

撰寫：資管三 B04705001 陳約廷

日期：2018.03.21

標題：密碼學與資訊安全 Homework 1 report

1. CIA (10%)

Confidentiality：保密性，使內容不被其他人所看見。

例：電子郵件的傳輸需要有保密性，不被收件人以外的使用者查閱，否則不具保密性

Integrity：完整性，使內容不被其他人所竄改。

例：帳號需要被保持完整性，不能遭其他人盜用。如果帳號遭到盜用則並不具有完整性。

Availability：可用性，確保一般使用者可以正常使用服務。

例：網頁伺服器需要持續保持可用性，DDoS攻擊可能導致網站癱瘓而不具有可用性。

2. Hash Function (10%)

$y=H(x)$ 。

y：Hash值；H(x)：雜湊函式；x：原文；

One-wayness：擁有Hash值，難以將其還原為原文。

例：給定一函式輸出 n bit。 $\Pr[H(x)=y]=2^{-(n)}$ 。試使用暴力搜尋法。則每次隨機嘗試猜中的機率為 $2^{-(n)}$ 。在經過m次隨機嘗試猜中原文的機率為 $1 - (1-2^{-(n)})^m$ 。（極低！！）

Weak collision resistance：給定一原文，難以找到不同的原文使兩種原文具有相同的Hash值。

例：給定一函式輸出 n bit。 $\Pr[H(x)=y]=2^{-(n)}$ 。試使用暴力搜尋法。則每次隨機嘗試使得Hash值重複的機率為 $2^{-(n)}$ 。在經過m次隨機嘗試與原文的Hash值相同的機率為 $1 - (1-2^{-(n)})^m$ 。（極低！！）

Strong collision resistance：難以找到兩種原文有相同的Hash值。

例：給定一函式輸出 n bit。 $\Pr[H(x)=y]=2^{-(n)}$ 。試使用暴力搜尋法。則經過m次隨機嘗試使其中有兩種原文的Hash值重複的機率為：

$$1 - (1 - 1/(2^n)) * (1 - 2/(2^n)) * (1 - 3/(2^n)) * \dots * (1 - (m-1)/(2^n))。 \quad (\text{極低！！})$$

3. ElGamal Threshold Decryption (15%)

setup:

- large safe prime: p
- generator: g
- private key: a
- public key: $(p, g, A = g^a \pmod{p})$
- share private key among n parties, using Shamir's secret sharing with $q \in \{1, \dots, p-1\}$

—> randomly choose $k-1$ coefficients a_1, \dots, a_{k-1}

—> set $a_0 = a$

—> build polynomial $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{k-1}x^{k-1}$

—>set $i = 1, \dots, n$ and calculate Points $s_i = (i, f(i)) \bmod q$

- now every party gets one point s_i

encryption:

- plaintext: m
- random value: x
- ciphertext1: $c_1 = g^x \pmod{p}$
- ciphertext2: $c_2 = m(g^a)^x \pmod{p}$

decryption:

- at least k parties have to compute decryption share $d_j = A^{s_i}$
- can compute m with set S of $j \in \{1, \dots, n\}$ which returned their d_j

$$m = \left(\prod_{j \in S} d_j^{t_{j,0S}} \right)^{-1} \cdot c \bmod p$$

4. How2Crypto (10%)

Round 1

Round 1 的加密是 a1z26，把 c_1 輸入進去由 round1.cpp 編譯成的 1，程式會直接輸出解密後的明文。

Round 2

Round 2 的加密是 caesar cipher，把 m_1, c_1, c_2 輸入進去由 round2.cpp 編譯成的 2，程式會直接輸出解密後的明文。

Round 3

Round 3 的加密是 caesar cipher，但是沒有現有的明文跟密文，因此無法直接算出 key。將 c_1 輸入由 round3.cpp 編譯成的 3，程式會輸出所有 caesar cipher 解密後的可能明文，再用肉眼辨認哪個是正常的英文句子即可。

Round 4

Round 4 的加密是 affine cipher，把 m_1, c_1, c_2 輸入進去由 round4.cpp 編譯成的 4，程式會直接輸出解密後的明文。

Round 5

Round 5 的加密是 columnar transposition cipher，把 m_1, c_1, c_2 輸入進去由 round5.cpp 編譯成的 5，程式會將解密後的所能明文放在 output.txt。查看 output.txt 裡唯一正常的英文就是真正的明文。但是因為 dfs 十分微妙，因此有一定的機率會解碼錯誤。

Round 6

Round 6 的加密是 rail fence cypher，因為已經懶得寫出 decoder 了，所以將 c_2 放進 <https://www.dcode.fr/rail-fence-cipher> 中進行 decode，再把最合理的解密輸入進去。再來解密 flag，將 b64decode 後的內容輸出成檔案。在 finder 一看！是個圖片！

最後得到 FLAG！！！！

BALSN{You_are_Crypto_Expert!!!!^_^}

5. Mersenne RSA (10%)

N 是由兩個巨大的 Mersenne prime 所組成。 N 是 341 位數，在查查 Mersenne prime 的表格之後，就知道是由 $(2^{521} - 1)$ 與 $(2^{607} - 1)$ 相乘而得。

(以下以 python 運算)

$p = 2^{521} - 1$

$q = 2^{607} - 1$

$\phi(n) = (p-1)*(q-1)$

已知 $e = 65537$ ，因此可以求模逆元—— d 。（5_inverse.py）

$d =$

```
605309440029444797632079365922351903778944636504290628815687804447518401
725202045830587428993072200378798732205389608178468869002370652053408838
463061590768976059755211666722868590174546762165023955171158423681809701
058604934000382033836393559131564093520170601086332978178762009136501271
874027235396379522707933355224417396404416034089473
```

c : ciphertext, n 已提供。（5_getm.py）

$\text{pow}(c, d, n) = m =$

```
261058271349135787182019404499477902377338131935446876760849445262090290
2774824365856303235678876526498380465521916285
```

$\text{hex}(m) =$ （5_decode.py）

```
0x42414c534e7b69665f4e5f69735f666163746f72697a65645f796f755f6765745f7468655f
707269766174655f6b65797d
```

得到 secret key，就可以解密了～～

最後得到 FLAG ! ! ! !

BALSN{if_N_is_factorized_you_get_the_private_key}

6. OTP (10%)

在只知道密文的情況下，設加密函數為 $f(x)$ ，則 $f(x) \text{ xor } f(y) = x \text{ xor } y$ 。則再利用明文都是字母的特性，如果是正確猜中 key length 的話，那麼 xor 的出來的小寫字母都是會是小於 32，而大寫字母都會小於 64，加上標點符號的話，所有的值都應該小於 128。

（利用 guess_length.cpp 編譯出的 guess_length）

經過計算得知 key length 應該是 13。以下有幾個好性質：（observe.cpp 編譯出的 observe）

1. 所有字母（含大小寫）間互相的 xor，值會掉在 0~63 之間，結果不會是字母。
2. 如果是空白與字母 xor，大小寫字母會互換。

由 (1), (2) 我們可以大概知道哪些地方是空白鍵了，搭配原來的 ciphertext，我們可以嘗試還原 key。

key 長這樣：

```
key[13]={169,109,201,15,92,226,255,144,212,123,223,119,148};
```

這樣就可以解密了～～～

最後得到 FLAG ! ! ! !

BALSN{NeVer_U5e_0ne_7ime_PAd_7wlcE}

7. Double AES (10%)

運用兩個 n 長度的 key 兩層加密的可能空間跟運用一個 $2n$ 長度的 key 加密的空間複雜度相差甚遠。假設有兩個 n 位元的 key，那麼如果使用 meet in the middle 技巧的話暴力搜尋只需要花 $2^{32} * 2$ 的時間，也就是 2^{33} 。然而如果是 $2n$ 位元的 key，那麼需要花的時間是 2^{64} ，是相差非常多的，於是這樣的兩層加密並不是有效的。

在已知一組密文與明文的情況下，可以分別試著做第一層加密與從第二層解密，觀察結果是否相同，二分搜尋第一層加密後的 key_space 是否有第二層解密的 key1，就可以用來解密來得到 flag。（要注意的是要把 ciphertext 先 unhexlify。要不然他就以為是很長很長的 ciphertext，會吐出兩倍 size 的 ciphertext 給你）

得到 key0： 6298659

得到 key1： 4272711

接著解密~~~

最後得到 FLAG !!! BALS{so_2DES_is_not_used_today}'

8. Time Machine (10%)

觀察網路上公布的 shattered attack 中，可以發現做出來 pdf 的前 320 byte 就發生碰撞。因此將 A.pdf B.pdf 兩個的前 320 bit 拿出來就會是兩個註定會碰撞的 message。

接著查看要求的後 24 bit 是什麼，然後把兩個 message 後面加上數字直到後 24 bit 符合要求，就求出 x 跟 y 了！

終於完成這最後一題了！

最後得到 FLAG !!! BALS{POW_1s_4_w4st3_of_t1m3_4nd_3n3rgy}

9. Future Oracle (10%)

1. 在 second() 函式中他將正確的 password 與 使用者輸入的一起回傳，這樣就暴露出 password 被 hash 之後的樣子了！而且在 third() 中檢查時要求的是給訂的 random number，如果是這樣子的話，就可以再開一個使用者來將那個 random number 輸入，讓伺服器幫我們與 password 一起 hash。於是就有辦法或的被 hash 過後的字串。
2. 在檢查 action 的時候要求的是 plaintext 的最後一個項目，這就會變成弱點！因為這樣就可以利用 length extension attack 來追加動作 printf flag。

經過以上兩步驟就可以通過檢查得到 FLAG 了！！

最後得到 FLAG !!! BALS{Wh4t_1f_u_coul1d_s33_th3_futur3}

10. Digital Saving Account (15%)

首先第一層關卡是想希望用 cut and paste attack 來獲得 admin 權限。因為無法打出 & 還有 =，這兩種字元，因此透過換行來讓 token 中出現兩次 role。要注意的是 AES ECB Mode 中行數會影響 encode。

因此利用 record.txt 裡面的 LEFT_PART 來組成上兩行，與 RIGHT_PART 組成的下兩行來增加 admin 權限。要先把得來的兩個 token 做 b64decode 之後再切割，然後上下組合之後再 encode 回 token 的樣子。由此就可以通過第一道關卡。

第二道關卡是利用 DSA 中的危險之處，也就是 k 如果被重複使用則可以被用來回推出 private key。要注意的是需要先把 transaction 先做 sha1 的 hash 之後再開始做 private key 的還原。從 <https://github.com/tintinweb/DSAregeNk> fork 過來之後我寫了個 interface 來將給訂的 public key 還有 signature 來還出 private key。因此利用執行 solve.py 然後輸入 admin 模式下給的東東。最後成功造出 sig("FLAG") 的 r 跟 s !
最後得到FLAG!!!! BALS{ns3nd_m3_s0m3_b1tc01n_p13as3}