

Lógica Computacional 2023-1  
Posgrado en Ciencia e Ingeniería UNAM  
Tarea Examen Parcial 3

Favio E. Miranda Perea

Diego Carrillo Verduzco

6 de diciembre de 2022  
Fecha de entrega: viernes 9 de diciembre

1. **(1pt)** Considere la siguiente fórmula  $A$ :

$$A =_{def} \forall z(Szx \rightarrow \exists zTyz) \rightarrow \exists v(\exists xRyxv \wedge Txv) \wedge Rzwv$$

- a) Determine el alcance de cada cuantificador de  $A$ .  
b) Obtenga el conjunto  $FV(A)$ , de variables libres de  $A$   
c) Obtenga el conjunto  $BV(A)$ , de variables ligadas de  $A$
2. **(2pts.)** Realiza las siguientes sustituciones indicando los pasos más importantes, en particular aquellos donde se usa la  $\alpha$ -equivalencia:

- a)  $\exists x(Lx \wedge Tx) \wedge \neg \exists x(Lx \rightarrow Ty \wedge Rz)[x, z := fa, b]$   
b)  $(\exists x(\forall y(Rxy \rightarrow Qz) \wedge Sxy))[x, y, z := ghay, gb, fy]$

3. **(3pts.)** Verifique la corrección de los siguientes argumentos mediante resolución binaria:

a)

$$\forall x(Px \rightarrow \forall y(Gxy \rightarrow Lxy)), \forall x(Px \rightarrow \forall x(Gxy \leftrightarrow \exists zRxy)) / \therefore \forall x(Px \rightarrow \forall y(Rxy \rightarrow Lxy))$$

b)

$$\exists zQz \rightarrow \exists w\forall z(Lzz \rightarrow \neg Hz), \exists xBx \rightarrow \forall y(Ay \rightarrow Hy) / \therefore \forall u(\exists w(Qw \wedge Bw) \rightarrow \forall y(Lyy \rightarrow \neg Ay))$$

Debe mostrar a detalle cada forma normal en el proceso de transformación a cláusulas e indicar en cada paso de resolución el unificador correspondiente.

4. **(3pts.)** Verifique la validez de los siguientes argumentos mediante el cálculo de secuentes.

- a) En lógica minimal:  $\neg\neg(A \wedge B) \vdash \neg\neg A \wedge \neg\neg B$   
b) En lógica intuicionista:  $\forall x(Px \vee Qfx), \forall x(Tfx \rightarrow \neg Px), \exists xTfx \vdash \exists xQfx$   
c) En lógica clásica:  $\vdash (A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$ . *Sugerencia:* Use análisis de casos sobre el tercero excluido  $A \vee \neg A$

5. (1pt.) Verifique la invalidez del siguiente argumento construyendo un modelo contraejemplo:

$$a) \exists xAx, \forall x(Ax \rightarrow \neg Cx), \exists yBy / \therefore \exists zCz \rightarrow \exists z(Bz \wedge \neg Cz)$$

6. Extra (2pts): Considere la siguiente especificación de una función **termF**:

Si  $A$  es una fórmula de la lógica de predicados, **termF**( $A$ ) devuelve el conjunto de todos los términos que figuran como argumentos de algún predicado en  $A$

por ejemplo:

$$\text{termF}(\forall x(Pax \rightarrow \exists yQfgxy)) = \{a, x, fgy, y\}$$

$$\text{termF}(\forall zRgyafzw) = \{gy, a, fzw\}$$

a) Defina recursivamente a la función **termF**

b) Para cada una de las siguientes condiciones dé un ejemplo de una fórmula  $A$  que la cumpla o explique por qué no puede existir tal fórmula.

i)  $\text{termF}(A) = \{x\}$

ii)  $\text{termF}(A) = \emptyset$  y  $FV(A) \neq \emptyset$

iii)  $\text{termF}(A) = \{c\}$  y  $A$  es una implicación

iv)  $\text{termF}(A) = \{x, f(x), f(f(x)), f(f(f(x))), \dots\}$

7. Rescate del parcial 1 (2 pts). Decida si el siguiente conjunto de fórmulas tiene al menos un modelo utilizando la versión de DPLL con búsqueda de modelos hacia atrás. En caso de que exista, debe verificar el modelo obtenido.

$$\mathcal{S} = \{p \vee q \vee s, p \vee \neg q \vee s, p \vee q \vee \neg s, \neg p \vee t, \neg t \vee r, \neg r \vee w, \neg w \vee \neg t\}$$

8. Rescate del parcial 1 (2 pts). Demuestre lo siguiente usando exclusivamente la semántica.

$$A \rightarrow B \vee C \models (A \rightarrow B) \vee C$$

¿Se cumple que  $A \rightarrow B \vee C \equiv (A \rightarrow B) \vee C$ ?

9. Rescate parcial 2 (2pts): Considere el siguiente conjunto de ecuaciones  $\Gamma$ :

$$R1 : r\ e = e$$

$$R2 : r\ (s\ w\ z) = p\ (s\ e\ z)\ (r\ w)$$

$$R3 : r\ (p\ x\ y) = p\ (r\ y)\ (r\ x)$$

$$P1 : p\ v\ e = v$$

$$P2 : p\ v\ (s\ y\ z) = s\ (p\ v\ y)\ z$$

Demuestre que  $\Gamma \vdash r\ (s\ e\ z) = s\ e\ z$  y que  $\Gamma \vdash r\ (p\ e\ x) = r\ x$  Es obligatorio justificar cada paso con la regla utilizada.

10. Rescate parcial 2 (2pts): Decide si los siguientes conjuntos son unificables mediante el algoritmo de Martelli-Montanari, haciendo explícito el proceso de composición de sustituciones para calcular el **umg** final.

a)  $W = \{haxfgy, hzfzfw\}$  con  $h^{(3)}, f^{(1)}, g^{(1)}$ .

b)  $W = \{hgfa yzw, hgxyfzz, hgyfabfz\}$  con  $h^{(1)}, g^{(3)}, f^{(1)}$