

Tarea 5

Análisis de algoritmos 2023-1

Fecha de entrega: 8 de noviembre de 2022

Redacta lo que se pide de la forma más clara, concisa, y formal que puedas. Se recomienda, aunque no es obligatorio, que utilices \LaTeX para ello.

Considera cada uno de los siguientes problemas.

1.

Problema: Cargar gasolina

Entrada: Una lista de ubicaciones ordenadas de n gasolineras $G = [g_0, g_1, \dots, g_{n-1}]$, una autonomía a , y un valor f .

Salida: Un subconjunto de gasolineras G' de menor cardinalidad posible, en las que un auto hipotético que comienza con tanque lleno, viaja sobre una recta desde el punto $x = 0$ hasta el punto $x = f$, cargando gasolina en cada gasolinera de G' , sin quedarse nunca sin gasolina (formalmente, nunca avanza más de a unidades sin cargar gasolina).

Instancia ejemplo: $G = [3, 4, 4.5, 7, 8, 11]$, $a = 5$, $f = 12$. Salida posible (no única): $G' = [4.5, 11]$.

Complejidad objetivo: $O(n)$.

2.

Problema: Número mínimo de salones

Entrada: Un conjunto A de n intervalos de la forma $[b_i, e_i]$, que representa cada uno el horario de una clase. Puedes suponer que todos los $2n$ valores son distintos.

Salida: El entero k más pequeño posible de salones que se requieren para poder dar las n clases, con la propiedad de que dos clases pueden asignarse al mismo salón si y sólo si sus horarios no se intersecan.

Instancia ejemplo: $A = [[1, 3], [2, 5], [6, 8], [9, 11], [10, 12]]$. En este caso la salida debe ser 2.

Complejidad Objetivo: $O(n \log n)$.

3.

Problema: Vector bailarín

Entrada: Un vector "fijo" F de n entradas positivas, y otro vector "bailarín" B de n entradas positivas.

Salida: Un reordenamiento B' de B , tal que el producto punto de F y B' es máximo posible.

Instancia ejemplo: $F = [1.3, 1, 4, 2.5]$, $B = [9, 5, 3, 8]$. En este caso la salida debe ser $[5, 3, 9, 8]$.

Complejidad Objetivo: $O(n \log n)$.

Para cada uno de ellos:

- a) Propón un algoritmo que resuelva este problema. Tu solución debe correr en la complejidad temporal solicitada.
- b) Rastrea la ejecución de tu algoritmo en la instancia de ejemplo.
- c) Demuestra que tu algoritmo es correcto.
- d) Demuestra que la complejidad de tu algoritmo es la solicitada.