

# Lógica Computacional 2023-1

## Reglas del cálculo de secuentes

Favio Ezequiel Miranda Perea

28 de noviembre de 2022  
Facultad de Ciencias UNAM

- Regla de hipótesis:

$$\frac{}{\Gamma, A \vdash A} (Hip)$$

- Implicación:

$$\frac{\Gamma, A \vdash B}{\Gamma \vdash A \rightarrow B} (\rightarrow R) \qquad \frac{\Gamma, A \rightarrow B \vdash A}{\Gamma, A \rightarrow B \vdash B} (\rightarrow L)$$

- Conjunción:

$$\frac{\Gamma \vdash A \quad \Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash A \wedge B} (\wedge R) \qquad \frac{\Gamma, A, B \vdash C}{\Gamma, A \wedge B \vdash C} (\wedge L)$$

- Disyunción

$$\frac{\Gamma \vdash A}{\Gamma \vdash A \vee B} (\vee R) \quad \frac{\Gamma \vdash B}{\Gamma \vdash A \vee B} (\vee R) \quad \frac{\Gamma, A \vdash C \quad \Gamma, B \vdash C}{\Gamma, A \vee B \vdash C} (\vee L)$$

- Cuantificador Universal:

$$\frac{\Gamma \vdash A \quad x \notin FV(\Gamma)}{\Gamma \vdash \forall x A} (\forall R) \qquad \frac{\Gamma, \forall x A, A[x := t] \vdash C}{\Gamma, \forall x A \vdash C} (\forall L)$$

- Cuantificador Existencial:

$$\frac{\Gamma \vdash A[x := t]}{\Gamma \vdash \exists x A} (\exists R) \qquad \frac{\Gamma, A \vdash C \quad x \notin FV(\Gamma, C)}{\Gamma, \exists x A \vdash C} (\exists L)$$

## 1. Lógica minimal

Las reglas anteriores más la definición de negación constructiva

$$\neg A =_{def} A \rightarrow \perp$$

derivandose las siguientes reglas:

$$\frac{\Gamma, A \vdash \perp}{\Gamma \vdash \neg A} (\neg R) \qquad \frac{}{\Gamma, A, \neg A \vdash \perp} (\neg L)$$

## 2. Lógica intuicionista

Las reglas de la lógica minimal más:

- Falsedad, tambien conocida como *ex-falso-quodlibet*:

$$\frac{}{\Gamma, \perp \vdash C} (\perp L)$$

- Explosión:

$$\frac{}{\Gamma, A, \neg A \vdash C} (\neg L)$$

## 3. Lógica Clásica

La negación es un símbolo primitivo (la definición de negación constructiva es válida pero poco útil)

- Tercero Excluido:

$$\frac{}{\Gamma \vdash A \vee \neg A} (TE)$$

- Reducción al absurdo:

$$\frac{\Gamma, \neg A \vdash \perp}{\Gamma \vdash A} (RAA)$$

- Eliminación de la doble negación

$$\frac{\Gamma \vdash \neg \neg A}{\Gamma \vdash A} (\neg \neg E)$$

## 4. Regla de Corte

$$\frac{\Gamma \vdash A \quad \Gamma, A \vdash C}{\Gamma \vdash C} (Cut)$$