

Diseño y análisis de algoritmos 2023-1

Tarea 7

Fecha de entrega: 4 de diciembre de 2022.

1. 5pt. Considera el siguiente problema. Entrada: una secuencia S de n enteros positivos e_1, e_2, \dots, e_n , y un entero v . Salida: Un subconjunto de elementos de S cuya suma sea exactamente v , si es que existe; si semejante subconjunto no existe, devolver *false*. Tu objetivo es resolver el problema en tiempo $O(n * v)$.

Tip: considera subproblemas del tipo: ¿existe un subconjunto de $\{e_1, e_2, \dots, e_i\}$ cuya suma es exactamente j ?

- a) 2pt. Propón la ecuación de Bellman del problema de valor (no de estructura), demostrando que es correcta por inducción.
 - b) 1pt. Propón la versión recursiva con memorización del algoritmo que resulta de aplicar la ecuación de Bellman. Analiza su corrección y complejidad.
 - c) 1pt. Propón la versión iterativa de programación dinámica del algoritmo anterior. Analiza su corrección y complejidad.
 - d) 1pt. Propón el algoritmo que, a partir de la(s) tabla(s) generadas por el algoritmo anterior, calcule un subconjunto de valor solicitado, en caso de existir.
2. 5pt. Una subsecuencia es *palindrómica* si es la misma si se lee de izquierda a derecha, o de derecha a izquierda. Por ejemplo, la secuencia

A, B, C, A, C, B

tiene varias subsecuencias palindrómicas (trivialmente las de longitud 1), y las más largas tienen longitud 3 (por ej. A, C, A), también tiene subsecuencias que no son palindrómicas, por ejemplo A, B, C . Diseña un algoritmo que tome como entrada una secuencia $A = a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$ y devuelva una subsecuencia palindrómica de A de mayor longitud posible.

Tip: Revisa en la bibliografía la técnica de *programación dinámica por intervalos* (como en el problema de *multiplicación de cadenas de matrices*). Con esta técnica podrás solucionar el problema.

- a) 2pt. Propón la ecuación de Bellman del problema de valor (no de estructura), demostrando que es correcta por inducción.

- b)* 1pt. Propón la versión recursiva con memorización del algoritmo que resulta de aplicar la ecuación de Bellman. Analiza su corrección y complejidad.
- c)* 1pt. Propón la versión iterativa de programación dinámica del algoritmo anterior. Analiza su corrección y complejidad.
- d)* 1pt. Propón el algoritmo que, a partir de la(s) tabla(s) generadas por el algoritmo anterior, calcula una subsecuencia palindrómica de longitud máxima (los algoritmos anteriores calculan sólo su longitud).