电网络分析

网络图论和网络方程

第二章：网络图论和网络方程

一、网络的图和图论基本术语
二、图的矩阵表示
三、基尔霍夫定律的矩阵形式和支路电压电流关系的矩阵形式
四、直接分析法
五、节点方程、割集方程和回路方程
六、改进的节点方程
七、含零泛器电路的节点方程
八、混合变量方程
九、撕裂法

第一节：网络的图和图论基本术语

一、网络的图

- 网络的图是一些点的集合和一些线段的集合构成的二元组。任何一种包含了某种二元关系的系统都可以用图的方法分析，而且它还具有形象直观的特点。

二、图论基本术语：

- 顶点（节点）：线段的端点或孤立的点称为顶点或节点，顶点用符号 v 表示;
- 边（支路）：连接两个顶点 v_i、 v_j 的一条线段称为边或支路。边用顶点的无序偶 $e=[v_i, v_j]$ 表示;
- 图（线图）：边和顶点的集合称为图或线图，其中所有边连接于顶点。若用 E 表示图中所有边的集合，V 表示图中所有顶点的集合，则这个图 G 可以表示为 G=（V，E）；

第一节：网络的图和图论基本术语

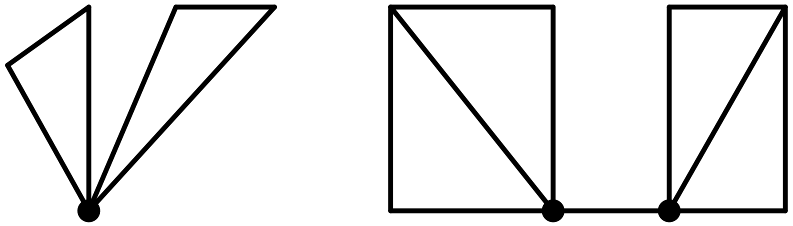
二、图论基本术语

- **有向图：** 若将图中所有的边标上一定的方向，称为**有向图**。有向边 a 用其顶点 v_i、 v_j 的有序偶 $a=(v_i, v_j)$ 表示。若用 A 表示图中所有边的集合，V 表示图中所有顶点的集合，则这个图 G_d 可以表示为 G_d =（V，A）
- **相关联和相邻接：** 如果边联接着两个顶点，则称边与这两个顶点相关联；如果两个顶点之间至少存在一条边，则两个顶点是相邻接的顶点；如果两条边至少有一个公共顶点，则称两条边为相邻接的边。
- **顶点的次数（维数）：** 与顶点相关联的边的数目。**孤立顶点**的次数为 0，次数为 2 的顶点称为**简单顶点**。
- **子图、互补子图：** 子图的每一个顶点和边都是原图的顶点和边；两个子图没有相同的边，但共同包含原图的全部边和顶点，这样的两个子图称为**互补子图**。

第一节：网络的图和图论基本术语

二、图论基本术语

- **通路：** 由 m 条边和 $m+1$ 个顶点通过 m 条边依次连通，且 $m+1$ 个顶点中除始端和终端是 1 次外，其余各顶点均为 2 次的，这样的子图称为**通路**。通路所包含的支路数 m 称为**通路的长度**。
- **回路和自环：** 通路的始端顶点和终端顶点重合，这种闭合的通路称为**回路**或**环**；一个回路所包含的支路数称为**回路的长度**，任何回路的长度等于回路所包含的节点数；长度为 1 的回路称为**自回路**，即**自环**。
- **连通图：** 任意两个顶点之间至少有一条通路的图称为**连通图**，否则就是**非连通图**。
- **完备图：** 任何一对顶点之间有且仅有一条边。
- **可断图：** 含有断点的连通图称为**可断图**或**可分图**。
  - ✓ **断点：** 如果一个连通图存在这样一个顶点，将顶点移去后（意味着把此顶点以及与之关联的全部边移去），使原连通图成为非连通图。



第一节：网络的图和图论基本术语

二、图论基本术语

- **树和树余：** 包含连通图的全部顶点而不包含任何回路的子图称为连通图的树，在树中，任意两个顶点之间仅有1条通路；在连通图中与树互补的子图称为树余。树中所含的边称为**树支**，树余中所含的边称为**连支**。
- **林和余林：** 在由 s 个分离部分组成的非连通图中，各分离部分的树的集合构成一个包含 s 个树的**林**。林的补图称为**余林**。
- **割集：** 若移去割集中所有的边，将使连通图分离为 2 个且仅有 2 个彼此分离而又各自连通的子图，若保留割集中的任一条边不被移去，该图仍然是连通的。
- **基本割集：** 单树支割集。
- **基本回路：** 单连支回路。

第一节：网络的图和图论基本术语

三、图论基本定理

- **定理2-1：在具有 N_t 个顶点，B 条边的连通图 G 中，任何一个树 T 的树支数为 $N=N_t-1$，连支数为 $B-N$。**

✓ 设想先移去图G的全部边，然后逐一接入图G的一部分边，使这些边把N_t个顶点连通且不形成回路。由于连通N_t个顶点并使其不包含任何回路，需要且仅需要$N=N_t-1$条边，根据树的定义，这N条边和全部顶点构成连通图G的一个树，因此树支数为$N=N_t-1$，连支数为$B-N$。

- **定理2-2：对于具有 N_t 个顶点，B 条边的连通图 G， G 中关于任何一个树 T 的基本割集数为 N，基本回路数为 $B-N$。**

✓ 一个基本割集是由一条树支与相应的唯一的一组连支构成。因此，基本割集数等于树支数N。一个基本回路是由一条连支与相应的一组树支构成。因此，基本回路数等于连支数$B-N$ 。

第二节：图的矩阵表示

一、关联矩阵

- **增广关联矩阵 A_a:**

  $A_a=[a_{ij}]$ 是一个$N_t \times B$的矩阵

$$a_{ij}=\begin{cases}+1 & \text{第}j\text{ 支路与第}i\text{个节点相关联，且支路方向离开节点 }i\\ -1 & \text{第}j\text{ 支路与第}i\text{个节点相关联，且支路方向指向节点 }i\\ 0 & \text{第}j\text{ 支路与第}i\text{个节点无关联}\end{cases}$$

- **定理2-3：一个节点数为 N_t 的连通图，其增广关联矩阵A_a的秩为 $N=N_t-1$。**
- ✓ **由于每条边只能与两个节点相关联，且其方向必定离开其中一个节点，指向另一个节点。因此A_a中的每一列只包含两个非零元素，其中一个是+1，另一个是-1，即其每一列元素之和为0，表明A_a的行是线性相关的。**
- ➢ **关联矩阵A：从 A_a 中去掉任一行所得到的矩阵称为关联矩阵 A。**

第二节：图的矩阵表示

一、关联矩阵

- **定理2-4：在增广关联矩阵 A_a（A）中，对应于图 G 的任一回路的列是线性相关的。**

✓ 设L为连通图G中的任何一个回路，且其支路数为m，A_a中任一m行非零元素构成的m阶子矩阵（对应回路中支路关联节点所对应的行）中，每列元素之和为零，该子矩阵的秩不会超过m-1。令A中对应的这m条支路的列构成一个m列的子矩阵，该子矩阵应该是N行m列矩阵。设回路中m条支路不关联参考节点，则A中任一m行非零元素构成的m阶子矩阵对应的列元素之和为零；设回路中m条支路关联参考节点，则任一m阶子矩阵中至少有1行元素全部为0。显然，该子矩阵的秩不会超过m-1。因此，这m列是线性相关的。反之，线性无关的m列所对应的支路必定不构成回路。

- **定理2-5：连通图 G 的关联矩阵 A 的一个 N 阶子矩阵是非奇异的必要和充分条件是：此子矩阵的列对应于图 G 的一个树上的树支。**

✓ 必要性：N阶子矩阵的N列是线性无关的，其所对应的N条边关联了图G的N+1个节点（否则有行全部元素为零）。根据定理2-4，这N条边不构成回路。由树的定义可知，该N阶子矩阵的列所对应的支路为图G的一个树支。

✓ 充分性：$\mathbf{A} = \left[\mathbf{A}_t \mid \mathbf{A}_l \right]$ 可证明A_t是非奇异的，且其行列式的值为1或-1。

第二节：图的矩阵表示

二、回路矩阵

- **增广回路矩阵 B_a：**

  $B_a=[b_{ij}]$ 是一个 L×B 的矩阵，L 为有向连通图G的回路数

$$b_{ij}=\begin{cases}+1 & \text{第}j\text{支路与第}i\text{个回路相关联，且支路方向与回路方向相同}\\-1 & \text{第}j\text{支路与第}i\text{个回路相关联，且支路方向与回路方向相反}\\0 & \text{第}j\text{支路与第}i\text{个回路无关联}\end{cases}$$

- **定理2-6：对于一个具有 N_t=N+1 个节点、B条支路的连通图 G，其增广回路矩阵的秩为 B-N。**

✓ **只有所有独立回路支路对应的列所构成的子矩阵的行是线性无关的，独立回路数为B-N 。（独立回路最少包含1条新支路）**

第二节：图的矩阵表示

二、回路矩阵

- 选择独立的回路并非易事，为了获取足够的独立回路，采用基本回路是一种有效的方法。

■ **基本回路矩阵 $\mathbf{B}_f$：**

对于一个具有 N_t 个节点、B 条支路的有向连通图 G，在选定一个树后，选取基本回路方向，使之与它所关联的连支方向一致。基本回路矩阵 $\mathbf{B}_f$ 是一个 (B-N)×B 矩阵，其元素 b_{ij} 定义如下：

$$b_{ij}=\begin{cases}+1 & 第j\text{ 支路与第}i\text{个基本回路相关联，且支路方向与基本回路方向相同}\\ -1 & 第j\text{ 支路与第}i\text{个基本回路相关联，且支路方向与基本回路方向相反}\\ 0 & 第j\text{ 支路与第}i\text{个基本回路无关联}\end{cases}$$

- 若支路的编号按先树支后连支的顺序，基本回路编号的顺序按相应的连支编号的顺序，基本回路的方向为对应连支的方向，则基本回路矩阵可以分块为如下形式：

$$\mathbf{B}_f=\left[\mathbf{B}_t \mid \mathbf{1}_l\right]$$

第二节：图的矩阵表示

三、割集矩阵

- **增广割集矩阵 Q_a：**

✓ **对于一个具有 N_t 个节点、B 条支路、C 个割集的有向连通图 G，选定割集的方向，则增广割集矩阵是一个 C×B 矩阵，它的每一行对应于一个割集，每一列对应于一条支路，其元素 q_{ij} 定义如下：**

$$q_{ij}=\begin{cases}+1 & \text{第}j\text{ 支路与第}i\text{个割集相关联，且支路方向与割集方向相同}\\ -1 & \text{第}j\text{ 支路与第}i\text{个割集相关联，且支路方向与割集方向相反}\\ 0 & \text{第}j\text{ 支路与第}i\text{个割集无关联}\end{cases}$$

- **定理2-7：具有 N_t个节点、B 条支路的有向连通图 G，其增广割集矩阵 Q_a 的秩为 $N= N_t$ -1。**

- **只有所有独立割集支路对应的列所构成的子矩阵的行是线性无关的，独立割集数为$N= N_t$ -1 。 （独立割集最少包含1条新支路）**

第二节：图的矩阵表示

三、割集矩阵

- 选择独立的割集并非易事，为了获取足够的独立割集，采用基本割集是一种有效的方法。

- 基本割集矩阵 $\mathbf{Q}_f$：

  $\mathbf{Q}_f$ 是一个 N×B 矩阵，割集的方向与它所关联的树支方向一致，它的每一行对应于一个基本割集，每一列对应于一条支路，其元素q_{ij} 定义如下：

$$q_{ij}=\begin{cases}+1 & \text{第}j\text{ 支路与第}i\text{个基本割集相关联，且支路方向与基本割集方向相同}\\ -1 & \text{第}j\text{ 支路与第}i\text{个基本割集相关联，且支路方向与基本割集方向相反}\\ 0 & \text{第}j\text{ 支路与第}i\text{个基本割集无关联}\end{cases}$$

- 若支路的编号按先树支后连支的顺序，基本割集编号顺序按相应的树支编号的顺序，基本割集的方向为对应树支的方向，则基本割集矩阵可以分块为如下形式：

$$\mathbf{Q}_f=\left[\mathbf{1}_t \mid \mathbf{Q}_l\right]$$

第二节：图的矩阵表示

华南理工大学 South China University of Technology

四、邻接矩阵

■ 邻接矩阵的定义

✓ 对于一个具有 N_t 个节点连通图 G，节点之间的邻接关系可以用邻接矩阵 D 来表示。D=[d_{ij}] 是一个阶方阵，其行列均对应于节点，其中每一元素 d_{ij} 定义如下：

$$d_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{第}j\text{个节点与第}i\text{个节点相邻接} \\ 0 & \text{第}j\text{个节点与第}i\text{个节点不相邻接} \end{cases}$$

■ 邻接矩阵特点：

✓ 一个无向图 G，邻接矩阵为对称矩阵；当且仅当无自环时，其对角线元素为零的对称矩阵；

✓ 每一行（或每一列）所含 1 的个数是相应的节点次数。

第二节：图的矩阵表示

五、矩阵A、B_f、Q_f之间的关系

1、矩阵 A 与矩阵 B_f 之间的关系

- 如果同一有向连通图的矩阵 A 和矩阵 B_f 的列按相同的支路顺序排列，则有：

$$\mathbf{A}\mathbf{B}_f^{\mathrm{T}} = \mathbf{0} \qquad \mathbf{B}_f\mathbf{A}^{\mathrm{T}} = \mathbf{0}$$

设$\mathbf{AB}_f^{\mathrm{T}}$ =C，那么：

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{B} a_{ik} b_{jk}$$

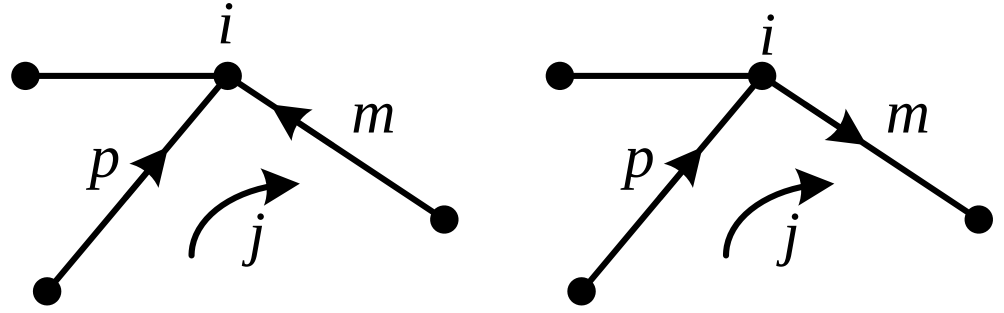
✓ 节点i不属于回路j，若支路k与回路j有关联，则必定与节点i无关联，这时，$b_{jk} \neq 0$ ，a_{ik}=0。相反若支路k与节点i有关联，则必定与回路j无关联，这时，$a_{ik} \neq 0$ ，b_{jk} =0。在这两种情况下均有c_{ij}=0。

第二节：图的矩阵表示

五、矩阵A、B_f、Q_f之间的关系

1、矩阵 A 与矩阵 B_f 之间的关系

- ✓ 节点i属于回路j，因为回路j中有且仅有两条支路与节点i相关联，设支路为p、m，故：$c_{ij}=a_{ip}b_{jp}+a_{im}b_{jm}$ p、m两条支路与节点i的关联方向有两种情况：



- ✓ 两条支路的方向都指向（或离开）节点（a_{ip},a_{im})同为-1或1， (b_{jp},b_{jm})一个为1，则另一个为-1，c_{ij}=0。
- ✓ 一条支路方向指向节点另一条支路方向离开节点(b_{jp},b_{jm}) 同为-1或1，(a_{ip},a_{im})一个为1，则另一个为-1，c_{ij}=0。

第二节：图的矩阵表示

五、矩阵A、B_f、Q_f之间的关系

1、矩阵 A 与矩阵 B_f 之间的关系

✓ 如果将 A 和 B_f 的列按先树支后连支的顺序排列，基本回路的顺序与对应的连支顺序一致。则： $\mathbf{B}_f = [\mathbf{B}_t \quad \mathbf{1}_l]$ $\quad \mathbf{A} = [\mathbf{A}_t \quad \mathbf{A}_l]$

$$\mathbf{A}\mathbf{B}_f^{\mathrm{T}} = [\mathbf{A}_t \quad \mathbf{A}_l]\begin{bmatrix}\mathbf{B}_t^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{1}_l\end{bmatrix} = \mathbf{A}_t\mathbf{B}_t^{\mathrm{T}} + \mathbf{A}_l = \mathbf{0}$$

因为 A_t 为非奇异的，则 $\quad \mathbf{B}_t^{\mathrm{T}} = -\mathbf{A}_t^{-1}\mathbf{A}_l$

将上式两端取转置，有 $\quad \mathbf{B}_t = -\left(\mathbf{A}_t^{-1}\mathbf{A}_l\right)^{\mathrm{T}}$

因此 $\quad \mathbf{B}_f = [\mathbf{B}_t \quad \mathbf{1}_l] = \left[-\left(\mathbf{A}_t^{-1}\mathbf{A}_l\right)^{\mathrm{T}} \quad \mathbf{1}_l\right]$

- 因此，如果已知关联矩阵A，则可由上式写出基本回路矩阵B_f

第二节：图的矩阵表示

五、矩阵A、B_f、Q_f之间的关系

2、矩阵 B_f与矩阵 Q_f 之间的关系

- 如果同一有向连通图 G 按照相同的支路顺序排列，则有：

$$Q_f B_f^T = 0 \qquad B_f Q_f^T = 0$$

设$Q_f B_f^T$ =P，那么：

$$p_{ij} = \sum_{k=1}^{B} q_{ik} b_{jk}$$

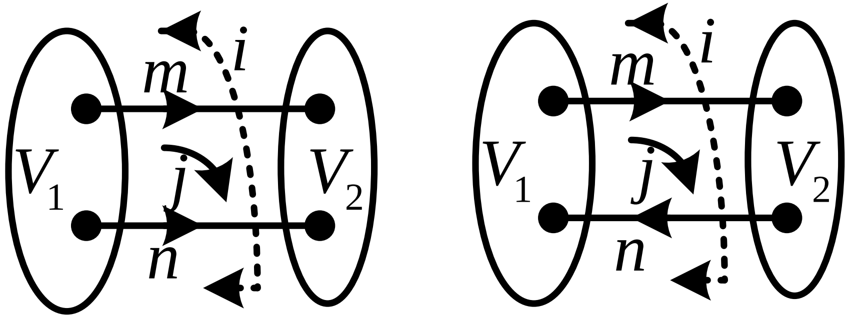
✓ 割集i与回路j无公共支路，若支路k与回路j有关联，则必定与割集i无关联，这时，$b_{jk} \neq 0$，$q_{ik}=0$。相反若支路k与割集i有关联，则必定与回路j无关联，这时，$b_{jk} = 0$，$q_{ik} \neq 0$。在这两种情况下均有$p_{ij}=0$。

第二节：图的矩阵表示

五、矩阵A、B_f、Q_f之间的关系

2、矩阵 B_f与矩阵 Q_f 之间的关系

- 割集i与回路j有公共支路，那么公共支路数必为偶数。设割集与回路有m、n两条公共支路，则： $p_{ij}=q_{im}b_{jm}+q_{in}b_{jn}$ m、n两条支路与割集i的和回路j的关联方向有两种情况：



- 两条支路的方向均与割集i的方向相同（或相反），(q_{im},q_{in})同为-1或1，(b_{jm},b_{jn})一个为1，则另一个为-1，$p_{ij}=0$。
- 一条支路方向与割集i方向相同，另一条支路方向与割集i方向相反， (b_{jm},b_{jn})同为-1或1，(q_{im},q_{in}) 一个为1，则另一个为-1，$p_{ij}=0$。

第二节：图的矩阵表示

五、矩阵A、B_f、Q_f之间的关系

2、矩阵 B_f与矩阵 Q_f 之间的关系

✓ 如果矩阵 Q_f 和 B_f的列按先树支后连支的顺序排列，则有：

$$\mathbf{B}_f = [\mathbf{B}_t \quad \mathbf{1}_l] \qquad \mathbf{Q}_f = [1_t \quad \mathbf{Q}_l]$$

那么

$$\mathbf{B}_f \mathbf{Q}_f^{\mathrm{T}} = [\mathbf{B}_t \quad \mathbf{1}_l] \begin{bmatrix} \mathbf{1}_t \\ \mathbf{Q}_l^{\mathrm{T}} \end{bmatrix} = \mathbf{B}_t + \mathbf{Q}_l^{\mathrm{T}} = \mathbf{0}$$

因此： $\mathbf{B}_t = -\mathbf{Q}_l^{\mathrm{T}} \qquad \mathbf{Q}_l = -\mathbf{B}_t^{\mathrm{T}}$

因此有

$$\mathbf{B}_f = \left[-\mathbf{Q}_l^{\mathrm{T}} \quad \mathbf{1}_l\right]$$

$$\mathbf{Q}_f = \left[\mathbf{1}_t \quad \text{-}\mathbf{B}_t^{\mathrm{T}}\right]$$

第二节：图的矩阵表示

五、矩阵A、B_f、Q_f之间的关系

3、矩阵 A 与矩阵 Q_f 之间的关系

因为：

$$\mathbf{B}_t^{\mathrm{T}} = -\mathbf{A}_t^{-1}\mathbf{A}_l$$

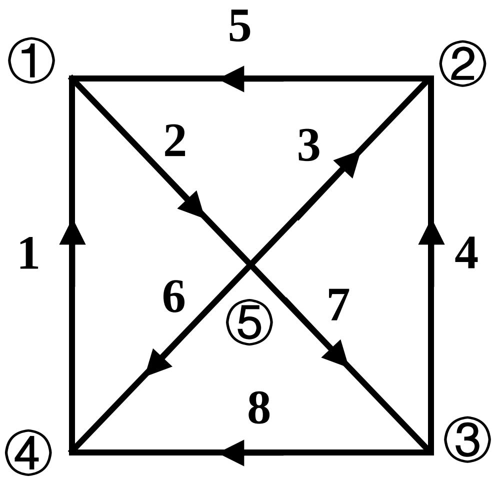
$$\mathbf{Q}_l = -\mathbf{B}_t^{\mathrm{T}} = \mathbf{A}_t^{-1}\mathbf{A}_l$$

所以：

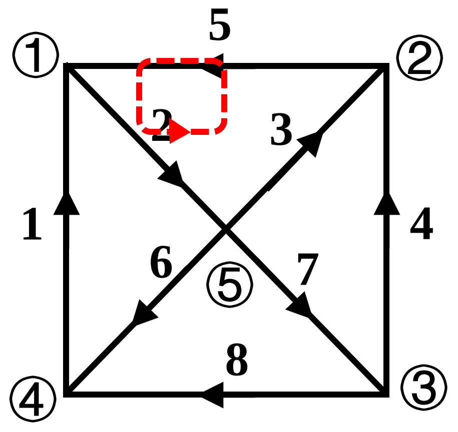
$$\mathbf{Q}_f = \begin{bmatrix}\mathbf{1}_t & \mathbf{A}_t^{-1}\mathbf{A}_l\end{bmatrix} = \mathbf{A}_t^{-1}\begin{bmatrix}\mathbf{A}_t & \mathbf{A}_l\end{bmatrix} = \mathbf{A}_t^{-1}\mathbf{A}$$

✓ 当已知关联矩阵 A 时，可根据上式写出基本割集矩阵 Q_f

例1：图示网络线图，以支路1、2、3、4为树支，列写基本回路矩阵B和基本割集矩阵C。



例1：图示网络线图，以支路1、2、3、4为树支，列写基本回路矩阵B和基本割集矩阵C。



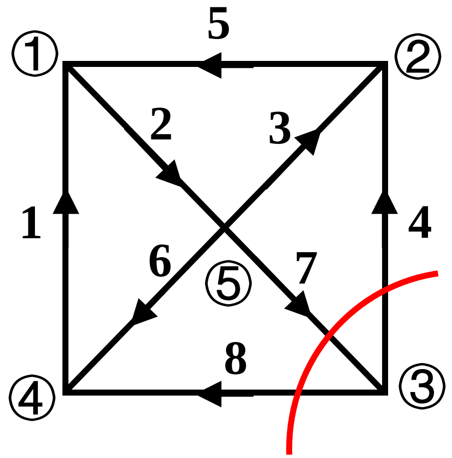
解：以支路2、3、5构成的回路为例，绕行方向与支路5一致，可以得到

支路序号	1	2	3	4	5	6	7	8
矩阵B行元素	[0	1	1	0	1	0	0	0]

类似的，可以得到以支路6所构成的回路、以支路7所构成的回路、以支路8所构成的回路，则基本回路矩阵B为

$$
B=\begin{array}{c}
\begin{array}{cccc|cccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{array} \\
\left[\begin{array}{cccc|cccc}
0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right]
\end{array}
$$

例1：图示网络线图，以支路1、2、3、4为树支，列写基本回路矩阵B和基本割集矩阵C。



解：以支路4为例，支路4、7、8构成一个割集，可以得到

支路序号	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
矩阵C行元素	**[0**	**0**	**0**	**1**	**0**	**0**	**-1**	**1]**

类似的，可以得到以支路1所构成的割集、以支路2所构成的回路、以支路3所构成的回路，则基本割集矩阵C为

$$
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{array} \\
C=\left[\begin{array}{cccc:cccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\
0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1
\end{array}\right]
\end{array}
$$

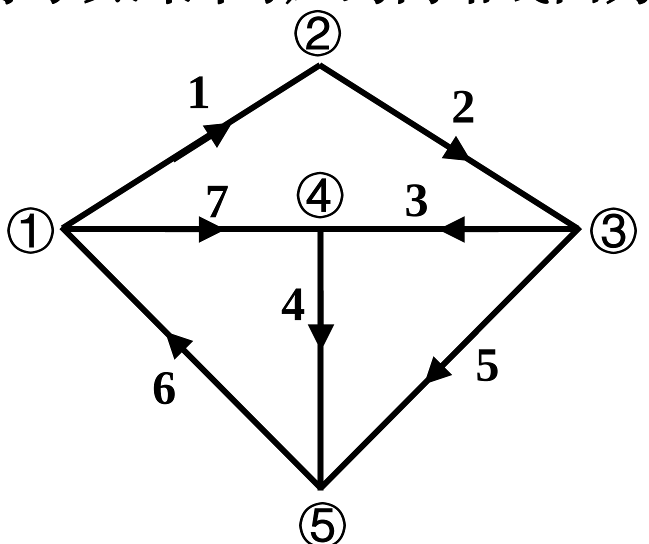
例2：已知网络图的关联矩阵A，画出对应的网络线图，并以支路1、2、3、4为树支，列写基本回路矩阵B。

$$A=\begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{5} & \mathbf{6} & \mathbf{7} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ ① \\ ② \\ ③ \\ ④ \end{array}$$

例2：已知网络图的关联矩阵A，画出对应的网络线图，并以支路1、2、3、4为树支，列写基本回路矩阵B。

$$
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccc} \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{5} & \mathbf{6} & \mathbf{7} \end{array} \\
A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}
\begin{array}{c} ① \\ ② \\ ③ \\ ④ \end{array}
\end{array}
$$

解：以关联矩阵A中支路1的元素为例，可以支路1的流向为从节点①指向节点②。类似的可以得到其他支路的流向，则可以画出对应的网络线图为

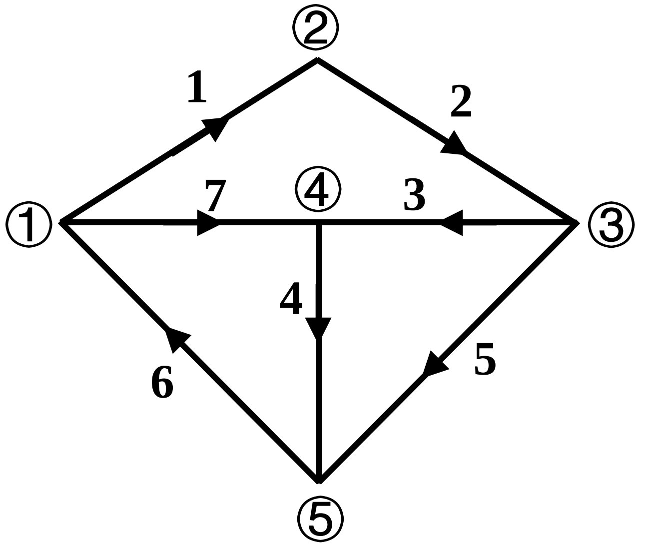


例2：已知网络图的关联矩阵A，画出对应的网络线图，并以支路1、2、3、4为树支，列写基本回路矩阵B。

$$A=\begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{5} & \mathbf{6} & \mathbf{7} \end{array} & \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} ① \\ ② \\ ③ \\ ④ \end{array} \end{array}$$

解：根据网络线图，以支路1、2、3、4为树支，可以列写出基本回路矩阵B为：

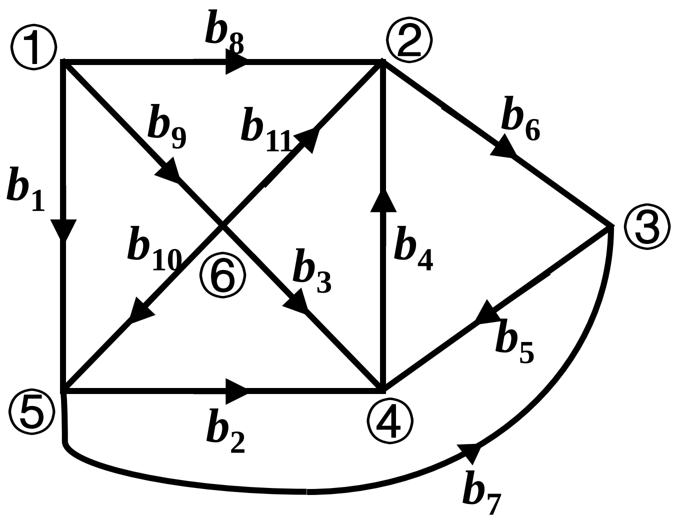
$$B=\begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{5} & \mathbf{6} & \mathbf{7} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$



例3：对图中所示有向图，

（1）若以节点④为参考节点，写出关联矩阵A；

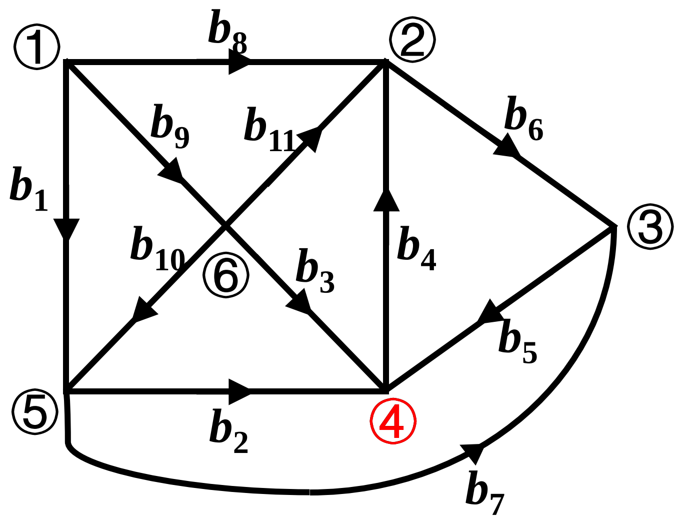
（2）若选支路b_1、b_2、b_3、b_4、b_5为树支，写出基本割集矩阵Q_f和基本回路矩阵B_f。



例3：对图中所示有向图，

（1）若以节点④为参考节点，写出关联矩阵A；

（2）若选支路b_1、b_2、b_3、b_4、b_5为树支，写出基本割集矩阵Q_f和基本回路矩阵B_f。



解:

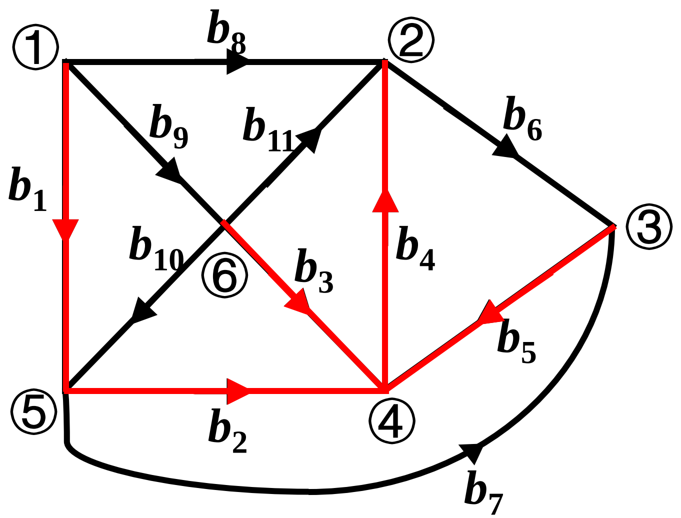
（1）选择节点④为参考节点，可以写出关联矩阵A为:

$$
\mathbf{A}=\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \end{array} \\
\left[\begin{array}{ccccccccccc}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1
\end{array}\right]
\end{array}
\begin{array}{c} ① \\ ② \\ ③ \\ ⑤ \\ ⑥ \end{array}
$$

例3：对图中所示有向图，

（1）若以节点④为参考节点，写出关联矩阵A；

（2）若选支路b_1、b_2、b_3、b_4、b_5为树支，写出基本割集矩阵Q_f和基本回路矩阵B_f。



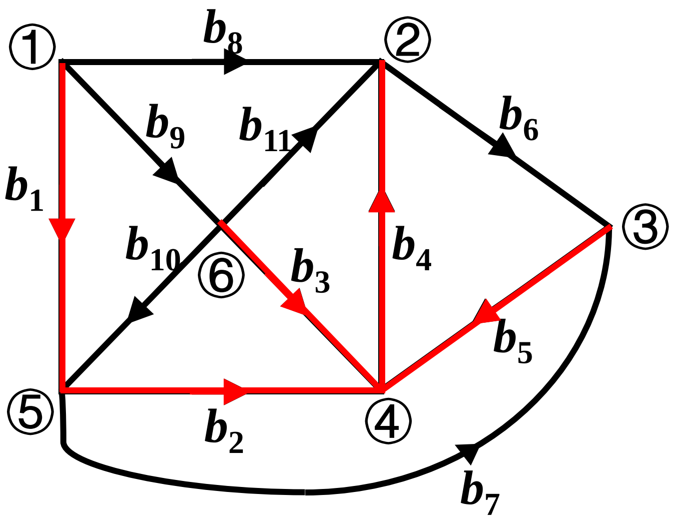
（2）选择支路b_1、b_2、b_3、b_4、b_5为树支，则基本割集矩阵Q_f为：

$$
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \end{array} \\
\mathbf{Q}_f = \begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

例3：对图中所示有向图，

（1）若以节点④为参考节点，写出关联矩阵A；

（2）若选支路b_1、b_2、b_3、b_4、b_5为树支，写出基本割集矩阵Q_f和基本回路矩阵B_f。



（2）选择支路b_1、b_2、b_3、b_4、b_5为树支，则基本回路矩阵B_f为：

$$
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \end{array} \\
\mathbf{B}_f = \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

例4：已知图G对应于某一树的基本割集矩阵为

$$\mathbf{Q}_{\mathrm{f}}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

（1）试写出对应于同一树的基本回路矩阵；

（2）作出对应的有向图。

例4：已知图G对应于某一树的基本割集矩阵为

$$\mathbf{Q}_{\mathrm{f}}=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&-1&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0&-1&-1&-1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&1&1&0&1&1\\0&0&0&1&0&0&-1&-1&-1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&-1&1&0\end{bmatrix}$$

（1）试写出对应于同一树的基本回路矩阵；

解：（1）根据所给的基本割集矩阵Q_{f}，可知矩阵Q_{l}为：

$$Q_{\mathrm{l}}=\begin{bmatrix}-1&0&0&0&0&1\\-1&-1&-1&0&0&0\\0&1&1&0&1&1\\0&-1&-1&-1&0&0\\0&0&0&-1&1&0\end{bmatrix}$$

例4：已知图G对应于某一树的基本割集矩阵为

$$\mathbf{Q}_f=\begin{bmatrix}1&0&0&0&0&-1&0&0&0&0&1\\0&1&0&0&0&-1&-1&-1&0&0&0\\0&0&1&0&0&0&1&1&0&1&1\\0&0&0&1&0&0&-1&-1&-1&0&0\\0&0&0&0&1&0&0&0&-1&1&0\end{bmatrix}$$

（1）试写出对应于同一树的基本回路矩阵；

解：（1）可以求出矩阵$\mathbf{B}_t$为：

$$\mathbf{B}_t=-\mathbf{Q}_l^{T}=\begin{array}{c}\begin{array}{ccccc}1&2&3&4&5\end{array}\\\begin{bmatrix}1&1&0&0&0\\0&1&-1&1&0\\0&1&-1&1&0\\0&0&0&1&1\\0&0&-1&0&-1\\-1&0&-1&0&0\end{bmatrix}\end{array}$$

例4：已知图G对应于某一树的基本割集矩阵为

$$\mathbf{Q}_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

（1）试写出对应于同一树的基本回路矩阵；

解：（1）得到基本回路矩阵：

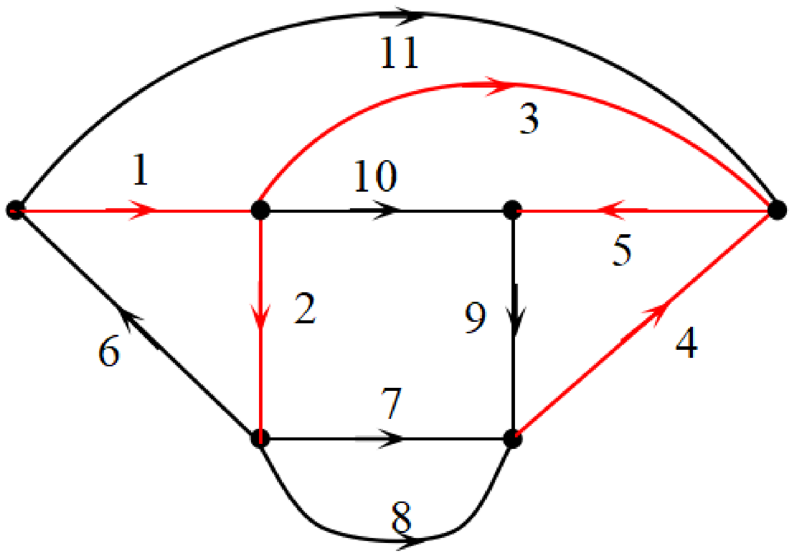
$$B_f = \begin{bmatrix} B_t & 1_l \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}$$

例4：已知图G对应于某一树的基本割集矩阵为

$$\mathbf{Q}_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

（2）作出对应的有向图；

解：（2）根据题意，可以得到对应的有向图如下所示，其中红线表示的是树支。



第三节：基尔霍夫定律的矩阵形式和支路电压电流关系的矩阵形式

一、基尔霍夫电流定律的矩阵形式

1、用关联矩阵 A 表示的 KCL 方程

$$\mathbf{A}\mathbf{i}_{\mathrm{b}} = 0$$

2、用基本回路矩阵 $\mathbf{B}_f$ 表示的 KCL 方程

✓ 如果在图中选定一个树，支路的编号按先树支后连支的顺序，则关联矩阵和支路电流向量可分块为：

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_t & \mathbf{A}_l \end{bmatrix} \qquad \mathbf{i}_{\mathrm{b}} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_t \\ \mathbf{i}_l \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}\mathbf{i}_b = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_t & \mathbf{A}_l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{i}_t \\ \mathbf{i}_l \end{bmatrix} = \mathbf{A}_t\mathbf{i}_t + \mathbf{A}_l\mathbf{i}_l = 0$$

由于$\mathbf{A}_t$是一个非奇异矩阵，所以有：

$$\mathbf{i}_t = -\mathbf{A}_t^{-1}\mathbf{A}_l\mathbf{i}_l$$

第三节：基尔霍夫定律的矩阵形式和支路电压电流关系的矩阵形式

一、基尔霍夫电流定律的矩阵形式

- 由此看出，B条支路电流中，只有B-N个连支电流是独立的，树支电流可由连支电流决定，因此，连支电流是全部支路电流集合的一个基底(basis)。考虑到矩阵B_f与A的关系，得到：

$$\mathbf{i}_b=\begin{bmatrix}\mathbf{i}_t\\ \mathbf{i}_l\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\mathbf{A}_t^{-1}\mathbf{A}_l\\ \mathbf{1}_l\end{bmatrix}\mathbf{i}_l=\mathbf{B}_f^T\mathbf{i}_l$$

该式就是用基本回路矩阵B_f表示的KCL方程的矩阵形式。

3、用基本割集矩阵 Q_f 表示的 KCL 方程

$$\mathbf{Q}_f\mathbf{i}_b=0$$

- 由于矩阵Q_f的每一行的非零元素表示与该行对应的基本割集所关联的支路及关联形式，因此：每一个基本割集所含支路的电流的代数和为零。

第三节：基尔霍夫定律的矩阵形式和支路电压电流关系的矩阵形式

二、基尔霍夫电压定律的矩阵形式

1、用基本回路矩阵 B_f表示的 KVL 方程

$$\mathbf{B}_f\mathbf{u}_b = \mathbf{0}$$

2、用基本割集矩阵 Q_f 表示的 KVL方程

✓ 如果在图中选定一个树，支路的编号按先树支后连支的顺序，则基本回路矩阵B_f和支路电压向量u_b可分块为：

$$\mathbf{B}_f = \begin{bmatrix}\mathbf{B}_t & \mathbf{1}_l\end{bmatrix} \qquad \mathbf{u}_b = \begin{bmatrix}\mathbf{u}_t & \mathbf{u}_l\end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{B}_f\mathbf{u}_b = \begin{bmatrix}\mathbf{B}_t & \mathbf{1}_l\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{u}_t \\ \mathbf{u}_l\end{bmatrix} = \mathbf{B}_t\mathbf{u}_t + \mathbf{u}_l = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{u}_l = -\mathbf{B}_t\mathbf{u}_t = \mathbf{Q}_l^T\mathbf{u}_t$$

- 该式就是用基本割集矩阵 Q_f表示的 KVL方程

第三节：基尔霍夫定律的矩阵形式和支路电压电流关系的矩阵形式

二、基尔霍夫电压定律的矩阵形式

- 由此看出，B 条支路电压中，只有 N 个树支压是独立的，连支电压可由树支电压决定，因此，树支电压是全部支路电压集合的一个基底(basis)。因此可以得到：

$$\mathbf{u}_b = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_t \\ \mathbf{u}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_t \\ \mathbf{Q}_l^T \mathbf{u}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathit{1}_t \\ \mathbf{Q}_l^T \end{bmatrix} \mathbf{u}_t = \mathbf{Q}_f^T \mathbf{u}_t$$

该式就是用基本割集矩阵 $\mathbf{Q}_f$表示的 KVL 方程的矩阵形式。

3、用关联矩阵 A 表示的 KVL 方程

$$\mathbf{u}_b = \mathbf{A}^T \mathbf{u}_n$$

✓ 式中$\mathbf{u}_n$是以各节点电压为元素的列向量，称为节点电压向量。由于每条支路都只与两个节点相关联，支路电压可表示为其两端节点电压之差，因此用节点电压可表示全部支路电压。

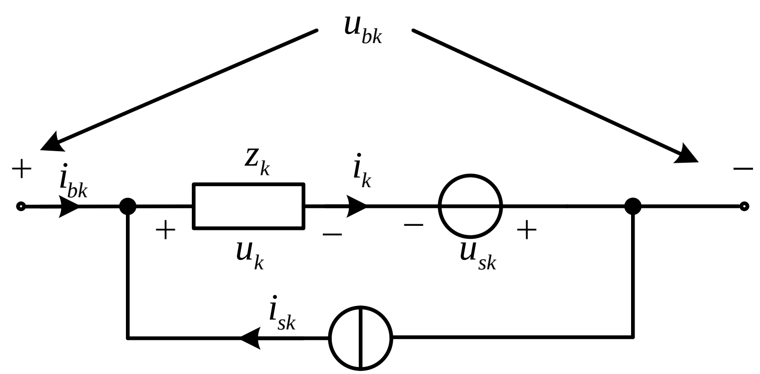
第三节：基尔霍夫定律的矩阵形式和支路电压电流关系的矩阵形式

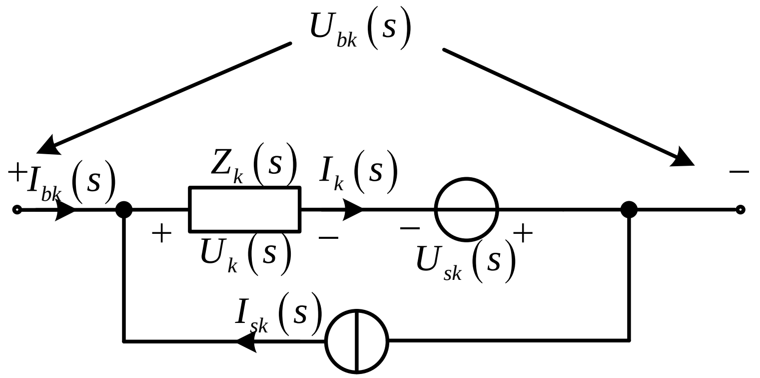
三、一般支路电压电流关系的矩阵表示

■ 本书第三、四、六章中均是用一个元件表示一条支路。

1、一般支路形式

✓ 一个无源二端元件与电压源相串联，再与电流源相并联，将这种串并联组合电路部分规定为“一般支路”。其参考方向规定：无源元件为关联参考方向，电源元件为非关联参考方向。





第三节：基尔霍夫定律的矩阵形式和支路电压电流关系的矩阵形式

三、一般支路电压电流关系的矩阵表示

2、时域和复频域的电流、电压关系（VCR）

- 一般支路中电流、电压关系

$$i_{bk}=i_k-i_{sk} \qquad u_{bk}=u_k-u_{sk}$$

- 整个网络的时域和复频域电流、电压关系

$$\mathbf{i}_b=\mathbf{i}-\mathbf{i}_s \qquad \mathbf{I}_b(s)=\mathbf{I}(s)-\mathbf{I}_s(s)$$

$$\mathbf{u}_b=\mathbf{u}-\mathbf{u}_s \qquad \mathbf{U}_b(s)=\mathbf{U}(s)-\mathbf{U}_s(s)$$

✓ 式中 **i** 和 **u** 分别表示无源元件的电流向量和电压向量；$\mathbf{i}_s$ 和 $\mathbf{u}_s$ 分别表示电流源的电流向量和电压源的电压向量； $\mathbf{i}_b$ 和 $\mathbf{u}_b$ 分别表示支路电流向量和电压向量。**I**(s)、**U**(s)、$\mathbf{I}_s$(s)、$\mathbf{U}_s$(s)和 $\mathbf{I}_b$(s)、$\mathbf{U}_b$(s) 则是上述各变量象函数的向量。

第三节：基尔霍夫定律的矩阵形式和支路电压电流关系的矩阵形式

三、一般支路电压电流关系的矩阵表示

2、时域和复频域的电流、电压关系（VCR）

- 一般支路中基尔霍夫定律表达式

$$\mathbf{Ai} = \mathbf{Ai}_s \qquad \mathbf{AI}(s) = \mathbf{AI}_s(s)$$

$$\mathbf{Q}_f\mathbf{i} = \mathbf{Q}_f\mathbf{i}_s \qquad \mathbf{Q}_f\mathbf{I}(s) = \mathbf{Q}_f\mathbf{I}_s(s)$$

$$\mathbf{B}_f\mathbf{u} = \mathbf{B}_f\mathbf{u}_s \qquad \mathbf{Q}_f\mathbf{U}(s) = \mathbf{Q}_f\mathbf{U}_s(s)$$

- 复频域一般支路，其电流、电压关系（VCR）为

$$\begin{aligned} U_{bk}(s) &= Z_k(s)\left[I_{bk}(s)+I_{sk}(s)\right]-U_{sk}(s) \\ &= Z_k(s)I_{bk}(s)+Z_k(s)I_{sk}(s)-U_{sk}(s) \end{aligned}$$

第三节：基尔霍夫定律的矩阵形式和支路电压电流关系的矩阵形式

三、一般支路电压电流关系的矩阵表示

3、用支路阻抗矩阵表示的支路电压、电流关系的矩阵形式

■ 对于网络中每条支路写出 VCR 方程，并写成矩阵形式

$$\mathbf{U}_b(s)=\mathbf{Z}_b(s)\mathbf{I}_b(s)+\mathbf{Z}_b(s)\mathbf{I}_s(s)-\mathbf{U}_s(s)$$

✓ 式中 $\mathbf{Z}_b(s)$ 为无源元件阻抗矩阵，设支路编号先后按电感元件、电阻元件、电容元件的顺序，则支路阻抗矩阵分块成：

$$\mathbf{Z}_b(s)=\begin{bmatrix} s\mathbf{L}_p & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_p & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{s}\mathbf{D}_p \end{bmatrix}$$

第三节：基尔霍夫定律的矩阵形式和支路电压电流关系的矩阵形式

三、一般支路电压电流关系的矩阵表示

3、用支路阻抗矩阵表示的支路电压、电流关系的矩阵形式

- ✓ 式中 $\mathbf{L}_p$ 是一个对称方阵。其第i个主对角元素是第i条支路的自感 L_i，第 i 行第 r 列的元素是第 i 条支路与第 r 条支路的互感 M_{ir}。$\mathbf{R}_p$ 是对角阵，它的第 j 个主对角元素是第 j 条支路的电阻 R_j。$\mathbf{D}_p$ 为对角阵，其主对角元素 D_k 是第 k 条支路的倒电容（即D_k =1/C_k）。下标 p 代表局部的，$\mathbf{L}_\mathrm{p}$、$\mathbf{R}_\mathrm{p}$、$\mathbf{D}_\mathrm{p}$分别称为局部电感矩阵、局部电阻矩阵、局部倒电容矩阵。
- ✓ 将每个局部参数矩阵都用零元素扩充到 $\mathbf{Z}_\mathrm{b}(s)$ 矩阵的阶数 B，称为支路参数矩阵，用L、R、D表示，例如支路阻抗矩阵：

$$\mathbf{R}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_p & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

则支路阻抗矩阵可以简单的表示为：

$$\mathbf{Z}_b\left(s\right)=s\mathbf{L}+\mathbf{R}+\frac{1}{s}\mathbf{D}$$

三、一般支路电压电流关系的矩阵表示

4、用支路导纳矩阵表示的支路电压、电流关系的矩阵形式

- 由支路矩阵表示的支路电压、电流关系，可以得到：

$$\mathbf{I}_b(s)=\mathbf{Y}_b(s)\mathbf{U}_b(s)+\mathbf{Y}_b(s)\mathbf{U}_s(s)-\mathbf{I}_s(s)$$

✓ 式中 $\mathbf{Y}_b(s)$ 为无源元件导纳矩阵，设支路编号先后按电感元件、电阻元件、电容元件的顺序，则支路阻抗矩阵分块成：

$$\mathbf{Y}_b(s)=\begin{bmatrix}\frac{1}{s}\mathbf{\Gamma}_p & 0 & 0\\ 0 & \mathbf{G}_p & 0\\ 0 & 0 & s\mathbf{C}_p\end{bmatrix}$$

✓ 式中 $\Gamma_p=L_p^{-1}$、 $G_p=R_p^{-1}$、$C_p=D_p^{-1}$ 分别称为局部倒电感矩阵、局部电导矩阵、局部电容矩阵。

第三节：基尔霍夫定律的矩阵形式和支路电压电流关系的矩阵形式

三、一般支路电压电流关系的矩阵表示

4、用支路导纳矩阵表示的支路电压、电流关系的矩阵形式

- 如果把上述每一个局部参数矩阵都用零元素扩充到 $\mathbf{Y}_b(s)$ 的阶数 B，则

$$\mathbf{Y}_b(s) = s\mathbf{C} + \mathbf{G} + \frac{1}{s}\mathbf{\Gamma}$$

✓ 式中 C、G 和 Γ 分别称为支路电容矩阵、电导矩阵和倒电感矩阵。

第四节：直接分析法

■ 对于具有有N+1个节点，B条支路的网络，直接求解B个支路电流或B个支路电压的方法，称为直接分析法。

一、阻抗矩阵法（支路电流法）

● 对于一个不含受控源的网络，由用基本回路矩阵表示的KVL方程及用支路阻抗矩阵表示的VCR，可得： $\mathbf{B}_f\mathbf{Z}_b(s)\mathbf{I}_b(s)=\mathbf{B}_f\mathbf{U}_s(s)-\mathbf{B}_f\mathbf{Z}_b(s)\mathbf{I}_s(s)$

上式代表 B-N 个线性独立方程，加上 $\mathbf{A}\mathbf{I}_b(s)=0$，可合写为：

$$\begin{bmatrix}\mathbf{B}_f\mathbf{Z}_b(s)\\ \mathbf{A}\end{bmatrix}\mathbf{I}_b(s)=\begin{bmatrix}\mathbf{B}_f\\ \mathbf{0}\end{bmatrix}\mathbf{U}_s(s)-\begin{bmatrix}\mathbf{B}_f\mathbf{Z}_b(s)\\ \mathbf{0}\end{bmatrix}\mathbf{I}_s(s)$$

如果 $\mathbf{I}_b(s)$ 的系数矩阵为非奇异，则：

$$\mathbf{I}_b(s)=\begin{bmatrix}\mathbf{B}_f\mathbf{Z}_b(s)\\ \mathbf{A}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\mathbf{B}_f\\ \mathbf{0}\end{bmatrix}\mathbf{U}_s(s)-\begin{bmatrix}\mathbf{B}_f\mathbf{Z}_b(s)\\ \mathbf{A}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\mathbf{B}_f\mathbf{Z}_b(s)\\ \mathbf{0}\end{bmatrix}\mathbf{I}_s(s)$$

✓ 求出支路电流向量 $\mathbf{I}_b(s)$ 后，则可由用支路阻抗矩阵表示的VCR求出支路电压向量 $\mathbf{U}_b(s)$ 。

第四节：直接分析法

二、导纳矩阵法（支路电压法）

- 对于一个不含受控源的网络，由用关联矩阵表示的KCL方程及用支路导纳矩阵表示的VCR，可得：

$$\mathbf{A}\mathbf{Y}_b(s)\mathbf{U}_b(s)=\mathbf{A}\mathbf{I}_s(s)-\mathbf{A}\mathbf{Y}_b(s)\mathbf{U}_s(s)$$

上式代表 N 个线性独立方程，加上 $\mathbf{B}_f\mathbf{U}_b(s)=0$，可合写为：

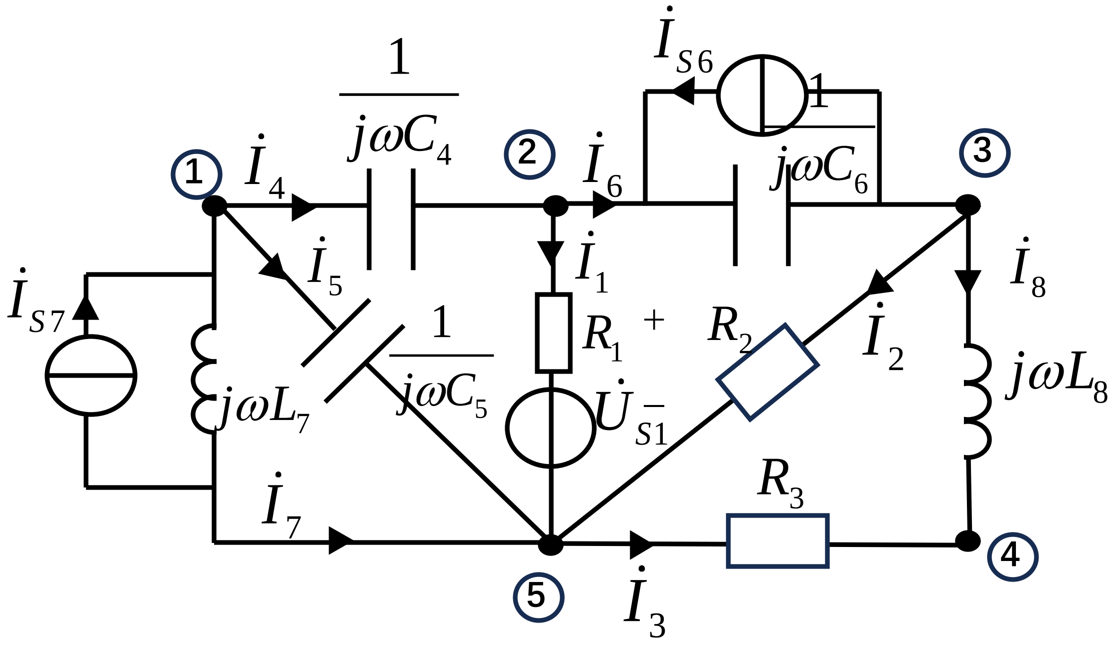
$$\begin{bmatrix}\mathbf{A}\mathbf{Y}_b(s)\\ \mathbf{B}_f\end{bmatrix}\mathbf{U}_b(s)=\begin{bmatrix}\mathbf{A}\\ \mathbf{0}\end{bmatrix}\mathbf{I}_s(s)-\begin{bmatrix}\mathbf{A}\mathbf{Y}_b(s)\\ \mathbf{0}\end{bmatrix}\mathbf{U}_s(s)$$

如果 $\mathbf{U}_b(s)$ 的系数矩阵为非奇异，则：

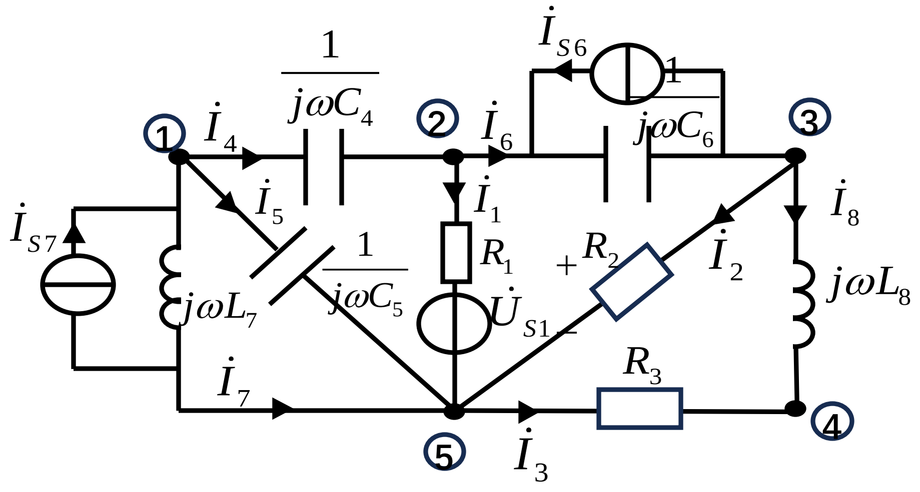
$$\mathbf{U}_b(s)=\begin{bmatrix}\mathbf{A}\mathbf{Y}_b(s)\\ \mathbf{B}_f\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\mathbf{A}\\ \mathbf{0}\end{bmatrix}\mathbf{I}_s(s)-\begin{bmatrix}\mathbf{A}\mathbf{Y}_b(s)\\ \mathbf{B}_f\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\mathbf{A}\mathbf{Y}_b(s)\\ \mathbf{0}\end{bmatrix}\mathbf{U}_s(s)$$

✓ 求出支路电压向量 $\mathbf{U}_b(s)$ 后，则可由用支路导纳矩阵表示的VCR求出支路电流向量 $\mathbf{I}_b(s)$ 。

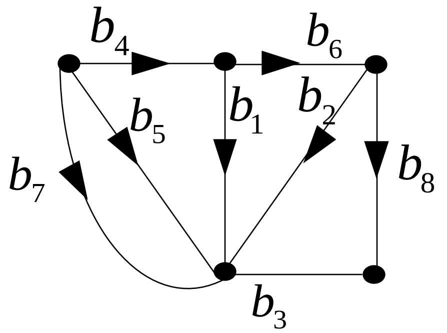
例5：求下图所示正弦电路的支路电流向量



例5：求下图所示正弦电路的支路电流向量



解：根据电路图作线路图，以节点⑤为参考节点，以支路b_1、b_2、b_3、b_4为树支

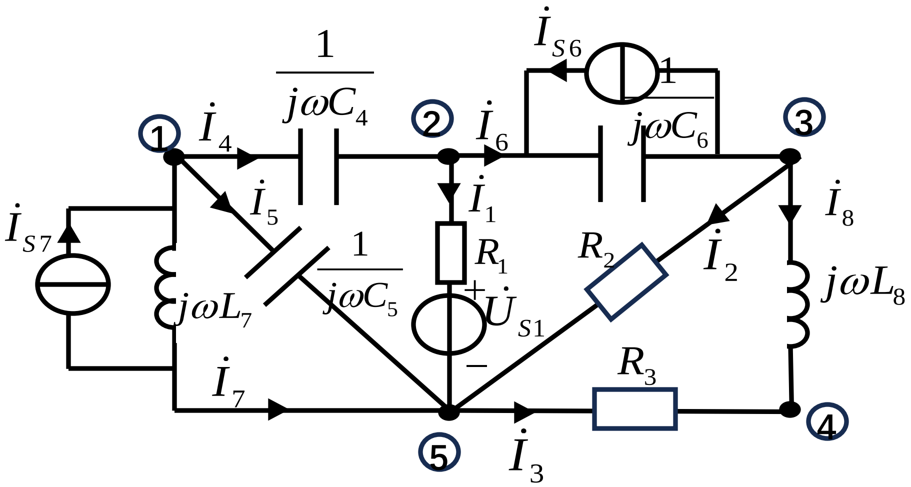


据此得到关联矩阵A和基本回路矩阵B_f：

$$A=\begin{bmatrix}0&0&0&1&1&0&1&0\\1&0&0&-1&0&1&0&0\\0&1&0&0&0&-1&0&1\\0&0&-1&0&0&0&0&-1\end{bmatrix}$$

$$B_f=\left[\begin{array}{cccc|cccc}-1&0&0&-1&1&0&0&0\\-1&1&0&0&0&1&0&0\\-1&0&0&-1&0&0&1&0\\0&-1&-1&0&0&0&0&1\end{array}\right]$$

例5：求下图所示正弦电路的支路电流向量



根据电路图写出支路阻抗矩阵、电压源向量、电流源向量

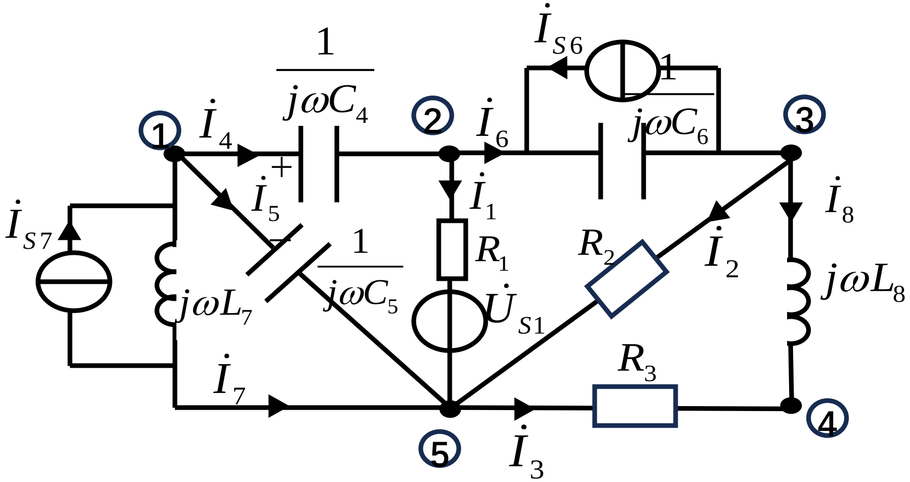
$$Z_b(j\omega)=\begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{j\omega C_4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{j\omega C_5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{j\omega C_6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & j\omega L_7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & j\omega L_8 \end{bmatrix}$$

$$\dot{U}_S=\begin{bmatrix} -\dot{U}_{S1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\dot{U}_S=\begin{bmatrix} -\dot{U}_{S1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

例5：求下图所示正弦电路的支路电流向量

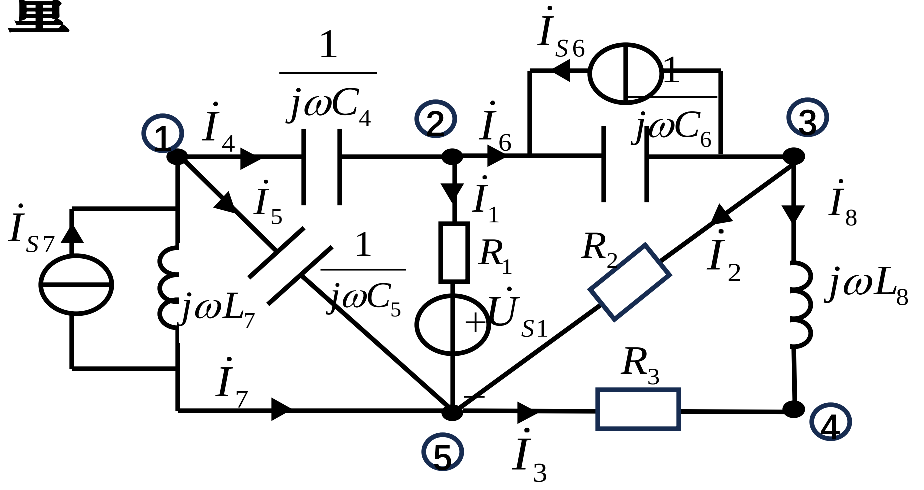
根据 $\begin{bmatrix} \mathbf{B}_f \mathbf{Z}_b(s) \\ \mathbf{A} \end{bmatrix} \mathbf{I}_b(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_f \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{U}_s(s) - \begin{bmatrix} \mathbf{B}_f \mathbf{Z}_b(s) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{I}_s(s)$



得到：

$$\begin{bmatrix} -R_1 & 0 & 0 & \frac{-1}{j\omega C_4} & \frac{-1}{j\omega C_5} & 0 & 0 & 0 \\ -R_1 & R_2 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{j\omega C_6} & 0 & 0 \\ -R_1 & 0 & 0 & \frac{-1}{j\omega C_4} & 0 & 0 & j\omega L_7 & 0 \\ 0 & -R_2 & -R_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & j\omega L_8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \\ \dot{I}_4 \\ \dot{I}_5 \\ \dot{I}_6 \\ \dot{I}_7 \\ \dot{I}_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{U}_{S1} \\ \dot{U}_{S1} - \frac{1}{j\omega C_6}\dot{I}_{S6} \\ \dot{U}_{S1} - j\omega L_7 \dot{I}_{S7} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

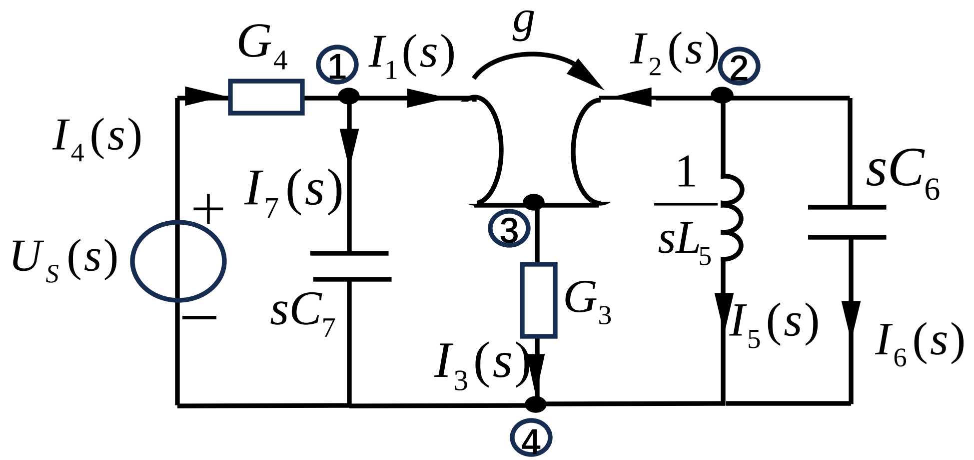
例5：求下图所示正弦电路的支路电流向量



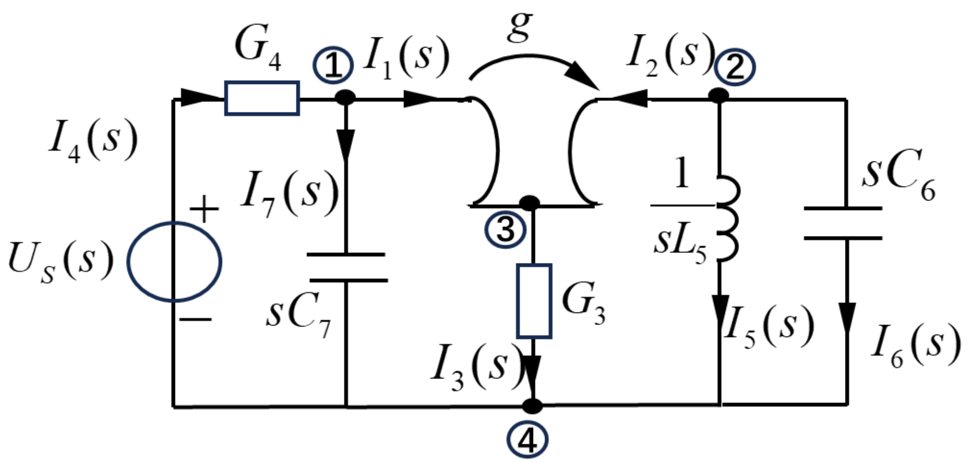
即有:

$$
\begin{bmatrix} \dot I_1 \\ \dot I_2 \\ \dot I_3 \\ \dot I_4 \\ \dot I_5 \\ \dot I_6 \\ \dot I_7 \\ \dot I_8 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
-R_1 & 0 & 0 & \frac{-1}{j\omega C_4} & \frac{-1}{j\omega C_5} & 0 & 0 & 0 \\
-R_1 & R_2 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{j\omega C_6} & 0 & 0 \\
-R_1 & 0 & 0 & \frac{-1}{j\omega C_4} & 0 & 0 & j\omega L_7 & 0 \\
0 & -R_2 & -R_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & j\omega L_8 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\
0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1
\end{bmatrix}^{-1}
\begin{bmatrix}
\dot U_{S1} \\
\dot U_{S1} - \frac{1}{j\omega C_6}\dot I_{S6} \\
\dot U_{S1} - j\omega L_7 \dot I_{S7} \\
0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0
\end{bmatrix}
$$

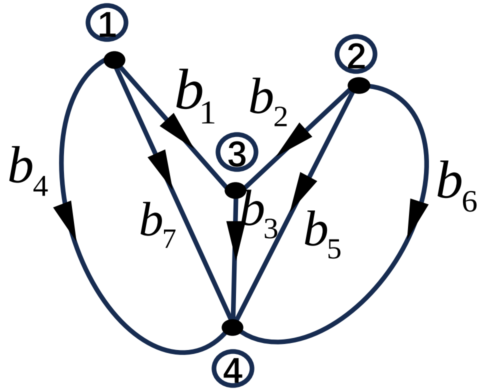
例6：求下图所示正弦电路的支路电压向量



例6：求下图所示正弦电路的支路电压向量



解：根据电路图作出线路图，以节点④为参考节点，以b_1、b_2、b_3为树支



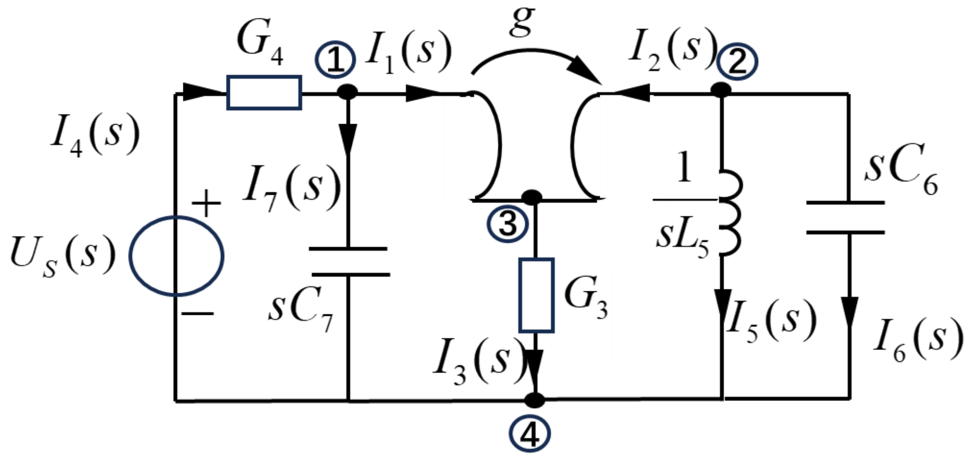
分别写出关联矩阵A和基本回路矩阵B_f：

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_f=\left[\begin{array}{ccc|cccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

例6：求下图所示正弦电路的支路电压向量

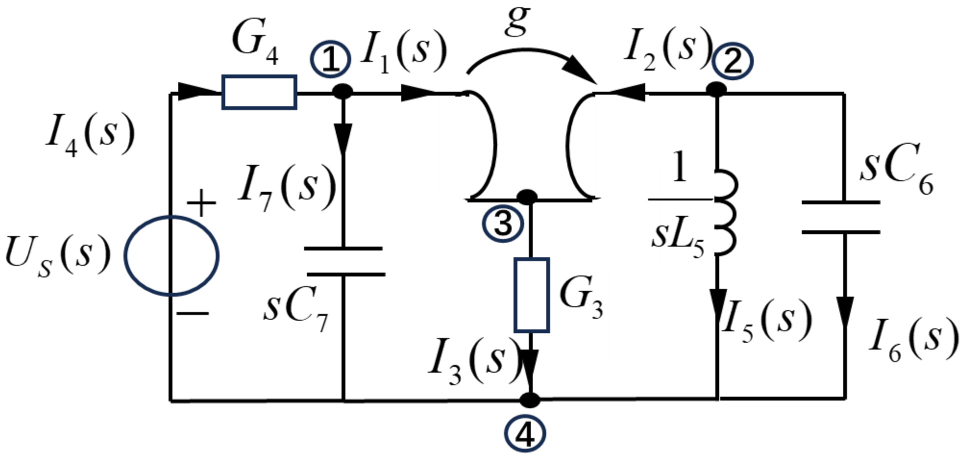
根据电路图得到节点导纳矩阵：



$$Y_b(s)=\begin{bmatrix} 0 & g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{sL_5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & sC_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & sC_7 \end{bmatrix}$$

例6：求下图所示正弦电路的支路电压向量

根据电路图得到节点导纳矩阵：



$$Y_b(s)=\begin{bmatrix} 0 & g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -g & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{sL_5} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & sC_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & sC_7 \end{bmatrix}$$

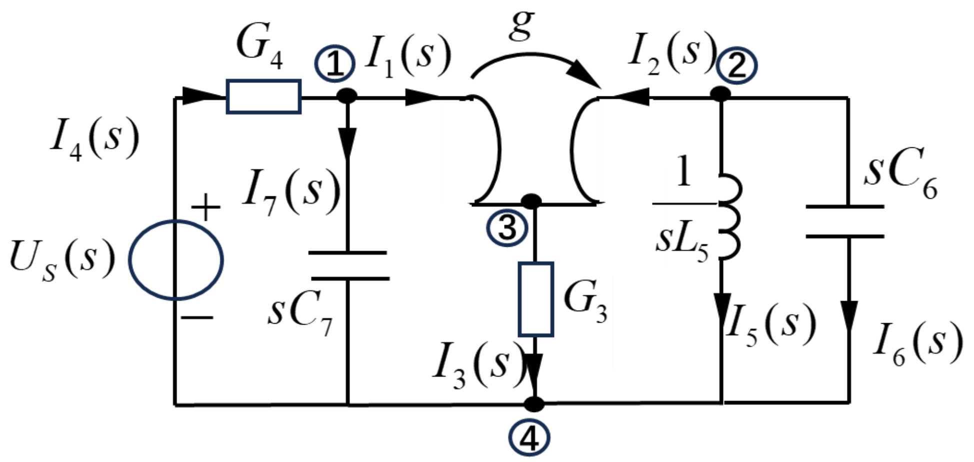
因为电路中只含有一个电压源，不含电流源

故有：

$$I_S(s)=0$$

$$U_S(s)=\begin{bmatrix}0 & 0 & U_S(s) & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}^T$$

例6：求下图所示正弦电路的支路电压向量

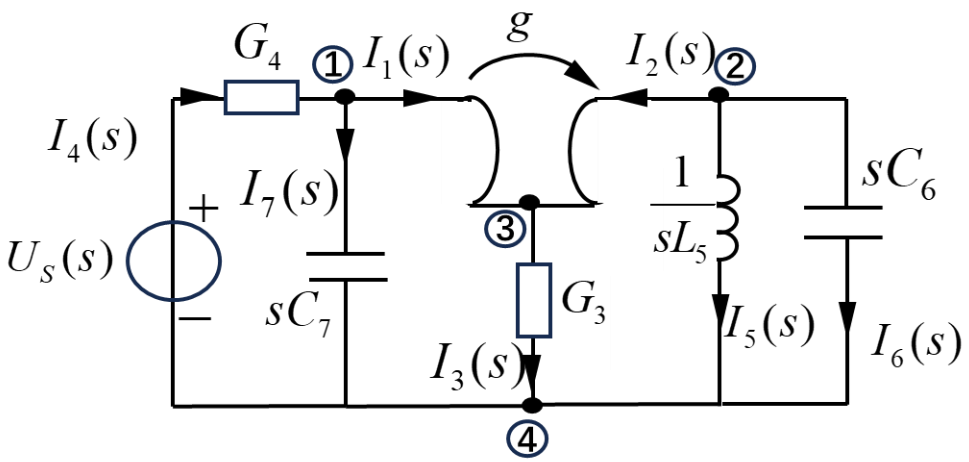


根据：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{AY}_b(s) \\ \mathbf{B}_f \end{bmatrix} \mathbf{U}_b(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{I}_s(s) - \begin{bmatrix} \mathbf{AY}_b(s) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{U}_s(s)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & g & 0 & -G_4 & 0 & 0 & sC_7 \\ -g & 0 & 0 & 0 & \dfrac{1}{sL_5} & sC_6 & 0 \\ g & -g & G_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \\ U_3(s) \\ U_4(s) \\ U_5(s) \\ U_6(s) \\ U_7(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G4U_S(s) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

例6：求下图所示正弦电路的支路电压向量



于是，支路电压向量为：

$$
\begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \\ U_3(s) \\ U_4(s) \\ U_5(s) \\ U_6(s) \\ U_7(s) \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
0 & g & 0 & -G_4 & 0 & 0 & sC_7 \\
-g & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{sL_5} & sC_6 & 0 \\
g & -g & G_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
-1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}^{-1}
\begin{bmatrix} G4U_S(s) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
$$

第五节：节点方程、割集方程和回路方程

- 直接分析法是以支路电流或支路电压作为网络变量，因而需要联立求解的方程数等于支路数，计算工作量大。

- 连支电流集是全部支路电流集的基底，树支电压集和节点电压集都是支路电压集的基底，所以可以选取连支电流、树支电压或节点电压作为网络变量。根据网络变量的不同，网络方程可分为回路方程、割集方程和节点方程。

- 对于一个具有N+1个节点，B条支路的电网络，选定一个参考节点，绘出其连通图G，以节点电压$U_n(s)$作为网络变量，可以导出节点方程；
- 在图G中选择一个树后，分别写出基本割集矩阵Q_f和基本回路矩阵B_f，若以树支电压$U_t(s)$作为网络变量，可导出割集方程；
- 若以连支电流$I_l(s)$作为网络变量，则可导出回路方程。

第五节：节点方程、割集方程和回路方程

一、节点方程

- 用关联矩阵A表示的复频域形式的KCL方程和KVL方程为

$$\mathbf{A}\mathbf{I}_b(s)=\mathbf{0} \qquad \mathbf{U}_b(s)=\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{U}_n(s) \qquad (1)$$

- 用支路导纳矩阵 $\mathbf{Y}_b(s)$表示的VCR方程为

$$\mathbf{I}_b(s)=\mathbf{Y}_b(s)\mathbf{U}_b(s)+\mathbf{Y}_b(s)\mathbf{U}_s(s)-\mathbf{I}_s(s) \qquad (2)$$

将(2)代入(1)中的第一式，可得：

$$\mathbf{A}\mathbf{Y}_b(s)\left[\mathbf{U}_b(s)+\mathbf{U}_s(s)\right]-\mathbf{A}\mathbf{I}_s(s)=\mathbf{0}$$

再将(1)中的第二式代入上式，经整理可得：

$$\mathbf{A}\mathbf{Y}_b(s)\mathbf{A}^T\mathbf{U}_n(s)=\mathbf{A}\mathbf{I}_s(s)-\mathbf{A}\mathbf{Y}_b(s)\mathbf{U}_s(s)$$

第五节：节点方程、割集方程和回路方程

一、节点方程

令：

$$\mathbf{Y}_n(s)=\mathbf{A}\mathbf{Y}_b(s)\mathbf{A}^T \qquad \mathbf{I}_n(s)=\mathbf{A}\left[\mathbf{I}_s(s)-\mathbf{Y}_b(s)\mathbf{U}_s(s)\right]$$

可得：

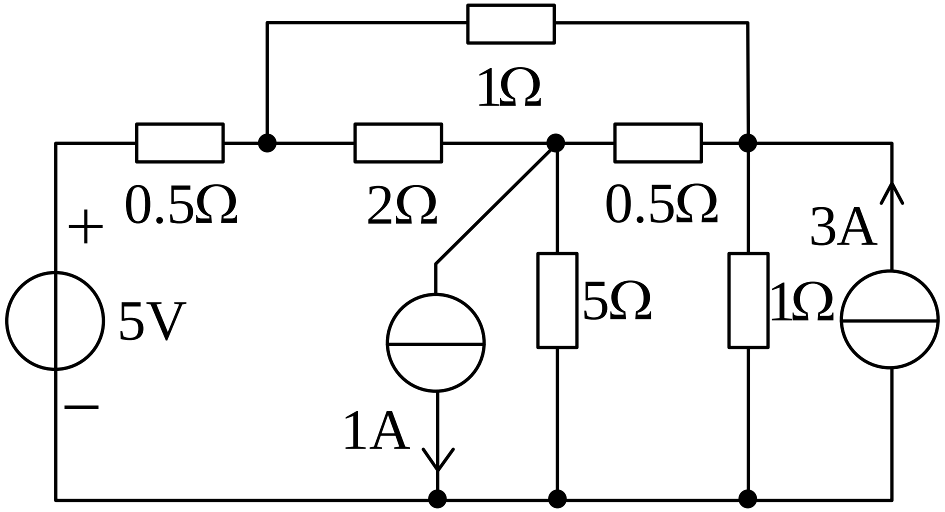
$$\mathbf{Y}_n(s)\mathbf{U}_n(s)=\mathbf{I}_n(s)$$

✓ 式中，$Y_n(s)$ 是一个 N 阶方阵，称为节点导纳矩阵，$I_n(s)$ 是N维向量，称为节点电源电流向量，上式称为节点方程。

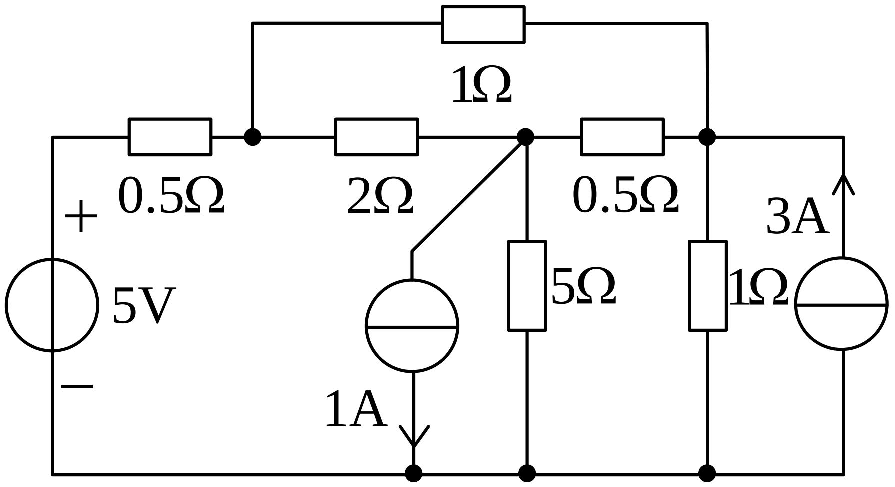
■ 对于给定网络，由节点方程求出节点电压向量 $U_n(s)$，再根据(1)中的第二式和(2)可以分别求出支路电压向量 $U_b(s)$ 和支路电流向量 $I_b(s)$。

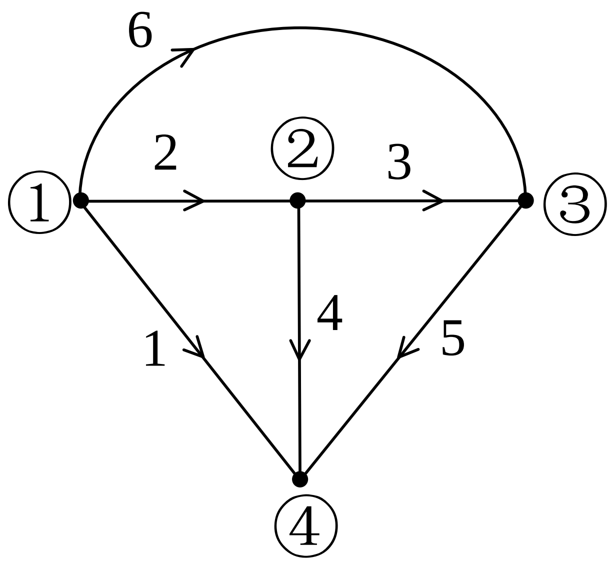
第五节：节点方程、割集方程和回路方程

例题7：用矩阵形式列出图示电路的节点电压方程。



例题7：用矩阵形式列出图示电路的节点电压方程。

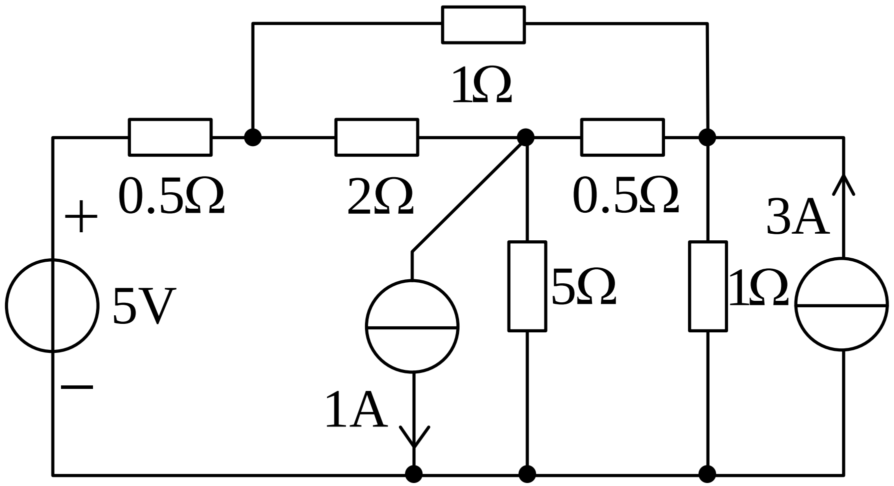


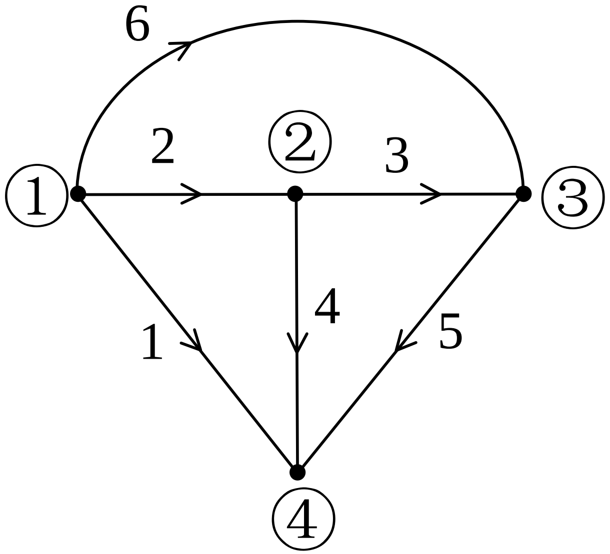


解: 1. 先根据电网络，做出有向图，选定4号节点作为参考点

第五节：节点方程、割集方程和回路方程

例题7：用矩阵形式列出图示电路的节点电压方程。



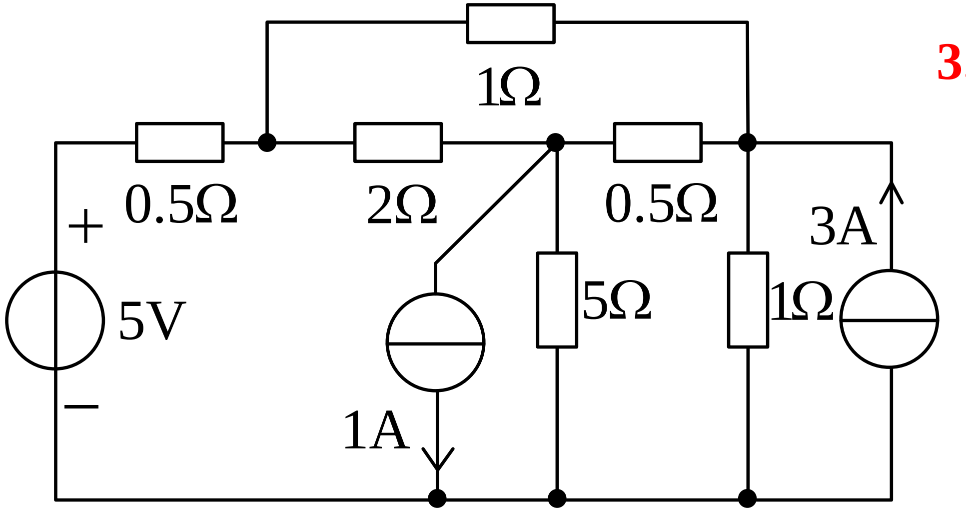


2. 写出关联矩阵A和支路导纳矩阵Y_b

$$
A = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \\
\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

$$
\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} 2 & & & & & \\ & 0.5 & & & & \\ & & 2 & & & \\ & & & 0.2 & & \\ & & & & 1 & \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}
$$

例题7：用矩阵形式列出图示电路的节点电压方程。



3. 再写出支路电压源列向量U_S和支路电流源列向量I_S

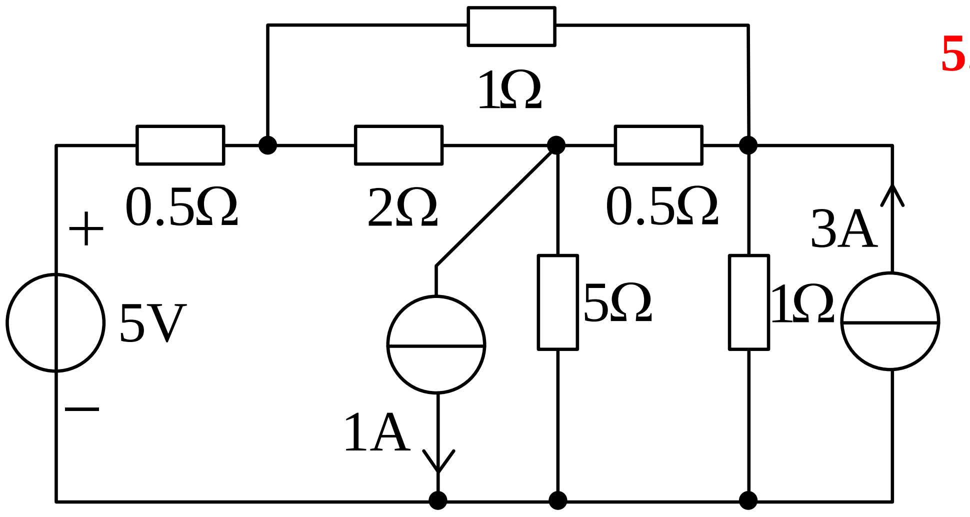
$$U_s = [-5 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$$

$$I_s = [0\ 0\ 0\ -1\ 3\ 0]^{\mathrm{T}}$$

4. 把矩阵A和矩阵Y_b，电压源列向量U_S和电流源列向量I_S代入节点电压方程的矩阵形式

$$AY_bA^T\dot{U}_n = A\dot{I}_s - AY_b\dot{U}_s$$

例题7：用矩阵形式列出图示电路的节点电压方程。



5. 计算化简，得出如下矩阵形式的节点电压方程

$$Y_n \cdot U_n = I_{sn}$$

$$\begin{bmatrix} 3.5 & -0.5 & 0 \\ -0.5 & 2.7 & -2 \\ -1 & -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_{n1} \\ \dot{U}_{n2} \\ \dot{U}_{n3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

以上是列写节点电压方程矩阵形式的基本步骤!

二、割集方程

- 用基本割集矩阵 Q_f 表示的复频域形式的KCL方程和KVL方程为：

$$\mathbf{Q}_f\mathbf{I}_b(s)=\mathbf{0} \qquad \mathbf{U}_b(s)=\mathbf{Q}_f{}^{\mathrm{T}}\mathbf{U}_t(s) \qquad (3)$$

- 用支路导纳矩阵 $Y_b(s\,)$表示的VCR方程为

$$\mathbf{I}_b(s)=\mathbf{Y}_b(s)\mathbf{U}_b(s)+\mathbf{Y}_b(s)\mathbf{U}_s(s)-\mathbf{I}_s(s) \qquad (2)$$

将(2)代入(3)中的第一式，可得：

$$\mathbf{Q}_f\mathbf{Y}_b(s)\left[\mathbf{U}_b(s)+\mathbf{U}_s(s)\right]-\mathbf{Q}_f\mathbf{I}_s(s)=\mathbf{0}$$

再将(3)中的第二式代入上式，经整理可得：

$$\mathbf{Q}_f\mathbf{Y}_b(s)\mathbf{Q}_f{}^{T}\mathbf{U}_t(s)=\mathbf{Q}_f\left[\mathbf{I}_s(s)-\mathbf{Y}_b(s)\mathbf{U}_s(s)\right]$$

第五节：节点方程、割集方程和回路方程

二、割集方程

令：

$$\mathbf{Y}_c(s)=\mathbf{Q}_f\mathbf{Y}_b(s)\mathbf{Q}_f^T \qquad \mathbf{I}_c(s)=\mathbf{Q}_f\left[\mathbf{I}_s(s)-\mathbf{Y}_b(s)\mathbf{U}_s(s)\right]$$

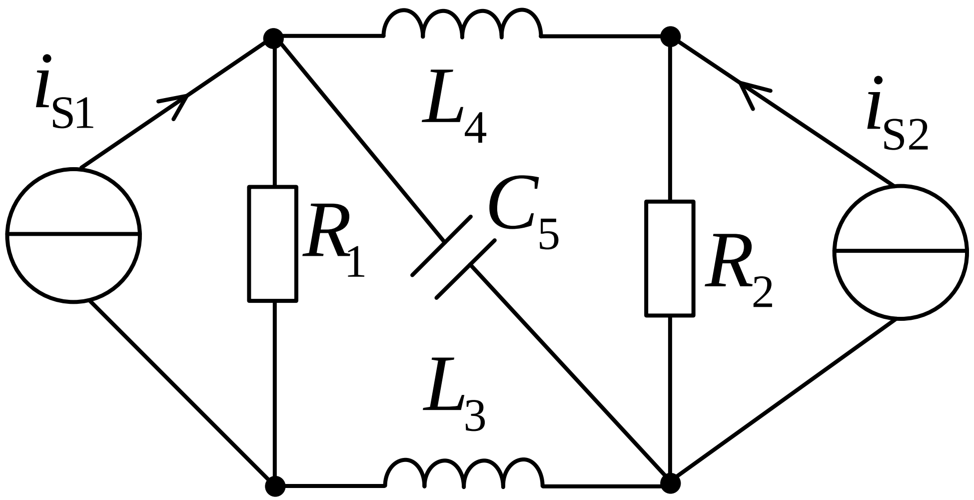
可得：

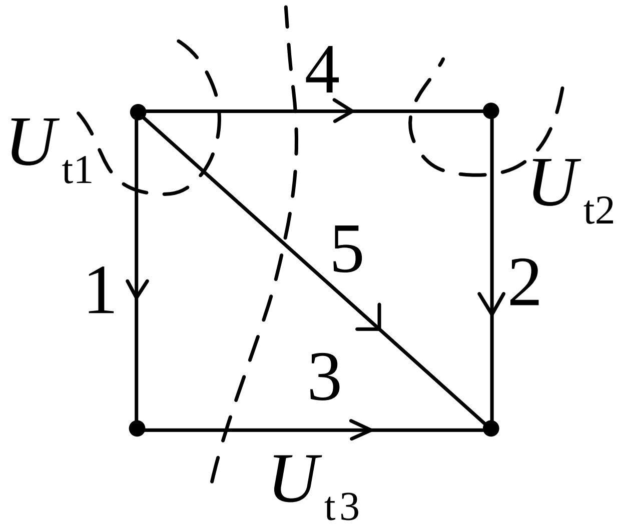
$$\mathbf{Y}_c(s)\mathbf{U}_t(s)=\mathbf{I}_c(s)$$

- ✓ 式中，$Y_c(s)$ 是一个 N 阶方阵，称为割集导纳矩阵，$I_c(s)$ 是N维向量，称为割集电源电流向量，上式称为割集方程。

- ■ 对于给定网络，由割集方程求出树支电压向量 $U_t(s)$，再根据(3)中的第二式和(2)可以分别求出支路电压向量 $U_b(s)$ 和支路电流向量 $I_b(s)$。

例题8：以运算形式列出电路的割集电压方程的矩阵形式，设动态元件的初始条件为零。

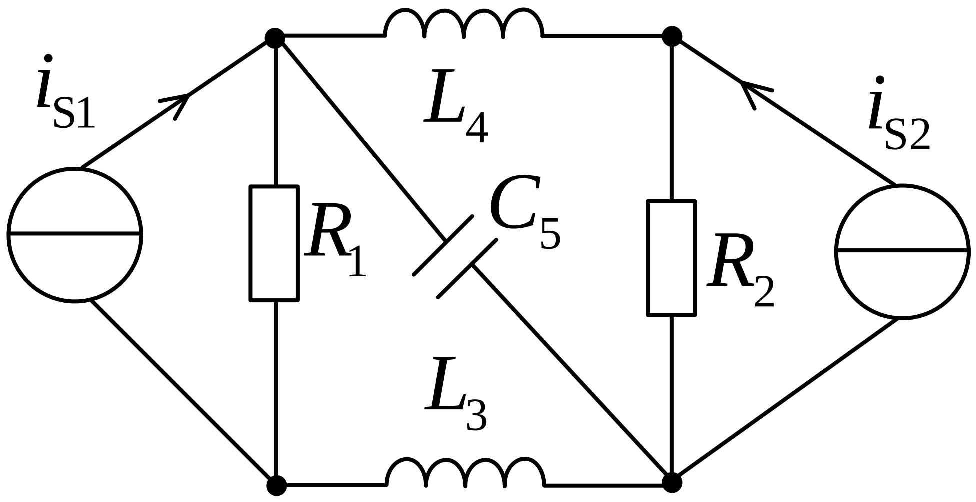




解: 1. 先根据电网络，做出有向图，选支路1，2，3为树支。写出割集矩阵Q_f

$$
\boldsymbol{Q}_{\mathrm{f}} = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{array} \\
\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

例题8：以运算形式列出电路的割集电压方程的矩阵形式，设动态元件的初始条件为零。



2. 使用复频域形式，写出支路导纳矩阵Y_b

$$Y(s)=\mathrm{diag}[\frac{1}{R_1},\frac{1}{R_2},\frac{1}{sL_3},\frac{1}{sL_4},sC_5]$$

支路电压源列向量U_S

$$U_s(s)=0$$

支路电流源列向量I_S

$$I_s(s)=[I_{s1}(s)\ I_{s2}(s)\ 0\ 0\ 0]^{\mathrm{T}}$$

3. 代入割集方程:

$$QY_bQ^T\dot{U}_t=Q\dot{I}_s-QY_b\dot{U}_s$$

例题8：以运算形式列出电路的割集电压方程的矩阵形式，设动态元件的初始条件为零。

4. 计算化简，得出如下矩阵形式的割集电压方程: $Y_t \dot{U}_t = \dot{I}_{st}$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1}+\frac{1}{sL_4}+sC_5 & -\frac{1}{sL_4} & \frac{1}{sL_4}+sC_5 \\ -\frac{1}{sL_4} & \frac{1}{R_2}+\frac{1}{sL_4} & -\frac{1}{sL_4} \\ \frac{1}{sL_4}+sC_5 & -\frac{1}{sL_4} & \frac{1}{sL_3}+\frac{1}{sL_4}+sC_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{t1}(s) \\ U_{t2}(s) \\ U_{t3}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{s1}(s) \\ I_{s2}(s) \\ 0 \end{bmatrix}$$

以上是列写割集电压方程矩阵形式的基本步骤，需要注意的是割集电压方程是节点电压方程的推广。某些电路在选择特定的参考点和树枝的情况下，割集电压方程会退化为节点电压方程。

三、回路方程

- 用基本回路矩阵 $\mathbf{B}_f$ 表示的复频域形式的KCL方程和KVL方程为：

$$\mathbf{I}_b(s)=\mathbf{B}_f^T\mathbf{I}_l(s) \qquad \mathbf{B}_f\mathbf{U}_b(s)=\mathbf{0} \qquad (4)$$

- 用支路阻抗矩阵 $\mathbf{Z}_b(s)$表示的VCR方程为

$$\mathbf{U}_b(s)=\mathbf{Z}_b(s)\mathbf{I}_b(s)+\mathbf{Z}_b(s)\mathbf{I}_s(s)-\mathbf{U}_s(s) \qquad (5)$$

将(5)代入(4)中的第二式，可得：

$$\mathbf{B}_f\mathbf{Z}_b(s)\left[\mathbf{I}_b(s)+\mathbf{I}_s(s)\right]-\mathbf{B}_f\mathbf{U}_s(s)=\mathbf{0}$$

再将(4)中的第一式代入上式，经整理可得：

$$\mathbf{B}_f\mathbf{Z}_b(s)\mathbf{B}_f^{T}\mathbf{I}_l(s)=\mathbf{B}_f\mathbf{U}_s(s)-\mathbf{B}_f\mathbf{Z}_b(s)\mathbf{I}_s(s)$$

三、回路方程

令：

$$\mathbf{Z}_l(s)=\mathbf{B}_f\mathbf{Z}_b(s)\mathbf{B}_f^{\ T} \qquad \mathbf{U}_{sl}(s)=\mathbf{B}_f\left[\mathbf{U}_s(s)-\mathbf{Z}_b(s)\mathbf{I}_s(s)\right]$$

可得：

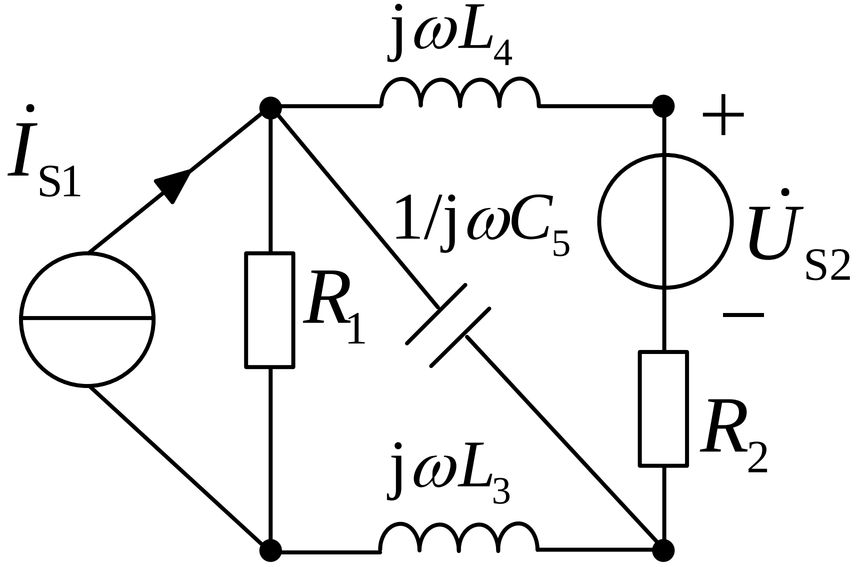
$$\mathbf{Z}_l(s)\mathbf{I}_l(s)=\mathbf{U}_{sl}(s)$$

✓ 式中，$Z_l(s)$ 是一个 B-N 阶方阵，称为回路阻抗矩阵，$U_{sl}(s)$ 是B-N维向量，称为回路电源电压向量，上式称为回路方程。

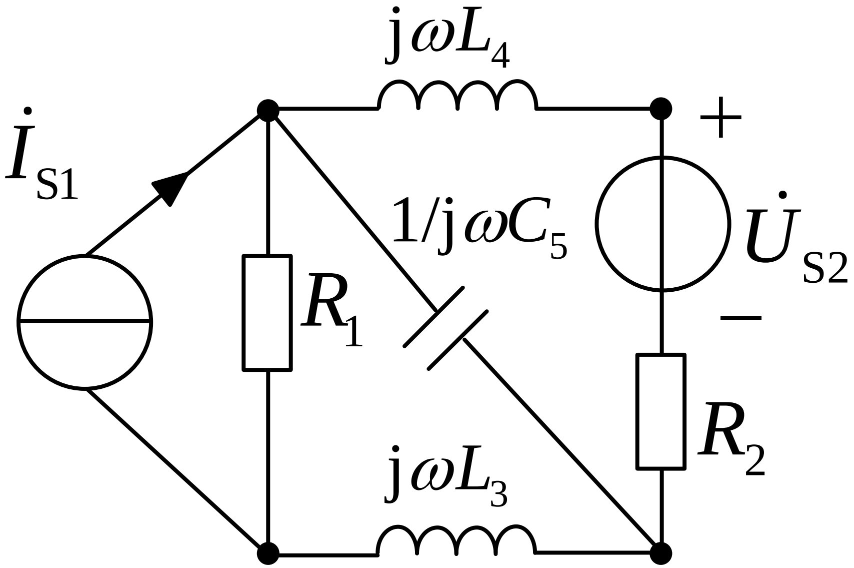
■ 对于给定网络，由回路方程求出连支电流向量 $I_l(s)$，再根据(4)中的第二式和(5)可以分别求出支路电流向量 $I_b(s)$ 和支路电压向量$U_b(s)$ 。

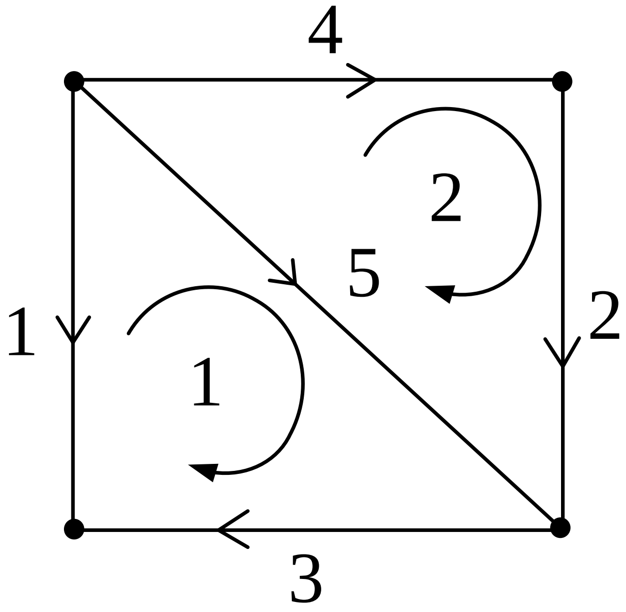
➢ 割集方程是节点方程的推广形式；回路方程和割集方程互为对偶的网络方程。

例题9：用矩阵形式列出图示电路的回路电流方程。



例题9：用矩阵形式列出图示电路的回路电流方程。





解: 1. 根据电网络，做出有向图，选支路1，2，5为树支。写出回路矩阵B和支路阻抗矩阵Z_b。

$$B=\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccccc}1 & 2 & 3 & 4 & 5\end{array}\\ \begin{bmatrix}-1 & 0 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1\end{bmatrix}\end{array}$$

$$Z_b=\mathrm{diag}[R_1, R_2, \mathrm{j}\omega L_3, \mathrm{j}\omega L_4, \frac{1}{\mathrm{j}\omega C_5}]$$

例题9：用矩阵形式列出图示电路的回路电流方程。

以及电压源列向量U_S和电流源列向量I_S

$$\dot{U}_s = [0 \quad -\dot{U}_{s2} \quad 0 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}} \qquad \dot{I}_s = [\dot{I}_{s1} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^{\mathrm{T}}$$

2. 把矩阵B和矩阵Z，电压源列向量U和电流源列向量1代入回路电流方程的矩阵形式

$$BZ_b B^T \dot{I}_l = B\dot{U}_s - BZ_b \dot{I}_s$$

3. 计算化简，得出如下矩阵形式的回路电流方程

$$Z_l \cdot I_l = U_{sl}$$

$$\begin{bmatrix} R_1 + \mathrm{j}\omega L_3 + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_5} & -\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_5} \\ -\dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_5} & R_2 + \mathrm{j}\omega L_4 + \dfrac{1}{\mathrm{j}\omega C_5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{11} \\ \dot{I}_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 \dot{I}_{s1} \\ -\dot{U}_{s2} \end{bmatrix}$$

第六节：改进的节点方程

- 问题：在网络中，若存在无伴电压源支路时，由于该支路的导纳为无穷大，给节点方程和割集方程的建立带来困难。

- 解决方案：将无伴电压源支路电流也作为网络变量。

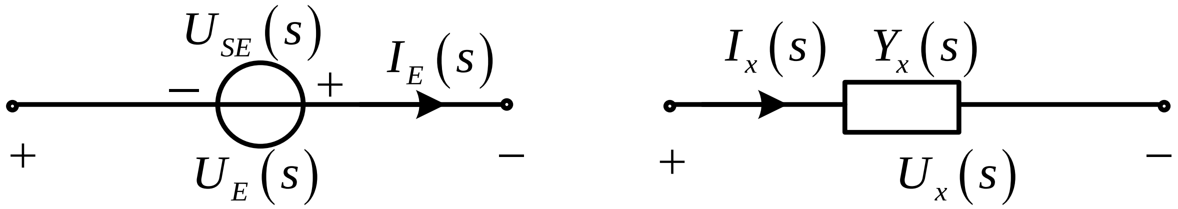
- 求解变量：在改进的节点方程中是以节点电压和某些支路电流作为未知量。

- 说明：某些支路电流除了无伴电压源支路电流外，还可以包括需要直接求解的支路电流。

第六节：改进的节点方程

一、支路划分

- 将网络中的支路划分为三类：
  - 第一类为一般支路；
  - 第二类为无伴电压源支路，以二端元件为一条支路，电压、电流取关联参考方向，$U_{SE}(s)$ 为无伴电压源电压；
  - 第三类为直接求电流支路，以二端元件为一条支路，电压、电流取关联参考方向，$Y_x(s)$ 为直接求电流支路导纳。



二、改进节点方程

- 将网络中的支路编号按一般支路、无伴电压源支路和直接求电流支路排序，可将网络的关联矩阵写成分块形式：

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_0 & \mathbf{A}_E & \mathbf{A}_x\end{bmatrix}$$

✓ 式中：$\mathbf{A}_0$ 是反映一般支路与节点之间的关联关系的子阵；$\mathbf{A}_E$是反映无伴电压源支路与节点之间的关联关系的子阵；$\mathbf{A}_x$ 是反映直接求电流支路与节点之间的关联关系的子阵。

- 将支路电流向量和支路电压向量也按同样顺序分块

$$\mathbf{I}_b(s)=\begin{bmatrix}\mathbf{I}_0(s) & \mathbf{I}_E(s) & \mathbf{I}_x(s)\end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{U}_b(s)=\begin{bmatrix}\mathbf{U}_0(s) & \mathbf{U}_E(s) & \mathbf{U}_x(s)\end{bmatrix}^T$$

第六节：改进的节点方程

二、改进节点方程

- 根据KCL，有：

$$\begin{bmatrix}\mathbf{A}_0 & \mathbf{A}_E & \mathbf{A}_x\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{I}_0(s)\\ \mathbf{I}_E(s)\\ \mathbf{I}_x(s)\end{bmatrix}=\mathbf{0} \qquad (2-6-1)$$

$$\mathbf{A}_0\mathbf{I}_0(s)+\mathbf{A}_E\mathbf{I}_E(s)+\mathbf{A}_x\mathbf{I}_x(s)=\mathbf{0} \qquad (2-6-2)$$

- 根据KVL，有：

$$\begin{bmatrix}\mathbf{U}_0(s)\\ \mathbf{U}_E(s)\\ \mathbf{U}_x(s)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_0 & \mathbf{A}_E & \mathbf{A}_x\end{bmatrix}^T\mathbf{U}_n(s) \qquad (2-6-3)$$

$$\mathbf{U}_0(s)=\mathbf{A}_0^T\mathbf{U}_n(s) \qquad (2-6-4a)$$

$$\mathbf{U}_E(s)=\mathbf{A}_E^T\mathbf{U}_n(s) \qquad (2-6-4b)$$

$$\mathbf{U}_x(s)=\mathbf{A}_x^T\mathbf{U}_n(s) \qquad (2-6-4c)$$

第六节：改进的节点方程

二、改进节点方程

- **一般支路、无伴电压源支路、直接求电流支路的VCR方程为：**

$$\mathbf{I}_0(s)=\mathbf{Y}_0(s)\mathbf{U}_0(s)+\mathbf{Y}_0(s)\mathbf{U}_s(s)-\mathbf{I}_s(s) \qquad (2-6-5a)$$

$$\mathbf{U}_E(s)=-\mathbf{U}_{SE}(s) \qquad (2-6-5b)$$

$$\mathbf{I}_x(s)=\mathbf{Y}_x(s)\mathbf{U}_x(s) \qquad (2-6-5c)$$

- **改进节点方程**
  - ✓ **将(2-6-4a)代入(2-6-5a)，可得：**

$$\mathbf{I}_0(s)=\mathbf{Y}_0(s)\mathbf{A}_0^T\mathbf{U}_n(s)+\mathbf{Y}_0(s)\mathbf{U}_s(s)-\mathbf{I}_s(s) \qquad (2-6-6)$$

  - ✓ **将(2-6-4c)代入(2-6-5c)，可得：**

$$\mathbf{I}_x(s)=\mathbf{Y}_x(s)\mathbf{A}_x^T\mathbf{U}_n(s) \qquad (2-6-7)$$

  - ✓ **将(2-6-6)代入(2-6-2)，可得：**

$$\mathbf{A}_0\mathbf{Y}_0(s)\mathbf{A}_0^T\mathbf{U}_n(s)+\mathbf{A}_E\mathbf{I}_E(s)+\mathbf{A}_x\mathbf{I}_x(s)=\mathbf{A}_0\left[\mathbf{I}_s(s)-\mathbf{Y}_0(s)\mathbf{U}_s(s)\right] \qquad (2-6-8)$$

第六节：改进的节点方程

二、改进节点方程

令：

$$\mathbf{Y}_{n0}(s)=\mathbf{A}_0\mathbf{Y}_0(s)\mathbf{A}_0^T \qquad (2-6-9)$$

$$\mathbf{I}_{n0}(s)=\mathbf{A}_0\left[\mathbf{I}_s(s)-\mathbf{Y}_0(s)\mathbf{U}_s(s)\right] \qquad (2-6-10)$$

则(2-6-8)可化简为：$\mathbf{Y}_{n0}\mathbf{U}_n(s)+\mathbf{A}_E\mathbf{I}_E(s)+\mathbf{A}_x\mathbf{I}_x(s)=\mathbf{I}_{n0}(s) \qquad (2-6-11)$

- 将(2-6-11)、(2-6-4b)和(2-6-7)合写为一个向量方程，得：

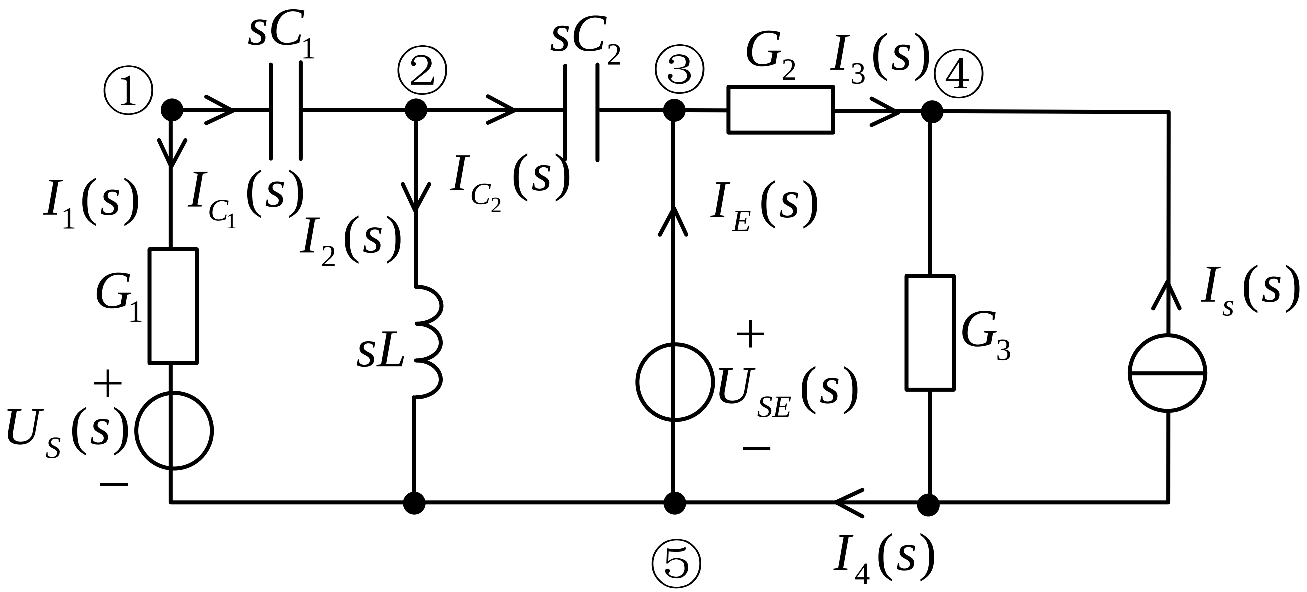
$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{n0}(s) & \mathbf{A}_E & \mathbf{A}_x \\ -\mathbf{A}_E^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{Y}_x(s)\mathrm{A}_x^T & \mathbf{0} & \mathbf{-1} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{U}_n(s) \\ \mathbf{I}_E(s) \\ \mathbf{I}_x(s) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{n0}(s) \\ \mathbf{U}_{SE}(s) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \qquad (2-6-12)$$

✓ 上式就是改进节点方程的一般形式。

➢ 改进节点法是以增加网络变量数为代价，避开了写无伴电压源支路的支路导纳。设网络有N+1个节点，p个无伴电压源支路和r个直接求电流支路，则改进节点法的网络变量数为$N+p+r$个，系数矩阵为$N+p+r$阶方阵。虽然系数矩阵维数增加了，但矩阵是稀疏的，利用稀疏矩阵技术计算仍很方便。

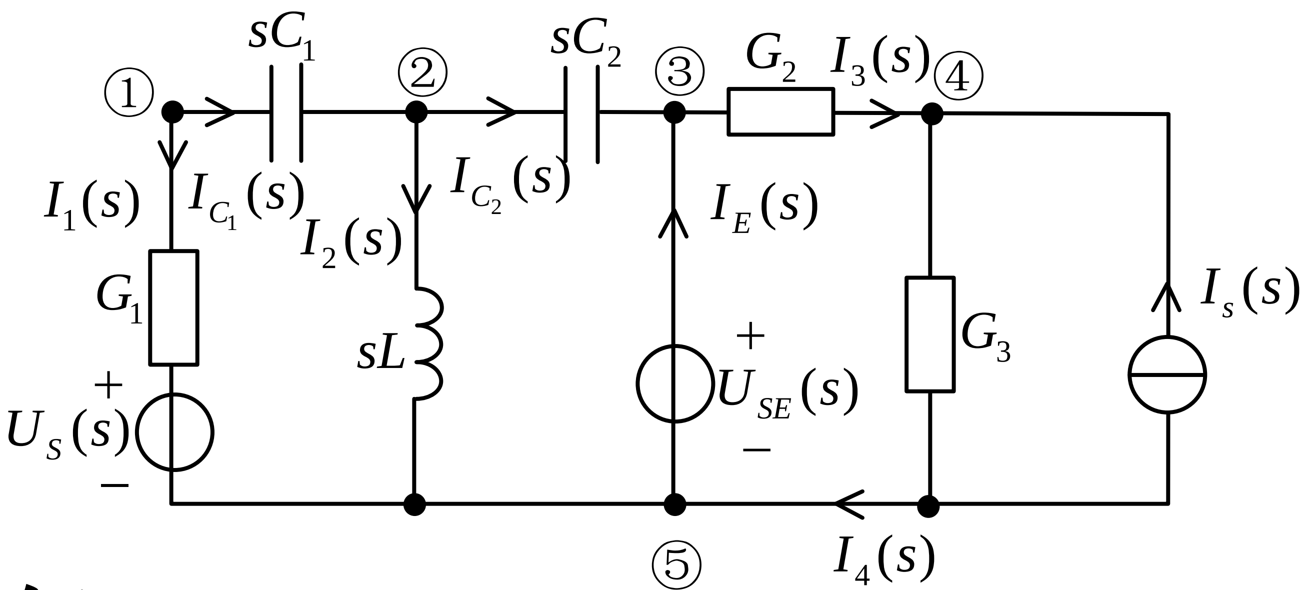
第六节：改进的节点方程

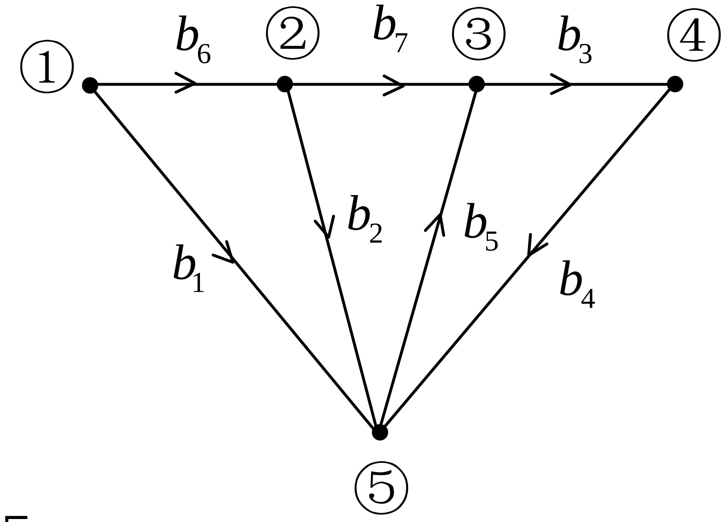
例题10：在下图所示电路中，如以$I_{C_1}(s)$和$I_{C_2}(s)$为直接求的支路电流，建立改进的节点方程。



第六节：改进的节点方程

例题10：在下图所示电路中，如以$I_{C_1}(s)$和$I_{C_2}(s)$为直接求的支路电流，建立改进的节点方程。





解:作出线形图如所示。以节点⑤为参考节点。

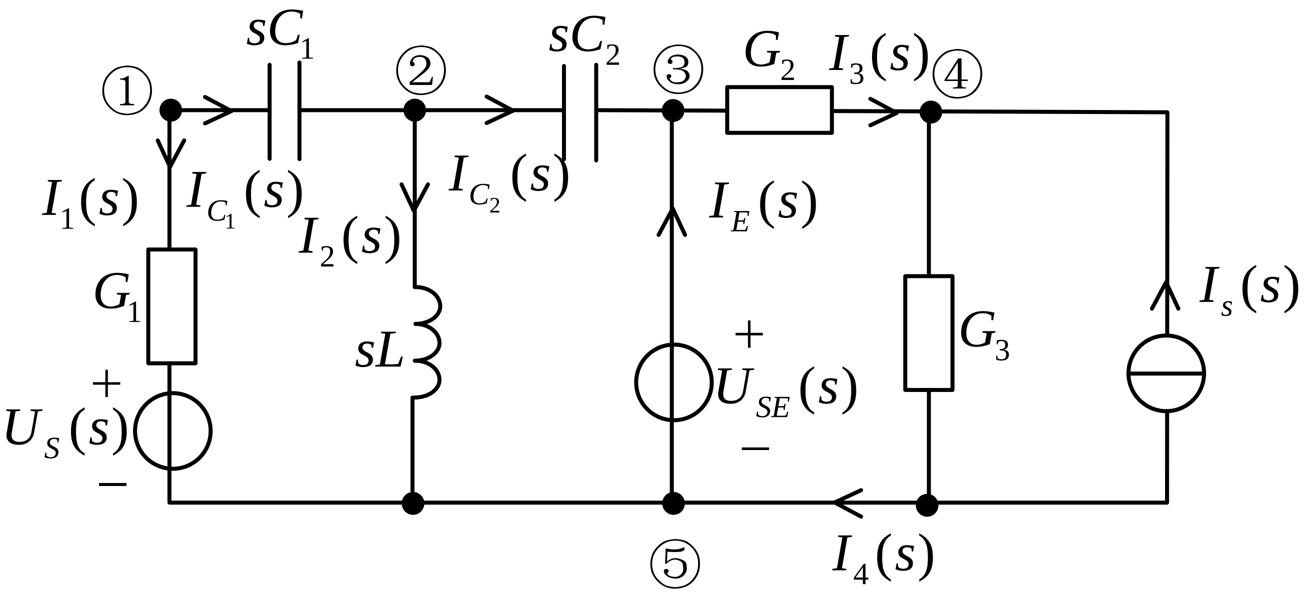
b_1、b_2、 b_3、 b_4为一般支路, b_5为无伴电压源支路, b_6、 b_7是直接求电流支路。则关联矩阵A为

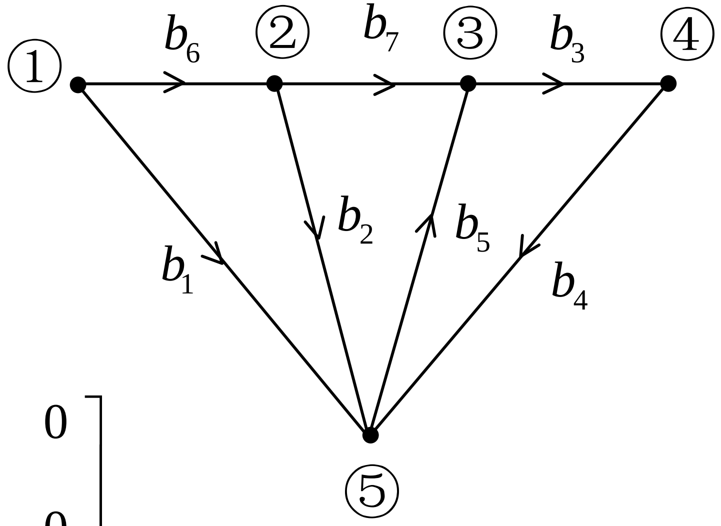
$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{A_0}\quad\underbrace{\quad}_{A_E}\quad\underbrace{\qquad}_{A_X}$$

第六节：改进的节点方程

例题10：在下图所示电路中，如以$I_{C_1}(s)$和$I_{C_2}(s)$为直接求的支路电流，建立改进的节点方程。





写出一般支路的支路导纳矩阵$Y_0(s)$为

$$
\boldsymbol{Y}_o(s)=\begin{bmatrix} G_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{sL} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_3 \end{bmatrix}
$$

直接求电流支路的支路导纳矩阵$Y_x(s)$为

$$
Y_x(s)=\begin{bmatrix} sC_1 & 0 \\ 0 & sC_2 \end{bmatrix}
$$

第六节：改进的节点方程

例题10：在下图所示电路中，如以$I_{C_1}(s)$和$I_{C_2}(s)$为直接求的支路电流，建立改进的节点方程。

根据式(2-6-9)可得:

$$\boldsymbol{Y}_{n0}(s)=\boldsymbol{A}_0\boldsymbol{Y}_0(s)\boldsymbol{A}_0^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix} G_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{sL} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_2 & -G_2 \\ 0 & 0 & -G_2 & G_2+G_3 \end{bmatrix}$$

根据式(2-6-10)有:

$$\boldsymbol{Y}_{\mathrm{x}}(s)\boldsymbol{A}_{\mathrm{x}}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix} sC_1 & -sC_1 & 0 & 0 \\ 0 & sC_2 & -sC_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$I_{no}(s)=[G_1U_s(s)\ \ 0\ \ 0\ \ I_s(s)]^{\mathrm{T}}$$

第六节：改进的节点方程

例题10：在下图所示电路中，如以$I_{C_1}(s)$和$I_{C_2}(s)$为直接求的支路电流，建立改进的节点方程。

由式(2-6-12)知,改进的节点方程为

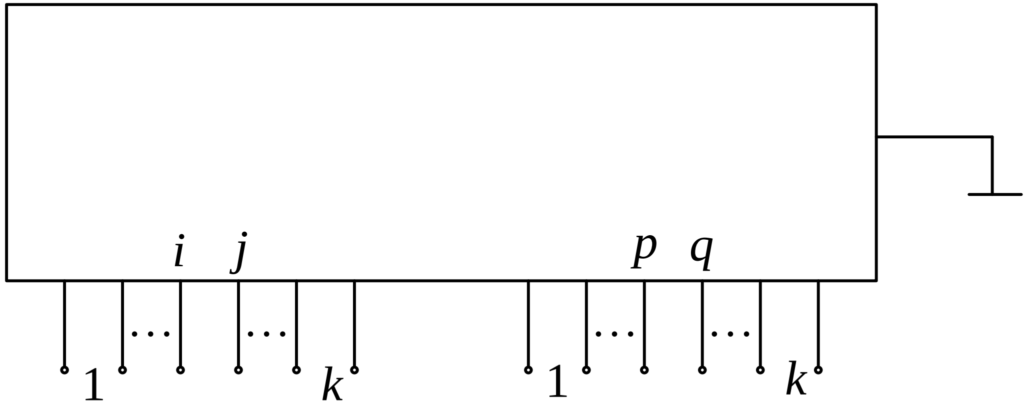
$$\begin{bmatrix} G_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \dfrac{1}{sL} & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & G_2 & -G_2 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -G_2 & G_2+G_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ sC_1 & -sC_1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & sC_2 & -sC_2 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{n1}(s) \\ U_{n2}(s) \\ U_{n3}(s) \\ U_{n4}(s) \\ I_E(s) \\ I_{C_1}(s) \\ I_{C_2}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 U_s(s) \\ 0 \\ 0 \\ I_s(s) \\ U_{SE}(s) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

第七节：含零泛器电路的节点方程

- 用零泛器可以描述晶体管、运算放大器等器件的理想化特性，零器和泛器总是成对出现的。

一、含零泛器电路的节点方程列写步骤

- 设网络具有 $N+1$个节点，k 对零泛器。



（1）把全部零器和泛器都移去（将所有支路都断开），剩下的的网络为 $2k$端口网络，在此情况下，选定参考节点，列写节点方程（为书写简便，省略符号 s）

$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1N} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{N1} & y_{N2} & \cdots & y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \\ \cdots \\ U_{nN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \\ \cdots \\ I_{nN} \end{bmatrix}$$

第七节：含零泛器电路的节点方程

一、含零泛器电路的节点方程列写步骤

（2）将网络中原有零器和泛器逐一接入网络。若端子 i 和 j之间接入一个零器，则 $U_{ni}=U_{nj}$。因此，将节点导纳矩阵中的第 j 列元素加到第 i 列元素中去，并删去第 j 列元素及节点电压向量中的变量 U_{nj}，由此可得：

$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1i}+y_{1j} & \cdots & y_{1N} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2i}+y_{2j} & \cdots & y_{2N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{i1} & y_{i2} & \cdots & y_{ii}+y_{ij} & \cdots & y_{iN} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{j1} & y_{j2} & \cdots & y_{ji}+y_{jj} & \cdots & y_{jN} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{N1} & y_{N2} & \cdots & y_{Ni}+y_{Nj} & \cdots & y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{n1} \\ U_{n2} \\ \cdots \\ U_{ni} \\ \cdots \\ U_{nN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{n1} \\ I_{n2} \\ \cdots \\ I_{ni} \\ \cdots \\ I_{nj} \\ \cdots \\ I_{nN} \end{bmatrix}$$

- 按同样的方式将 k 个零器全部接入电路，则节点导纳矩阵变为 $N\times(N-k)$ 矩阵，这样得到的向量方程组中，方程数 (N) 较变量数 $(N-k)$ 多 k 个，即有 k 个冗余方程。

第七节：含零泛器电路的节点方程

一、含零泛器电路的节点方程列写步骤

（3）将零器接入网络后，再接入泛器。若端子 p 和 q 之间接入一个泛器，设此泛器的电流为 I_{qp}。考虑到该支路的接入对节点的影响，上式可变为：

$$
\begin{bmatrix}
y_{11} & \cdots & y_{1i}+y_{1j} & \cdots & y_{1N} \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
y_{i1} & \cdots & y_{ii}+y_{ij} & \cdots & y_{iN} \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
y_{p1} & \cdots & y_{pi}+y_{pj} & \cdots & y_{pN} \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
y_{q1} & \cdots & y_{qi}+y_{qj} & \cdots & y_{qN} \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
y_{N1} & \cdots & y_{Ni}+y_{Nj} & \cdots & y_{NN}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
U_{n1} \\ \cdots \\ U_{ni} \\ \cdots \\ U_{np} \\ \cdots \\ U_{nq} \\ \cdots \\ U_{nN}
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
I_{n1} \\ \cdots \\ I_{ni} \\ \cdots \\ I_{np}+I_{qp} \\ \cdots \\ I_{nq}-I_{qp} \\ \cdots \\ I_{nN}
\end{bmatrix}
$$

第七节：含零泛器电路的节点方程

一、含零泛器电路的节点方程列写步骤

✓ 根据零泛器的元件特性， I_{qp} 可为任意值，它决定于整个网络的约束关系，因此，不希望保留上式中的右端变量向量I_{qp} 。将上述方程组中的第 q 个方程和第 p 个方程相加（将节点导纳矩阵的第 q 行加到第 p 行，并删除第 q 行），这样既消除了 I_{qp}，又可去掉一个冗余方程，则上式可变为：

$$\begin{bmatrix} y_{11} & \cdots & y_{1i}+y_{1j} & \cdots & y_{1N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{p1}+y_{q1} & \cdots & y_{pi}+y_{pj}+y_{qi}+y_{qj} & \cdots & y_{pN}+y_{qN} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ y_{N1} & \cdots & y_{Ni}+y_{Nj} & \cdots & y_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{n1} \\ \cdots \\ U_{ni} \\ \cdots \\ U_{np} \\ U_{nq} \\ \cdots \\ U_{nN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{n1} \\ \cdots \\ I_{ni} \\ I_{nj} \\ \cdots \\ I_{np}+I_{nq} \\ \cdots \\ I_{nN} \end{bmatrix}$$

第七节：含零泛器电路的节点方程

一、含零泛器电路的节点方程列写步骤

- 由此看出，在电路中接入一对零泛器，节点导纳矩阵变为N-1 阶方阵，节点电压向量也变为 N-1 个元。若将k对零泛器全部接入电路，则节点导纳矩阵将变为 N-k 阶方阵，此时节点电压向量也只有 N-k 个元。

（4）若节点 i、j 之间的零器一端 j 接地，则 $U_{ni}=U_{nj}=0$，因此，可以直接删去节点导纳矩阵中的第i列元素和节点电压向量中的 U_{ni}。若节点 q、p 之间泛器一端 q 接地，可直接删去节点导纳矩阵中的第 p行元素，并同时删去节点电源电流向量中的 I_{np}。

第七节：含零泛器电路的节点方程

二、含零泛器电路的节点方程列写步骤总结

- ✓ 移去所有零器和泛器（将其暂时断开）。
- ✓ 列写网络节点方程，此时节点导纳矩阵为N阶方阵。
- ✓ 逐个接入零器。若节点 i、j 之间接入一个零器，设则 i、j二节点均不接地，则将节点导纳矩阵中的第 j 列元素加到第 i 列元素中去，并删去第 j 列元素及节点电压向量中的变量 U_{nj}；如果节点 j 接地，则可以直接删去节点导纳矩阵中的第 i 列元素和节点电压向量中的 U_{ni}。
- ✓ 逐个接入泛器。若节点 q、p 之间接入一个泛器，设则 q、p 二节点均不接地，则将节点导纳矩阵中的第 q 行元素加到第 p 行元素中去，并删去第 q 行元素，而节点电流源向量的第 p 个元素为 $I_{np}+I_{nq}$ ，同时去掉第 q 个元素 I_{nq}。如果节点 q 接地，则可以直接删去节点导纳矩阵中的第 p 行元素，同时删去节点电流源向量中的 I_{np}。

第八节：混合变量方程

- 前面介绍的网络方程方法中，导纳矩阵法、节点法、割集法要求能写出导纳矩阵；阻抗矩阵法和回路法要求能写出网络阻抗矩阵。
- 某些元件只有导纳参数，例如电压控制电流源；某些元件只有阻抗参数，例如电流控制电压源；有些参数既不具有阻抗参数，也不具有导纳参数，例如电压控制电压源、电流控制电流源。
- 如果网络中出现上述类型的元件（受控源），应用直接分析法、节点分析法、割集分析法和回路分析法会出现困难。
- 可用混合变量法来分析含上述元件的网络。

第八节：混合变量方程

一、混合变量方程

- 由于树支电压形成所有支路电压的一个基底集合，用树支电压可以表示出全部支路电压；连支电流形成所有支路电流的一个基底集合，用连支电流可以表示出全部支路电流。因此，可以通过选树来选择一组独立的混合变量（既有电流又有电压）作为网络变量，建立混合元件VCR方程，以适应各类非源元件VCR表达的需求。
- 对于一个给的的网络，选择一个适当的树后，有

$$\mathbf{I}_b = \mathbf{I} - \mathbf{I}_s$$

$$\mathbf{U}_b = \mathbf{U} - \mathbf{U}_s$$

✓ 式中 U、I 为非源元件（包括无源元件和受控元件）的电压、电流，将这些元件按先树支后连支的顺序排列，则：

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_t & \mathbf{U}_l \end{bmatrix}^T \qquad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_t & \mathbf{I}_l \end{bmatrix}^T$$

第八节：混合变量方程

一、混合变量方程

1、根据KCL方程：$Q_f I_b=0$，可得 $Q_f I=Q_f I_s$，将其中矩阵 Q_f 按先树支后连支分块后有

$$\begin{bmatrix}\mathbf{1}_t & \mathbf{Q}_l\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{I}_t\\ \mathbf{I}_l\end{bmatrix}=\mathbf{Q}_f\mathbf{I}_s$$

$$\mathbf{I}_t+\mathbf{Q}_l\mathbf{I}_l=\mathbf{Q}_f\mathbf{I}_s$$

2、根据KVL方程：$B_f U_b=0$，可得 $B_f U=B_f U_s$，将其中矩阵 B_f按先树支后连支分块后有

$$\begin{bmatrix}\mathbf{B}_t & \mathbf{1}_l\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{U}_t\\ \mathbf{U}_l\end{bmatrix}=\mathbf{B}_f\mathbf{U}_s$$

$$\mathbf{B}_t\mathbf{U}_t+\mathbf{U}_l=\mathbf{B}_f\mathbf{U}_s$$

✓ 由于 $B_t=-Q_l^T$，则上式可以写成

$$-\mathbf{Q}_l^T\mathbf{U}_t+\mathbf{U}_l=\mathbf{B}_f\mathbf{U}_s$$

第八节：混合变量方程

一、混合变量方程

3、非源元件的混合变量VCR向量方程为

$$\mathbf{U}_l = \mathbf{Z}_l \mathbf{I}_l + \mathbf{H}_{12} \mathbf{U}_t$$
$$\mathbf{I}_t = \mathbf{H}_{21} \mathbf{I}_l + \mathbf{Y}_t \mathbf{U}_t$$

✓ 式中，$\mathbf{Z}_l$ 为连支阻抗矩阵，$\mathbf{Y}_t$ 为树支导纳矩阵，$\mathbf{H}_{12}$ 中的元素具有电压比性质， $\mathbf{H}_{21}$ 中的元素具有电流比性质。上式就是将网络中的连支电压和树支电流用连支电流和树枝电压的混合组合表示。

4、将非源元件混合变量的VCR代入前述KCL和KVL方程，可得：

$$\mathbf{Y}_t \mathbf{U}_t + \left(\mathbf{H}_{21} + \mathbf{Q}_l\right) \mathbf{I}_l = \mathbf{Q}_f \mathbf{I}_s$$
$$\left(\mathbf{H}_{12} - \mathbf{Q}_l^T\right) \mathbf{U}_t + \mathbf{Z}_l \mathbf{I}_l = \mathbf{B}_f \mathbf{U}_s$$

第八节：混合变量方程

一、混合变量方程

- 将以上二式合为一个向量方程，可得：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_t & \mathbf{H}_{21}+\mathbf{Q}_l \\ \mathbf{H}_{12}-\mathbf{Q}_l^T & \mathbf{Z}_l \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{U}_t \\ \mathbf{I}_l \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_f\mathbf{I}_s \\ \mathbf{B}_f\mathbf{U}_s \end{bmatrix}$$

✓ 上式表示一组以树支非源元件电压和连支非源元件电流作为网络变量的混合变量方程。网络的变量数等于（一般形式）支路数。

- 当网络中不含多端元件时，$\mathbf{H}_{12}=\mathbf{H}_{21}=0$，于是上述混合变量方程可以展开成两个独立的方程，将第二式代入第一式可得割集方程，将第一式代入第二式可得回路方程。

第八节：混合变量方程

二、树的选择

- **树的选择是列写混合变量方程的关键，非源元件混合变量VCR方程是选树的依据，元件特性只具有导纳表示式的元件选作树支，元件特性只具有阻抗纳表示式的元件选作连支。**

$$\mathbf{U}_l = \mathbf{Z}_l \mathbf{I}_l + \mathbf{H}_{12} \mathbf{U}_t$$

$$\mathbf{I}_t = \mathbf{H}_{21} \mathbf{I}_l + \mathbf{Y}_t \mathbf{U}_t$$

- ✓ R、L、C 元件具有阻抗和导纳两种表示式，既可以选作树支，又可以选作连支。
- ✓ 回转器也具有阻抗和导纳两种表示式，但其是一个支路电压与另一个支路电流的关系，故两条支流必须均选为树支或均选为连支。
- ✓ CCVS 只有阻抗表示式，两条支路必须均选为连支； VCCS 只有导纳表示式，两条支路必须均选为树支。VCVS 的控制支路选为树支，受控支路选为连支；CCCS 的控制支路选为连支，受控支路选为树支。
- ✓ 理想变压器和负阻抗变换器具有电压与电压、电流与电流之间的关系，因此，任选两条支路之一为树支，另一为连支。
- ✓ 某些含两个（或以上）多端元件的网络有可能选不出满足上述要求的树，这种情况下不能列出混合变量方程。

第九节：撕裂法

- 撕裂法是分析大型网络的一种方法。该方法的基本思想是，把一个大型网络撕裂成若干个较小的子网络。对每一个子网络可以单独分析和求解，不必考虑其他部分的存在。然后把各子网络的解相互连接构成原网络的整体解。

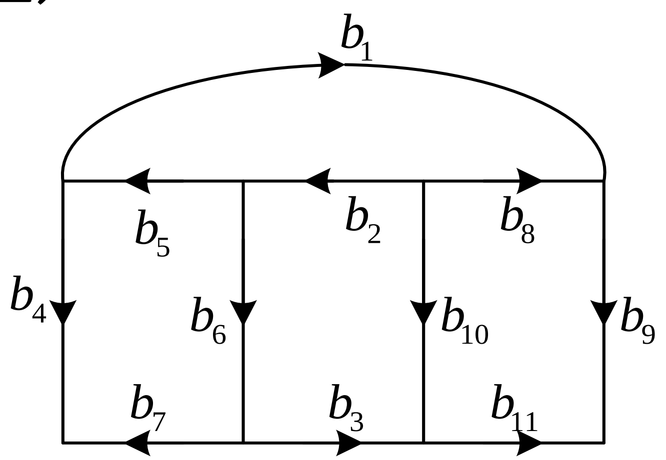
- 由于每一子网络结构简单，求解比较容易。

- 对于各子网络可用节点分析、回路分析、割集分析、混合分析等方法求解。我们只介绍节点分析和混合分析，其他分析方法可以自行推导。

第九节：撕裂法

一、节点分析（节点电压和撕裂支路电流为网络变量）

- 对于图示连通图，当移去支路 b_1、b_2、b_3 后，原来的连通图成为分离的两个子图。被移去的支路称为撕裂支路，其余支路称为剩余支路。



- ✓ 为了使问题简化，假设同类支路之间可存在耦合关系，但撕裂支路与剩余支路之间不存在耦合关系。支路按第三节中规定的一般支路划分。
- ✓ 对于具有 N+1 个节点、B 条支路的网络，将其支路分为两类，一类为撕裂支路，用下标 d 表示；另一类为剩余支路，用下标 r 表示。

第九节：撕裂法

一、节点分析（节点电压和撕裂支路电流为网络变量）

1、若移去撕裂支路后，剩余支路形成的子网络的图仍然是连通的，但是可断图，且仅有一个断点

✓ 以断点为参考节点，则关联矩阵A按剩余支路和撕裂支路可分块为：

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{A}_r & \mathbf{A}_d\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{cccc|c}\mathbf{A}_{r1} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{r2} & \cdots & \mathbf{0} & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \mathbf{A}_d \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{rk} & \end{array}\right]$$

✓ 设剩余支路形成 k 个子网络。由于除共同的参考节点外，各子网络既无公共支路，又无公共节点，因此 $\mathbf{A}_r$ 可以写为对角阵形式。$\mathbf{A}_{r1}$，……，$\mathbf{A}_{rk}$ 分别表示各子网络的关联矩阵。

第九节：撕裂法

一、节点分析（节点电压和撕裂支路电流为网络变量）

1、若移去撕裂支路后，剩余支路形成的子网络的图仍然是连通的，但是可断图，且仅有一个断点

✓ 设支路电流向量、支路电压向量、支路电流源向量和支路电压源向量按同样方式分块：

$$\mathbf{I}_b=\begin{bmatrix}\mathbf{I}_r\\ \mathbf{I}_d\end{bmatrix}\quad \mathbf{U}_b=\begin{bmatrix}\mathbf{U}_r\\ \mathbf{U}_d\end{bmatrix}\quad \mathbf{I}_s=\begin{bmatrix}\mathbf{I}_{sr}\\ \mathbf{I}_{sd}\end{bmatrix}\quad \mathbf{U}_s=\begin{bmatrix}\mathbf{U}_{sr}\\ \mathbf{U}_{sd}\end{bmatrix}$$

✓ 支路阻抗矩阵和支路导纳矩阵也同样分块为：

$$\mathbf{Z}_b=\begin{bmatrix}\mathbf{Z}_r & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{Z}_d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{Z}_{r1} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{Z}_{r2} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \mathbf{0}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{Z}_{rk} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Z}_d\end{bmatrix}\qquad \mathbf{Y}_b=\begin{bmatrix}\mathbf{Y}_r & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{Y}_d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{Y}_{r1} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{Y}_{r2} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{Y}_{rk} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Y}_d\end{bmatrix}$$

第九节：撕裂法

一、节点分析（节点电压和撕裂支路电流为网络变量）

1、若移去撕裂支路后，剩余支路形成的子网络的图仍然是连通的，但是可断图，且仅有一个断点

- ✓ **根据KCL：** $$\mathbf{A}_r\mathbf{I}_r + \mathbf{A}_d\mathbf{I}_d = \mathbf{0}$$

- ✓ **根据KVL：** $$\begin{bmatrix} \mathbf{U}_r \\ \mathbf{U}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_r & \mathbf{A}_d \end{bmatrix}^T \mathbf{U}_n$$

- ✓ **由一般支路VCR：** $$\mathbf{I}_r = \mathbf{Y}_r\mathbf{U}_r + \mathbf{Y}_r\mathbf{U}_{sr} - \mathbf{I}_{sr}$$ $$\mathbf{U}_d = \mathbf{Z}_d\mathbf{I}_d + \mathbf{Z}_d\mathbf{I}_{sd} - \mathbf{U}_{sd}$$

- ✓ **由此可得：** $$\mathbf{A}_r\mathbf{Y}_r\mathbf{A}_r^T\mathbf{U}_n + \mathbf{A}_d\mathbf{I}_d = \mathbf{A}_r\mathbf{I}_{sr} - \mathbf{A}_r\mathbf{Y}_r\mathbf{U}_{sr}$$ $$\mathbf{A}_d^T\mathbf{U}_n - \mathbf{Z}_d\mathbf{I}_d = \mathbf{Z}_d\mathbf{I}_{sd} - \mathbf{U}_{sd}$$

第九节：撕裂法

一、节点分析（节点电压和撕裂支路电流为网络变量）

1、若移去撕裂支路后，剩余支路形成的子网络的图仍然是连通的，但是可断图，且仅有一个断点

- 撕裂节点方程：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_r\mathbf{Y}_r\mathbf{A}_r^T & \mathbf{A}_d \\ \mathbf{A}_d^T & -\mathbf{Z}_d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{U}_n \\ \mathbf{I}_d \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \mathbf{A}_r\mathbf{I}_{sr}-\mathbf{A}_r\mathbf{Y}_r\mathbf{U}_{sr} \\ \mathbf{Z}_d\mathbf{I}_{sd}-\mathbf{U}_{sd} \end{bmatrix}$$

- ✓ 上式称为撕裂节点方程，网络变量为节点电压和撕裂支路电流。
- ✓ 方程式右端上面一个分块是流入各分离部分的等效电流源的电流，下面一个分块是由撕裂支路中的独立源产生的等效电压源的电压，如撕裂支路不含独立源，该子块为零阵。
- ✓ 方程式左端矩阵中 $\mathbf{A}_r\mathbf{Y}_r\mathbf{A}_r^{\mathrm{T}}$ 是移去撕裂支路后网络剩余部分的节点导纳矩阵，它具有分块对角阵的形式，位于主对角线上的分块为各子网络的节点导纳矩阵。所以，这种方法实际上是对剩余支路形成的部分网络进行节点分析。

第九节：撕裂法

一、节点分析（节点电压和撕裂支路电流为网络变量）

2、若移去撕裂支路后，剩余支路分裂成两个（或两个以上）相互分离的子网络

- 各子网络中仅有一个含有原网络的参考节点，其余每个子网络另选一参考节点，这些参考节点的集合用 n_c 表示，不属于 n_c的节点用 n_0 表示，则关联矩阵A可分块为：

$$\mathbf{A}=\begin{array}{c} \left[\begin{matrix} \mathbf{A}_r & \mathbf{A}_d \\ \mathbf{a}_r & \mathbf{a}_d \end{matrix}\right] \end{array}\begin{matrix} n_0 \\ n_c \end{matrix}\left.\vphantom{\begin{matrix} n_0 \\ n_c \end{matrix}}\right\}$$

- 将支路电流向量、支路电压向量、支路电流源向量和支路电压源向量均按剩余支路和撕裂支路进行分块：

$$\mathbf{I}_b=\begin{bmatrix} \mathbf{I}_r \\ \mathbf{I}_d \end{bmatrix} \quad \mathbf{U}_b=\begin{bmatrix} \mathbf{U}_r \\ \mathbf{U}_d \end{bmatrix} \quad \mathbf{I}_s=\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{sr} \\ \mathbf{I}_{sd} \end{bmatrix} \quad \mathbf{U}_s=\begin{bmatrix} \mathbf{U}_{sr} \\ \mathbf{U}_{sd} \end{bmatrix}$$

第九节：撕裂法

一、节点分析（节点电压和撕裂支路电流为网络变量）

2、若移去撕裂支路后，剩余支路分裂成两个（或两个以上）相互分离的子网络

- 支路阻抗矩阵和支路导纳矩阵也同样分块为：
$$\mathbf{Z}_b=\begin{bmatrix}\mathbf{Z}_r & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{Z}_d\end{bmatrix}\qquad \mathbf{Y}_b=\begin{bmatrix}\mathbf{Y}_r & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{Y}_d\end{bmatrix}$$

- 节点电压向量分块为：
$$\mathbf{U}_n=\begin{bmatrix}\mathbf{U}_{no}\\ \mathbf{U}_{nc}\end{bmatrix}$$

✓ 其中，$\mathbf{U}_{nc}$ 表示节点集合 n_c 的节点电压向量， $\mathbf{U}_{n0}$ 表示不属于n_c 的节点电压向量。

- 根据KCL：

$$\mathbf{A}_r\mathbf{I}_r+\mathbf{A}_d\mathbf{I}_d=\mathbf{0}$$
$$\mathbf{a}_r\mathbf{I}_r+\mathbf{a}_d\mathbf{I}_d=\mathbf{0}$$

- 根据KVL：

$$\mathbf{U}_r=\mathbf{A}_r^T\mathbf{U}_{n0}+\mathbf{a}_r^T\mathbf{U}_{nc}$$
$$\mathbf{U}_d=\mathbf{A}_d^T\mathbf{U}_{n0}+\mathbf{a}_d^T\mathbf{U}_{nc}$$

第九节：撕裂法

一、节点分析（节点电压和撕裂支路电流为网络变量）

2、若移去撕裂支路后，剩余支路分裂成两个（或两个以上）相互分离的子网络

- **由一般支路VCR：**

$$\mathbf{I}_r=\mathbf{Y}_r\mathbf{U}_r+\mathbf{Y}_r\mathbf{U}_{sr}-\mathbf{I}_{sr}$$

$$\mathbf{U}_d=\mathbf{Z}_d\mathbf{I}_d+\mathbf{Z}_d\mathbf{I}_{sd}-\mathbf{U}_{sd}$$

- **由以上六个方程可得：**

$$\mathbf{A}_r\mathbf{Y}_r\mathbf{A}_r^T\mathbf{U}_{n0}+\mathbf{A}_d\mathbf{I}_d+\mathbf{A}_r\mathbf{Y}_r\mathbf{a}_r^T\mathbf{U}_{nc}=\mathbf{A}_r\mathbf{I}_{sr}-\mathbf{A}_r\mathbf{Y}_r\mathbf{U}_{sr}$$

$$\mathbf{A}_d^T\mathbf{U}_{n0}-\mathbf{Z}_d\mathbf{I}_d+\mathbf{a}_d^T\mathbf{U}_{nc}=\mathbf{Z}_d\mathbf{I}_{sd}-\mathbf{U}_{sd}$$

$$\mathbf{a}_r\mathbf{Y}_r\mathbf{A}_r^T\mathbf{U}_{n0}+\mathbf{a}_d\mathbf{I}_d+\mathbf{a}_r\mathbf{Y}_r\mathbf{a}_r^T\mathbf{U}_{nc}=\mathbf{a}_r\mathbf{I}_{sr}-\mathbf{a}_r\mathbf{Y}_r\mathbf{U}_{sr}$$

第九节：撕裂法

一、节点分析（节点电压和撕裂支路电流为网络变量）

2、若移去撕裂支路后，剩余支路分裂成两个（或两个以上）相互分离的子网络

- 撕裂节点方程

- 将以上三式合写为一个向量方程：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_r\mathbf{Y}_r\mathbf{A}_r^T & \mathbf{A}_d & \mathbf{A}_r\mathbf{Y}_r\mathbf{a}_r^T \\ \mathbf{A}_d^T & -\mathbf{Z}_d & \mathbf{a}_d^T \\ \mathbf{a}_r\mathbf{Y}_r\mathbf{A}_r^T & \mathbf{a}_d & \mathbf{a}_r\mathbf{Y}_r\mathbf{a}_r^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{n0} \\ \mathbf{I}_d \\ \mathbf{U}_{nc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_r\mathbf{I}_{sr} - \mathbf{A}_r\mathbf{Y}_r\mathbf{U}_{sr} \\ \mathbf{Z}_d\mathbf{I}_{sd} - \mathbf{U}_{sd} \\ \mathbf{a}_r\mathbf{I}_{sr} - \mathbf{a}_r\mathbf{Y}_r\mathbf{U}_{sr} \end{bmatrix}$$

✓ 上式也是撕裂节点方程，更具一般性。

第九节：撕裂法

二、混合分析（剩余支路树支电压和撕裂支路连支电流为网络变量）

- 对于网络 N 确定撕裂支路后，选择一种树 T ，则树支分为两类，一类属于撕裂支路，另一类属于剩余支路。同样，连支也有一部分属于撕裂支路，另一部分属于剩余支路。对应的树 T的基本割集分为含剩余支路的基本割集和含撕裂支路的基本割集两类。

- 若支路编号按先剩余支路后撕裂支路排序，则基本割集矩阵 $\mathbf{Q}_f$ 和基本回路矩阵 $\mathbf{B}_f$ 可以分块为：

$$\mathbf{Q}_f = \begin{matrix} \text{含剩余树支的割集} \\ \text{含撕裂树支的割集} \end{matrix} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_r & \mathbf{Q}_d \\ \mathbf{q}_r & \mathbf{q}_d \end{bmatrix} \right. \qquad \mathbf{B}_f = \begin{matrix} \text{含剩余连支的回路} \\ \text{含撕裂连支的回路} \end{matrix} \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{B}_r & \mathbf{B}_d \\ \mathbf{b}_r & \mathbf{b}_d \end{bmatrix} \right.$$

第九节：撕裂法

二、混合分析（剩余支路树支电压和撕裂支路连支电流为网络变量）

- 为简化方程，选树时使撕裂树支所定义的基本割集不含剩余连支，则 q_r=0。相应地，剩余连支所定义的基本回路不含撕裂树支，则 B_d=0。于是，上两式可简化为：

$$\mathbf{Q}_f=\begin{bmatrix}\mathbf{Q}_r & \mathbf{Q}_d\\ \mathbf{0} & \mathbf{q}_d\end{bmatrix}\qquad \mathbf{B}_f=\begin{bmatrix}\mathbf{B}_r & \mathbf{0}\\ \mathbf{b}_r & \mathbf{b}_d\end{bmatrix}$$

- 由 $B_f Q^T{}_f$=0 可得：

$$\mathbf{b}_r\mathbf{Q}_r^T=-\mathbf{b}_d\mathbf{Q}_d^T$$

- 将支路电压向量、支路电流向量、树支电压向量和连支电流向量按剩余支路和撕裂支路进行分块，则：

$$\mathbf{U}_b=\begin{bmatrix}\mathbf{U}_r\\ \mathbf{U}_d\end{bmatrix}\qquad \mathbf{I}_b=\begin{bmatrix}\mathbf{I}_r\\ \mathbf{I}_d\end{bmatrix}\qquad \mathbf{U}_t=\begin{bmatrix}\mathbf{U}_{tr}\\ \mathbf{U}_{td}\end{bmatrix}\qquad \mathbf{I}_l=\begin{bmatrix}\mathbf{I}_{lr}\\ \mathbf{I}_{ld}\end{bmatrix}$$

第九节：撕裂法

二、混合分析（剩余支路树支电压和撕裂支路连支电流为网络变量）

- 根据用基本割集矩阵表示的KCL、KVL方程 $Q_f\, I_b=0$ 和 $U_b= Q^T{}_f\, U_t$ 得：

$$\mathbf{Q}_r\mathbf{I}_r+\mathbf{Q}_d\mathbf{I}_d=0 \qquad \mathbf{q}_d\mathbf{I}_d=0$$

$$\mathbf{Q}_r^T\mathbf{U}_{tr}=\mathbf{U}_r \qquad \mathbf{Q}_d^T\mathbf{U}_{tr}+\mathbf{q}_d^T\mathbf{U}_{td}=\mathbf{U}_d$$

- 根据用基本回路矩阵表示的KCL、KVL方程 $B_f\, U_b=0$ 和 $I_b= B^T{}_f I_l$ 得：

$$\mathbf{B}_r\mathbf{U}_r=0 \qquad \mathbf{b}_r\mathbf{U}_r+\mathbf{b}_d\mathbf{U}_d=0$$

$$\mathbf{B}_r^T\mathbf{I}_{lr}+\mathbf{b}_r^T\mathbf{I}_{ld}=\mathbf{I}_r \qquad \mathbf{b}_d^T\mathbf{I}_{ld}=\mathbf{I}_d$$

- 由一般支路的VCR，有：

$$\mathbf{I}_r=\mathbf{Y}_r\mathbf{U}_r+\mathbf{Y}_r\mathbf{U}_{sr}-\mathbf{I}_{sr}$$

$$\mathbf{U}_d=\mathbf{Z}_d\mathbf{I}_d+\mathbf{Z}_d\mathbf{I}_{sd}-\mathbf{U}_{sd}$$

第九节：撕裂法

二、混合分析（剩余支路树支电压和撕裂支路连支电流为网络变量）

■ 撕裂混合方程

✓ 由上述方程可得：

$$\mathbf{Q}_r\mathbf{Y}_r\mathbf{Q}_r^T\mathbf{U}_{tr}+\mathbf{Q}_d\mathbf{b}_d^T\mathbf{I}_{ld}=\mathbf{Q}_r\mathbf{I}_{sr}-\mathbf{Q}_r\mathbf{Y}_r\mathbf{U}_{sr}$$

$$\mathbf{b}_r\mathbf{Q}_r^T\mathbf{U}_{tr}+\mathbf{b}_d\mathbf{Z}_d\mathbf{b}_d^T\mathbf{I}_{ld}=\mathbf{b}_d\mathbf{U}_{sd}-\mathbf{b}_d\mathbf{Z}_d\mathbf{I}_{sd}$$

✓ 将上述方程合并为一个向量方程，并考虑到 $\mathbf{b}_r\mathbf{Q}^T_r=-\mathbf{b}_d\mathbf{Q}^T_d$，则有：

$$\begin{bmatrix}\mathbf{Q}_r\mathbf{Y}_r\mathbf{Q}_r^T & \mathbf{Q}_d\mathbf{b}_d^T\\ -\mathbf{b}_d\mathbf{Q}_d^T & \mathbf{b}_d\mathbf{Z}_d\mathbf{b}_d^T\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{U}_{tr}\\ \mathbf{I}_{ld}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{Q}_r\mathbf{I}_{sr}-\mathbf{Q}_r\mathbf{Y}_r\mathbf{U}_{sr}\\ \mathbf{b}_d\mathbf{U}_{sd}-\mathbf{b}_d\mathbf{Z}_d\mathbf{I}_{sd}\end{bmatrix}$$

✓ 上述方程就是以剩余支路中的树支电压和撕裂支路中的连支电流作为网络变量的撕裂混合方程。此方法实质上是对含剩余树支的基本割集进行割集分析，对含撕裂连支的基本回路进行回路分析。

第九节：撕裂法

二、混合分析（剩余支路树支电压和撕裂支路连支电流为网络变量）

- 撕裂混合方程的实质：
  - ✓ 将网络中的撕裂支路断开后，对剩余支路形成的各个分离部分子网络列写割集方程；
  - ✓ 将原网络中剩余支路短路后形成的部分网络列写回路方程；
  - ✓ 进行“修正”。修正时，在割集方程中应计入撕裂连支电流的作用，在回路方程中应计入剩余树支电压的作用。