

Práctica: Máximo elemento

Profesora: María de Luz Gasca Soto
 Ayudante laboratorio: Muñiz Patiño, Andrea Fernanda
 Fecha de entrega: 1 de Agosto del 2021

Dada una secuencia de tamaño 2^k , se realizan k rondas para encontrar el elemento más grande en un arreglo sin elementos repetidos.

Supongamos que tenemos una secuencia de tamaño 2^4 , es decir, $k = 4$, entonces se ejecutarán cuatro rondas. Para determinar el número de procesadores es necesario conocer el número de elementos a ordenar, ya que el número máximo de procesadores a utilizar se calcula con la siguiente fórmula:

$$\frac{N}{2}$$

Dónde N es el tamaño de la secuencia.

Para poder hacer comparaciones se debe determinar que posiciones se compararán y para ello primero se calcula el número de iteraciones i , que se calcula para cada ronda de la siguiente manera:

$$i = \frac{N}{2^R}$$

Dónde R es el número de ronda. Teniendo ya el valor de i podemos determinar que posiciones se compararán. La posición $2^R * i - 2^{R-1}$ se comparará con la posición $2^R * i$, si el elemento de la posición $2^R * i - 2^{R-1}$ es mayor al de la posición $2^R * i$ se realiza el intercambio para que siempre el número mayor este en la posición $2^R * i$ después de cada comparación.

Nota

Las fórmulas sirven para las posiciones iniciando desde uno, tendrás que hacer un ajuste en el arreglo al momento de programarlo, o en las fórmulas. Además no olvides que i se calcula cada que inicia una ronda.

Ejemplo

En el Cuadro 1 se muestra la secuencia $\{8, 5, 1, 7, 2, 4, 6, 3\}$ dentro de un arreglo dónde los índices inician en el número uno.

8	5	1	7	2	4	6	3
1	2	3	4	5	6	7	8

Cuadro 1: Arreglo A en su estado inicial de la secuencia

El tamaño de la secuencia es ocho, entonces $N = 8$ y $k = 3$. Con ello sabemos que se implementarán tres rondas.

Ronda 1

Para la primera ronda tenemos los siguientes valores:

$$i = \frac{N}{2^R} = \frac{8}{2^1} = 4$$

Teniendo en cuenta esto, en la ronda uno tendremos **cuatro** iteraciones.

Sea $i = 1$, $R = 1$ además sabiendo que las posiciones a comparar son $A[2^R * i - 2^{R-1}]$ y $A[2^R * i]$ se calcula entonces el índice:

Obteniendo la primera posición $A[2^R * i - 2^{R-1}]$:

$$2^R * i - 2^{R-1} = 2^1 * 1 - 2^{1-1} = 2 * 1 - 2^0 = 2 - 1 = 1$$

Obteniendo la segunda posición $A[2^R * i]$:

$$2^R * i = 2^1 * 1 = 2$$

Entonces se comparan las posiciones $A[1] > A[2]$.

8	5	1	7	2	4	6	3
1	2	3	4	5	6	7	8

Al ser ocho mayor que cinco se realiza el intercambio.

5	8	1	7	2	4	6	3
1	2	3	4	5	6	7	8

Sea $i = 2$, $R = 1$ se calcula entonces el índice:

Obteniendo la primera posición $A[2^R * i - 2^{R-1}]$:

$$2^R * i - 2^{R-1} = 2^1 * 2 - 2^{1-1} = 2 * 2 - 2^0 = 3$$

Obteniendo la segunda posición $A[2^R * i]$:

$$2^R * i = 2^1 * 2 = 2 * 2 = 4$$

Entonces se comparan las posiciones $A[3] > A[4]$.

5	8	1	7	2	4	6	3
1	2	3	4	5	6	7	8

No se realiza ningún intercambio.

Sea $i = 3$, $R = 1$ se calcula entonces el índice:

Obteniendo la primera posición $A[2^R * i - 2^{R-1}]$:

$$2^R * i - 2^{R-1} = 2^1 * 3 - 2^{1-1} = 2 * 3 - 2^0 = 6 - 1 = 5$$

Obteniendo la segunda posición $A[2^R * i]$:

$$2^R * i = 2^1 * 3 = 6$$

Entonces se comparan las posiciones $A[5] > A[6]$.

5	8	1	7	2	4	6	3
1	2	3	4	5	6	7	8

No se realiza ningún intercambio.

Sea $i = 4$, $R = 1$ se calcula entonces el índice:

Obteniendo la primera posición $A[2^R * i - 2^{R-1}]$:

$$2^R * i - 2^{R-1} = 2^1 * 4 - 2^{1-1} = 8 - 1 = 7$$

Obteniendo la segunda posición $A[2^R * i]$:

$$2^R * i = 2^1 * 4 = 2 * 4 = 8$$

Entonces se comparan las posiciones $A[7] > A[8]$.

5	8	1	7	2	4	6	3
1	2	3	4	5	6	7	8

Al ser mayor el número de la posición $A[7]$ que el de la posición $A[8]$, se realiza un intercambio.

5	8	1	7	2	4	3	6
1	2	3	4	5	6	7	8

Cuadro 2: Arreglo al terminar la primera ronda

Fin de la Ronda 1.

Ronda 2

Terminadas las iteraciones de la ronda uno, podemos hacer el calculo del valor de i para la ronda dos, entonces:

$$i = \frac{8}{2^R}$$

Entonces:

$$i = \square$$

Tendremos entonces iteraciones.

Sea $i = 1$ y $R = 2$ entonces:

Obteniendo la primera posición $A[2^R * i - 2^{R-1}]$:

$$2^R * i - 2^{R-1} = 2^2 * 1 - 2^{2-1} = 4 * 1 - 2 = 2$$

Obteniendo la segunda posición $A[2^R * i]$:

$$2^R * i = 2^2 * 1 = 4 * 1 = 4$$

Entonces se comparan las posiciones $A[\square] > A[\square]$.

5	8	1	7	2	4	3	6
1	2	3	4	5	6	7	8

Se hace un intercambio:

5	7	1	8	2	4	3	6
1	2	3	4	5	6	7	8

Sea $i = 2$ y $R = 2$ entonces:

Obteniendo la primera posición $A[2^R * i - 2^{R-1}]$:

$$2^R * i - 2^{R-1} = 2^2 * 2 - 2^{2-1} = 4 * \square - 2 = \square$$

Obteniendo la segunda posición $A[2^R * i]$:

$$2^R * \square = 2^2 * \square = 4 * \square = \square$$

Entonces se comparan las posiciones $A[\square] > A[\square]$.

5	7	1	8	2	4	3	6
1	2	3	4	5	6	7	8

Ronda 3

Terminadas las iteraciones de la ronda dos, podemos hacer el calculo del valor de i para la ronda tres, entonces:

$$i = \frac{8}{2^{\square}}$$

Entonces:

$$i = \square$$

Tendremos entonces iteración.

Sea $i = \square$ y $R = \square$ entonces:

Obteniendo la primera posición $A[2^R * i - 2^{R-1}]$:

$$2^R * i - 2^{R-1} = 2^{\square} * \square - 2^{\square} = \square * \square - \square = \square$$

Obteniendo la segunda posición $A[2^R * i]$:

$$2^R * i = 2^{\square} * \square = \square * \square = \square$$

Entonces se comparan las posiciones $A[\square] > A[\square]$.

¿Qué posiciones hacen intercambio?

5	7	1	8	2	4	3	6
1	2	3	4	5	6	7	8

5	7	1	6	2	4	3	8
1	2	3	4	5	6	7	8

Cuadro 3: Arreglo al terminar todas las rondas

El máximo valor de la secuencia quedará en la última posición del arreglo.

Este algoritmo por supuesto que tiene versión secuencial y puede verse como un torneo, lo que cambia para el modelo EREW (Exclusive Read Exclusive Write), es que cada comparación se realiza con un procesador diferente, en las Figuras 1, 2 y 3 cada color representa un procesador realizando una comparación.

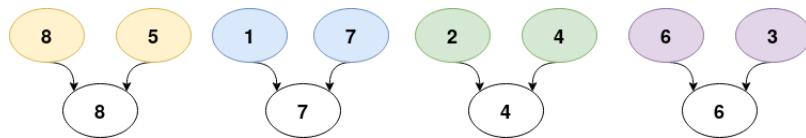


Figura 1: Primera ronda

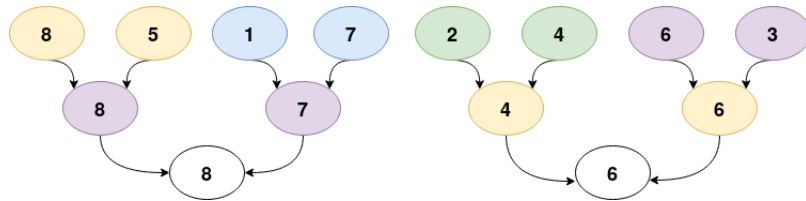


Figura 2: Segunda ronda

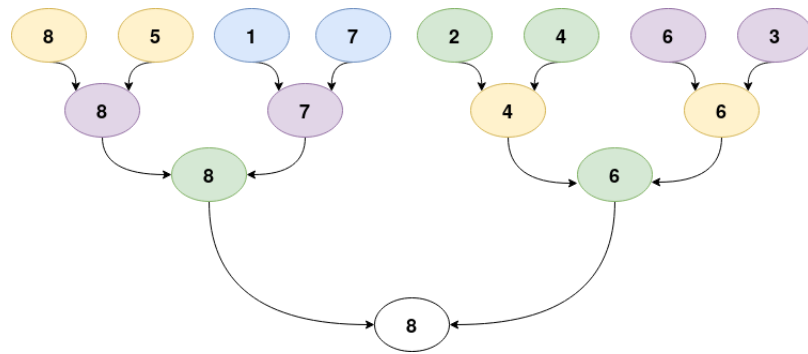


Figura 3: Tercera ronda

Actividad para el alumno

- Deberás llenar el arreglo de manera aleatoria, sin repetir números.
- La practica deberá recibir como argumento un entero positivo k el cual definirá el tamaño del arreglo, es decir, el tamaño del arreglo será 2^k .
- El programa deberá imprimir el arreglo resultante, el arreglo con los **swaps** realizados y el elemento máximo del arreglo.
- Para la entrega de está práctica deberás crear una carpeta con tu nombre y apellido, en ella pondrás un archivo *readme*, donde están las especificaciones sobre el programa es decir como compilar y ejecutar, no olvides indicar banderas, una sub-carpeta llamada *src* en la cual estarán los códigos fuente. La estructura se muestra a continuación.

