

Semester Oppgave 2011

Kandidatnr: 1

2023-04-26

- **Introduksjon**
- **Teori**
- **Metode og Data**
- **Analyse**
- **Diskusjon**
- **Konklusjon**
- **Kilder**
- **Appendix.a**

(mattematiske utledninger)

- **Appendix.b**

(Illustrasjoner)

- **Appendix.c**

(Koder)

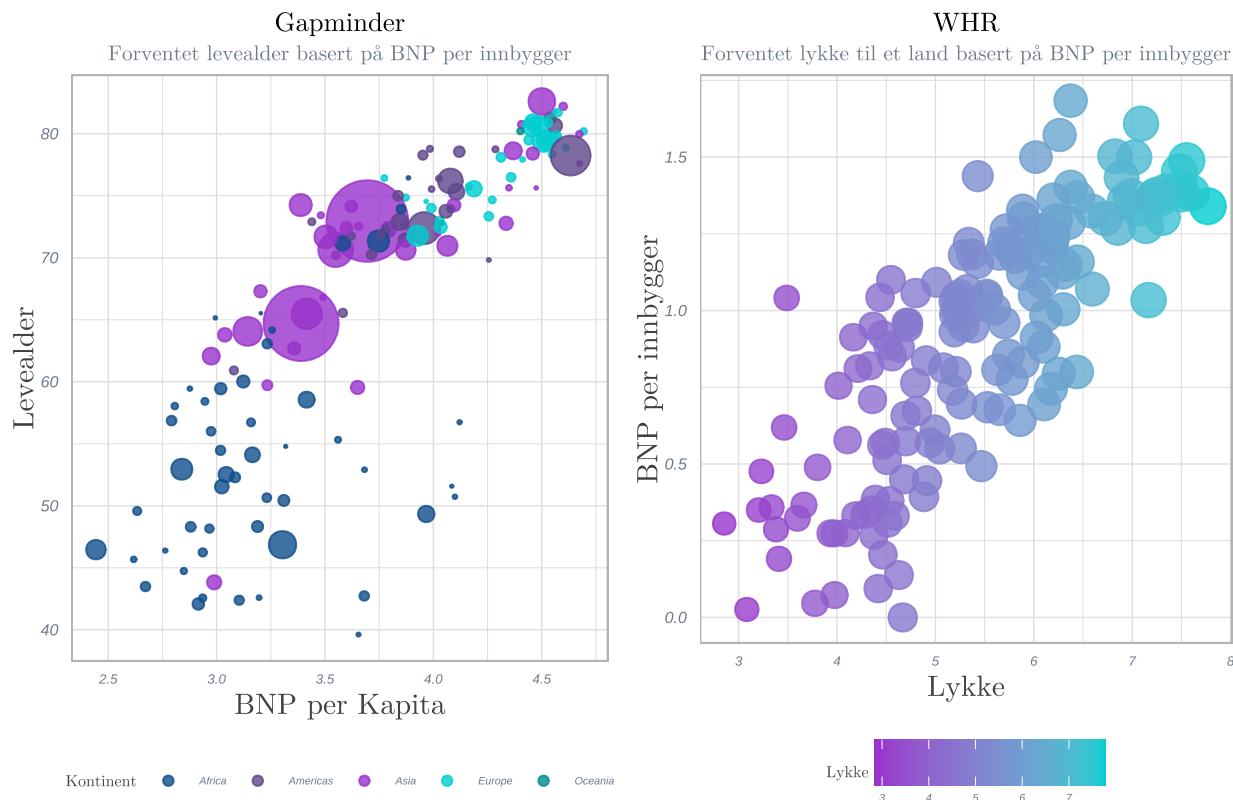
https://github.com/eov016/SOK_2011_SOL.git

Introduksjon

BNP, eller Brutto Nasjonal Produkt er et kjent mål som vi bruker i økonomien for et lands økonomiske situasjon og økonomiske vekst. BNP tar for seg alle de verdier av forskjellige goder og tjenester som er produsert i et land over en bestemt periode, vanligvis ett år. BNP er ofte brukt av økonomer, politikere og investorer for å forsøke kartlegge den økonomiske helsa til et land, samt sammenligne sin egen økonomiske vekst og situasjon opp mot andre land.

Men hvorfor er akkurat nivået på, og veksten til BNP per inngygger så viktig å vite så mye om? I tillegg til å forsøke kartlegge den økonomiske helsa til et land, er det slik at BNP kan gi en indikasjon på hvordan landets befolkning har det i et land dersom en ser på BNP mot andre viktige faktorer og velferd. Det kan

nemlig se ut til at land med høyere nivå på BNP både har en korrelasjon med andre mål på velferden som for eksempel forventet levealder, og forventet lykke.



Kilder: <https://www.gapminder.org/data/>

Kilde: <https://www.kaggle.com/unsdsn/world-happiness>

Figurene viser en tydelig lineær korrelasjon mellom jo høyere BNP per innbygger et land har, desto høyere er både forventet levealder (til venstre) og desto "lykkeligere" (til høyre) har/er tilsynelatende innbyggerne til det respektive landet.

Men hvilke faktorer påvirker veksten i BNP? Det er mange mulige faktorer som driver den økonomiske veksten. Disse faktorene kan være endringer i politikk, teknologisk utvikling, endringer i konsumentenes preferanser, og generelt hvordan den globale økonomien flyter. For å bedre forstå hvordan dette henger sammen med økonomisk vekst, bruker økonomer forskjellige verktøy og metoder for å analysere økonomiske data for land rundt om i verden for å identifisere forskjellige mønstre og trender i økonomien. En vanlig framgangsmåte vil være å bruke statistiske modeller, som for eksempel lineær regresjon for å forstå forholdet mellom BNP og andre uavhengige faktorer som for eksempel investeringer, korrupsjon eller handel. Ved å undersøke disse forholdene grundigere kan økonomer få en bedre innsikt i hvilke faktorer som påvirker den økonomiske veksten i størst grad, og kan med det gi en mer nøyaktig prediksjon på hvor eventuelt økonomien i et land, men også globalt, kan ende opp i framtiden.

I denne oppgaven skal Solow modellen brukes for å kartlegge forholdene mellom BNP og andre viktige faktorer en antar har en påvirkning på den økonomiske veksten. Hvordan den økonomiske veksten påvirkes av kapital, arbeidskraft og naturressurser som blir drevet av veksten i teknologisk utvikling. Statistisk analyse vil bli gjort for å identifisere de mest signifikante faktorene Solow modellen tar for seg. Funnene i denne oppgaven kan gi et mer nøyaktig svar på hvilken av faktorene som bidrar mest til økonomisk vekst ved bruk av Solow modellen, og ved å bedre forstå disse, kan en si noe om hvilke faktorer som kan være viktig for politikere å se på for å utbedre og øke sin egen økonomiske vekst.

Teori

Får å gjøre noen form for estimeringer og utregninger er det viktig å forstå hvordan ting henger sammen økonomisk. Det er bestemmelsesfaktorene som utgjør en endring BNP per innbygger er viktig å holde rede for når en skal gjøre empiriske analyser av økonomisk vekst på lang sikt. Svært ofte når en skal gi en langsiktig forklaring på veksten brukes Solow modellen, da ved å se på veksten i blant annet kapital og arbeidskraft. I tillegg til kapital og arbeidskraft som produksjonsfaktorer vil vi her forklare den økonomiske veksten med ytterligere bestemmelsesfaktorer som naturressurser, og se på kvaliteten av alle disse produksjonsfaktorene. For å forstå mekanismene som kan fortelle noe om nivået samt veksten på økonomien i et land, begynner vi med å se på den grunnleggende Solow modellen. Grunnmodellen vil forklares grundig da prinsippene her er vesentlig for deretter forklare hvordan naturressurser og kvaliteten på produksjonsfaktorene kan påvirke veksten og nivået ytterligere.

Grunn modellen i Solow har den totale produksjonen Y av et gode som er, $Y(t) = F(K(t), L(t))$. Mer spesifikt er det

$$Y(t) = K(t)^\alpha * L(t)^{1-\alpha}$$

Kapital, K : Kapitalstokken til et land er summen av kapitalet, som da er landets tilgang på fysiske goder som for eksempel maskiner, bygninger, og diverse utstyr som blir brukt for å produsere et gode eller tjeneste.

Arbeidskraft, L : Med arbeidskraft gjelder det antall arbeidere i et land. Solow modellen antar et lands totale befolkning er å anse som arbeidskraft.

Videre har den grunnleggende Solow modellen noen antakelser:

- Lukket Økonomi, at det ikke er handel med utlandet
- Bedrifter produserer homogene goder
- Produksjonen av disse godene skjer ved kapital K , og arbeidskraft L
- Produksjonen er karakterisert av konstant skala-utbytte og avtakende grenseproduktivitet
- Befolkningen vokser kontinuerlig/konstant
- Netto sparerate er eksogent gitt og er lik for alle og kan videre beskrives som en andel av den totale inntekten.

Vi begynner med å se på hva som bestemmer nivået på BNP per innbygger på lang sikt. I den spesifikke grunnleggende ligningen er $K(t)^\alpha * L(t)^{1-\alpha}$ en funksjon beskriver hvor mye som kan bli produsert gitt mengden kapital og arbeidskraft over tid. Denne modellen antar at økonomien er i en steady state,ss.

s er spareraten, altså er det det som ikke blir konsumert men heller kan bli brukt til å øke kapitalstokken.

δ er deprekkeringsraten, den viser til at kapital over tid vil bli slitt, den er også viktig da den viser til mengden investeringer som trengs for å opprettholde nivået på kapital per arbeider i steady state.

I Solow modellen ser vi på produksjonsfaktorer som endrer seg når tiden endrer seg. Med vekstrate så menes det en prosentvis endring i produksjonsfaktorene.

I grunnmodellen har vi at:

$$\frac{dL/dt}{L} = n, \text{ Arbeid, \% endring over tid}$$

$$\frac{dK/dt}{K}, \text{ Kapital, \% endring over tid}$$

$$\frac{dk/dt}{k}, \text{ kapital per arbeider, \% endring over tid}$$

Vi kan videre definere vekstraten for Kapital $K(t)$, og kapital per arbeider $k(t)$.

I hver tidsperiode investeres det en viss mengde, dette øker kapital, K . I tillegg vil det i hver periode slites en del av K , altså $\delta * K$. Videre så antar en at totale investeringer i økonomien er lik total mengde sparing, altså at $I = s * Y \Rightarrow I^F$. Dersom vi ser på kapitalen som blir slitt, så er $\delta * K$ den investeringen som er nødvendig

for å holde kapitalintensiteten konstant, I^N . Dersom investeringene I^F er større enn det kapitalet som slites, altså at $s * Y > \delta * K$, så vil endringen i kapitalintensiteten være positiv, som igjen gjør at kapitalen er positiv, $\frac{dK/dt}{K} > 0$. Er investeringene mindre enn det kapitalet som slites, altså $s * Y < \delta * K$, så vil veksten i kapitalintensiteten være negativ, $\frac{dK/dt}{K} < 0$. Er investeringene lik hverandre, så er $\frac{dK/dt}{K} = 0$, som da er steady state.

Under er et uttrykk som viser vekstraten i kapitalintensiteten per arbeider over tid.(Appendix a.1)

$$k(t) = s * y(t) - n * k(t)$$

$s * y(t) = I^F$, faktiske investeringer per arbeider over tid

$n * k(t) = I^N$, nødvendige investeringer per arbeider over tid

k , kapitalintensitet, kapital per arbeider.

Med dette uttrykket ser vi i at i hver tidsperiode så slites kapital, K . Så i hver tidsperiode må det investeres tilstrekkelig for at kapitalintensiteten ikke skal minke, fordi den slites. I hver tidsperiode vil det komme nye arbeidere, så dersom det ikke investeres i kapital slik at de nye arbeiderne får lik mengde kapital, så vil kapitalintensiteten synke. Da må det være tilstrekkelig med nødvendige investeringer I^N til for å erstatte det slitte kapitalet, men også for å gi nye arbeidere kapital.

For å videre forklare den grunnleggende Solow modellen, så er det slik at modellen ønsker oppnå en langsiktig likevekt, som nevnt tidligere *steady state*, *ss*. Steady state er bestemt hvordan en økonomi kan tilpasse seg en langsiktig likevekt. Et vilkår for *ss* er at faktiske investeringer I^F er lik nødvendige investeringer I^N , altså at $s * y = n * k \Rightarrow \frac{dk}{dt} = 0$ der k er konstant.

Under vises et uttrykk for produksjon per arbeider over tid. (Appendix a.2)

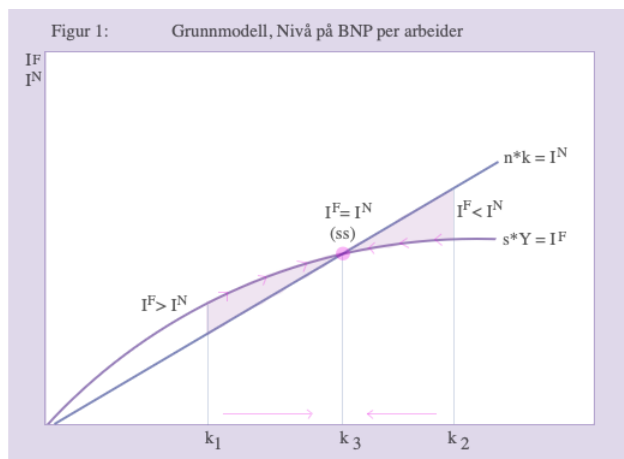
$$y(t) = k^\alpha(t)$$

eller

$$y(t) = f(k(t))$$

Så om vi nå ser på hvordan sammenhengen mellom produksjon per arbeider og kapital per arbeider, å ser på hva som driver veksten av produksjon per arbeider, og hva som bestemmer vekstraten på BNP pr innbygger. (Appendix a.3-a.4)

Figuren under forteller hvordan produksjon per arbeider henger sammen med kapitalintensiteten, og steady state *SS*. Vi ser på hvordan kapitalintensiteten utvikles over tid, der vi har et positivt tilskudd til kapitalintensiteten som følger av faktiske investeringer I^F opp kapital per arbeider. Som da er *spareraten* * *produksjon per innbygger*, $k = s * y$.



Det er også en negativ effekt på kapitalintensiteten som følger av at det faktisk kommer nye arbeidere i hver periode som må få nytt kapital for at kapitalintensiteten ikke skal synke. Til slutt da slites kapitalintensiteten i hver periode som igjen gjør at en må erstatte kapitalet for at det ikke skal synke ytterligere. Det er en god del av både I^F og I^N , og vi vil identifisere en situasjon der kapitalintensiteten er lik 0, der I^F og I^N er lik hverandre (Illustrert i grafen over).

I^N følger nivået på I^F . I tillegg vil I^N også øke med nivået på kapitalintensiteten, økninger her er konstant, så helningen på I^N kommer til å være konstant og $1 + \delta$. Så dersom kapitalintensiteten øker med 1 enhet, vil I^N øke med befolkningsvekstraten, og deprecieringsraten, mens helningen på produksjonsmulighetskurven og investeringskurven kommer til å være svært relatert til grenseproduktiviteten for kapital.

På den måten henger BNP sammen med kapitalintensiteten i et land. Også hvordan investeringene henger sammen med produksjonsnivået, og indirekte på kapitalintensiteten samt hvordan I^N henger sammen med kapitalintensiteten. Vi er interessert i nivå på produksjon per arbeider et land kommer til å oppleve på lang sikt når det har tilpasset og er i steady state.

Dersom en antar at landet starter i et lavt nivå på kapitalintensiteten per arbeider vil dette relativt lave nivået på kapitalintensitet og relativt lave nivået på produksjon per arbeider avhenge av hvordan nivået på kapitalintensiteten utvikler seg. På grafen over kan en se at kapitalet per arbeider avhenger av hvordan I^N og I^F ser ut. Dette er nivået på kapitalintensiteten, der I^F er høyere enn I^N , det vil si at det investeres mer enn hva som trengs for å holde kapitalintensiteten konstant, altså erstatte forslitt kapital og at det kommer nye arbeidere. Da har vi en positiv differanse mellom de to som gjør at kapitalintensiteten kommer til å øke, altså en positiv vekst i kapital. Når kapitalintensiteten øker vil det føre til at produksjon per arbeider øker, videre da øker I^F , men også I^N . Fordi at kapitalen har en avtakende grenseproduktivitet, altså at ved et høyere nivå på kapitalintensiteten så blir tilskuddet på produksjonen mindre og mindre, så er det også en avtakende helning på I^F , den vokser ikke i det uendelige. Men samtidig øker I^N med samme rate, å dermed gjør det at ved høyere nivå på kapital desto mindre blir overskuddet i investeringene.

Har landet derimot et høyt nivå på kapitalintensiteten til å begynne med, kan landet produsere et relativt høyt nivå på BNP per innbygger. Det som skjer da er at I^F er lavere enn I^N , altså at det investeres mindre enn hva som trengs for å erstatte nye arbeidere og slitt kapital. Det fører til at kapitalintensiteten minker, å vi får en negativ vekst i kapitalstokken. Produksjonen vil også minke, som igjen fører til at I^F minker, men også I^N . I^N minker med samme rate, da blir underskuddet mindre å mindre jo lavere kapitalintensiteten er.

Den utviklingen fortsetter til $I^F = I^N$, og da har en et viss nivå på kapitalintensiteten og produksjon per innbygger. I det tilfellet når $I^F = I^N$, som også betyr at det er ingenting som driver kapitalintensiteten i noen retning, så er den konstant, som vil føre til at veksten er konstant, som igjen fører til at veksten i produksjon per arbeider er konstant.

Det gjør at vi kan definere dette nivået på kapitalintensiteten som *steady state*, ss . På lang sikt her produserer landet i ss , y_{ss} ved nivå av kapital intensiteten, k_{ss} . Og tilpasningen her skjer på grunn av hvordan I^F henger sammen med I^N . Så lenge $I^F > I^N$ vil kapitalintensiteten øke, og når $I^F < I^N$ vil kapitalintensiteten minke, og havner automatisk av seg selv til slutt der $I^F = I^N$, ss .

Oppsummert for grunnmodellen predikeres det da at i steady state, der kapital per arbeider og produksjon per arbeider er konstant, avhenger den økonomiske veksten i befolkningen (n). I steady state er investeringer lik de eksogene faktorene deprecieringsraten, spareraten, befolkningsveksten, som da forteller noe om nivået på produksjon per arbeider over tid. Videre predikeres det at en økning i sparerate fører til et høyere nivå på kapital per arbeider og produksjon per arbeider på lang sikt. Det er fordi en økning i spareraten fører til en høyere investeringsrate, som resulterer i en økning i kapitalstokken til arbeiderne. Langsiktig, vil en økonomi havne i en steady state der kapital per arbeider og produksjon per arbeider er høyere enn det opprinnelige nivået. Det predikeres videre at en økning i befolkningen fører til et lavere nivå på produksjon per innbygger på lang sikt. Det er fordi at en økning i befolkningen reduserer nivået på kapital per arbeider som fører til et lavere nivå på produksjonen per arbeider (på kort sikt). Men som nevnt, på lang sikt vil økonomien nå steady state, men der nivået på produksjon per arbeider er litt lavere enn opprinnelig. Så, mulighetene per arbeider har til å produsere er avhengig av kapitalet per arbeider har, og tilgangen til denne. Dermed så er det slik at kapitalintensiteten avhenger av investeringene gjort i kapital, og hvor rask arbeidsstyrken vokser, altså sparingen og befolkningsveksten. Avstanden landets økonomi har til steady state, forteller noe om vekstraten til landet, om at den vil være høyere eller lavere.

I den utvidede modellen som skal brukes, er teknologisk utvikling A en særdeles viktig parameter å ta hensyn til når vi skal se på den langsiktige veksten. Selv med en lukket økonomi i grunnmodellen, tas det hensyn til teknologisk utvikling fordi uten teknologisk utvikling er vekstraten i produksjon per arbeider lik null i steady state. Teknologisk utvikling A er med dette veldig viktig for landenes økonomi for at de skal ha en kontinuerlig økonomisk vekst i produksjon per arbeider.

Med dette har vi produksjon per arbeider

$$y(t) = A \frac{K(t)^\alpha * L(t)^{1-\alpha}}{L}$$

Teknologisk nivå, A : A kan bli påvirket av mange faktorer, det kan være forbedringer i teknologien, endringer i institusjoner, korrupsjon (som i det tilfellet ville telle negativ), eller for eksempel investeringer gjort i human kapital.

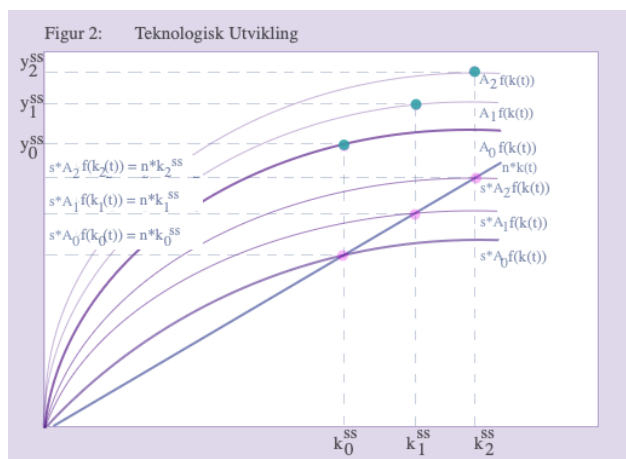
$A = A_0 * e^{g_A * t}$, er vekst i total faktorproduktivitet.

i steady state produksjon per arbeider, y^{ss} appendix a.5,

$$y^{ss} = A * \left(\frac{s * A}{n} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

veksten i steady state er da,

$$g_y^{ss} = \frac{1}{1-\alpha} * g_A$$



I figuren ser vi økning i nivået av produksjon per arbeider fordi vi har vekst i teknologien. Med samme prinsippene som leder til ss i grunnmodellen vil den teknologiske utviklingen bidra til at en kan øke nivået på den totale produksjon for hver tidsperiode. Ved at vi har kontinuerlig vekst i teknologien, altså at den for eksempel endrer på måten det produseres på ved å gjøre den mer effektiv, fører det til at på lang sikt vil produksjon per arbeider bidra til en mer effektiv produksjon, at de etter hver periode kan øke nivået.

Den siste produksjonsfaktoren en må ta hensyn til er naturressurser. De aller fleste land har naturressurser. Det kan være olje, mineraler, skog, vann, hav. Forbruken av naturressursene, å om et land kan benytte seg av denne på lang sikt, avhenger av om disse naturressursene er fornybare eller ikke-fornybare, og kvaliteten på disse.

Den utvidede modellen som til slutt skal brukes er da spesifikt; appendix a.6

$$Y(t) = A(t) * (q_K(t) * K(t))^\alpha * (q_L(t) * L(t))^\beta * (q_R(t) * R(t))^\gamma$$

der $0 < \alpha\beta\gamma < 1$, $\alpha + \beta + \gamma = 1$

altså;

$$Y(t) = A_0 * e^{g_A t} (e^{j * t} * K(t))^\alpha * (e^{m * t} * L(t))^\beta * (e^{h * t} * R_0 e^{-u * t})^\gamma$$

$$\Rightarrow Y(t) = A_0 * e^{(g_A + \alpha j + \beta m + \gamma h) * t} * K(t)^\alpha * L(t)^\beta * R_0^\gamma * e^{-\gamma u t}$$

Her er kapital $K(t)$, arbeidskraft $L(t)$ og naturessurser $R(t)$ drevet av det teknologiske nivået $A(t)$ som videre gir total produksjon $Y(t)$ der alle avhenger av tid. I tillegg til dette er som nevnt tidligere kvaliteten av produksjonsfaktorene viktig. Teknologisk utvikling A er som nevnt viktig for at ikke vekstraten til produksjon per arbeider skal være lik 0, men kan også fortelle noe om vekstraten til et land.

naturessurser, R : Kan være fornybare eller ikke-fornybare naturessurser i et land. Som for eksempel olje, mineraler, skog og vann.

$R(t) = q_R(t) * R(t)$, der $q_R(t) = e^{h * t}$, som videre viser at $h \gtrless 0$ måler kvalitet på naturessurser med en vekst i h

$R(t) = q_R(t) * R(t)$, der $R(t) = R_0 e^{-u * t}$, som er mengde ressurser der reduksjonen beskrives av $-u$ over tid, altså at man bruker opp ressurser og at de minker med tiden.

j og $m > 0$, videre er $h >, <, = 0$

$\frac{dK}{dt} = s * Y$, der s er den eksogene spareraten.

Produksjon per arbeider:

$$y(t) = A_0 * e^{(g_A + \alpha j + \beta m + \gamma h) * t} * K(t)^\alpha * L(t)^{\beta-1} * R_0^\gamma * e^{-\gamma u t}$$

$\theta = \frac{1}{1-\alpha}(g_A + \alpha j + \beta m + \gamma h)$, viser vekst i teknologi og kvalitet på produksjonsressurser. Når teknologien/kvaliteten til ressursene øker, så øker vekstraten i produksjonen per arbeider i ss . Altså vekstraten av den totale faktorproduksjonen.

vekst i produksjon per arbeider (ikke steady-state)

$$g_y(t) = \theta + \alpha * \left(\frac{s * y - n * k}{k(t)} \right) - \gamma * (u + n)$$

$\alpha * \left(\frac{s * y(t) - n * k}{k * k(t)} \right)$, viser vekst i kapital per arbeider

$-\gamma * (u + n)$, viser reduksjon i naturessurser per arbeider

Vekst i produksjon per arbeider (i steady-state), her vil $g_y^{ss} = g_k^{ss}$

$$g_y^{ss}(t) = \Theta - \frac{\gamma}{1-\alpha} * (u + n)$$

$\frac{\gamma}{1-\alpha}$, utleder veksten i ss

$(u + n)$ der u sier noe om forbruken av naturessurser som drar ned vekstraten og produksjon per arbeider.

Og der n som nevnt tidligere er vekstraten i befolkningen som virker negativt på vekst.

Nå har vi satt opp naturessurser, men hvordan kan vi forklare dette? Vi bygger videre på de samme prinsippene som grunnmodellen og med teknologisk utvikling. Vi kan si at dersom teknologiske nivået/eller kvaliteten til arbeid og kapital blir bedre, vil produksjon per arbeider øke. Økonomien kan produsere mer gitt ressursene, fordi det er en direkte effekt når teknologien utvikler seg som bidrer til at kapital og

produksjon per arbeider øker. Videre når det er økning produktiviteten i kapitalintensiteten, fører det videre til en økning i totale investeringer, som igjen da fører til økt kapitalintensitet og som bidrar til en økning produktiviteten til arbeidskraften. Når et land har naturressurser så minker disse ressursene som arbeiderne har tilgjengelig ved u . Videre reduserer dette produktiviteten. I tillegg har vi en befolkningsvekst som øker mengden arbeidere som skal ha tilgang til nettopp disse ressursene, som da fører til at landet vil oppleve en videre reduksjon av naturressurser som de har tilgjengelig. Det blir en slags dobbel negativ effekt som vi også kan se ved at vi har begge $(u+n)$ som er knyttet til eksponenten som igjen er knyttet til naturressursene. Så jo viktigere naturressursene er for produksjonen, desto større vil denne negative effekten være. Solow modellen antar en lukket økonomi, men dersom det er slik at det er åpen økonomi, vil fattige land med lite naturressurser ha en lavere vekstrate enn fattige land med mye naturressurser. Da vil rike land med mye kapital “overføre” kapital, og investere i de fattige landene, som da vil bidra til at de får økt sparing. På lang sikt vil de konvergere med det rike landet, og de vil ligge i steady state på et høyere nivå enn opprinnelig.

Oppsummert fra den utvidede modellen bygger videre på prediksjoner fra grunnmodellen. Videre predikerer den at veksten i steady state drives av veksten i teknologien inkludert kvaliteten på produksjonsfaktorene. Land som har høy sparerate, lav vekstrate i arbeidskraften, en høy teknologisk utvikling/nivå, og mye naturressurser vil være å anse som rike land. Sparing og investering vil påvirke produksjonen positivt. Tatt i betraktning investeringer, kan befolkningsveksten påvirke produksjonen både negativt og positivt. Vekst i teknologi, kvaliteten på kapital og naturressurser samt investeringer i human kapital kan dette bidra til en positiv effekt på produksjon per arbeider, å vil videre bidra til en positiv økning i veksten til produksjon per arbeider. Reduksjon i naturressurser tilgjengelig vil påvirke produksjon per arbeider negativt, da må enten kvaliteten på naturressursene øke, eller den teknologiske utviklingen må kompensere for denne reduksjonen. Dersom to land har samme produksjonsfunksjon, men da at nivå et på spareraten og befolkningsveksten er ulik, vil nivået på BNP konvergere, gitt at produksjonsfaktorene kan flytte fritt mellom landene, altså at det er åpen økonomi. Forskjellen i avkastning på produksjonsfaktorene vil føre til at produsjonsfaktorene flytter dit avkastningen er høyest. På sikt vil inntektene på produksjonsfaktorene og nivået på produksjon per arbeider utjevnes mellom landene. Dersom ulike land har ulikt mye naturressurser, og en ulik teknologi, kan forskjeller i produksjon per arbeider bestå over tid.

Metode og Data

Solow modellen forteller noe om den langsiktige økonomiske veksten ved hjelp av faktorer som kapital, arbeidskraft og naturressurser, der alle er drevet av det teknologiske nivået. Det er viktig med data som kan representere ligningen for total produksjon $Y(t)$, eller BNP per innbygger, på mest nøyaktig måte. Vi vil se på nivået på BNP per innbygger, og den gjennomsnittlige veksten til BNP per innbygger opp mot de forskjellige bestemmelsesfaktorene. Forskjellen mellom disse er at nivået på BNP per innbygger forteller noe om det absolutte nivået på den økonomiske utviklingen i et land, mens gjennomsnittlig årlig vekst i BNP per innbygger forteller noe om endringsraten i nivået på økonomisk utvikling over tid. Altså at nivået på BNP per innbygger indikerer hvor rikt et land er til en hver periode, mens den gjennomsnittlige årlige veksten BNP per innbygger indikerer noe om raten på økning eller reduksjonen over tid.

Analysen skal gjøres ved bruk av OLS-metoden, eller minste kvadratmetoden. Regresjons analysene vil deretter bli presentert i tabell etterfulgt av tolkning. Analysen vil bli utført og presentert i R studio med hjelp av r pakken *modelsummary*.

Data som brukes er hentet fra World Development Indicators (WDI), som er et dataset satt sammen av World Bank. Det datasettet inneholder både økonomiske og sosiale indikatorer for alle land rundt om i verden. WDI blir ofte brukt av forskere og økonomer verden over for å analysere trender i økonomisk utvikling og for å identifisere områder hvor ting går bra og dårlig.

Her skal data bli brukt for å se på hvilken bestemmelsesfaktorer som påvirker veksten i BNP per innbygger. Data som løper fra år 2000 til 2019.

Variablene i data settet som gjør det mulig å se på den økonomiske veksten er som følgende;

-NY.GDP.PCAP.PP.KD (BNP_{pr_innb}) = BNP per innbygger

Denne variabelen viser nivået på BNP per innbygger. For å beregne vekst er det laget en variabel som representerer år 2000, *BNP_pr_innb_Y0*. Den gjennomsnittlige årlige veksten er kalt *snitt_vekst_BNP_pr_innb*

-NY.ADJ.NNAT.GN.ZS (*NSY*) = Sparing som andel av BNI (netto)

Her er det regnet ut et årlig gjennomsnittlig vekst. Variabel er kalt *NSY_snitt*, denne indikerer noe om fysisk kapital og vil være sparing (s fra teorien).

-JI.TLF.TOTL (*Arb_kraft*) = Størrelse på arbeidskraften

Med denne variabelen er det regnet ut gjennomsnittlig årlig vekstrate i arbeidskraften (*n*), *vekstrate_n_snitt*. Solow modellen antar at hele befolkningen er å anse som arbeidskraft. Når vi har tilgang på hvor mange som er registrerte arbeidere i hvert land, bruker vi denne for en mer nøyaktig analyse av virkeligheten.

-SP.POP.TOTL (*Total_pop*) = Befolkningsstørrelse

-SP.POP.GROW (*Befolkningsvekst*) = Vekstrate i befolkningen

Med denne variabelen er det regnet ut gjennomsnittlig årlig vekstrate i befolkningen, *snitt_Befolkningsvekstrate*. Denne vil også fungere som *n* fra teorien, og antyder i tillegg at det vil komme enten flere eller mindre arbeidere med tiden.

-BAR.SCHL.15UP (*Utdanning*) = Gjennomsnittlig antall år i skole (befolkning 15+)

Med denne variabelen er det regnet ut hvor mange år en gjennomsnittlig går på skole, *Utdanning_snitt*. Denne variabelen fungerer som en proxy for human kapitalets rolle i kvaliteten på arbeidskraft.

-NE.GDI.FTOT.KD.ZG (*Vekstrate_årlig_invest*) = Årlig vekstrate i investeringer

Med denne variabelen er det regnet ut gjennomsnittlig årlig vekstrate i investeringer, *snitt_Vekstrate_årlig_invest*. Denne variabelen representerer alle investeringer fra teorien.

-NE.EXP.GNFS.KD.ZG (*Vekstrate_årlig_export*) = Årlig vekstrate i eksport

Med denne variabelen er det regnet ut gjennomsnittlig årlig vekstrate i eksport, *snitt_Vekstrate_årlig_export*. Når en økonomi i et land ikke er lukket tenderer landet å generere en høyere økonomisk vekst. Teorien i Solow modellen antar en lukket økonomi, men er tilbøyelig dersom en vil se på åpen økonomi.

-NY.ADJ.DRES.GN.ZS (*Reduk_rate_naturres*) = Årlig reduksjonsrate i naturressurser

Med denne variabelen er det regnet ut gjennomsnittlig årlig reduksjon i naturressurser, *snitt_Reduc_rate_naturres*. Fra teorien er det *u* som sier noe om forbruken av naturressurser som drar ned vekstraten.

Av forskjellige årsaker har ikke alle land det nødvendige data vi trenger for alle år, og noe land savner registrerte verdier for at de kan være med i analysen. Enkelte land mangler altså data som gjør at det blir vanskelig å få nøyaktig resultat. I data for denne analysen er de landene som ikke har verdier i de nevnte variablene brukt for årene 2000 til 2019 blitt fjernet og vil ikke være med i analysen.

Table 1: Deskriptiv Statistisk

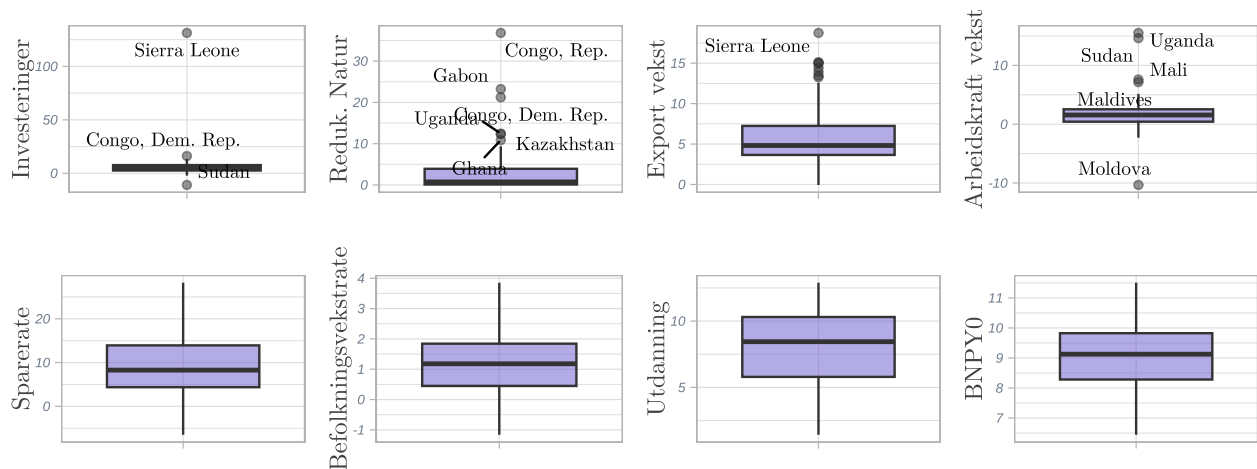
	N	Mean	Min	Max	SD	Boxplot
Gjennomsnittlig årlig vekstrate i BNP pc 2000-2019 (%)	98	2.46	-1.17	8.43	1.72	
Gjennomsnittlig årlig vekst i arbeidskraft (%)	98	1.72	-10.33	15.53	2.81	
Gjennomsnittlig årlig befolkningsvekst (%)	98	1.19	-1.16	3.85	1.13	
Gjennomsnittlig årlig sparerate (%)	98	9.24	-6.49	28.24	7.54	
Gjennomsnittlig årlig reduksjon i naturresurser (%)	98	3.01	0.00	36.83	5.39	
Gjennomsnittlig årlig vekst i Investeringer (%)	98	6.59	-10.90	131.31	13.30	
Gjennomsnittlig årlig vekst i Eksport (%)	98	5.89	-0.06	18.74	3.62	
Gjennomsnittlig år på skole (år)	98	7.97	1.43	12.89	2.89	

Note:

Inneholder kun land med data for perioden 2000-2019 (WDI)

Utifra den deskriptive tabellen kan det se ut som om det noen ekstreme verdier i datasettet. Disse er viktig å identifisere da de kan ha en effekt på resultatene, så disse observasjonene kan vi med R finne ved bruk av interquartile range (IQR). IQR måler spredningen av de midterste verdiene i datasettet (50%), som da er forskjellen mellom 3 kvartil (Q3) og den første kvartilen (Q1). Vi vil være forsiktig med å følge $1.5 * IQR$ regelen, som betyr at en fjerner alle observasjoner over $q0.075 + 1.5 * IQR$, eller under $q0.025 + 1.5 * IQR$ som da ville vært å betrakte som potensielle uteliggere. Det er fordi at land kan ha ekstreme verdier som det ikke er noe galt med. Velger å se nærmere på landene med ekstreme verdier, og gjort videre gransking av de ekstreme verdiene.

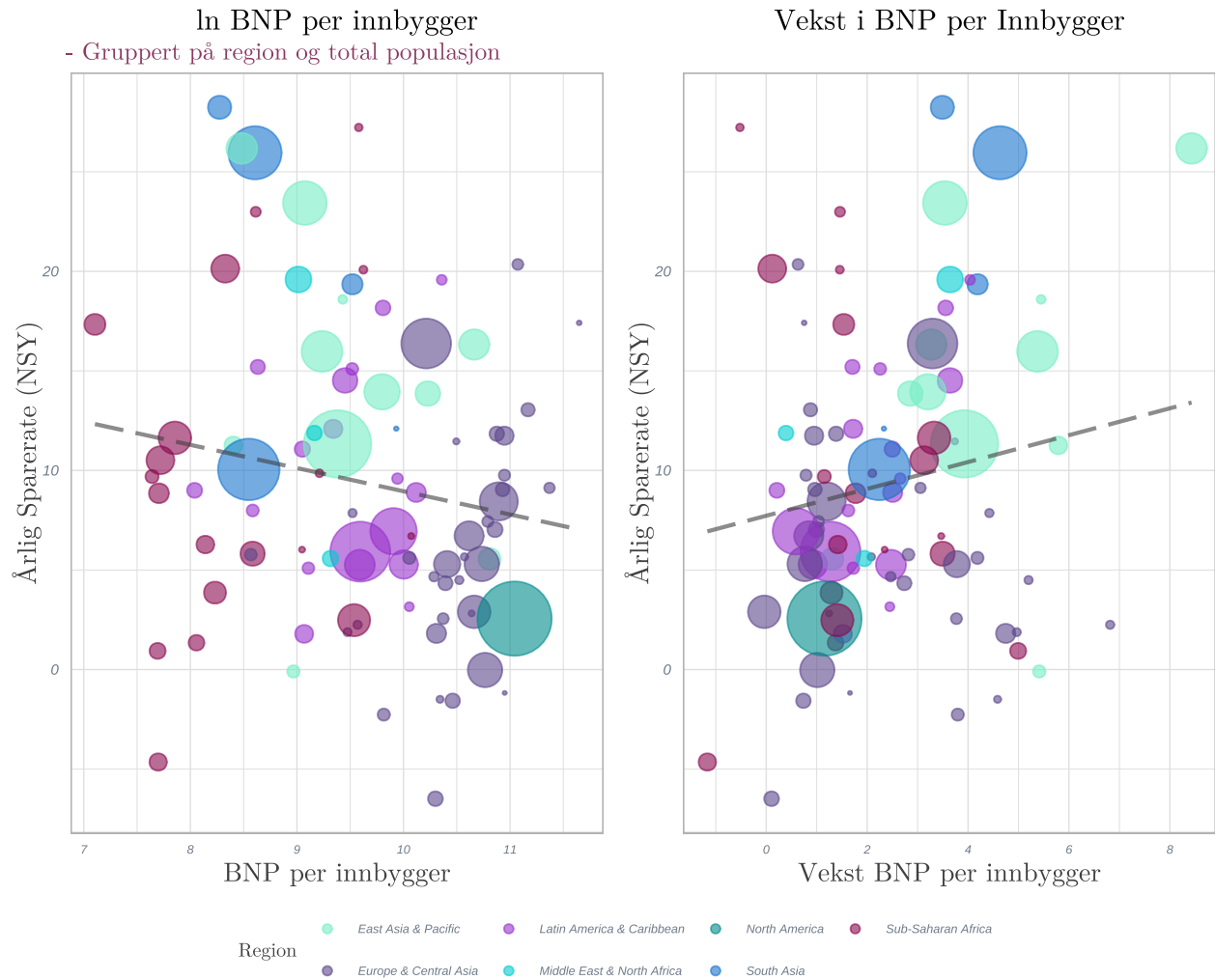
Boxplot Outliers



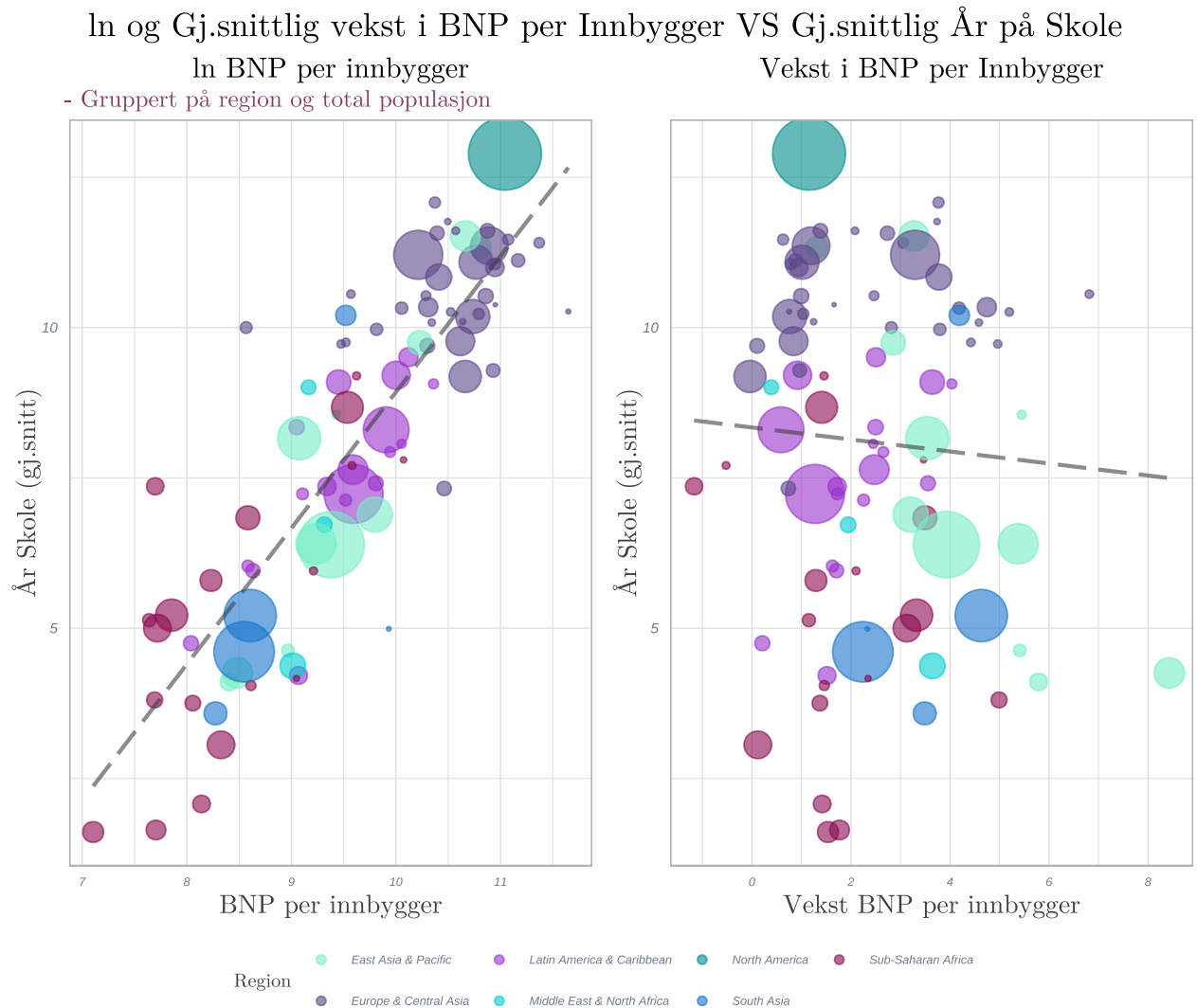
Videre da fjernes Sudan, Sierra Leone, Congo Dem. Rep, Ukraina og Kazakhstan av forskjellige årsaker som politiske uroligheter, borgerkrig osv.

Ønsker videre å se på de forskjellige bestemmelsesfaktorene opp imot både nivået og den gjennomsnittlig årlige veksten i BNP per innbygger for å illustrere om det kan være en positiv eller negativ korrelasjon mellom disse. appendix b

ln og Gj.snittlig vekst i BNP per Innbygger VS Gj.snittlig Årlig Sparerate



Figurene viser de forskjellige regionene der land i regionen er sortert på farger og der størrelsen på dottene sier noe om populasjonen. En regresjonslinje (lineær regresjon) er plassert i grafen for å forsøke forklare korrelasjonen. Vi kan se at i følge grafene kan det være en negativ korrelasjon mellom den årlige gjennomsnittlige spareringen mot nivået av BNP per innbygger, men at den kan se ut til å ha en positiv effekt på veksten av BNP



Figurene viser de forskjellige regionene der land i regionen er sortert på farger og der størrelsen på dottene sier noe om populasjonen. En regresjonslinje (lineær regresjon) er plassert i grafen for å forsøke forklare korrelasjonen. Vi kan se at i følge grafene ser det ut til å være en tydelig korrelasjon mellom land med mange år gjennomsnittlig utdanning og nivået på BNP per innbygger. Korrelasjonen mellom utdanning og vekst i BNP derimot ser ut til å bli tolket negativ etter regresjonslinjen å tyde.

Table 2: Deskriptiv Statistisk

	N	Mean	Min	Max	SD	Boxplot
Gjennomsnittlig årlig vekstrate i BNP pc 2000-2019 (%)	92	2.46	-1.17	8.43	1.72	
Gjennomsnittlig årlig vekst i arbeidskraft (%)	92	1.78	-10.33	15.53	2.86	
Gjennomsnittlig årlig befolkningsvekst (%)	92	1.13	-1.16	3.85	1.09	
Gjennomsnittlig årlig sparerate (%)	92	9.39	-6.49	28.24	7.40	
Gjennomsnittlig årlig reduksjon i naturressurser (%)	92	2.31	0.00	23.23	3.58	
Gjennomsnittlig årlig vekst i Investeringer (%)	92	5.02	-10.90	12.79	3.65	
Gjennomsnittlig årlig vekst i Eksport (%)	92	5.71	0.77	15.03	3.22	
Gjennomsnittlig år på skole (år)	92	8.09	1.61	12.89	2.77	

Note:

Inneholder kun land med data for perioden 2000-2019 etter ekstremverdier er fjernet (WDI)

Analyse

Tabellen over er viser deskriptiv statistisk tabell etter at ekstremverdier ble fjernet. Datasettet inneholder nå 92 land som da regnes som tilstrekkelig nok for vår økonometriske analyse.

I disse regresjonsanalysene skal vi forsøke få de estimerte koeffisientene så nøyaktig som mulig. For å forsøke unngå å konkludere feil, bruker jeg pakken modelsummary til å kjøre en mer robust analyse. Med denne funksjonen kalkuleres robustheten av standard errorne, deretter simuleres disse 1000 ganger gruppert på land (country) for så å vise resultatet.

Koden brukt i R studio er brukt til å utføre en lineær regresjonsanalyse der den naturlige logaritmen til nivået BNP per innbygger (Nivå_BNP_pr_innb) er den avhengige variabelen, eller responsvariabelen. Gj.snittet av årlig investeringer (snitt_Vekstrate_årlig_invest), netto nasjonal sparing (NSY_snitt) og gjennomsnittlige årlige befolkningsveksten (snitt_Befolkningsvekstrate) som de uavhengige variablene, eller forklaringsvariablene.

```
Nivå_BNP_pr_innb ~ snitt_Vekstrate_årlig_invest +
NSY_snitt +
snitt_Befolkningsvekstrate
```

H_0 : Den uavhengige variabelen har en negativ effekt på nivået av BNP per innbygger.

H_1 : Den uavhengige variabelen har en positiv effekt på nivået av BNP per innbygger.

Deretter blir den samme metoden brukt for å utføre en lineær regresjonsanalyse der den gjennomsnittlige veksten i BNP per innbygger (snitt_vekst_BNP_pr_innb) er den avhengige variabelen, eller responsvariabelen. Gj.snittet av årlig investeringer (snitt_Vekstrate_årlig_invest), netto nasjonal sparing (NSY_snitt), gjennomsnittlige årlige befolkningsveksten (snitt_Befolkningsvekstrate), gjennomsnittlig antall år på skole, gjennomsnittlig årlig vekst i arbeidskraften (årlig_vekstrate_n_snitt), eksport (snitt_Vekstrate_årlig_export) (*med og uten*) og reduksjon i naturressurser (snitt_Reduc_rate_naturres), samt nivået på BNP i år 2000 (Nivå_BNP_pr_innb_Y0) som de uavhengige variablene, eller forklaringsvariablene.

```
snitt_vekst_BNP_pr_innb ~ NSY_snitt +
årlig_vekstrate_n_snitt + *
*snitt_Befolkningsvekstrate +
Utdanning_snitt +
```

$\text{snitt_Vekstrate_årlig_invest} +$
 $\text{snitt_Vekstrate_årlig_export} - * (\text{Med} = \text{Åpen Økonomi} \mid \text{Uten} = \text{Lukket Økonomi})$
 $* \text{snitt_Reduk_rate_naturres} -$
 $\text{Nivå_BNP_pr_innb_Y0}$

H_0 : Den uavhengige variabelen har en negativ effekt på veksten i BNP per innbygger.

H_1 : Den uavhengige variabelen har en positiv effekt på veksten i BNP per innbygger.

Tabellen under på neste side viser resultatet av den lineære regresjonsanalysen for naturlige logaritmen til nivå av BNP per innbygger (Nivå_BNP_pr_innb) og den gjennomsnittlige veksten til BNP per innbygger ($\text{snitt_vekst_BNP_pr_innb}$) Vs alle uavhengige variabler.

Table 3: Resultat Analyse

	Nivå_BNP	Åpen_BNP	
(Intercept)	10.484*** [10.114, 10.854] s.e. = 0.186 t = 56.314 p = <0.001	1.748** [0.485, 3.012] s.e. = 0.636 t = 2.751 p = 0.007	3.197*** [1.519, 4.875] s.e. = 0.844 t = 3.788 p = <0.001
snitt_Vekstrate_årlig_invest	-0.066 [-0.154, 0.023] s.e. = 0.045 t = -1.478 p = 0.143	0.169*** [0.076, 0.262] s.e. = 0.047 t = 3.606 p = <0.001	0.301*** [0.200, 0.402] s.e. = 0.051 t = 5.935 p = <0.001
NSY_snitt	0.009 [-0.023, 0.041] s.e. = 0.016 t = 0.546 p = 0.587	0.059* [0.008, 0.111] s.e. = 0.026 t = 2.288 p = 0.025	0.054 [-0.012, 0.121] s.e. = 0.033 t = 1.630 p = 0.107
snitt_Befolkningsvekstrate	-0.533*** [-0.724, -0.342] s.e. = 0.096 t = -5.551 p = <0.001	-0.961*** [-1.265, -0.657] s.e. = 0.153 t = -6.285 p = <0.001	-1.313*** [-1.751, -0.876] s.e. = 0.220 t = -5.970 p = <0.001
årlig_vekstrate_n_snitt		0.037 [-0.048, 0.123] s.e. = 0.043 t = 0.861 p = 0.392	0.152+ [-0.012, 0.316] s.e. = 0.083 t = 1.838 p = 0.070
Utdanning_snitt		-0.144* [-0.262, -0.026] s.e. = 0.059 t = -2.420 p = 0.018	-0.178* [-0.333, -0.023] s.e. = 0.078 t = -2.284 p = 0.025
snitt_Vekstrate_årlig_export		0.262*** [0.169, 0.354] s.e. = 0.047 t = 5.620 p = <0.001	
snitt_Reduc_rate_naturres			-0.043 [-0.224, 0.137] s.e. = 0.091 t = -0.478 p = 0.634
Num.Obs.	92	92	92
R2 Adj.	0.388	0.717	0.538

I tabellen ovenfor kan vi se koeffisientene, standard error, t-verdi, p-verdi og intercept for hver av forklaringsvariablene i alle tre regresjons analysene. Vi skal nå forklare og tolke resultatene.

Signifikant koder: 0 = ***, 0,001 = **, 0,01 = *, 0,05 = ., 0,1 = "", 1

- Nivå_BNP:

Intercepten (10.484): Denne koeffisienten er statistisk signifikant på et 0.001 nivå, tatt i betraktning at alle de uavhengige variablene er lik 0.

snitt_Vekstrate_årlig_invest (−0.066): Denne er ikke statistisk signifikant på et 0.05 nivå, dette betyr at vi kan ikke forkaste H_0 (negativ effekt) om variabelens effekt på nivået av BNP per innbygger.

NSY_snitt (0.009): Denne er heller ikke statistisk signifikant på et 0.05 nivå, dette betyr at vi kan ikke forkaste H_0 (negativ effekt) om variabelens effekt på nivået av BNP per innbygger.

snitt_Befolkningsvekstrate (−0.533): Denne koeffisienten er statistisk signifikant på et 0.001 nivå, som betyr at det er en signifikant negativ effekt av den gjennomsnittlige befolkningsveksten på nivået av BNP per innbygger. Mer spesifikt, kan en økning i befolkningen bidre til å dra ned nivået på BNP per innbygger, dersom de andre variablene er konstant.

Basert på disse resultatene kan vi forkaste H_0 (negativ effekt) for variabelen snitt_Befolkningsvekstrate, men vi kan ikke forkaste den for variablene snitt_Vekstrate_årlig_invest og NSY_snitt.

Videre R-squared (0.388): Dette betyr at de uavhengige variablene i denne modellen kan forklare 38.8% av variasjonene i nivået på BNP per innbygger. Videre indikerer det at det er andre faktorer som som kan spille inn da det er nesten 60% som fortsatt ikke er forklart i modellen.

- Vekst_Lukket_BNP:

Intercepten (3.197 * **): Denne forteller at normalt sett, kan vi forvente at den gjennomsnittlige årlige vekstraten av BNP per innbygger er 3.197 prosentpoeng høyere enn vekstraten til året 2000 (Nivå_BNP_pr_innb_Y0) når alle uavhengige variabler holdes konstant i en lukket økonomi.

NSY_snitt (0.054): Den estimerte koeffisienten har en p-verdi på 0.107, som kan indikere at det kan være bevis på at den gjennomsnittlige årlige sparingsraten kan forklare noe av den gjennomsnittlige årlige veksten i BNP per innbygger. Med ett prosentpoeng økning i NSY_snitt kan det forklare en økning på 0.054 gjennomsnittlige årlige veksten i BNP per innbygger, dersom de andre uavhengige variablene holdes konstant.

årlig_vekstrate_n_snitt (0.152): Den estimerte koeffisienten har en p-verdi på 0.070, det gjør at den ikke er statistisk signifikant, som indikerer at den ikke bidrar eller har noe effekt på gjennomsnittlige årlige veksten i BNP per innbygger.

snitt_Befolkningsvekstrate(−1.313***): Den estimerte koeffisienten har en p-verdi på < 0.001 , som indikerer at med en enhet økning i snitt_Befolkningsvekstrate er assosiert med en reduksjon av den gjennomsnittlige årlige veksten i BNP per innbygger på 1.313 dersom de andre uavhengige variablene holdes konstant.

Utdanning_snitt (−0.178*): Den estimerte koeffisienten har en p-verdi på 0.025, som kan indikere at det kan være bevis på at gjennomsnittlig antall år på skole kan ha en negativ effekt på den gjennomsnittlige årlige veksten i BNP per innbygger.

snitt_Vekstrate_årlig_invest (0.301***): Den estimerte koeffisienten har en p-verdi på < 0.001 , som indikerer at det kan være bevis på at gjennomsnittlige årlige investeringen kan forklare noe av den gjennomsnittlige årlige veksten i BNP per innbygger. Et prosentpong økning i snitt_Vekstrate_årlig_invest er assosiert med en økning i den gjennomsnittlige årlige veksten i BNP per innbygger dersom de uavhengige variablene holdes konstant.

snitt_Reduk_rate_naturres(−0.043): Den estimerte koeffisienten har en p-verdi på 0.634, som forteller at denne ikke er statistisk signifikant, videre at det er vanskelig å konkludere om den har noe effekt på den gjennomsnittlige årlige veksten i BNP per innbygger.

Basert på disse resultatene kan vi forkaste H_0 (negativ effekt) for NSY_snitt, snitt_Befolkningsvekstrate, Utdanning_snitt, snitt_Vekstrate_årlig_invest, og aksepterer da alternativhypotesen H_1 : (positiv effekt) for disse variablene. Variabelene årlig_vekstrate_n_snitt og snitt_Reduc_rate_naturres beholder H_0 da de påvirker den gjennomsnittlige årlige veksten i BNP per innbygger i en lukket økonomi.

Videre R-squared (0.538): Dette betyr at de uavhengige variablene kan forklare 53.8% av variasjonen på den gjennomsnittlige årlige veksten i BNP per innbygger i en lukket økonomi.

- Vekst_Åpen_BNP:

Intercepten (1.748 * *): Denne forteller at normalt sett, kan vi forvente at den gjennomsnittlige årlige vekstraten av BNP per innbygger er 1.748 prosentpoeng høyere enn vekstraten til året 2000 (Nivå_BNP_pr_innb_Y0) når alle uavhengige variabler holdes konstant.

snitt_Vekstrate_årlig_invest (0.169 ***): Den estimerte koeffisienten har en p-verdi på < 0.001 , som indikerer at det kan være bevis på at gjennomsnittlige årlige investeringen kan forklare noe av den gjennomsnittlige årlige veksten i BNP per innbygger.

NSY_snitt (0.059*): Den estimerte koeffisienten har en p-verdi på 0.025, som kan indikere at det kan være bevis på at den gjennomsnittlige årlige sparingsraten kan forklare noe av den gjennomsnittlige årlige veksten i BNP per innbygger.

snitt_Befolkningsvekstrate (−0.961 * *): Den estimerte koeffisienten har en p-verdi på < 0.001 , som kan indikere at det kan være bevis på at den årlige gjennomsnittlige befolkningsveksten kan ha en negativ effekt på den gjennomsnittlige årlige veksten i BNP per innbygger.

årlig_vekstrate_n_snitt (0.037): Den estimerte koeffisienten har en p-verdi på 0.392, som indikerer at det ikke er noe særlig sterkt bevis for at den årlige veksten i arbeidskraft har mye å si på effekten av den gjennomsnittlige årlige veksten i BNP per innbygger.

Utdanning_snitt (−0.144*): Den estimerte koeffisienten har en p-verdi på 0.018, som kan indikere at det kan være bevis på at gjennomsnittlig antall år på skole kan ha en negativ effekt på den gjennomsnittlige årlige veksten i BNP per innbygger.

snitt_Vekstrate_årlig_export (0.262 ***): Den estimerte koeffisienten har en p-verdi på < 0.001 , som indikerer at det kan være bevis på at gjennomsnittlige årlige exporten kan forklare noe av den gjennomsnittlige årlige veksten i BNP per innbygger.

Basert på disse resultatene kan vi beholde H_0 (negativ effekt) for NSY_snitt, snitt_Befolkningsvekstrate, Utdanning_snitt, snitt_Vekstrate_årlig_invest, snitt_Vekstrate_årlig_export, og aksepterer da alternativhypotesen H_1 : (positiv effekt) for disse variablene. Variabelen årlig_vekstrate_n_snitt blir vanskelig å forkaste H_0 for da det ikke er noe sterkt bevis for at den har positiv effekt.

Videre R-squared (0.718): Dette betyr at de uavhengige variablene kan forklare 71.8% av variasjonen på den gjennomsnittlige årlige veksten i BNP per innbygger i en åpen økonomi.

Diskusjon

Basert på disse resultatene i analysen dersom vi ser på nivået av BNP først, hadde vi fra teorien som nevnt at sparing og investering bidrar positivt til nivået av BNP da investeringer gjort bidrar til å øke kapitalintensiteten som øker produksjonen per arbeider, og at sparingen bidrar til investeringer. Videre hadde vi fra teorien at befolkningsveksten bidrar negativt på nivået av BNP per innbygger. Vår analyse viser at prediksjonen fra solow modellen om at befolkningsveksten bidrar negativt stemmer overens med resultatene. Det som er merkelig er at den gjennomsnittlige årlige sparingen og investeringene ikke bidrar mer positivt til nivået av BNP per innbygger. Nå var det slik at disse variablene bare forklarte 38.8% av nivået på BNP, og solow modellens prediksjoner når det gjelder sparingsraten er ikke negativ i resultatene, men den er bidrar ikke stort til nivået av BNP per innbygger heller. Prediksjonen om investeringer handler

jo om at for å øke kapitalintensiteten må faktiske investeringer til for å opprettholde men også øke nivået produksjonen når det til hver tidsperiode kommer nye arbeidere som trenger kapital. Forslitt kapital og befolkningsvekst gir behov for nødvendige investeringer. Det eneste en kan tenke når resultatet fra analysen er negativ, er at det ikke investeres tilstrekkelig nok for å at investeringer skal ha en positiv effekt på nivået av BNP per innbygger.

Ser vi nærmere på resultatene i analysen av den gjennomsnittlige veksten av BNP i en lukket økonomi og hvilken av faktorene som bidrar til vekst. Så kan vi se at prediksjonene fra teorien om at dersom det er vekst i teknologi, kvaliteten på kapital og naturressurser, vekst i sparingen og investeringer, så vil dette bidra til en vekst i BNP per innbygger. Der befolkningsveksten og reduksjonen i naturressurser vil bidra negativt på veksten, stemmer disse siste to med Solow modellens prediksjoner selv om reduksjon i naturressurser ikke var signifikant. `snitt_Vekstrate_årlig_invest` viser seg å være svært signifikant for økonomisk vekst i en lukket økonomi, det samme gjelder for vekst i sparing og delvis for veksten i arbeidskraften selv om sistnevnte ikke var signifikant. En kan tenke seg at det er overraskende at økt gjennomsnittlig år utdanning ikke bidrar til en positiv effekt på veksten i BNP, dette kan være en ulokalisert feil, men kan muligens diskutere at resultatet skyldes at når befolkningen utdanner seg bidrar ikke dette i seg selv direkte til økonomisk vekst, og jo lengre en utdanner seg, jo lengre tid tar det før en begynner å jobbe. Veksten økonomien har på utdanning ser vi gjennom teknologisk utvikling og at produksjonen per arbeider øker og at en med det blir mer effektiv på lang sikt. Resultatene fra analysen forteller at dersom alle disse uavhengige variablene brukt holdes konstant, vil vi kunne se en vekst i BNP per innbygger på lang sikt (2000-2019). Disse variablene gjør opp for 53.8% av forklaringen til vekst i BNP, så her er det andre variabler en må ta hensyn til som har en effekt på den økonomiske veksten i et land.

Ser vi nærmere på resultatene i analysen til den gjennomsnittlige veksten av BNP i en åpen økonomi og hvilken av faktorene som bidrar til vekst. Så er prediksjonen den samme som ved lukket økonomi. Ved å legge til `snitt_Vekstrate_årlig_export` kan en se at eksport bidre signifikant for vekst i økonomien. Med resultatene kan vi ikke si noe om at fattige land vokser raskere enn rike, med det sagt så kan en se at med en høyere vekstrate i befolkningen og med eksporten er disse assosiert med en høyere gjennomsnittlig vekst i BNP per innbygger, mens et høyere nivå på BNP per innbygger er assosiert med en lavere vekstrate av BNP per innbygger. At alle disse uavhengige variablene gitt at de er konstant kan forklare 71.8% av variasjonen på den gjennomsnittlige årlige veksten i BNP per innbygger i en åpen økonomi i perioden 2000-2019 med 1.748 prosentpoeng, så indikerer det at Solow modellens prediksjoner for vekst stemmer. Med det sagt så er det mulig at det er andre variabler en må ta hensyn til som har en effekt på den økonomiske veksten i et land.

Det som er fint med solow modellen er at den er relativt enkel å forstå for oss studenter og da også forhåpentligvis for politikere. Det er et verktøy som på en bra måte forsøker måle og analysere økonomisk vekst samt identifisere hva som driver veksten. Ved at den fokuserer på disse driverne som for eksempel kapitalet, teknologisk utvikling og vekst i populasjonen for å nevne noen, kan det gi noen indikatorer til politikere om hvor de kan se for å identifisere eventuelle endringer som kan bidra til vekst. Politikere kan kan i tillegg bruke solow modellen som et effektivt verktøy for å predikere langsiktig økonomisk vekst men også for å videre evaluere endringer som de gjør å hvilken effekt dette har.

Med det sagt, så gjør solow modellen noen antakelser som ikke er helt forenelig med virkeligheten. For eksempel antar modellen at teknologi er et fritt gode og tilgjengelig for alle land, som vi da vet ikke stemmer da mesteparten av teknologi går over landegrensene. En annen ting er at modellen ikke tar i betraktning at fordelingen av BNP, da med tanke på ulikheten. Den økonomisk veksten, eller en høy økonomisk vekstrate betyr ikke nødvendigvis at landet ikke har et høyt nivå av fattigdom i tillegg. Det er også vanskelig å måle sosiale og politiske faktorer som kan ha en effekt på den økonomiske veksten, som nevnt i teorien kan korrupsjon eller politisk ustabilitet spille en veldig stor rolle som da ikke fanges opp i modellen. Videre så er jo teknologisk utvikling veldig viktig, og solow modellen gjenkjenner den som viktig for økonomisk vekst. Likevell tar den litt lett på hvor viktig den rollen egentlig er da teknologisk utvikling også kan være påvirket av lover og regler, men også tilgjengeligheten for å utvikle egen human kapital.

Så hvilke inngrep kan politikere gjøre for den økonomiske veksten? Dersom vi ser på befolkningsveksten som bidrar negativt på økonomisk vekst, så er det ikke mye et land kan gjøre. Noen land har jo tidligere innført tvangsaborter osv. med en ett-barn-regel, men dette er ikke en noe særlig løsning. Alternativt

kunne det være interessant å se om det ville hatt en effekt på fertilitetsraten i land dersom det ble gitt bedre insentiv til kvinner om å utdanne seg å ha en karriere framfor det å være hjemme med barn. være en Naturressurser kan bidra positivt på veldig lang sikt dersom teknologien er tilgjengelig med tanke på kvaliteten av utvinningen av en (helst) fornybar naturressurs, så her handler det litt om investeringer på de rette områder. Til tross for mine resultater er utdanning en svært viktig faktor for videre teknologisk utvikling men også for å effektivisere arbeiderne der utnyttelsen av gitte ressurser er optimale. Og ser vi litt bort i fra antakelsen om en lukket økonomi kan det kanskje på lang sikt lønne seg å føre en politikk som har en mer åpen grense med tanke på både export og arbeidskraft samt at enkelte land med mye korrupsjon bør finne en måte gjennom lovverk å få bukt på dette da det kan gå utover investeringer.

Konklusjon

Selv om Solow modellen har noen utfordringer med å representere veksten i et land basert på virkeligheten, da særlig med tanke på sosiale og politiske faktorer, samt teknologisk utvikling som kan ta litt lett på lover og regler som er ganske betydelig for en eventuell økonomisk vekst. Så er det med dette slik at det er vanskelig å finne gode mål, tall eller data som kan hjelpe modellen implementere dette. Med det sagt, basert på analysen kan det tyde på at Solow modellens prediksjoner basert på gitte produksjonsfaktorer om vekst tilsynelatende stemmer, og kan med det være et nyttig virkemiddel for å analysere økonomisk vekst samt identifisere hva som driver veksten.

Kilder:

Hess, Peter. N. 2016. *Economic Growth and Sustainable Development*. Routledge. (pp. 260-290). Edward Elgar Publishing. <https://www.routledge.com/Economic-Growth-and-Sustainable-Development/Hess/p/book/9781138853935>.

Gapminder. (n.d.). Data. Retrieved from <https://www.gapminder.org/data/>

Analytics Vidhya. (2023, January 24). *Analysing World Happiness Report 2020-2022*. Retrieved from <https://www.analyticsvidhya.com/blog/2023/01/analysing-world-happiness-report-2020-2022/>

Wijffels, J., & van der Loo, M. (2022). *modelsummary: Summary Tables for Statistical Models in R*. Retrieved from <https://cran.r-project.org/web/packages/modelsummary/modelsummary.pdf>

Arellano-Plaza, M. (2021). *modelsummary: Beautiful and Customizable Model Summaries in R*. Retrieved from <https://vincentarelbundock.github.io/modelsummary/articles/modelsummary.html>

Zhu, H. (2021). *kableExtra: Construct Complex Table with 'kable' and Pipe Syntax*. Retrieved from https://cran.r-project.org/web/packages/kableExtra/vignettes/awesome_table_in_html.html#Getting_Started

Appendix.a

kapital per arbeider, produksjon per arbeider,

a.1

Med $\frac{dk/dt}{k}$ er det viktig å se hva som definerer den, altså $k = \frac{K(t)}{L(t)}$. For å finne vekstraten må en derivere k med hensyn på tid, (t) . Før dette er en nødt til å logaritmere.

$$\ln(k(t)) = \ln(K(t)) - \ln(L(t))$$

$$\frac{1}{k(t)} = \frac{1}{K} * \frac{dK}{dt} - \frac{1}{L} * \frac{dL}{dt}$$

det kan skrives om til

$$\frac{dk/dt}{k} = \frac{s*Y-\alpha*K}{K} - n \Rightarrow \frac{dk/dt}{k} = s * \frac{Y}{K} - \alpha - n$$

$$\frac{dk/dt}{k} = s * \frac{Y}{K} - (\alpha - n) \text{ der } \frac{Y}{K} = \frac{1/L}{1/L} = 1$$

$$\frac{dk/dt}{k} * 1 = s * \frac{Y*1/L}{K*1/L} - (\alpha - n) \text{ der } Y * 1/L = y \text{ og } K * 1/L = k$$

$$\frac{dk/dt}{k} = s * \frac{y}{k} - (\alpha + n)$$

$$k(t) = s * y(t) - n * k(t)$$

Dersom de I^F er større enn I^N vil kapitalintensiteten øke, å dermed øker produksjon per arbeidere. Er I^F derimot mindre enn I^N , vil kapitalintensiteten minke, å dermed minker produksjon per arbeidere

a.2

Produksjon per innbygger, $y(t) = k(t)^\alpha$ (konstant skalautbytte)

$$Y = K^\alpha * L^{1-\alpha} \Rightarrow k = \frac{K}{L} \Rightarrow y(t) = f(k(t))$$

$$y = \frac{Y}{L} = \frac{K^\alpha * L^{1-\alpha}}{L}$$

$$= K^\alpha * L^{1-\alpha} * L^{-1}$$

$$= K^\alpha * L^{1-\alpha-1} = K^\alpha * L^{-\alpha}$$

$$= \left(\frac{K}{L}\right)^\alpha = k^\alpha$$

a.3

veksten av produksjon per arbeider $y(t) = \frac{dy/dt}{y}$, og hva som bestemmer vekstraten på BNP pr innbygger.

$$\frac{dy}{dt} = \alpha * k^{\alpha-1} * \frac{dk}{dt}$$

$$\frac{dy/dt}{y} = \frac{\alpha * k^{\alpha-1}}{k^\alpha}$$

$$\frac{dk}{dt} = \frac{\alpha * k^{\alpha} * k^{-1}}{k^\alpha} * \frac{dk}{dt} = \alpha * \frac{1}{k} * \frac{dk}{dt} = \alpha * g_k$$

Veksten i produksjon per arbeider drives av veksten i kapitalintensiteten

a.4

Nivå BNP per arbeider (lang sikt), bestemmelser.

$$\frac{dk}{dt} = s * y - n * k, \text{ antar at } y(t) = k(t)^\alpha$$

$$\text{Nødvendige Investeringer, } I^N = n * k$$

$$\text{Nødvendige Investeringer, } I^F = s * y$$

$$y = k^\alpha \rightarrow s * k^\alpha = I^F$$

$$\frac{dI^F}{dk} = \alpha * k^{\alpha-1} > 0$$

$$\frac{d^2 I^F}{dk^2} = (\alpha - 1) * k^{\alpha-2} > 0$$

Med dette kan vi si at når I^F er høyere enn I^N , så øker k , som videre gjør at y øker, når y øker så øker I^F , og til slutt når k øker så øker I^N .

Stedy state ss , $y^{ss} = k^{ss} \rightarrow \frac{dk}{dt} = 0, \frac{dy}{dt} = 0$ videre at $I^F = I^N$

a.5

A, Teknologi (Eksogent gitt og konstant)

Totalproduksjon: $Y(t) = A * K(t)^\alpha * L(t)^{1-\alpha}$, der $0 < \alpha < 1$

Finne produksjon per arbeider y^{ss}

ser på vekst i L for å finne vekstraten n , $g_L = \frac{dL(t)/dt}{L(t)} = n$

$$y(t) = \frac{A * K(t)^\alpha * L(t)^{1-\alpha}}{L(t)}$$

$$\Rightarrow y(t) = A * K(t)^\alpha * L(t)^{1-\alpha-1} = A * K(t)^\alpha * L(t)^{-\alpha}$$

$$\Rightarrow y(t) = A * \left(\frac{K(t)}{L(t)}\right)^\alpha = k(t), K(t) \text{ er kapitalstokken og } L(t) \text{ er arbeidskraften}$$

$$\text{Da har vi at } y(t) = A * k(t)^\alpha$$

Så ser vi på hva som driver veksten av produksjon per arbeider $y(t)$, og hva som bestemmer vekstraten på BNP pr innbygger.

$$\ln(y(t)) = \ln(A) + \alpha * \ln(k(t)) \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{dy}{dt} = 0 + \alpha * \frac{1}{k} * \frac{dk}{dt}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{dy}{dt} = 0 + \alpha * \frac{1}{k} * \frac{dk}{dt}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{dy}{dt} = g_y, \text{ vekst i produksjon per arbeider.}$$

$$\frac{1}{k} * \frac{dk}{dt} = g_k, \text{ vekst i kapital per arbeider}$$

så finner vi hva som bestemmer veksten i k ,

$$k(t) = \frac{K(t)}{L(t)} | \ln(k(t)) = \ln(K) - \ln(L(t)), \frac{1}{k} * \frac{dk}{dt} = \frac{1}{K} * \frac{dK}{dt} - \frac{1}{L} * \frac{dL}{dt},$$

$$\frac{1}{k} \frac{dk}{dt} = s * Y, \text{ og } \frac{1}{L} * \frac{dL}{dt} = n, \text{ her er } s \text{ spareraten}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{k} \frac{dk}{dt} = \frac{1/L}{K/L} * s * Y - n \Rightarrow s * \frac{y}{k} - n, \frac{dk}{dt} = s * y - n * k = 0$$

$$s * y = I^F$$

$$n * k = I^N$$

Kan se her at når faktiske investeringer I^F er større enn nødvendige investeringer I^N , vil kapitalintensiteten øke. Når I^F og I^N er like vil kapitalintensiteten være konstant, det samme vil også produksjon per innbygger være.

Så videre for å se på i steady state;

$$\begin{aligned}
ss = \frac{dk}{dt} = 0 &\Rightarrow s * y - n * k = 0 \\
\Rightarrow y = A * k^\alpha &\Rightarrow s * A * k^\alpha - n * k = 0, \\
\frac{s * A * k^\alpha}{k^\alpha} = \frac{n * k}{k^\alpha} &\Rightarrow s * A = n * k^{1-\alpha} * k^\alpha \\
s * A = n * k^{1-\alpha} * \left(\frac{s * A}{n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} &= (k^{1-\alpha})^{\frac{1}{1-\alpha}} = \\
\left(\frac{s * A}{n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = k^{1-\alpha * \frac{1}{1-\alpha}} = \frac{1-\alpha}{1-\alpha} = 1, \\
k^{ss} &= \left(\frac{s * A}{n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \\
y(t) &= A * k(t)^\alpha \\
y^{ss} &= A * (k^{ss})^\alpha \\
y^{ss} = A * \left(\left(\frac{s * A}{n}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}\right)^\alpha &\Rightarrow y^{ss} = A * \left(\frac{s * A}{n}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \\
y^{ss} &= A * \left(\frac{s * A}{n}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}
\end{aligned}$$

videre til veksten i steady state,

$$\begin{aligned}
&\text{prod. per innbygger.} \\
\ln(y) &= \frac{1}{1-\alpha} * \ln(A) + \frac{\alpha}{1-\alpha} * \ln\left(\frac{K}{Y}\right) \\
\frac{1}{y} * \frac{dy}{dt} &= \frac{1}{1-\alpha} * \frac{1}{A} * \frac{dA}{dt} + \frac{1}{1-\alpha} * \left(\left(\frac{1}{K/Y}\right) * \left(\frac{dK/Y}{dt}\right)\right) \\
&\Rightarrow g_y^{ss} = \frac{1}{1-\alpha} * g_A
\end{aligned}$$

a.6

Nettressurser

Totalproduksjon: $Y(t) = A_0 * e^{g_A t} (e^{j * t} * K(t))^\alpha * (e^{m * t} * L(t))^\beta * (e^{h * t} * R_0 e^{-u * t})^\gamma$

Flytter ut q_K, q_L, q_R slik at de blir knyttet opp mot det teknologiske nivået $A(t)$

$$Y = A(t) * q_K^\alpha * q_L^\beta * q_R^\gamma$$

Så har vi produksjonsfunksjonene $K^\alpha * L^\beta * R^\gamma$

Brøken mellom total kapital og total produksjon kommer til å være konstant (langs en balensert vekstbane).

Skriver om venstre ledd som $\frac{K}{Y}$, men må først dividere med $Y^{1-\alpha}$

$$Y^{1-\alpha} = A(t) * q_K^\alpha * q_L^\beta * q_R^\gamma * \left(\frac{K}{Y}\right)^\alpha * L^\beta * R^\gamma$$

Må få fram Y , så hever alt til $\frac{1}{1-\alpha}$

$$Y = A(t)^{\frac{1}{1-\alpha}} * q_K^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} * q_L^{\frac{\beta}{1-\alpha}} * q_R^{\frac{\gamma}{1-\alpha}} * \left(\frac{K}{Y}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} * L^{\frac{\beta}{1-\alpha}} * R^{\frac{\gamma}{1-\alpha}}$$

Så finne produksjon per arbeider y^{ss}

$$y(t) = \frac{Y}{L} = A(t)^{\frac{1}{1-\alpha}} * q_K^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} * q_L^{\frac{\beta}{1-\alpha}} * q_R^{\frac{\gamma}{1-\alpha}} * \left(\frac{K}{Y}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} * L^{\left(\frac{\beta}{1-\alpha}-1\right)} * R^{\frac{\gamma}{1-\alpha}} \$$$

her $L^{\left(\frac{\beta}{1-\alpha}-1\right)}$ har vi fått gjennom at det er derivert med L

For å ta fram vekstraten må en logaritmere

$$\ln(y) = \frac{1}{1-\alpha} * \ln(A) + \frac{\alpha}{1-\alpha} * \ln(q_K) + \frac{\beta}{1-\alpha} * \ln(q_L) + \frac{\gamma}{1-\alpha} * \ln(q_R) + \frac{\alpha}{1-\alpha} (\ln(K) - \ln(Y)) + \left(\frac{\beta}{1-\alpha} - 1\right) * \ln(L) + \frac{\gamma}{1-\alpha} * \ln(R)$$

Så vekstraten

$$g_y = \left(\frac{1}{1-\alpha} * g_A + \frac{\alpha}{1-\alpha} * j + \frac{\beta}{1-\alpha} * m + \frac{\gamma}{1-\alpha} * h\right)$$

Vekstraten knyttes til vekst i kvalitet og teknologi, den kalles her Θ

$+\left(\frac{\beta}{1-\alpha} - 1\right)n - \left(\frac{\gamma}{1-\alpha}\right) * u$, antar at denne er konstant (skalaavkastning)

Dette uttrykket $\left(\frac{\beta}{1-\alpha} - 1\right)$ er det samme som $\frac{\beta}{1-\alpha} - \frac{1-\alpha}{1-\alpha} = \frac{\beta-(1-\alpha)}{1-\alpha} = \frac{\beta-1+\alpha}{1-\alpha} = \frac{\beta+\alpha-1}{1-\alpha}$

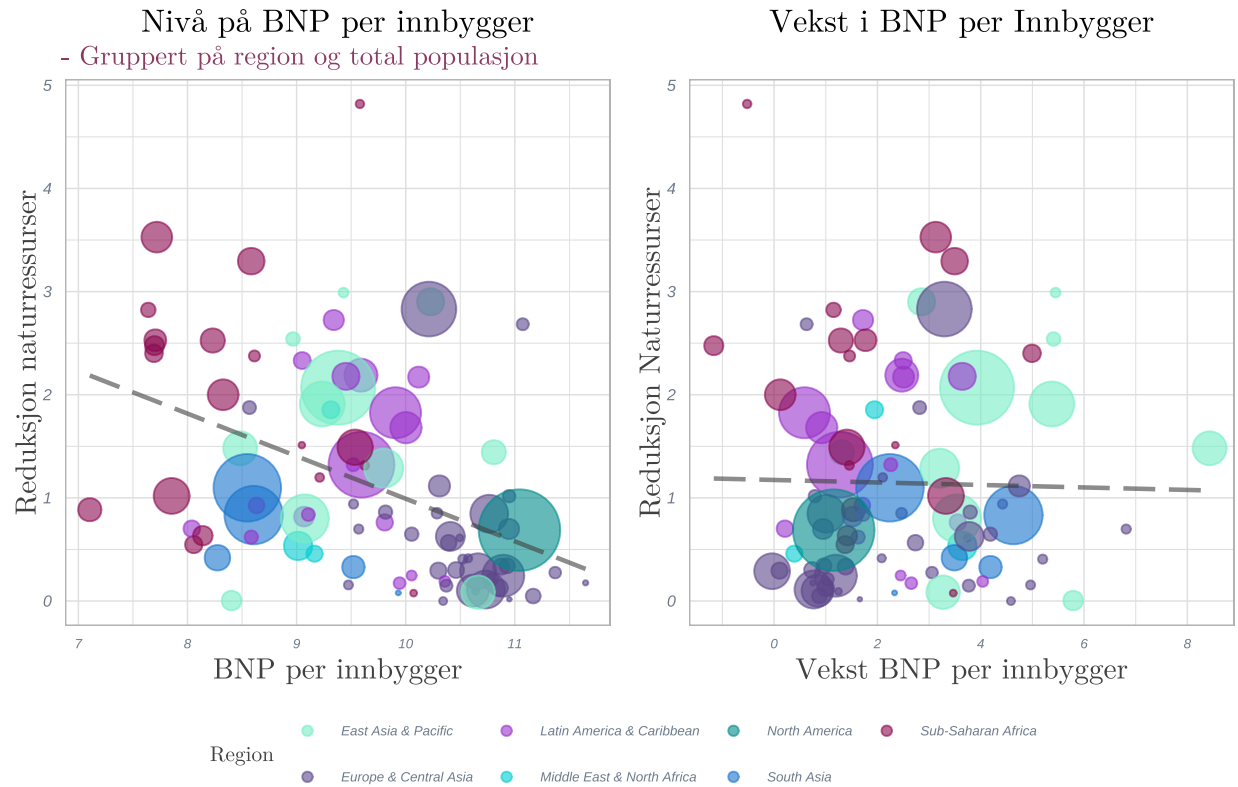
Når en antar konstant skalaavkastning betyr det at summen av eksponentene til produksjonsfaktorene, er $\alpha + \beta + \gamma = 1$, det kan bevises ved at om en nå tar 1 fra begge sider, drar vekk γ fra begge sider, får en $\Rightarrow \alpha + \beta - 1 = -\gamma$. Så $\frac{\beta+\alpha-1}{1-\alpha} = \frac{-\gamma}{1-\alpha}$

Da kan uttrykket skrives om, en får da

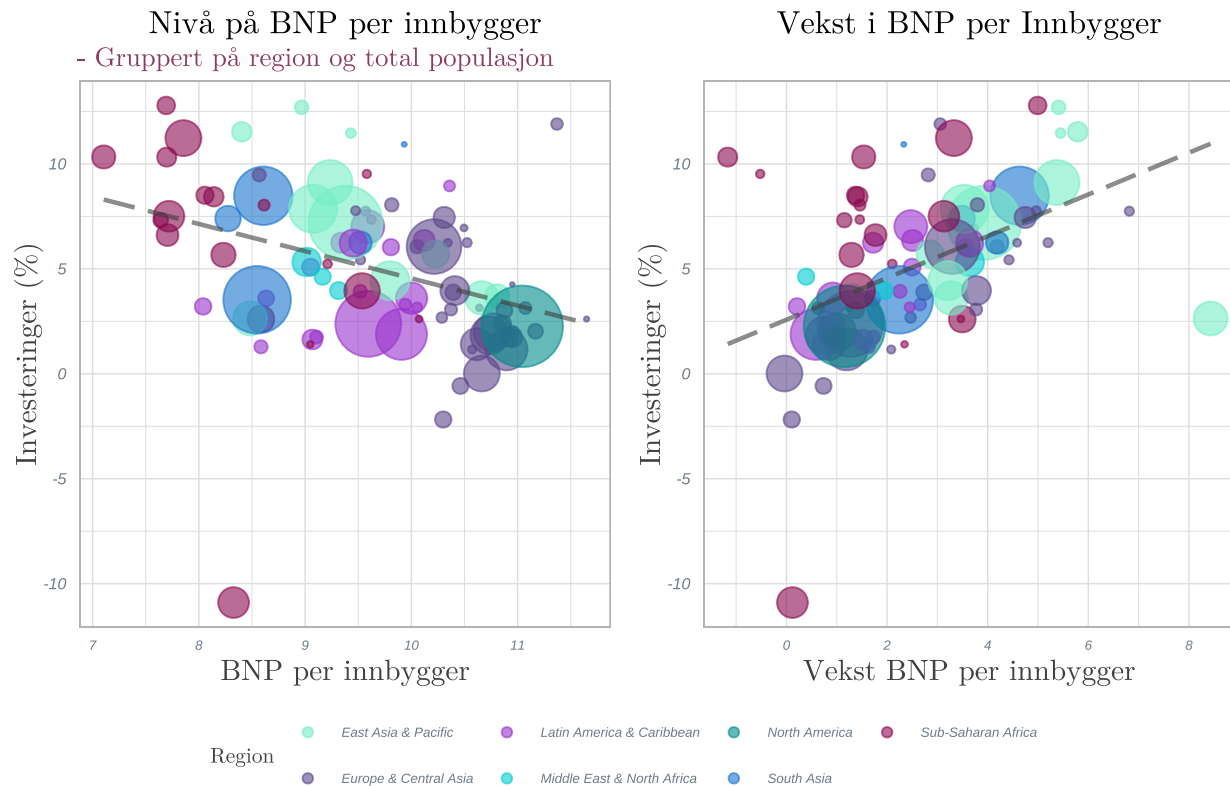
$$g_y^{ss} = \Theta - \frac{-\gamma}{1-\alpha} * (n + u)$$

Appendix.b

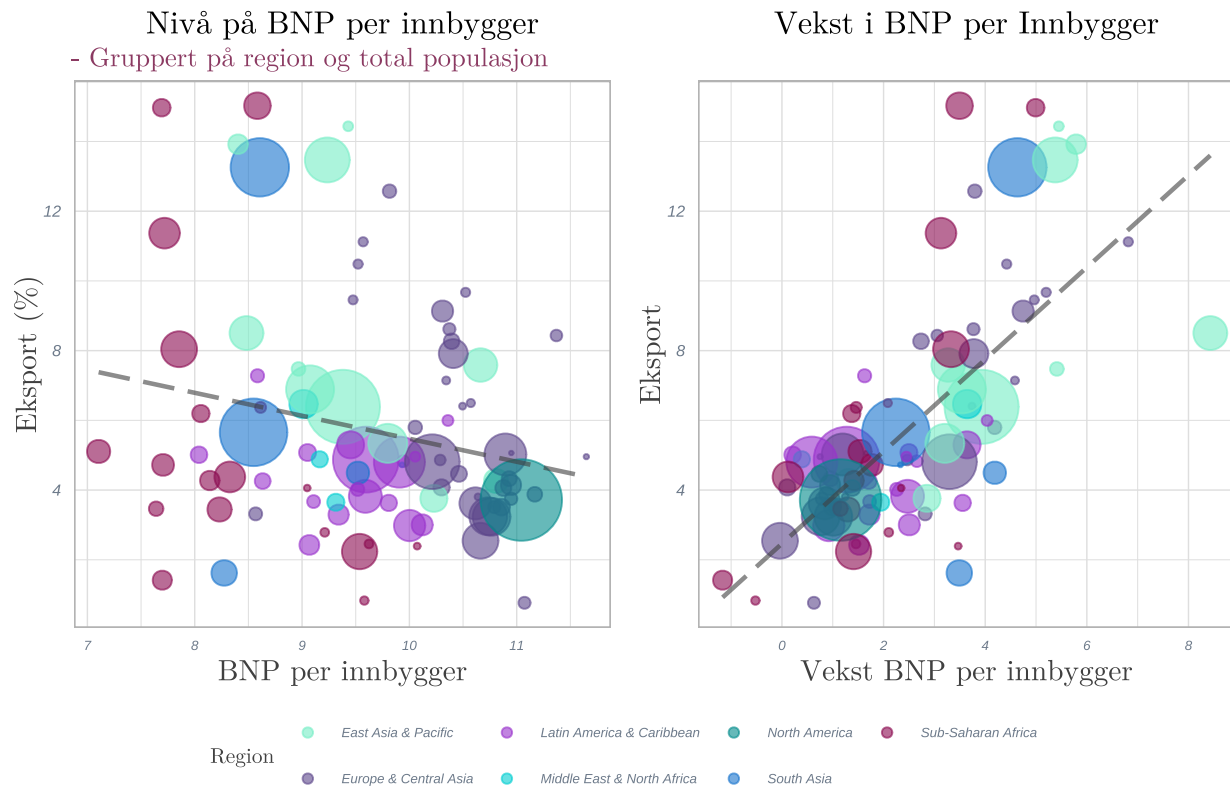
Nivå og Vekst i BNP per Innbygger VS Gj.snittlig Reduksjon Naturressurser



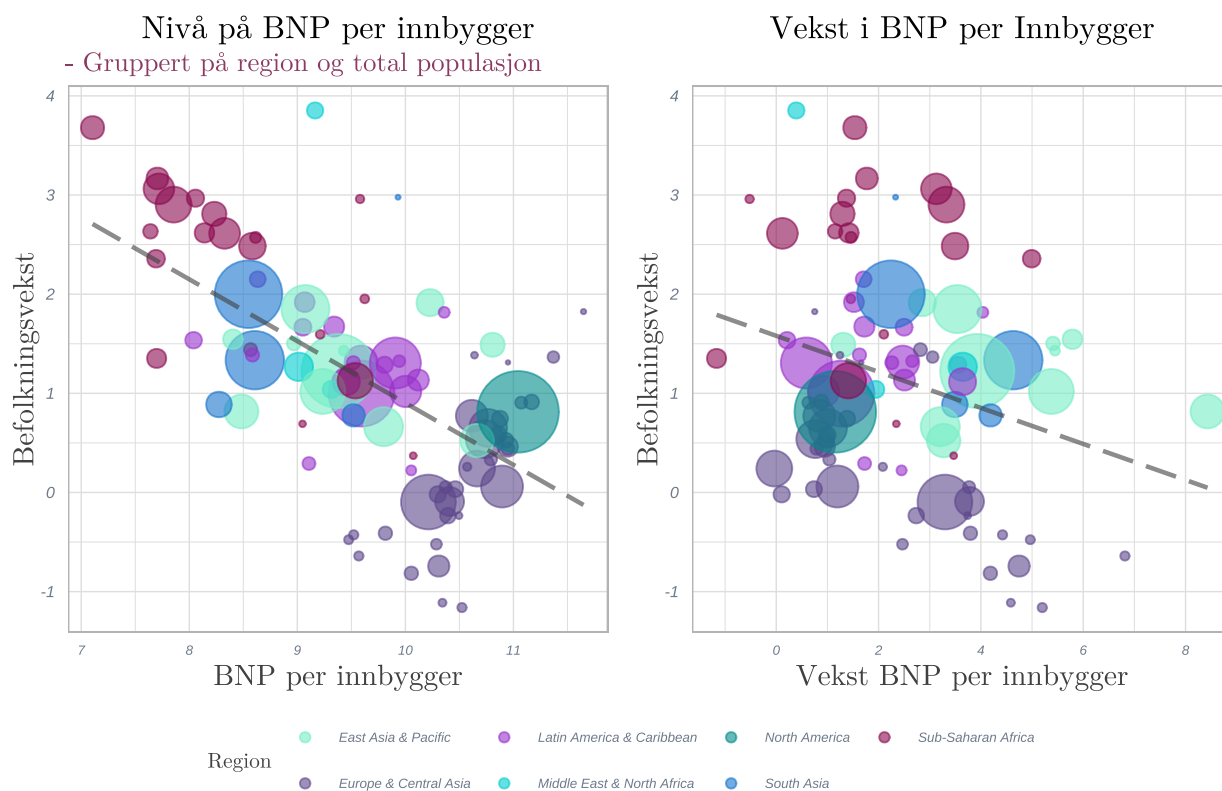
Nivå og Vekst i BNP per innbygger VS Gj.snittlig Årlig Investeringer



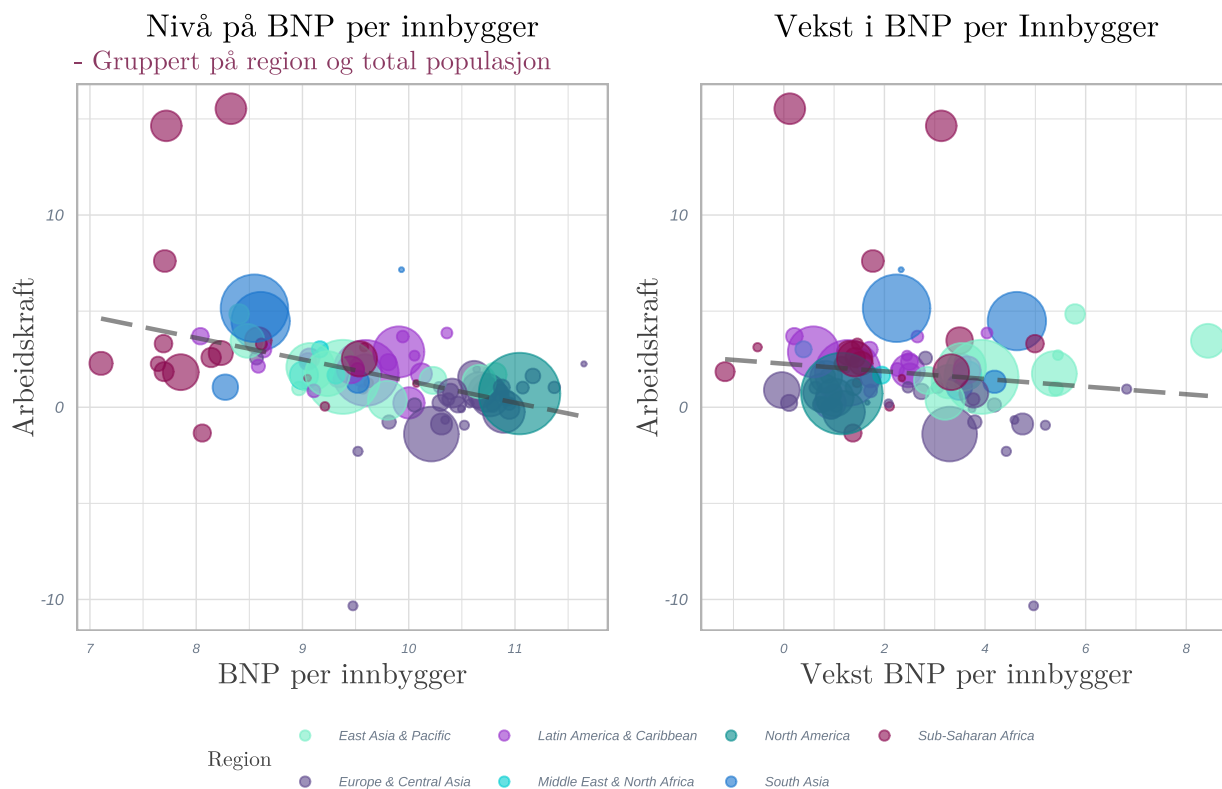
Nivå og Vekst i BNP per innbygger VS Gj.snittlig Årlig Eksport



Nivå og Vekst i BNP per Innbygger VS Gj.snittlig Befolkningsvekstrate



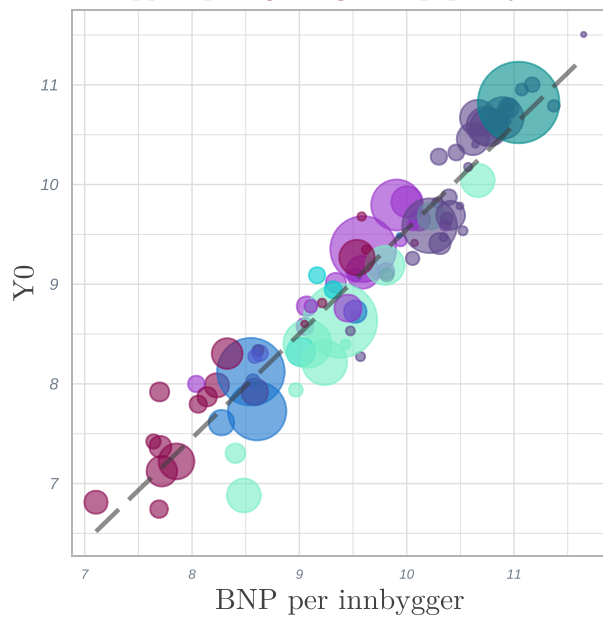
Nivå og Vekst i BNP per Innbygger VS Gj.snittlig vekst i Arbeidskraft



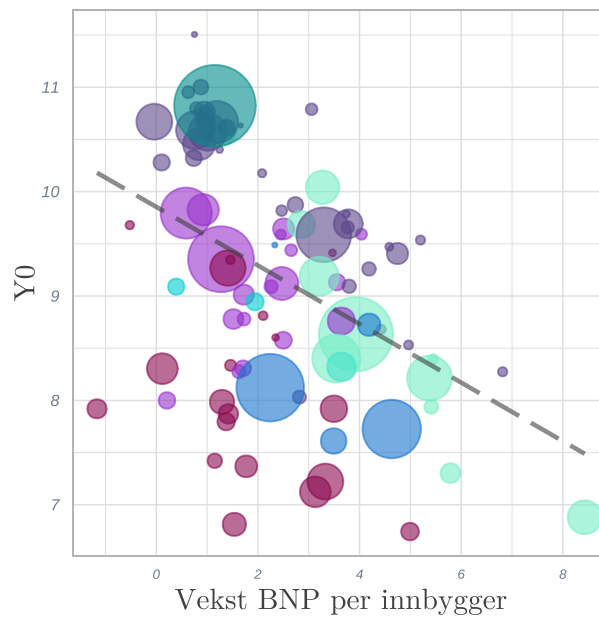
Nivå og Vekst i BNP per Innbygger VS Nivå BNP år 2000

Nivå på BNP per innbygger

- Gruppert på region og total populasjon



Vekst i BNP per Innbygger



Region

- East Asia & Pacific
- Latin America & Caribbean
- North America
- Sub-Saharan Africa
- Europe & Central Asia
- Middle East & North Africa
- South Asia

Appendix.c

```
#####
# Hadde ikke noe i mot koden som var lagt til oppgaven. Har gjort den om til min egen.

BNP_0<-WDI(
  country = "all",
  indicator = c('BNP_pr_innb'="NY.GDP.PCAP.PP.KD"),
  start = 2000,
  end = 2019,
  extra = TRUE,
  cache = NULL,
  latest = NULL,
  language = "en"
)

BNP_0 <- BNP_0 %>%
  dplyr::select(year, country, BNP_pr_innb, iso2c, iso3c, region, income)

BNP_0<-BNP_0[!grepl("Aggregates", BNP_0$region),] # Fjerner variabler på aggregert nivå

BNP_1 <- BNP_0[complete.cases(BNP_0$BNP_pr_innb, BNP_0$iso3c),] %>%
  mutate(year=as.numeric(year)) %>%
  arrange(year)

BNP_1<-BNP_1[order(BNP_1$country),]

# Lager et datasett med nivå på BNP per innbyggere i år 2000
BNP_1_2000 <- BNP_1 %>%
  arrange(iso3c, year) %>%
  dplyr::group_by(iso3c) %>% #Beholder den første observasjonen for BNP per innbyggere (Y0)
  slice(1) %>%
  dplyr::ungroup()

BNP_1_2000<- BNP_1_2000 %>%
  dplyr::select(-year)

BNP_2 <- left_join(BNP_1,BNP_1_2000, by=c("country", "iso2c", "iso3c", "region", "income"))

names(BNP_2)[names(BNP_2) == "BNP_pr_innb.x"] <- "BNP_pr_innb"
names(BNP_2)[names(BNP_2) == "BNP_pr_innb.y"] <- "BNP_pr_innb_Y0"

BNP_2 <- BNP_2 %>%
  relocate(country, region, income, iso2c, iso3c, year, BNP_pr_innb, BNP_pr_innb_Y0)

#####

# Utdanning BAR.SCHL.15UP
Utdanning_0<-WDI(
  country = "all",
  indicator = c('Utdanning'="BAR.SCHL.15UP"),
  start = 2000,
```

```

    end = 2019,
    extra = TRUE,
    cache = NULL,
    latest = NULL,
    language = "en"
)

Utdanning_0 <- Utdanning_0 %>%
  dplyr::select(country, region, income, iso2c, iso3c, year, Utdanning) %>%
  arrange(iso3c, year)

Utdanning_0 <- Utdanning_0[complete.cases(Utdanning_0$Utdanning),] %>%
  arrange(iso3c, year)

Utdanning_0 <- Utdanning_0 %>%
  arrange(iso3c, year) %>%
  dplyr::mutate(Utdanning = as.numeric(Utdanning, na.rm = T)) %>%
  dplyr::group_by(country) %>%
  dplyr::mutate(Utdanning_snitt=mean(Utdanning)) %>%
  dplyr::ungroup()

Utdanning_1 <- Utdanning_0 %>%
  dplyr::select(-c(year, Utdanning))

Utdanning_2 <- Utdanning_1[!duplicated(Utdanning_1[c("iso3c")]), ] %>%

#####

BNI_0<-WDI(
  country = "all",
  indicator = c( 'NSY'="NY.ADJ.NNAT.GN.ZS"),
  start = 2000,
  end = 2019,
  extra = TRUE,
  cache = NULL,
  latest = NULL,
  language = "en"
)

BNI_0 <- BNI_0 %>%
  dplyr::select(country, region, income, iso2c, iso3c, year, NSY) %>%
  arrange(iso3c, year)

BNI_0 <- BNI_0[complete.cases(BNI_0$NSY),] %>%
  arrange(iso3c, year)

BNI_1 = BNI_0 %>%
  arrange(iso3c, year) %>%
  dplyr::mutate(NSY = as.numeric(NSY, na.rm = TRUE)) %>%
  ddply("iso3c",transform,
        NSY_snitt=mean(NSY))

BNI_1 <- BNI_1 %>%

```

```

dplyr::select(-year)

BNI_2 <- BNI_1[!duplicated(BNI_1[c("iso3c")]), ] %>%

#####

#####

# Vekst i arbeidskraften (n)
Arb_Kraft<-WDI(
  country = "all",
  indicator = c('Arb_kraft'="JI.TLF.TOTL"),
  start = 2000,
  end = 2019,
  extra = TRUE,
  cache = NULL,
  latest = NULL,
  language = "en"
)

Arb_Kraft<-Arb_Kraft %>%
  dplyr::select(country, region, income, iso2c, year, Arb_kraft) %>%
  arrange(iso2c, year) %>%
  dplyr::rename("iso3c" = "iso2c") %>%
  dplyr::mutate(year= as.numeric(year))

Arb_Kraft[Arb_Kraft == 0]<-NA

Arb_Kraft_1 <- Arb_Kraft[complete.cases(Arb_Kraft$iso3c, Arb_Kraft$Arb_kraft),]

Arb_Kraft_1 <- Arb_Kraft_1[!duplicated(Arb_Kraft_1[c("iso3c", "year")]), ] %>%
  arrange(iso3c, year)

# library(plyr)
Vekstrate_n <- Arb_Kraft_1 %>%
  arrange(iso3c, year) %>%
  plyr::ddply("iso3c",transform,
    t_år=c(NA,diff(year)),
    Arb_kraft_vekst=c(NA,diff(log(Arb_kraft))))

Vekstrate_n <- Vekstrate_n[complete.cases(Vekstrate_n$t_år, Vekstrate_n$Arb_kraft_vekst),]

Vekstrate_n_1 <- Vekstrate_n %>%
  dplyr::mutate(t_år = as.numeric(t_år),
    Arb_kraft_vekst = as.numeric(Arb_kraft_vekst)) %>%
  dplyr::mutate(årlig_vekstrate_n=Arb_kraft_vekst/t_år*100)

# gjennomsnittlig vekstraten i arbeidskraften for hvert land
Vekstrate_n_1 <- Vekstrate_n_1 %>% #
  dplyr::group_by(iso3c) %>%
  dplyr::mutate(årlig_vekstrate_n_snitt=mean(årlig_vekstrate_n, na.rm = TRUE)) %>%
  dplyr::ungroup()

Vekstrate_n_1 <- Vekstrate_n_1 %>%

```



```

dplyr::select(country, iso3c, årlig_vekstrate_n_snitt)

Vekstrate_n_1 <- Vekstrate_n_1[!duplicated(Vekstrate_n_1["iso3c"]), ] %>%
  arrange(iso3c)

# setter sammen BNP, utdanning, sparing, og arbeidskraft til et komplett datasett.

df_1 <- left_join(BNP_2, Utdanning_2, by=c("country", "iso2c", "iso3c", "region", "income"))
df_2 <- left_join(df_1, BNI_2, by=c("country", "iso2c", "iso3c", "region", "income"))
df_3 <- left_join(df_2, Vekstrate_n_1, by="iso3c")

df_comp <- df_3 %>%
  dplyr::select(country.x, region, income, iso2c, iso3c, year, BNP_pr_innb,
    BNP_pr_innb_Y0, Utdanning_snitt, NSY_snitt, årlig_vekstrate_n_snitt) %>%
  dplyr::rename(country=country.x)

#####

Andre_faktorer<-WDI(
  country = "all",
  indicator = c('Total_pop'="SP.POP.TOTL",
    'Vekstrate_årlig_invest'="NE.GDI.FTOT.KD.ZG",
    'Vekstrate_årlig_export'="NE.EXP.GNFS.KD.ZG",
    'Reduk_rate_naturres'="NY.ADJ.DRES.GN.ZS",
    'Befolkningsvekstrate'="SP.POP.GROW" ),
  start = 2000,
  end = 2019,
  extra = TRUE,
  cache = NULL,
  latest = NULL,
  language = "en"
)

Andre_faktorer_1 <- Andre_faktorer[complete.cases(Andre_faktorer$iso3c),] %>%
  arrange(iso3c)

Andre_faktorer_2<-Andre_faktorer_1[!grepl("Aggregates", Andre_faktorer_1$region),]

Andre_faktorer_2<-Andre_faktorer_2[order(Andre_faktorer_2$country),]

Andre_faktorer_2 <- Andre_faktorer_2 %>%
  dplyr::select("country", "region", "income", "iso3c", "iso2c", "year",
    "Total_pop", "Befolkningsvekstrate", "Reduk_rate_naturres",
    "Vekstrate_årlig_invest", "Vekstrate_årlig_export")

Bestemmelsesfaktorer <- left_join(df_comp, Andre_faktorer_2, by=c("country", "region", "income",
  "iso2c", "iso3c", "year"))

Bestemmelsesfaktorer<-Bestemmelsesfaktorer %>%
  relocate(country, region, income, iso2c, iso3c, year, BNP_pr_innb, BNP_pr_innb_Y0,
    Total_pop, Befolkningsvekstrate, årlig_vekstrate_n_snitt, NSY_snitt,

```

```

      Reduk_rate_naturres,Vekstrate_årlig_invest,Vekstrate_årlig_export, Utdanning_snitt)

Bestemmelsesfaktorer <- Bestemmelsesfaktorer[complete.cases(Bestemmelsesfaktorer$iso3c),] %>%
  arrange(iso3c)

# vekstraten og gjennomsnitt for resterende variabler
Vekst_Bestemfak <- Bestemmelsesfaktorer %>%
  arrange(iso3c, year) %>% # Sorter på år og land
  dplyr::filter(!country== c("High income", "Low income", "Lower middle income", "Upper middle income"))
  dplyr::group_by(country) %>%
  plyr::ddply("iso3c",transform,
    vekst_BNP_pr_innb=c(NA,diff(log(BNP_pr_innb))*100) %>%
  plyr::ddply("iso3c",transform,
    snitt_Befolkningsvekstrate=mean(Befolkningsvekstrate, na.rm = TRUE),
    vekst_BNP_pr_innb = as.numeric(vekst_BNP_pr_innb, na.rm = TRUE),
    snitt_vekst_BNP_pr_innb=mean(vekst_BNP_pr_innb, na.rm = TRUE),
    snitt_Vekstrate_årlig_invest=mean(Vekstrate_årlig_invest, na.rm = TRUE),
    snitt_Reduc_rate_naturres=mean(Reduc_rate_naturres, na.rm = TRUE),
    snitt_Vekstrate_årlig_export=mean(Vekstrate_årlig_export, na.rm = TRUE)) %>%
  dplyr::ungroup()

Vekst_Bestemfak <- Vekst_Bestemfak[complete.cases(Vekst_Bestemfak$country,
  Vekst_Bestemfak$income,
  Vekst_Bestemfak$iso3c,
  Vekst_Bestemfak$snitt_vekst_BNP_pr_innb,
  Vekst_Bestemfak$BNP_pr_innb_Y0,
  Vekst_Bestemfak$årlig_vekstrate_n_snitt,
  Vekst_Bestemfak$snitt_Befolkningsvekstrate,
  Vekst_Bestemfak$NSY_snitt,
  Vekst_Bestemfak$snitt_Reduc_rate_naturres,
  Vekst_Bestemfak$snitt_Vekstrate_årlig_invest,
  Vekst_Bestemfak$snitt_Vekstrate_årlig_export,
  Vekst_Bestemfak$Utdanning_snitt),] # Ta vekk land som

#summary(Vekst_Bestemfak$country)

Vekst_Bestemfak <- Vekst_Bestemfak %>%
  dplyr::select(country, region, income, iso3c, iso2c,year, Total_pop, BNP_pr_innb, BNP_pr_innb_Y0,
    snitt_vekst_BNP_pr_innb, årlig_vekstrate_n_snitt, snitt_Befolkningsvekstrate, NSY_snitt, snitt_
    snitt_Vekstrate_årlig_invest,
    snitt_Vekstrate_årlig_export, Utdanning_snitt)

# Lager datasettet som er ment til å brukes i analysen
Vekst_Bestemfak2019 <- Vekst_Bestemfak %>%
  arrange(iso3c, year) %>%
  group_by(iso3c) %>%
  slice(n()) %>% # Beholder den siste observasjonen for hvert land
  ungroup()

# for å forenkle tolkningen, og presser sammen fordelingen

```

```

Vekst_Bestemfak2019$BNP_pr_innb <- as.numeric(Vekst_Bestemfak2019$BNP_pr_innb)
Vekst_Bestemfak2019$Nivå_BNP_pr_innb <- log(Vekst_Bestemfak2019$BNP_pr_innb)
Vekst_Bestemfak2019$Nivå_BNP_pr_innb_Y0 <- log(Vekst_Bestemfak2019$BNP_pr_innb_Y0)

# Lager diskriptiv statistisk tabell med bruk av modellsummary::datasummary()
# og pakken kableExtra

D_T <- Vekst_Bestemfak2019 %>%
  dplyr::select(snitt_vekst_BNP_pr_innb,
               årlig_vekstrate_n_snitt,
               snitt_Befolkningsvekstrate,
               NSY_snitt,
               snitt_Reduc_rate_naturres,
               snitt_Vekstrate_årlig_invest,
               snitt_Vekstrate_årlig_export,
               Utdanning_snitt) %>%
  dplyr::rename("Gjennomsnittlig årlig vekstrate i BNP pc 2000-2019 (%)"="snitt_vekst_BNP_pr_innb",
               "Gjennomsnittlig årlig vekst i arbeidskraft (%)"="årlig_vekstrate_n_snitt",
               "Gjennomsnittlig årlig befolkningsvekst (%)"="snitt_Befolkningsvekstrate",
               "Gjennomsnittlig årlig sparerate (%)"="NSY_snitt",
               "Gjennomsnittlig årlig reduksjon i naturresurser (%)"="snitt_Reduc_rate_naturres",
               "Gjennomsnittlig årlig vekst i Investeringer (%)"="snitt_Vekstrate_årlig_invest",
               "Gjennomsnittlig årlig vekst i Eksport (%)"="snitt_Vekstrate_årlig_export",
               "Gjennomsnittlig år på skole (år)"="Utdanning_snitt") %>%
  as.data.frame()

# skalerer variabler med lapply for boxplot

D_T_list <- lapply(D_T, na.omit)
D_T_list <- lapply(D_T_list, scale)

# Denne er i bruker manualen til modelsummary
tomme_kol <- function(x) " "

# Legger inn hva jeg ønsker i tabellen.
datasummary(All(D_T) ~ N + Mean + Min + Max + SD + Heading("Boxplot") * tomme_kol,
            data = D_T, output = "kableExtra",
            title = 'Deskriptiv Statistisk') %>%
  column_spec(column = 7, image = spec_boxplot(D_T_list)) %>%
  row_spec(row = 0,
           font_size = 18) %>%
  kable_paper(full_width = F) %>%
  footnote("Inneholder kun land med data for perioden 2000-2019 (WDI)")

# Før IQR grupperes det på "income"
#

Vekst_Bestemfak2019<-Vekst_Bestemfak2019 %>%
  group_by(income)

# Investeringer
Q1vekst_invest <- quantile(Vekst_Bestemfak2019$snitt_Vekstrate_årlig_invest, .25)
Q3vekst_invest <- quantile(Vekst_Bestemfak2019$snitt_Vekstrate_årlig_invest, .75)

```

```

IQRvekst_invest <- IQR(Vekst_Bestemfak2019$snitt_Vekstrate_årlig_invest)

upper <- Q3vekst_invest + 1.5 * IQRvekst_invest
lower <- Q1vekst_invest - 1.5 * IQRvekst_invest

Vekst_Bestemfak2019$uteliggere_invest <- Vekst_Bestemfak2019$snitt_Vekstrate_årlig_invest < lower | Vekst_Bestemfak2019$uteliggere_invest > upper

p1<-Vekst_Bestemfak2019 %>%
  ggplot(aes(x = "", y = snitt_Vekstrate_årlig_invest)) +
  geom_boxplot(alpha = 0.5, fill = "slateblue3") +
  labs(x="",
        y="Investeringer") +
  theme_light()+
  theme(axis.title.y = element_text(hjust = 0.5, family = "LM Roman 10", color = "gray25"),
        axis.text.y = element_text(size = 6, face = "italic",color = "lightsteelblue4"))+
  geom_text_repel(data = Vekst_Bestemfak2019[which(Vekst_Bestemfak2019$uteliggere_invest == TRUE),],
                  aes(label = country), size = 3, family= "LM Roman 10")

# Reduksjon naturressurser
Q1Reduk_rate_naturres <- quantile(Vekst_Bestemfak2019$snitt_Reduc_rate_naturres, .25)
Q3Reduk_rate_naturres <- quantile(Vekst_Bestemfak2019$snitt_Reduc_rate_naturres, .75)
IQRReduk_rate_naturres <- IQR(Vekst_Bestemfak2019$snitt_Reduc_rate_naturres)

upper <- Q3Reduk_rate_naturres + 1.5 * IQRReduk_rate_naturres
lower <- Q1Reduk_rate_naturres - 1.5 * IQRReduk_rate_naturres

Vekst_Bestemfak2019$uteliggere_naturres <- Vekst_Bestemfak2019$snitt_Reduc_rate_naturres < lower | Vekst_Bestemfak2019$uteliggere_naturres > upper

p2<-Vekst_Bestemfak2019 %>%
  ggplot(aes(x = "", y = snitt_Reduc_rate_naturres)) +
  geom_boxplot(alpha = 0.5, fill = "slateblue3") +
  labs(x="",
        y="Reduk. Natur") +
  theme_light()+
  theme(axis.title.y = element_text(hjust = 0.5, family = "LM Roman 10", color = "gray25"),
        axis.text.y = element_text(size = 6, face = "italic",color = "lightsteelblue4"))+
  geom_text_repel(data = Vekst_Bestemfak2019[which(Vekst_Bestemfak2019$uteliggere_naturres == TRUE),],
                  aes(label = country), size = 3, family= "LM Roman 10")

# Export
Q1vekst_export <- quantile(Vekst_Bestemfak2019$snitt_Vekstrate_årlig_export, .25)
Q3vekst_export <- quantile(Vekst_Bestemfak2019$snitt_Vekstrate_årlig_export, .75)
IQRvekst_export <- IQR(Vekst_Bestemfak2019$snitt_Vekstrate_årlig_export)

upper <- Q3vekst_export + 1.5 * IQRvekst_export
lower <- Q1vekst_export - 1.5 * IQRvekst_export

Vekst_Bestemfak2019$uteliggere_export <- Vekst_Bestemfak2019$snitt_Vekstrate_årlig_export < lower | Vekst_Bestemfak2019$uteliggere_export > upper

p3<-Vekst_Bestemfak2019 %>%
  ggplot(aes(x = "", y = snitt_Vekstrate_årlig_export)) +
  geom_boxplot(alpha = 0.5, fill = "slateblue3") +
  labs(x="",

```

```

      y="Export vekst") +
theme_light()+
theme(axis.title.y = element_text(hjust = 0.5, family = "LM Roman 10", color = "gray25"),
      axis.text.y = element_text(size = 6, face = "italic",color = "lightsteelblue4"))+
geom_text_repel(data = Vekst_Bestemfak2019[which(Vekst_Bestemfak2019$uteliggere_export == TRUE),],
               aes(label = country), size = 3, family= "LM Roman 10")

# Arbeidskraft
Q1vekst_arb_n <- quantile(Vekst_Bestemfak2019$årlig_vekstrate_n_snitt, .25)
Q3vekst_arb_n <- quantile(Vekst_Bestemfak2019$årlig_vekstrate_n_snitt, .75)
IQRvekst_arb_n <- IQR(Vekst_Bestemfak2019$årlig_vekstrate_n_snitt)

upper <- Q3vekst_arb_n + 1.5 * IQRvekst_arb_n
lower <- Q1vekst_arb_n - 1.5 * IQRvekst_arb_n

Vekst_Bestemfak2019$uteliggere_arb_n <- Vekst_Bestemfak2019$årlig_vekstrate_n_snitt < lower | Vekst_Bestemfak2019$uteliggere_arb_n > upper

p4<-Vekst_Bestemfak2019 %>%
  ggplot(aes(x = "", y = årlig_vekstrate_n_snitt)) +
  geom_boxplot(alpha = 0.5, fill = "slateblue3") +
  labs(x="",
       y="Arbeidskraft vekst") +
  theme_light()+
  theme(axis.title.y = element_text(hjust = 0.5, family = "LM Roman 10", color = "gray25"),
        axis.text.y = element_text(size = 6, face = "italic",color = "lightsteelblue4"))+
  geom_text_repel(data = Vekst_Bestemfak2019[which(Vekst_Bestemfak2019$uteliggere_arb_n == TRUE),],
                 aes(label = country), size = 3, family= "LM Roman 10")

# Sparing
Q1vekst_spare <- quantile(Vekst_Bestemfak2019$NSY_snitt, .25)
Q3vekst_spare <- quantile(Vekst_Bestemfak2019$NSY_snitt, .75)
IQRvekst_spare <- IQR(Vekst_Bestemfak2019$NSY_snitt)

upper <- Q3vekst_spare + 1.5 * IQRvekst_spare
lower <- Q1vekst_spare - 1.5 * IQRvekst_spare

Vekst_Bestemfak2019$uteliggere_spare <- Vekst_Bestemfak2019$NSY_snitt < lower | Vekst_Bestemfak2019$NSY_snitt > upper

p5<-Vekst_Bestemfak2019 %>%
  ggplot(aes(x = "", y = NSY_snitt)) +
  geom_boxplot(alpha = 0.5, fill = "slateblue3") +
  labs(x="",
       y="Sparerate") +
  theme_light()+
  theme(axis.title.y = element_text(hjust = 0.5, family = "LM Roman 10", color = "gray25"),
        axis.text.y = element_text(size = 6, face = "italic",color = "lightsteelblue4"))+
  geom_text_repel(data = Vekst_Bestemfak2019[which(Vekst_Bestemfak2019$uteliggere_spare == TRUE),],
                 aes(label = country), size = 3, family= "LM Roman 10")

# Befolkningvekstrate
Q1vekst_Befolkning <- quantile(Vekst_Bestemfak2019$snitt_Befolkningsvekstrate, .25)
Q3vekst_Befolkning <- quantile(Vekst_Bestemfak2019$snitt_Befolkningsvekstrate, .75)
IQRvekst_Befolkning <- IQR(Vekst_Bestemfak2019$snitt_Befolkningsvekstrate)

```

```

upper <- Q3vekst_Befolkning + 1.5 * IQRvekst_Befolkning
lower <- Q1vekst_Befolkning - 1.5 * IQRvekst_Befolkning

Vekst_Bestemfak2019$uteliggere_Befolkning <- Vekst_Bestemfak2019$snitt_Befolkningsvekstrate < lower | Vekst_Bestemfak2019$snitt_Befolkningsvekstrate > upper

p6<-Vekst_Bestemfak2019 %>%
  ggplot(aes(x = "", y = snitt_Befolkningsvekstrate)) +
  geom_boxplot(alpha = 0.5, fill = "slateblue3") +
  labs(x="",
        y="Befolkningsvekstrate") +
  theme_light()+
  theme(axis.title.y = element_text(hjust = 0.5, family = "LM Roman 10", color = "gray25"),
        axis.text.y = element_text(size = 6, face = "italic",color = "lightsteelblue4"))+
  geom_text_repel(data = Vekst_Bestemfak2019[which(Vekst_Bestemfak2019$uteliggere_Befolkning == TRUE),],
                  aes(label = country), size = 3, family= "LM Roman 10")

# Utdanning
Q1Utdanning <- quantile(Vekst_Bestemfak2019$Utdanning_snitt , .25)
Q3Utdanning <- quantile(Vekst_Bestemfak2019$Utdanning_snitt, .75)
IQRUtdanning <- IQR(Vekst_Bestemfak2019$Utdanning_snitt)

upper <- Q3Utdanning + 1.5 * IQRUtdanning
lower <- Q1Utdanning - 1.5 * IQRUtdanning

Vekst_Bestemfak2019$uteliggere_Utdanning <- Vekst_Bestemfak2019$Utdanning_snitt < lower | Vekst_Bestemfak2019$Utdanning_snitt > upper

p7<-Vekst_Bestemfak2019 %>%
  ggplot(aes(x = "", y = Utdanning_snitt)) +
  geom_boxplot(alpha = 0.5, fill = "slateblue3") +
  labs(x="",
        y="Utdanning") +
  theme_light()+
  theme(axis.title.y = element_text(hjust = 0.5, family = "LM Roman 10", color = "gray25"),
        axis.text.y = element_text(size = 6, face = "italic",color = "lightsteelblue4"))+
  geom_text_repel(data = Vekst_Bestemfak2019[which(Vekst_Bestemfak2019$uteliggere_Utdanning == TRUE),],
                  aes(label = country), size = 3, family= "LM Roman 10")

# BNPO
Q1BNPO <- quantile(Vekst_Bestemfak2019$Nivå_BNP_pr_innb_Y0, .25)
Q3BNPO <- quantile(Vekst_Bestemfak2019$Nivå_BNP_pr_innb_Y0, .75)
IQRBNPO <- IQR(Vekst_Bestemfak2019$Nivå_BNP_pr_innb_Y0)

upper <- Q3BNPO + 1.5 * IQRBNPO
lower <- Q1BNPO - 1.5 * IQRBNPO

Vekst_Bestemfak2019$uteliggere_BNPO <- Vekst_Bestemfak2019$Nivå_BNP_pr_innb_Y0 < lower | Vekst_Bestemfak2019$Nivå_BNP_pr_innb_Y0 > upper

p8<-Vekst_Bestemfak2019 %>%
  ggplot(aes(x = "", y = Nivå_BNP_pr_innb_Y0)) +
  geom_boxplot(alpha = 0.5, fill = "slateblue3") +
  labs(x="",
        y="BNPY0") +
  theme_light()+

```

```

theme(axis.title.y = element_text(hjust = 0.5, family = "LM Roman 10", color = "gray25"),
      axis.text.y = element_text(size = 6, face = "italic", color = "lightsteelblue4"))+
geom_text_repel(data = Vekst_Bestemfak2019[which(Vekst_Bestemfak2019$uteliggere_BNP0 == TRUE),],
               aes(label = country), size = 3, family= "LM Roman 10")

# Plotter alle variablene med navn på country for å se hvilke land det er som skiller
# seg ut
figur<- ggarrange(p1,p2,p3,p4,p5,p6,p7,p8,
                 ncol=4,nrow=3) + theme_pubclean()
annotate_figure(figur,
               top=text_grob("Boxplot Outliers",color="black",face="italic",
                             family="LM Roman 10", size=12))

# fjerner grupperingen og landene som ikke skal være med videre
Vekst_Bestemfak2019<-Vekst_Bestemfak2019 %>% ungroup()

# Da blir dette mitt datasett til analysene.
Analyse <- Vekst_Bestemfak2019 %>%
  filter(!country=="Sierra Leone" & !country=="Congo, Dem. Rep." & !country=="Congo, Rep." &
         !country=="Kazakhstan" & !country=="Ukraine" & !country=="Mozambique" )

# Ny deskriptiv statistisk tabell
D_T2 <- Analyse %>%
  dplyr::select(snitt_vekst_BNP_pr_innb,
               årlig_vekstrate_n_snitt,
               snitt_Befolkningsvekstrate,
               NSY_snitt,
               snitt_Reduc_rate_naturres,
               snitt_Vekstrate_årlig_invest,
               snitt_Vekstrate_årlig_export,
               Utdanning_snitt) %>%
  dplyr::rename("Gjennomsnittlig årlig vekstrate i BNP pc 2000-2019 (%)"="snitt_vekst_BNP_pr_innb",
               "Gjennomsnittlig årlig vekst i arbeidskraft (%)"="årlig_vekstrate_n_snitt",
               "Gjennomsnittlig årlig befolkningsvekst (%)"="snitt_Befolkningsvekstrate",
               "Gjennomsnittlig årlig sparerate (%)"="NSY_snitt",
               "Gjennomsnittlig årlig reduksjon i naturresurser (%)"="snitt_Reduc_rate_naturres",
               "Gjennomsnittlig årlig vekst i Investeringer (%)"="snitt_Vekstrate_årlig_invest",
               "Gjennomsnittlig årlig vekst i Eksport (%)"="snitt_Vekstrate_årlig_export",
               "Gjennomsnittlig år på skole (år)"="Utdanning_snitt") %>%
  as.data.frame()

# skalerer variabler med lapply for boxplot

D_T_list2 <- lapply(D_T2, na.omit)
D_T_list2 <- lapply(D_T_list2, scale)

tomme_kol <- function(x) " "

datasummary(All(D_T2) ~ N + Mean + Min + Max + SD + Heading("Boxplot") * tomme_kol,
            data = D_T2, output = "kableExtra",
            title = 'Deskriptiv Statistisk ') %>%
  column_spec(column = 7, image = spec_boxplot(D_T_list2)) %>%

```



```

row_spec(row = 0,
         font_size = 18) %>%
kable_paper(full_width = F) %>%
footnote("Inneholder kun land med data for perioden 2000-2019 etter ekstremverdier er fjernet (WDI)")

# Ved å sette vcov til "robust", vil modelsummary funksjonen kalkulere å vise robustheten av standard error.
# R spesifiserer antall simuleringer brukt for å estimere robustheten til standard error,
# jo flere simuleringer jo mer nøyaktig resultat.
# cluster spesifiserer at standard errorne skal blandes basert på "country".
# Dette kan være nyttig når observasjonene i hver gruppe er mer lik hverandre enn observasjoner i
# andre grupper.

options(OutDec=",")
modelsummary(Lin_reg_BNP_modeller, output = "kableExtra",
             title = 'Resultat Analyse',
             vcov = "robust", R = 1000, cluster = "country",
             estimate = c("{estimate}{stars}"),
             statistic = c("conf.int",
                           "s.e. = {std.error}",
                           "t = {statistic}",
                           "p = {p.value}"),
             gof_map = c("nobs", "adj.r.squared"))

#####
##### PLOT ARB.KRAFT #####
#####

# Alle plottene med variablene brukt ble laget slik
# viser kun ett eksempel da de tar mye plass
plot_n<-ggplot(Analyse, aes(Nivå_BNP_pr_innb, årlig_vekstrate_n_snitt, color=region))+
  geom_point(aes(size=Total_pop), alpha=0.6)+
  scale_color_manual(values = c("aquamarine2","mediumpurple4",
                                "darkorchid","darkturquoise",
                                "darkcyan","dodgerblue3","deeppink4")) +
  labs(title = "Nivå på BNP per innbygger",
       subtitle = "- Gruppert på region og total populasjon",
       y="Arbeidskraft",
       x="BNP per innbygger",
       color="Region")+
  scale_size_area(guide = "none", max_size = 14) +
  geom_smooth(method=lm, lwd = 0.8, linetype= 5, se = FALSE, fullrange = TRUE, color = alpha("gray25", 0.5)) +
  theme_light()+
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, family = "LM Roman 10", color = "black", size=12),
        plot.subtitle = element_text(hjust = -0.05,vjust = -1, family = "LM Roman 10", color = "hotpink1"),
        axis.ticks = element_blank(),
        axis.title.y = element_text(hjust = 0.5, family = "LM Roman 10", color = "gray25"),
        axis.title.x = element_text(hjust = 0.5, family = "LM Roman 10", color = "gray25"),
        axis.text.x = element_text(angle = 0, size = 5, face = "italic",color = "lightsteelblue4"),
        axis.text.y = element_text(size = 6, face = "italic",color = "lightsteelblue4"))+
  theme(legend.position = "none",
        legend.text = element_text(size = 5, face = "italic",color = "lightsteelblue4"),
        legend.title = element_text(size=8, hjust = 0.3, family = "LM Roman 10", color = "gray25"))

```



```

plot_vekst_n<-ggplot(Analyse, aes(snitt_vekst_BNP_pr_innb, årlig_vekstrate_n_snitt, color=region))+
  geom_point(aes(size=Total_pop), alpha=0.6)+
  scale_color_manual(values = c("aquamarine2","mediumpurple4",
                                "darkorchid","darkturquoise",
                                "darkcyan","dodgerblue3","deeppink4")) +
  labs(title = "Vekst i BNP per Innbygger",
        subtitle = "",
        y="Arbeidskraft",
        x="Vekst BNP per innbygger",
        color="")+
  scale_size_area(guide = "none", max_size = 14) +
  geom_smooth(method=lm, lwd = 0.8, linetype= 5, se = FALSE, fullrange = TRUE, color = alpha("gray25", 0.5)) +
  theme_light()+
  theme(plot.title = element_text(hjust = 0.5, family = "LM Roman 10", color = "black", size=12),
        plot.subtitle = element_text(hjust = 0.5, family = "LM Roman 10", color = "hotpink4", size=10),
        axis.ticks = element_blank(),
        axis.title.y = element_text(hjust = 0.5, family = "LM Roman 10", color = "gray25"),
        axis.title.x = element_text(hjust = 0.5, family = "LM Roman 10", color = "gray25"),
        axis.text.x = element_text(angle = 0, size = 5, face = "italic",color = "lightsteelblue4"),
        axis.text.y = element_text(size = 6, face = "italic",color = "lightsteelblue4"))+
  theme(legend.text = element_text(size = 5, face = "italic",color = "lightsteelblue4"),
        legend.title = element_text(size=8,hjust = 0.5, family = "LM Roman 10", color = "gray25"),
        legend.position = "bottom")

title_plot7 <- textGrob("Nivå og Vekst i BNP per innbygger VS Gj.snittlig vekst i Arbeidskraft",
                        gp=gpar(fontsize=12, fontface="italic", fontfamily="LM Roman 10", color ="black"))

plot7<-ggarrange(plot_n, plot_vekst_n, ncol = 2, common.legend = TRUE, legend = "bottom")

annotate_figure(plot7, top = text_grob("Nivå og Vekst i BNP per Innbygger VS Gj.snittlig vekst i Arbeidskraft",
                                       color = "black", face = "italic", size = 14, family = "LM Roman 10"))

```