Tarea 3
Lógica

Emmanuel Peto Gutiérrez

30 de octubre de 2022

1. (7.7)

a) $B \vee C$: de los 4 estados posibles, solo hay uno que no es modelo (B:0 y C:0), así que tiene 3 modelos.

b) $\neg A \vee \neg B \vee \neg C \vee \neg D$: De los 16 estados, solo uno no es modelo (cuando todos tienen valor 1). Por lo tanto, esta fórmula tiene 15 modelos.

c) $(A \to B) \wedge A \wedge \neg B \wedge C \wedge D$: Para tener modelos tendría que cumplirse $A : 1$, $B : 0$ y $\mathcal{I}(A \to B) = 1$, sin embargo eso no se puede. Por lo tanto, la fórmula tiene 0 modelos.

2. (7.4)

a) <u>Correcto.</u>

b) <u>Incorrecto.</u>

c) <u>Correcto.</u>

d) <u>Incorrecto.</u> En el estado $A : 0$ y $B : 0$ el antecedente es verdadero pero el consecuente es falso.

e) <u>Correcto.</u>

f) <u>Correcto.</u>

g) <u>Correcto.</u>

h) <u>Correcto.</u>

i) <u>Incorrecto.</u> En el estado $A : 1$, $B : 0$, $D : 1$, $E : 0$ el antecedente es verdadero pero el consecuente es falso.

j) <u>Correcto.</u> La fórmula es satisfacible y el estado $A : 1$, $B : 0$ la hace verdadera.

k) <u>Correcto.</u> La fórmula es satisfacible y el estado $A : 0$, $B : 0$ la hace verdadera.

l) <u>Correcto.</u> La fórmula $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C$ tiene 2 modelos. $A \leftrightarrow B$ tiene 4 modelos, y si se multiplica por los 2 estados que puede tener la variable C se obtienen los 4 estados donde se hace verdadera la fórmula $A \leftrightarrow B$.

3. (7.18)
a) La sentencia es válida.
b)
Sea $A = (f \to p) \vee (d \to p)$ y sea $B = f \wedge d \to p$.
$\bullet (f \to p) \vee (d \to p) \equiv (\neg f \vee p) \vee (\neg d \vee p) \equiv \neg f \vee \neg d \vee p$
$\bullet f \wedge d \to p \equiv \neg(f \wedge d) \vee p \equiv \neg f \vee \neg d \vee p$
Se observa que la FNC de A es equivalente a la FNC de B, por lo que el argumento $A \to B$ es válido.
c)
El argumento $A \to B$ es válido si y sólo si $A \wedge \neg B$ es insatisfacible. Se hará resolución binaria con $A = \neg f \vee \neg d \vee p$ y $\neg B = f \wedge b \wedge \neg p$.

1) $\neg f \vee \neg d \vee p$

2) f

3) d

4) $\neg p$

5) $\neg d \vee p$, Res(1, 2)

6) p, Res(3, 5)

7) $\square$, Res(4, 6)

Como se obtiene cláusula vacía, la fórmula $A \wedge \neg B$ es insatisfacible y por lo tanto el argumento $A \to B$ es válido.
4. (8.19)

a) $\exists x(Parent(Joan, x) \wedge Female(x))$

b) $\exists^1 x(Parent(Joan, x) \wedge Female(x))$

c) $\exists^1 x(Parent(Joan, x) \wedge Female(x)) \wedge \neg\exists y(Parent(Joan, y) \wedge \neg Female(y))$

d) $\forall x \forall y(Parent(Joan, x) \wedge Parent(Kevin, y) \to x = y)$

e) $\exists x(Parent(Kevin, x) \wedge Parent(Joan, x)) \wedge \forall y \forall z(Parent(y, z) \wedge Kevin \neq y \to \neg Parent(Joan, z))$

5. (8.10)

a) $Occupation(Emily, Surgeon) \vee Occupation(Emily, Lawyer)$

b) $Occupation(Joe, Actor) \land \exists x(Occupation(Joe, x) \land x \neq Actor)$

c) $\forall x(Occupation(x, Surgeon) \rightarrow Occupation(x, Doctor))$

d) $\neg\exists x(Occupation(x, Lawyer) \land Customer(Joe, x))$

e) $\exists x(Boss(x, Emily) \land Occupation(x, Lawyer))$

f) $\exists x(Occupation(x, Lawyer) \rightarrow \forall y(Customer(y, x) \rightarrow Occupation(y, Doctor)))$

g) $\forall x\exists y(Occupation(x, Surgeon) \land Occupation(y, Lawyer) \rightarrow Customer(x, y))$

6. (9.6)

a) $\forall x(Horse(x) \rightarrow Mammal(x)), \forall x(Cow(x) \rightarrow Mammal(x)), \forall x(Pig(x) \rightarrow Mammal(x))$

b) $\forall x\forall y(Horse(x) \land Offspring(y, x) \rightarrow Horse(y))$

c) $Horse(Bluebeard)$

d) $Parent(Bluebeard, Charlie)$

e) $\forall x\forall y(Offspring(x, y) \rightarrow Parent(y, x)), \forall x\forall y(Parent(y, x) \rightarrow Offspring(x, y))$

f) $\forall x(Mammal(x) \rightarrow \exists y Parent(y, x))$