

Tarea N°2 Física Computacional I - 1S 2023

Prof. Guillermo Fonseca Kuvacic

Mayo 2023

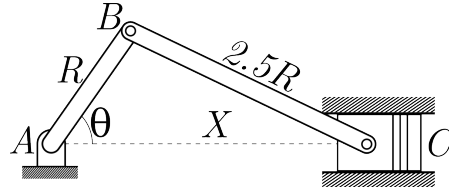
Instrucciones generales:

- Todas las entregas deben realizarse a través de algún repositorio de **Git** (puede utilizar Github o de otro servicio de su preferencia). La entrega puede realizarse mediante un repositorio general para el ramo, o un repositorio específico para esta tarea.
- La entrega de la tarea debe contener un archivo **README** con instrucciones de como ejecutar sus archivos, incluyendo instrucciones de *Make*, scripts (bash o awk) o archivos a compilar en C.
- En el caso de programar en C, se sugiere realizar programas modulares que consiste en repartir de forma ordenada las rutinas en múltiples archivos, junto con un “*header*” en el que se declaren estructuras de datos, funciones y librerías. Todo esto para tener un orden en el código. Ejemplo: Se tiene un programa que realiza una simulación:
 - Archivo1: Contiene la función `main`, que orquesta la ejecución del programa.
 - Archivo2: Contiene funciones para iniciar, asignar y eliminar la estructura de datos con la que se realiza la simulación.
 - Archivo3: Contiene funciones para ejecutar la simulación a partir de la estructura.
 - Archivo4: Contiene funciones para escribir los resultados de la simulación.
 - Archivo5: Contiene utilidades que sirven para todas las funciones de los archivos anteriores.
 - *Header*: Contiene las declaraciones de las estructuras y funciones que se utilizarán en otro archivo diferente al cual se definen. Ejemplo, la función `RK4()` se define en el archivo `rk4.c` pero se requiere utilizar en el archivo `main.c`, en este caso es necesario declarar la función en el archivo `header.h`.

Problema 1 (20 puntos)

Realice lo siguiente:

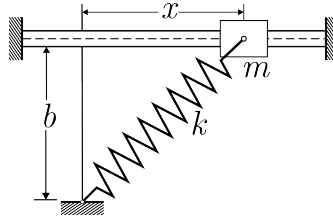
1. Implemente el operador derivada de primer orden de la ecuación 2.31 *B. Stickler*.
2. Implemente uno de los siguientes métodos de integración: Regla del Trapecio, Regla de Simpson o Cuadratura de Gauss-Legendre. (Sección 3, *B. Stickler*)
3. Resuelva lo siguiente utilizando los métodos anteriores:



- (a) La manivela AB de longitud $R = 0.09m$ esta rotando a velocidad angular constante 523.6 rad/s . La posición del pistón en función del ángulo es:

$$x(\theta) = R \left(\cos(\theta) + \sqrt{2.5^2 - \sin^2(\theta)} \right)$$

- i. Numéricamente la curva $v(\theta)$ v/s θ para ángulos entre 0 y 360° .
 - ii. Determine numéricamente los valores de θ para los cuales la aceleración es máxima.
- (b) La figura muestra una masa m conectada a un resorte de longitud natural b y rigidez k . El coeficiente de fricción entre la masa y el



tubo horizontal es μ . Para esta situación, la aceleración de la masa m es la siguiente:

$$\ddot{x} = f(x)$$

Donde

$$f(x) = \mu g + \frac{x}{m}(\mu b + x) \left(1 - \frac{b}{\sqrt{b^2 + x^2}} \right)$$

Considere $m = 0.8kg$, $b = 0.4m$, $\mu = 0.3$ y $k = 80N/m$. Las condiciones iniciales son: $x_0 = b$, $v_0 = 0m/s$. Determine numéricamente la rapidez del objeto en $x = 0$.

Problema 2 (20 puntos)

La ecuación diferencial que describe el movimiento de una masa adjunta a un resorte y un amortiguador es:

$$\ddot{x}(t) + \frac{c}{m}\dot{x}(t) + \frac{k}{m}x(t) = 0$$

Donde:

- $m = 2 \text{ kg}$
- $c = 460 \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}$
- $k = 450 \text{ N}/\text{m}$

Las condiciones iniciales son:

- $y(0) = 0.01 \text{ m}$
- $\dot{x}(0) = 0 \text{ m/s}$

1. Resuelva este problema desde $t = 0$ hasta $t = 0.5\text{s}$ con los siguientes métodos de resolución de PVI.
 - Método de Euler.
 - Método de RK4.
 - Método de RK45.

Para el método que lo requiera, escoja dos valores de h (el paso de integración).

2. Grafique $y(t)$ v/s t para los tres métodos y los diferentes valores de h (5 gráficos en total).
3. Grafique $\dot{y}(t)$ v/s t para los tres métodos y los diferentes valores de h (5 gráficos en total).
4. Grafique $Error(t)$ v/s t para los tres métodos y los diferentes valores de h (5 gráficos en total).
5. Realice observaciones y un análisis de los resultados.

(*Jaan Kiusalaas, Numerical Methods in Engineering with Python 3*)

Problema 3 (20 puntos)

Uno de los extremos de una lámina rectangular de enfriamiento con longitud $H = 0.1$ [m] se conecta con una fuente de calor, la cual se encuentra a 500° C. La lámina transfiere calor tanto por radiación como por convección hacia el ambiente, el cual tiene una temperatura de 20° C. Si tanto la lámina como el ambiente son cuerpos negros, la temperatura de la lámina satisface la ecuación no lineal de difusión:

$$-AkT''(x) + Ph_c(T(x) - T_\infty) + P\sigma(T^4(x) - T_\infty^4) = 0$$

Donde:

- k es la conductividad térmica, 120 W/K .
- A es el área de sección transversal, 2×10^{-4} m^2
- P es el perímetro de la lámina, 0.106 m .
- h_c es el coeficiente de convección, 15 W/m^2K
- T_∞ es la temperatura ambiente, $298K$.

Las condiciones de frontera son:

$$T(0) = 500^\circ C$$

$$T'(H) = 0^\circ C$$

Determinar el perfil de temperatura de la lamina ($T(x)$ v/s x).