nextV);
                                         // 계속해서 visitV에 연결된 정점 정보 얻음
        while(LNext(&(pg->adjList[visitV]), &nextV) == TRUE){
             if(VisitVertex(pg, nextV) == TRUE)
                 Enqueue(&queue, nextV);
        }
        if(QIsEmpty(&queue) == TRUE) // 큐가 비면 BFS 종료
             break:
        else
             visitV = Dequeue(&queue);
    memset(pg->visitInfo, 0, sizeof(int) * pg->numV); // 탐색 정보 초기화
}
                                                                 36
```

최소 비용 신장 트리

Cycle: 순환 고리

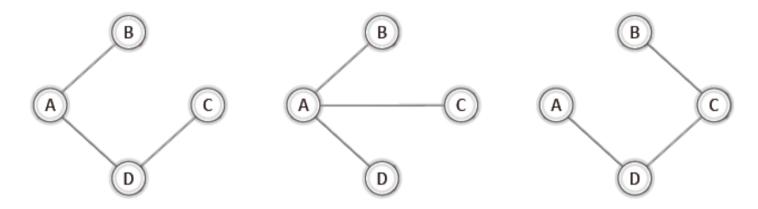
- 정점 B에서 정점 D에 이르는 단순 경로
 - B-A-D
 - B-C-D
 - B-A-C-D
 - B-C-A-D
- 중복의 처리
 - 단순 경로는 중복 간선 불포함
 - 반례: B-A-C-B-A-D (B-A 간선이 2번, 단순경로 X)
- 사이클
 - 시작점과 끝점이 같은 단순 경로



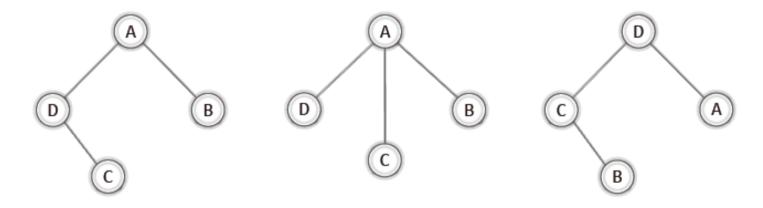


사이클이 없는 그래프

• 신장트리: 경로 중에 '사이클'이 없는 그래프



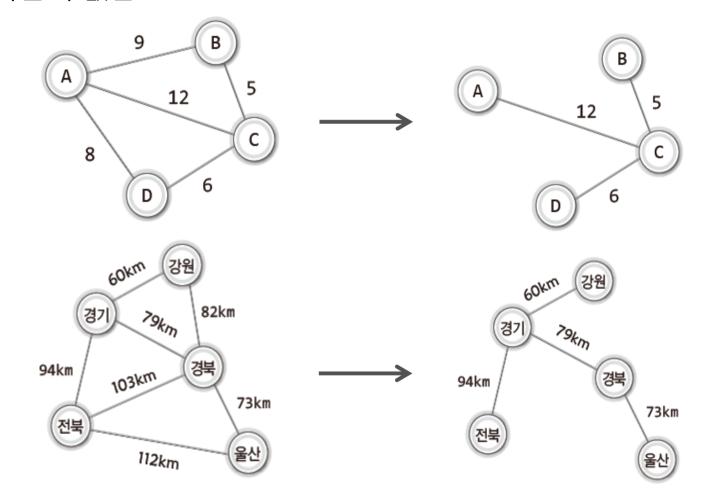
- 신장트리 vs 신장 그래프
 - 90도 회전



최소 비용 신장 트리 (Minimum spanning Tree)

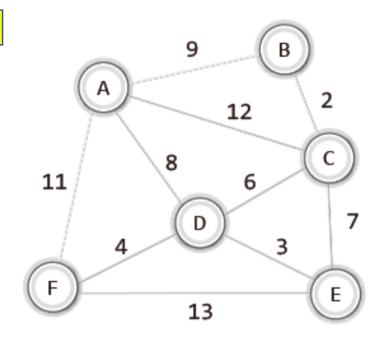
- 특징
 - 그래프의 모든 정점이 간선으로 연결
 - 사이클이 없음

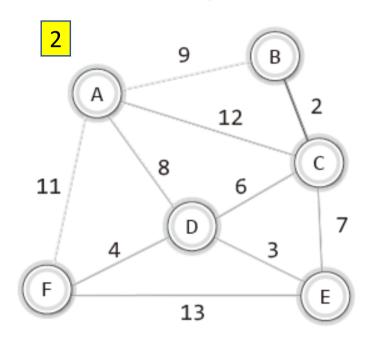




- 1. 간선 가중치로 정렬
- 2. MST가 되도록 간선 추가 (사이클은 배제)

1





2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13

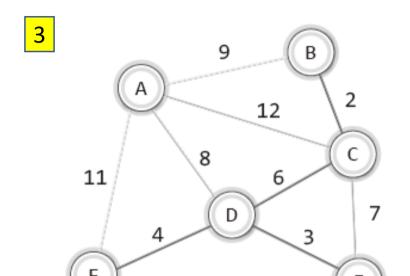
가중치의 오름차순 정렬

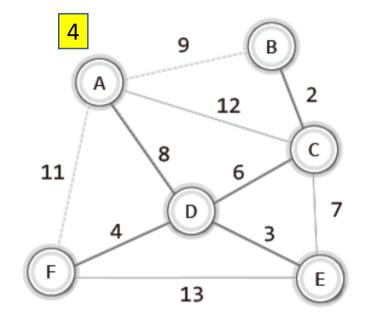


2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13

가중치의 오름차순 정렬

• 종료 조건: 간선의 수 + 1 = 정점의 수







13

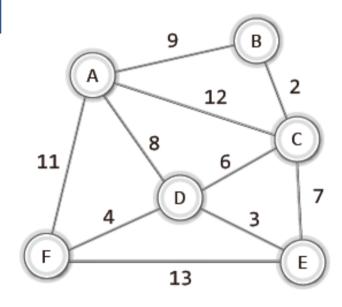
가중치의 오름차순 정렬



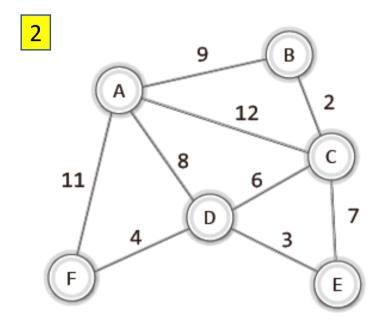
가중치의 오름차순 정렬

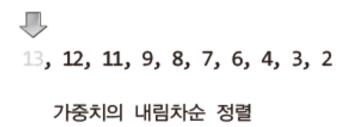
- 높은 가중치 순으로 정렬
- MST가 되도록 (섬을 만들지 않는) 간선 삭제

1

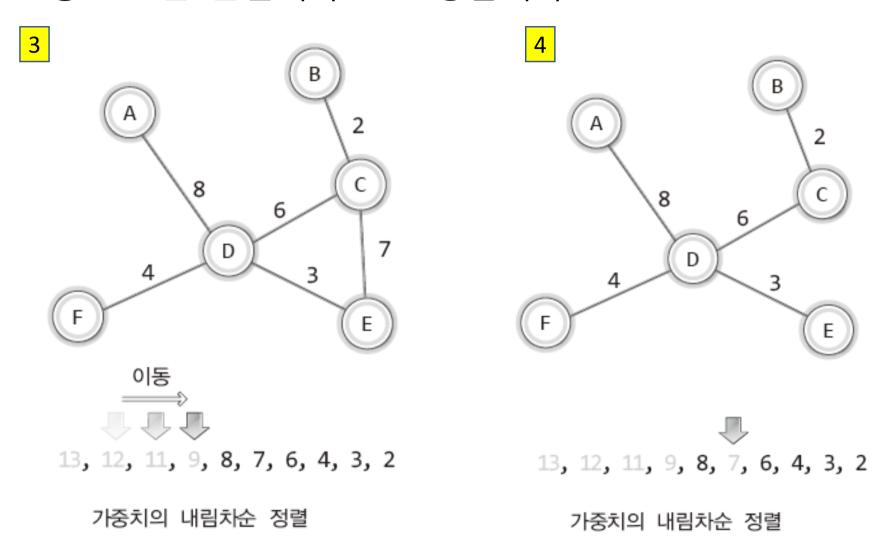


13, 12, 11, 9, 8, 7, 6, 4, 3, 2 가중치의 내림차순 정렬





• 종료 조건: 간선의 수 + 1 = 정점의 수



구혀

- 내림 차순 정렬, 간선 삭제 방식
 - 가중치가 포함된 간선을 정의한 구조체 추가 (ALEdge.h)
- 코드
 - DLinkedList.h, DLinkedList.c
 - ArrayBaseStack.h, ArrayBaseStack.c
 - ALGraphDFS.h, ALGraphDFS.c. 크루스칼 알고리즘의 핵심 코드



- ALGraphKruskal.h, ALGraphKruskal.c 가중치 그래프의 구현 결과
- AND ???
 - 가중치로 간선을 정렬 (Priority queue, Heap)
 - 삭제 후에도 두 정점을 연결하는 경로 존재 여부

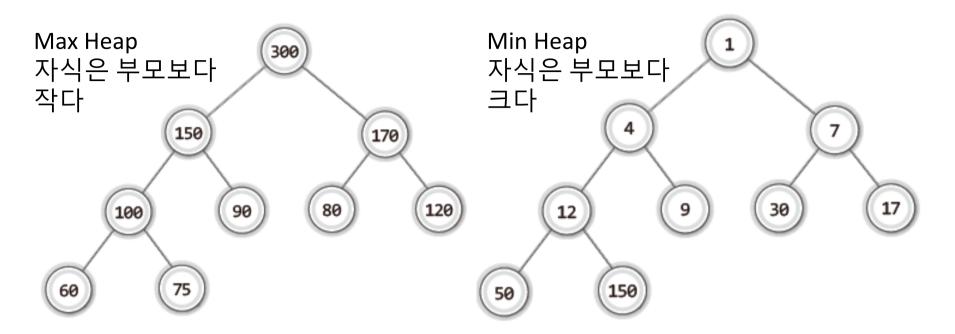
Recap: Queue Vs. Priority Queue/Heap

• Queue: 들어간 순서 기반 Dequeue 연산

$$3, 31, 2, 0, 20, 4 \rightarrow 3, 31, 2, 0, 20, 4$$

- Priority Queue: 우선순위에 따라 Dequeue 연산 3, 31, 2, 0, 20, 4 → 31, 20, 4, 3, 2, 0
- 구현 방법
 - 배열: 최악의 경우 삽입 위치 판단을 위해 모든 데이터 비교
 - 연결리스트: 상동
 - Heap (힙): 삽입 기준이 있음

Recap: Heap



단, 완전 이진 트리이어야 함 리프노드외는 비어 있는 노드가 없어야 하고 왼쪽에서 오른쪽으로 채워져야 함

삽입 방법 (O(logn)):

- 1. 끝에 삽입
- 2. 부모와 비교
- 3. 필요하면 자리 바꿈 3. 자식과 비교
- 4. 2번부터 반복

삽입 방법 (O(logn)):

- 1. 루트를 제거
- 2. 끝을 루토로 이동
- 4. 필요하면 자리 바꿈
- 5. 2번부터 반복

구현: 헤더

```
enum {A, B, C, D, E, F, G, H, I, J};
                                     typedef struct _edge
                                         int v1; // 첫 번째 정점
typedef struct _ual
                                         int v2; // 두 번째 정점
                                         int weight; // 가중치
   int numV;
   int numE;
                                     } Edge;
   List * adjList;
   int * visitInfo;
   PQueue pqueue; // 간선의 가중치 정보 저장
} ALGraph;
void GraphInit(ALGraph * pg, int nv); // 그래프의 초기화
void GraphDestroy(ALGraph * pg); // 그래프의 리소스 해제
void AddEdge(ALGraph * pg, int fromV, int toV, int weight); // 간선의 추가
void ShowGraphEdgeInfo(ALGraph * pg); // 간선의 정보 출력
void DFShowGraphVertex(ALGraph * pg, int startV); // Depth First Search:
정점의 정보 출력
void ConKruskalMST(ALGraph * pg); // 크루스칼 최소 비용 신장 트리의 구성
void ShowGraphEdgeWeightInfo(ALGraph * pg); // 간선의 가중치 정보 출력
```

구현: 수정된 부분

```
void GraphInit(ALGraph * pg, int nv)
    int i:
    pg->adjList = (List*)malloc(sizeof(List)*nv);
    pg-\rangle numV = nv; pg-\rangle numE = 0;
    for(i=0; i<nv; i++) {
        ListInit(&(pg->adjList[i]));
SetSortRule(&(pg->adjList[i]), WhoIsPrecede);
    pg->visitInfo= (int *)malloc(sizeof(int) * pg->numV);
    memset(pg->visitInfo, 0, sizeof(int) * pg->numV);
   PQueueInit(&(pg->pqueue), PQWeightComp); // 우선순위 큐의 초기화
}
int PQWeightComp(Edge d1, Edge d2)
                                       가중치 기준 내림차순으로
                                       간선 정보 꺼내기 위한 정의!
    return d1.weight - d2.weight;
```

구현: 수정된 부분

```
void AddEdge(ALGraph * pg, int fromV, int toV, int weight)
{
    Edge edge = {fromV, toV, weight};  // 간선의 정보 생성

    LInsert(&(pg->adjList[fromV]), toV);
    LInsert(&(pg->adjList[toV]), fromV);
    pg->numE += 1;

    PEnqueue(&(pg->pqueue), edge); // 간선의 정보를 우선순위 큐에 저장
}
```

구현: ConKruskalMST

```
void ConKruskalMST(ALGraph * pg)
   Edge recvEdge[20]; // 복원할 간선의 정보 저장
   Edge edge;
   int eidx = 0;
               // MST 간선의 수 + 1 == 정점의 수
   int i:
                     // 크루스칼 알고리즘 기반 MST
   while(pg->numE+1 > pg->numV) // MST일 때까지 아래의 while문을 반복
       edge = PDequeue(&(pg->pqueue)); //가중치 순으로 간선 정보 획득!
       RemoveEdge(pg, edge.v1, edge.v2); //획득한 정보의 간선 실제 삭제!
       if(!IsConnVertex(pg, edge.v1, edge.v2)) // 두 정점 연결 경로 확인
          RecoverEdge(pg, edge.v1, edge.v2);
          recvEdge[eidx++] = edge; // 없으면 간선 복원
   for(i=0; i<eidx; i++) // 우선순위 큐에서 삭제된 간선의 정보를 회복
       PEnqueue(&(pg->pqueue), recvEdge[i]);
```

구현: 삭제와 복원

```
// 간선의 소멸: ConKruskalMST Helper function
void RemoveEdge(ALGraph * pg, int fromV, int toV)
    RemoveWayEdge(pg, fromV, toV); // 무방향 그래프
    RemoveWayEdge(pg, toV, fromV);
    (pg->numE)--;
}
// ConKruskalMST Helper function
void RecoverEdge(ALGraph * pg, int fromV, int toV)
{
    LInsert(&(pg->adjList[fromV]), toV); // 간선 가중치 저장 안함
    LInsert(&(pg->adjList[toV]), fromV);
    (pg-)numE)++;
}
```

구현: 방향 그래프를 위한 helper function

```
// 한쪽 방향의 간선 소멸: ConKruskalMST Helper function
void RemoveWayEdge(ALGraph * pg, int fromV, int toV)
    int edge;
    if(LFirst(&(pg->adjList[fromV]), &edge)){
        if(edge == toV)
            LRemove(&(pg->adjList[fromV]));
            return;
        while(LNext(&(pg->adjList[fromV]), &edge)){
            if(edge == toV)
                LRemove(&(pg->adjList[fromV]));
                return:
```

구현: 연결 확인

```
int IsConnVertex(ALGraph * pg, int v1, int v2)
   // 두 정점이 연결되어 있다면 TRUE, 그렇지 않다면 FALSE 반환
    Stack stack; int visitV = v1; int nextV;
    StackInit(&stack); VisitVertex(pg, visitV); SPush(&stack, visitV);
    while(LFirst(&(pg-\rangleadjList[visitV]), &nextV) == TRUE){
        int visitFlag = FALSE;
        if(nextV = v2){ // 순회 중 목표를 찿으면 TRUE
             memset(pg->visitInfo, 0, sizeof(int) * pg->numV); // 초기화
             return TRUE; // 목표를 찾으면 TRUE
         if(VisitVertex(pg, nextV) == TRUE){
             SPush(&stack, visitV);
             visitV = nextV;
             visitFlag = TRUE;
          else {
             while(LNext(&(pg-\rangleadjList[visitV]), &nextV) == TRUE){
                /* 음영의 탐색 작업 반복 */
        if(visitFlag == FALSE){
             if(SIsEmpty(&stack) == TRUE). break;
             else visitV = SPop(&stack);
    memset(pg->visitInfo, 0, sizeof(int) * pg->numV);
    return FALSE; // 목표를 못 찾음
                             Data Structures and Algorithms
```