Tarea 4

Análisis de algoritmos 2023-1

Fecha de entrega: 27 de octubre de 2022

Redacta lo que se pide de la forma más clara, concisa, y formal que puedas. Se recomienda, aunque no es obligatorio, que utilices LaTeXpara ello.

Considera cada uno de los siguientes problemas.

1.

Problema: `Número`	
Entrada:	Una secuencia D de n dígitos decimales.
Salida:	Un reordenamiento de esos dígitos, de tal forma que su concatenación forma un número en decimal de máximo valor posible.
Instancia ejemplo:	$D = [3, 6, 1, 7, 1, 8, 2, 9]$.

2.

Problema: `Estaciones`	
Entrada:	Un conjunto A de n puntos en la recta real, y un real d.
Salida:	Un arreglo B de puntos en la recta real, de cardinalidad mínima posible; con la propiedad de que para todo punto $p \in A$, existe un punto $q \in B$, t.q. $\lvert p-q \rvert \leq d$. Puedes pensar que los puntos de entrada corresponden a casas sobre un segmento recto de carretera, y que lo que se pide es determinar el mínimo número, y las ubicaciones, de estaciones de servicio (p. ej. bomberos).
Complejidad objetivo:	$\Theta(n \log n)$.
Instancia ejemplo:	$A = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9], d = 3$.

3.

Problema: `Conjunto dominante mínimo`	
Entrada:	Un conjunto A de n intervalos de la forma $[b_i, e_i]$
Salida:	Un conjunto $B \subseteq A$ de cardinalidad mínima, tal que para todo $x \in A$, exista un $y \in B$ con la propiedad de que $x \cap y \neq \emptyset$.
Complejidad Objetivo:	$\Theta(n \log n)$.
Instancia ejemplo:	$A = [[1, 3], [2, 5], [6, 8], [9, 11], [10, 12]]$.

4.

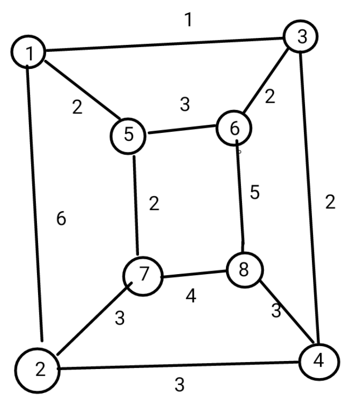
Problema: `Árbol generador de peso máximo`

Entrada: Una gráfica de n vértices y m aristas conexa $G = (V, E)$ con pesos no negativos en las aristas.

Salida: Un conjunto $B \subseteq E$ de aristas de cardinalidad mínima posible, que induzcan en G una gráfica conexa, y que tengan mayor peso posible. El peso de un conjunto de aristas es la suma de los pesos de sus elementos.

Complejidad Objetivo: $\Theta(m \log n)$.

Instancia ejemplo:



Problema: `Árbol generador de cuello de botella a lo más` b

Entrada: Una gráfica de n vértices y m aristas conexa $G = (V, E)$ con pesos no negativos en las aristas, y cuello de botella b.

Salida: 1 si existe un conjunto $B \subseteq E$ de aristas que induzcan en G una gráfica conexa, tal que el peso de toda arista de B es a lo más b; 0 de otra forma. Puedes usar una rutina abstracta *es_conexa(H)* que te permita detectar si una gráfica H es conexa, en tiempo $O(|V(H)| + |E(H)|)$, sin tener que argumentar su corrección o complejidad (se puede implementar fácilmente con un recorrido de exploración de gráficas, como DFS o BFS).

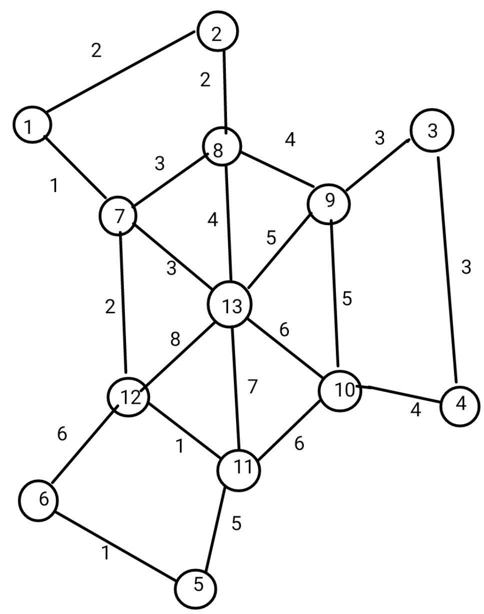
Tip: Primero demuestra el siguiente lema: El árbol de cuello de botella a lo más b existe si y sólo si, al eliminar de G todas las aristas de peso mayor que b, la gráfica resultante es conexa.

Complejidad Objetivo: $\Theta(n + m)$.

Instancia ejemplo: .

b : 4

5. **Gráfica:**



Para cada uno de ellos:

a) Propón un algoritmo que resuelva este problema. Tu solución debe correr en la complejidad temporal solicitada.

b) Rastrea la ejecución de tu algoritmo en la instancia de ejemplo.

c) Demuestra que tu algoritmo es correcto.

d) Demuestra que la complejidad de tu algoritmo es la solicitada.