華南理工大學
South China University of Technology

电网络分析

网络函数

第三章：网络函数

一、网络函数及其极点和零点

二、多端口网络的网络函数

三、不定导纳矩阵

四、网络函数的拓扑公式

第一节：网络函数及其极点和零点

- 网络函数是描述线性时不变网络(零初始条件)输入－输出关系的复频域函数。

一、网络函数

- 网络由若干独立电（压、流）源激励的线性时不变网络，设其中电容电压、电感电流的初始值为0，以节点电压方程为例分析。

1、网络节点方程

$$\mathbf{Y}_n(s)\mathbf{U}_n(s)=\mathbf{I}_n(s)$$

$$\mathbf{I}_n(s)=\mathbf{A}\left[\mathbf{I}_s(s)-\mathbf{Y}_b(s)\mathbf{U}_s(s)\right]$$

- ✓ $\mathbf{Y}_n(s)$、$\mathbf{Y}_b(s)$分别为节点导纳矩阵、支路导纳矩阵；
- ✓ $\mathbf{I}_s(s)$ 、$\mathbf{U}_s(s)$、$\mathbf{I}_n(s)$、 $\mathbf{U}_n(s)$ 分别为支路电流源电流、支路电压源电压、节点电源电流和节点电压象函数向量。

第一节：网络函数及其极点和零点

一、网络函数

$$\mathbf{U}_n(s)=\mathbf{Y}_n^{-1}(s)\mathbf{I}_n(s)$$

$$\begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \\ \vdots \\ U_k(s) \\ \vdots \\ U_N(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta}\begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{21} & \cdots \Delta_{k1} \cdots & \Delta_{N1} \\ \Delta_{12} & \Delta_{22} & \cdots \Delta_{k2} \cdots & \Delta_{N2} \\ \vdots & & & \\ \Delta_{1k} & \Delta_{2k} & \cdots \Delta_{kk} \cdots & \Delta_{Nk} \\ \vdots & & & \\ \Delta_{1N} & \Delta_{2N} & \cdots \Delta_{kN} \cdots & \Delta_{NN} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_{n1}(s) \\ I_{n2}(s) \\ \vdots \\ I_{nk}(s) \\ \vdots \\ I_{nN}(s) \end{bmatrix}$$

- ✓ Δ 为 $\mathbf{Y}_n(s)$ 的行列式；
- ✓ Δ_{jk} (j、k=1, …, N) 为 $\mathbf{Y}_n(s)$ 的余因子（代数余子式）；$\Delta_{jk}(j、k=1,\cdots\cdots N)$
- ✓ N 为独立节点数。

第一节：网络函数及其极点和零点

一、网络函数

- 节点*k* 的节点电压为：

$$U_k(s)=\frac{\Delta_{1k}}{\Delta}I_{n1}(s)+\frac{\Delta_{2k}}{\Delta}I_{n2}(s)+\cdots+\frac{\Delta_{kk}}{\Delta}I_{nk}(s)+\cdots+\frac{\Delta_{Nk}}{\Delta}I_{nN}(s)$$

2、结论

- 线性时不变网络中任意零状态响应的象函数可以表示为各激励象函数的线性组合

$$R_j(s)=H_{j1}E_1(s)+H_{j2}E_2(s)+\cdots+H_{jk}E_k(s)+\cdots+H_{jq}E_q(s)$$

✓ $R_j(s)$ 为第 j 响应 $r_j(t)$ 的象函数；

✓ $E_k(s)(k=1,2,\ldots q)$ 为激励 $e_k(t)$ 的象函数， q 为网络的激励源数；

✓ $H_{jk}(s)(k=1,2,\ldots q)$ 是表征零状态响应象函数和激励象函数之间关系的复频变量s 的函数。

第一节：网络函数及其极点和零点

$$H_{jk}(s)=\left.\frac{R_j(s)}{E_k(s)}\right|_{\text{除}E_k(s)\text{外其余激励置0}}$$

3、网络函数

- 线性时不变网络在单一激励源作用下，某一零状态响应的象函数与激励象函数之比称为网络函数。

第一节：网络函数及其极点和零点

二、网络函数的零点和极点

- **网络函数可以表达为：**

$$H(s)=\frac{N_s}{D_s}=\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_1 s+b_0}{a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_1 s+a_0}=\frac{\sum_{i=0}^{m} b_i s^i}{\sum_{i=0}^{m} a_k s^k}$$

一般情况下 $m\le n$ **，故：**

$$H(s)=k\frac{\prod_{i=1}^{m}(s-z_i)}{\prod_{k=1}^{n}(s-p_k)}\qquad k={b_m}/{a_n}$$

- ✓ $z_i(i=1,2,\ldots m)$ **为网络函数** $H(s)$ **的零点；**
- ✓ $p_k(k=1,2,\ldots n)$ **为网络函数** $H(s)$ **的极点。**

第一节：网络函数及其极点和零点

三、网络函数的零极点与网络的特性

1、网络函数的零极点与网络的暂态特性

- 极点决定冲击响应的波形，而冲击响应的幅度大小由零、极点共同决定。网络函数的零极点决定了网络的自然暂态特性。

2、网络的频率特性和网络函数零、极点关系（稳态）

$$H(j\omega)=\left|H(j\omega)\right|e^{j\varphi(\omega)}$$

$$\left.\begin{array}{ll}\left|H(j\omega)\right|\rightarrow & \text{幅频特性}\\ \varphi(\omega)\rightarrow & \text{相频特性}\end{array}\right\}$$

- 频率特性：表征网络的稳态响应特性。

第一节：网络函数及其极点和零点

三、网络函数的零极点与网络的特性

3、由零极点图直接求幅频特性和相频特性

- **网络函数**

$$H(s)=k\prod_{i=1}^{m}(s-Z_i)/\prod_{k=1}^{n}(s-p_k)$$

- **频率特性**

$$H(j\omega)=k\prod_{i=1}^{m}(j\omega-Z_i)/\prod_{k=1}^{n}(j\omega-p_k)$$

$$=k\prod_{i=1}^{m}l_i e^{j\alpha i}/\prod_{k=1}^{n}d_k e^{j\theta_\alpha}$$

- **幅频特性和相频特性**

$$|H(j\omega)|=k\prod_{i=1}^{m}l_i\Big/\prod_{k=1}^{n}d_k$$

$$\varphi(\omega)=\sum_{i=1}^{m}\alpha_i-\sum_{k=1}^{n}\theta_k$$

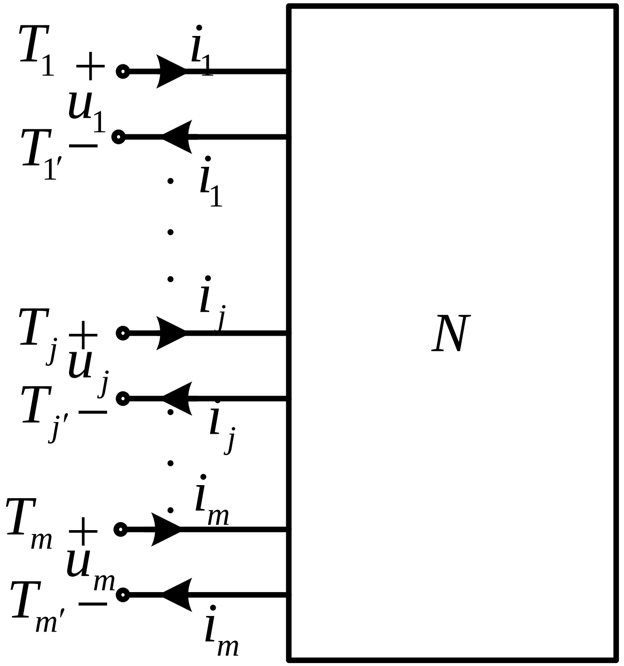
$\omega=0\to\infty,\quad |H(j\omega)|$ 和 $\phi(\omega)$ 的变化规律

第二节：多端口网络的网络函数

■ 端口电压电流向量

$$\mathbf{U}(t)=\left[u_1(t)\ \ u_2(t)\ \ \ldots\ \ u_m(t)\right]^T$$

$$\mathbf{I}(t)=\left[i_1(t)\ \ i_2(t)\ \ \ldots\ \ i_m(t)\right]^T$$



第二节：多端口网络的网络函数

一、开路阻抗矩阵

$$\begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \\ \vdots \\ U_m(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11}(s) & z_{12}(s) & \cdots & z_{1m}(s) \\ z_{21}(s) & z_{22}(s) & \cdots & z_{2m}(s) \\ \vdots & & & \\ z_{m1}(s) & z_{m2}(s) & \cdots & z_{mm}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \\ \vdots \\ I_m(s) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{U}(s) = \mathbf{Z}_{oc}(s)\mathbf{I}(s)$$

✓ **$\mathbf{Z}_{oc}$阻抗参数矩阵，该阻抗矩阵的（j,k）元素为**

$$z_{jk}(s) = \left.\frac{U_j(s)}{I_k(s)}\right|_{\text{除}I_k(s)\text{外其余端口电流为零}}$$

- **称为开路阻抗，当 $j=k$ 时称为策动点阻抗； 当 $j\neq k$ 时为转移阻抗。**

第二节：多端口网络的网络函数

二、短路导纳矩阵

$$\begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \\ \vdots \\ I_m(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11}(s) & y_{12}(s) & \cdots & y_{1m}(s) \\ y_{21}(s) & y_{22}(s) & \cdots & y_{2m}(s) \\ \vdots & & & \\ y_{m1}(s) & y_{m2}(s) & \cdots & y_{mm}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \\ \vdots \\ U_m(s) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I}(s) = \mathbf{Y}_{sc}(s)\mathbf{U}(s)$$

✓ **$\mathbf{Y}_{sc}$导纳参数矩阵，该导纳矩阵的（j,k）元素为**

$$y_{jk}(s) = \left.\frac{I_j(s)}{U_k(s)}\right| \text{除}U_k(s)\text{外其余端口电压为零}$$

- **称为短路导纳，当 $j=k$ 时称为策动点导纳； 当 $j \neq k$ 时为转移导纳。**

第二节：多端口网络的网络函数

三、转移函数矩阵

- 输入变量向量为（电压或电流）

$$\mathbf{e}(t)=\begin{bmatrix} e_1(t) & e_2(t) & \cdots & e_m(t) \end{bmatrix}^T$$

- 输出变量向量为（电压或电流）

$$\mathbf{r}(t)=\begin{bmatrix} r_1(t) & r_2(t) & \cdots & r_n(t) \end{bmatrix}^T$$

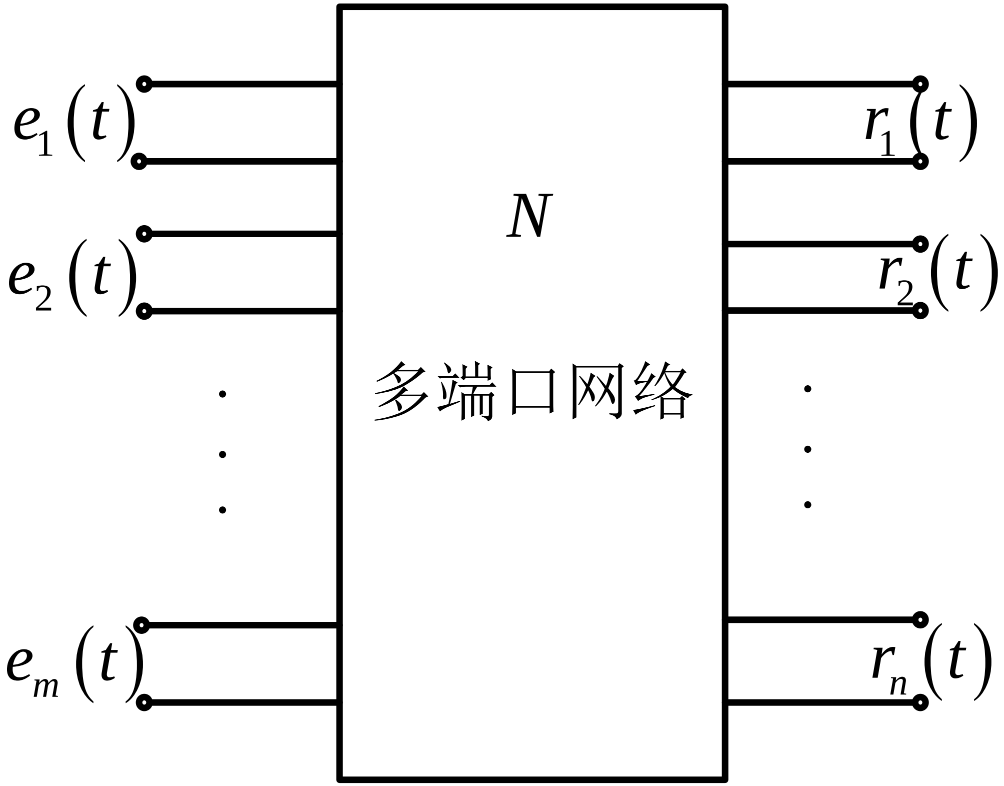
- 复频域输入输出向量为

$$\mathbf{E}(s)=\begin{bmatrix} E_1(s) & E_2(s) & \cdots & E_m(s) \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{R}(s)=\begin{bmatrix} R_1(s) & R_2(s) & \cdots & R_n(s) \end{bmatrix}^T$$

- 输入输出变量约束关系方程为

$$\mathbf{R}(s)=\mathbf{H}(s)\mathbf{E}(s)$$



第二节：多端口网络的网络函数

三、转移函数矩阵

- **H(s) 为 $n \times m$ 矩阵：**

$$\mathbf{H}(s)=\begin{bmatrix} h_{11}(s) & h_{12}(s) & \cdots & h_{1m}(s) \\ h_{21}(s) & h_{22}(s) & \cdots & h_{2m}(s) \\ \vdots & & & \\ h_{n1}(s) & h_{n2}(s) & \cdots & h_{nm}(s) \end{bmatrix}$$

  - ✓ **其 (*j*,*k*)元素为**

$$h_{jk}(s)=\left.\frac{R_j(s)}{E_k(s)}\right|_{\text{除}E_k(s)\text{外其它输入为}0}$$

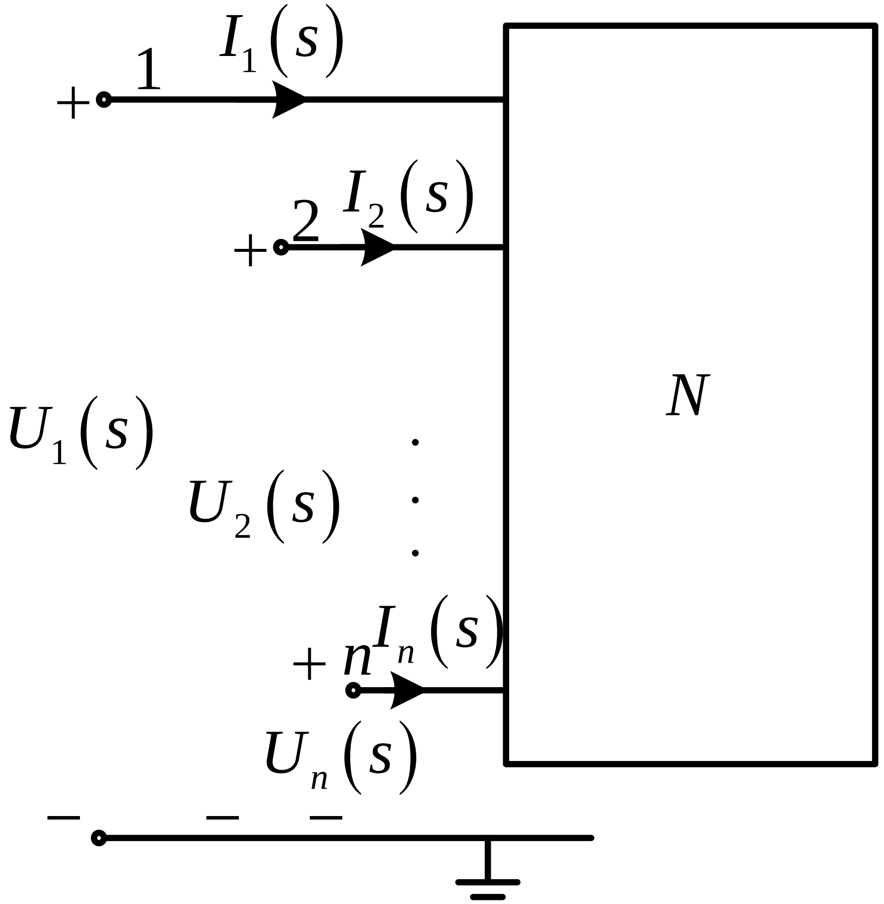
- **$h_{jk}(s)$ 可以是转移阻抗，转移导纳，转移电压比，转移电流比。故此 H(s) 称为转移函数矩阵。**

第三节：不定导纳矩阵

一、不定导纳矩阵的定义和特性

1、不定导纳矩阵（IAM）

- 基于网络的线性性质，端电流可用端电压的线性组合表示，写成矩阵方程，有：



$$\begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \\ \vdots \\ I_n(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11}(s) & y_{12}(s) & \cdots & y_{1n}(s) \\ y_{21}(s) & y_{22}(s) & \cdots & y_{2n}(s) \\ \vdots & & & \\ y_{n1}(s) & y_{n2}(s) & \cdots & y_{nn}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \\ \vdots \\ U_n(s) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{I}(s) = \mathbf{Y}_i(s)\mathbf{U}(s)$$

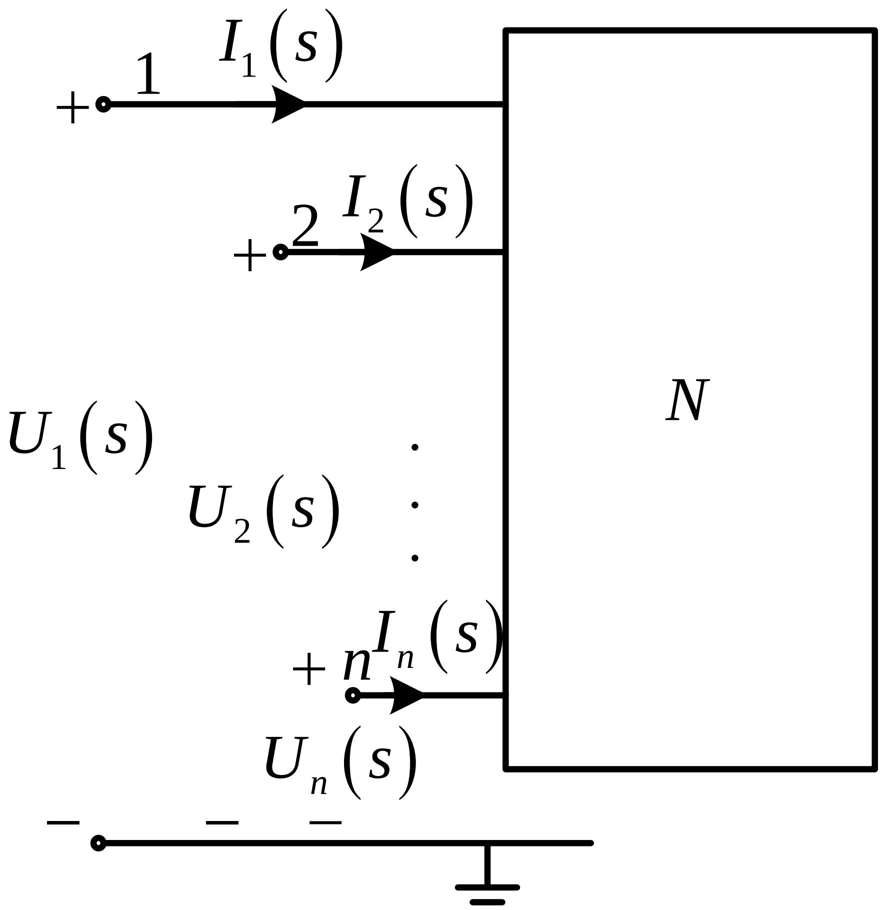
第三节：不定导纳矩阵

一、不定导纳矩阵的定义和特性

1、不定导纳矩阵

- **$Y_i(s)$ 称为不定导纳矩阵，其（j,k）元素为**

$$y_{jk}=\left.\frac{I_j(s)}{U_k(s)}\right|_{\text{除}U_k(s)\text{外其它端电压为0}}$$



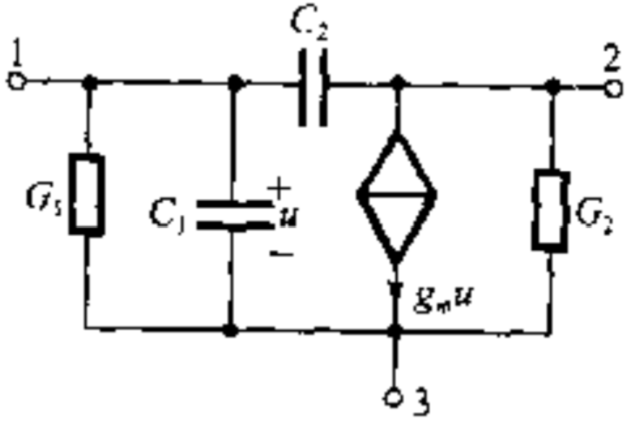
✓ **$y_{jj}(s)$　等于所有其它端均接地时由 j 端看进去的第 j 端策动点导纳；**

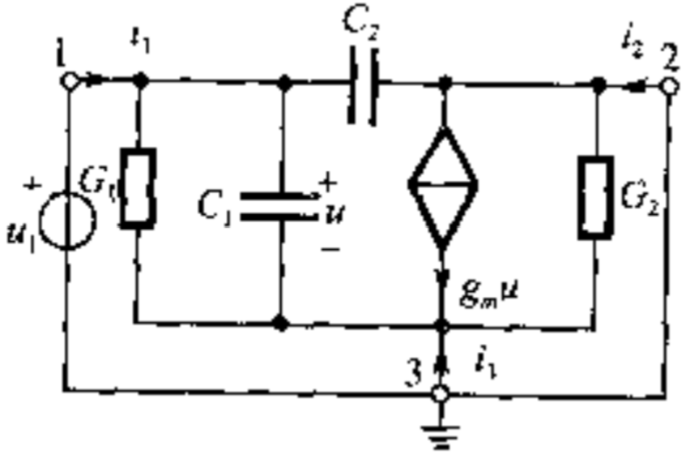
✓ **$y_{jk}(s)$ ($j \neq k$) 等于除 k 端外所有其它端均接地时从 k 端至第 j 端的转移导纳。**

第三节：不定导纳矩阵

一、不定导纳矩阵的定义和特性

例3-1：所示三端网络为晶体管的电路模型，试求其不定导纳矩阵。

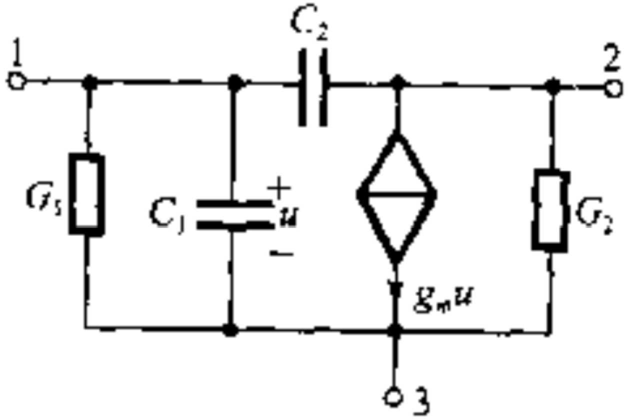


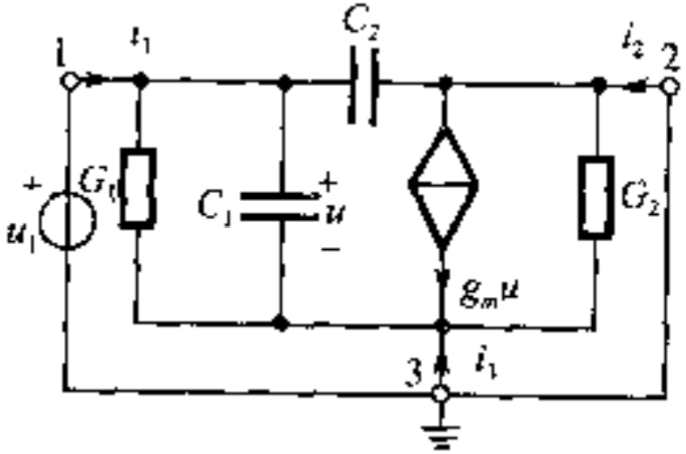


第三节：不定导纳矩阵

一、不定导纳矩阵的定义和特性

例3-1：所示三端网络为晶体管的电路模型，试求其不定导纳矩阵。





第一行:

$$y_{11}(s)=\left.\frac{I_1(s)}{U_1(s)}\right|_{U_2(s)=U_3(s)=0}=G_1+sC_1+sC_2$$

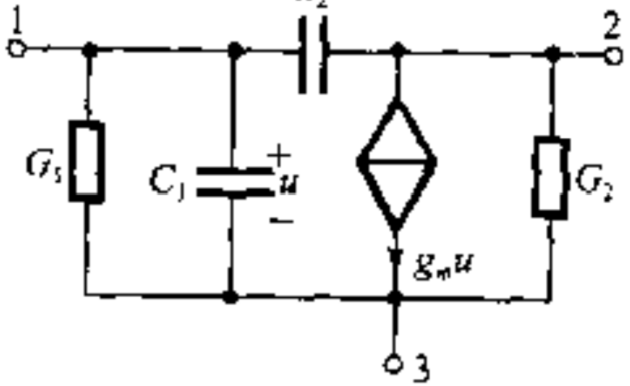
$$y_{21}(s)=\left.\frac{I_2(s)}{U_1(S)}\right|_{U_2(s)=U_3(s)=0}=g_m-sC_2$$

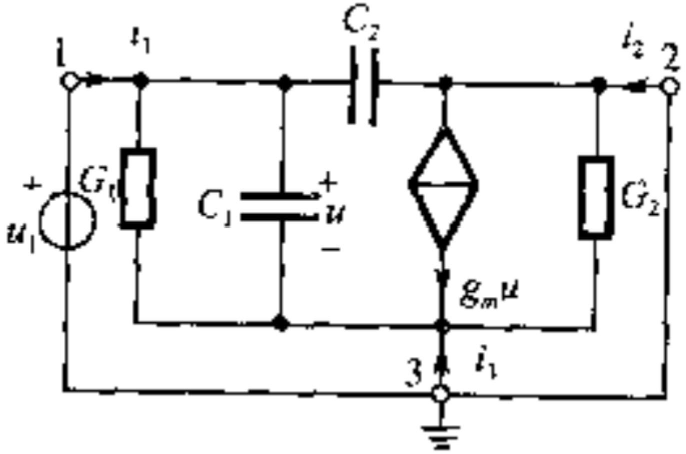
$$y_{31}(s)=\left.\frac{I_3(s)}{U_1(s)}\right|_{U_2(s)=U_3(s)=0}=-G_1-sC_1-g_m$$

第三节：不定导纳矩阵

一、不定导纳矩阵的定义和特性

例3-1：所示三端网络为晶体管的电路模型，试求其不定导纳矩阵。





$$\mathbf{Y}_t(s)=\begin{bmatrix} G_1+sC_1+sC_2 & -sC_2 & -G_1-sC_1 \\ g_m-sC_2 & G_2+sC_2 & -G_2-g_m \\ -G_1-sC_1-g_m & -G_2 & G_1+G_2+g_m+sC_1 \end{bmatrix}$$

第三节：不定导纳矩阵

一、不定导纳矩阵的定义和特性

2、不定导纳矩阵的零和特性

➢ **不定导纳矩阵的每一行诸元素之和为零；每一列诸元素之和也为零。**

- **证明：**

$$\sum_{j=1}^{n} I_j(s)=0 \qquad \Rightarrow 令U_k(s)\neq 0,其余为0$$

$$\Rightarrow \sum_{j=1}^{n} y_{jk}(s)=0(k=1,2,\cdots n) \quad 任一列元素之和为0$$

$$I(s)=Y_i(s)\left[U(s)+U_o(s)\right]$$

$$Y_i(s)U_o(s)=0 \qquad 其中U_0(s)=\left[U_0(s) \quad U_0(s) \quad \cdots \quad U_0(s)\right]^T\neq 0$$

$$第j列元素:\left[\sum_{k=1}^{n} y_{jk}(s)\right]U_0(s)=0 \qquad (j=1,2,\cdots,n)$$

$$\sum_{k=1}^{n} y_{jk}(s)=0 \qquad (j=1,2,\cdots,n) \qquad 任一行元素之和为0$$

第三节：不定导纳矩阵

一、不定导纳矩阵的定义和特性

3、不定导纳矩阵的等余因子特性

- 不定导纳矩阵所有的一阶代数余子式均相等—等余因子矩阵。

二、原始不定导纳矩阵的直接形式

- 设网络N的每一节点均为可及节点，并连接有一引出端，这样的多端网络的不定导纳矩阵称为网络N的原始不定导纳矩阵（*primitive indefinite admittance matrix*）。

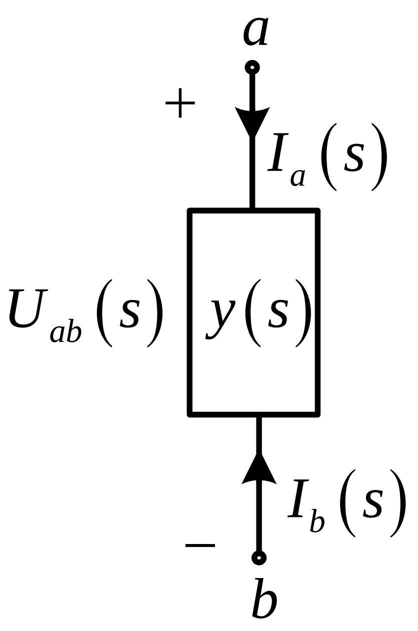
1、二端导抗元件

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix} = [y(s)] \begin{bmatrix} U_a \\ U_b \end{bmatrix}$$

$$I_a(s) = y(s)[U_a(s) - U_b(s)]$$

$$I_b(s) = y(s)[-U_a(s) + U_b(s)]$$

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(s) & -y(s) \\ -y(s) & y(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_a \\ U_b \end{bmatrix}$$



第三节：不定导纳矩阵

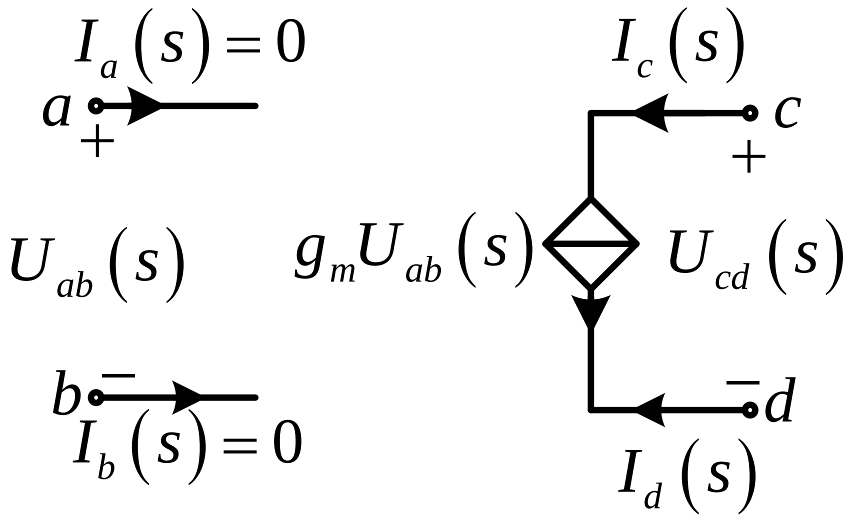
二、原始不定导纳矩阵的直接形式

2、电压控制电流源

$$I_c(s) = g_m\left[U_a(s) - U_b(s)\right]$$

$$I_d(s) = g_m\left[-U_a(s) + U_b(s)\right]$$

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ g_m & -g_m & 0 & 0 \\ -g_m & g_m & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_a \\ U_b \\ U_c \\ U_d \end{bmatrix}$$



（串并联导抗元件）

- 其他三种受控电源，可以转换为电压控制电流源。
- ✓ 若为受控电压源，根据电源的等效变换方式转换为受控电流源；
- ✓ 若控制变量为电流，根据欧姆定律可以将控制变量转换为电压。

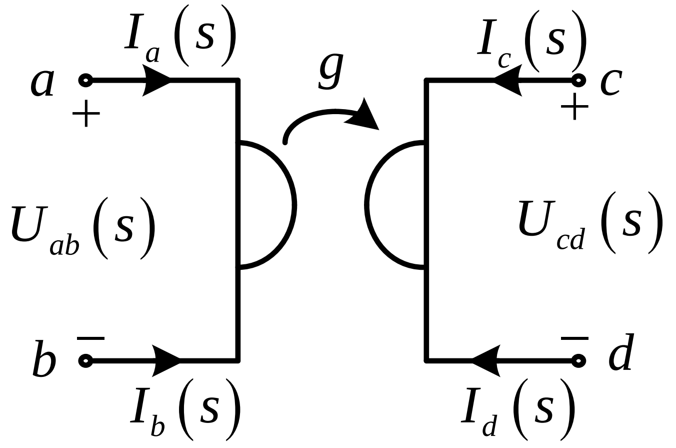
第三节：不定导纳矩阵

二、原始不定导纳矩阵的直接形式

3、回转器

$$I_a(s)=g[U_c(s)-U_d(s)]$$
$$I_b(s)=g[-U_c(s)+U_d(s)]$$
$$I_c(s)=g[-U_a(s)+U_b(s)]$$
$$I_d(s)=g[U_a(s)-U_b(s)]$$

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_d \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & g & -g \\ 0 & 0 & -g & g \\ -g & g & 0 & 0 \\ g & -g & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} U_a \\ U_b \\ U_c \\ U_d \end{bmatrix}$$



第三节：不定导纳矩阵

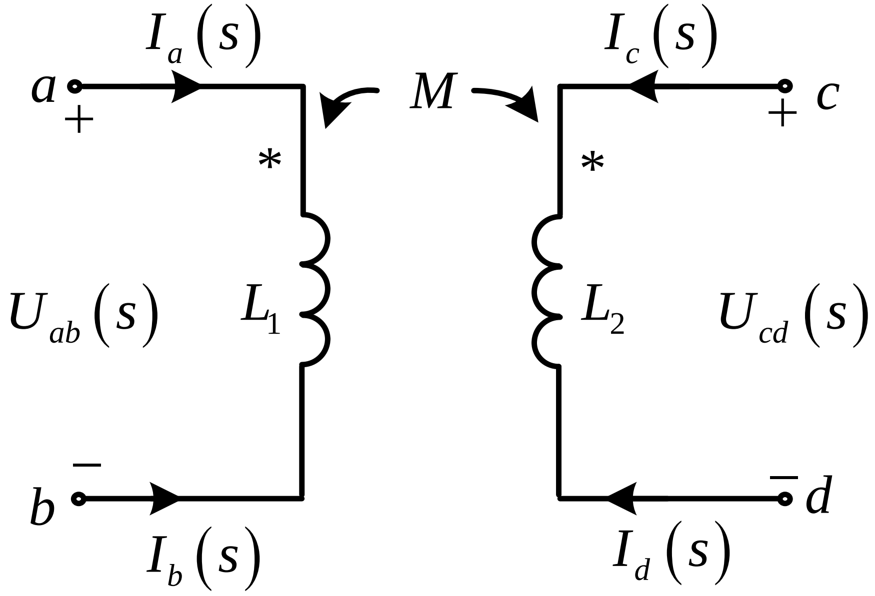
二、原始不定导纳矩阵的直接形式

4、耦合电感元件

$$\begin{bmatrix} U_{ab}(s) \\ U_{cd}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1 s & Ms \\ Ms & L_2 s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a(s) \\ I_c(s) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a(s) \\ I_c(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{s(L_l L_2 - M^2)} \begin{bmatrix} L_2 & -M \\ -M & L_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{ab}(s) \\ U_{cd}(s) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_d \end{bmatrix} = \frac{1}{s(L_l L_2 - M^2)} \begin{bmatrix} L_2 & -L_2 & -M & M \\ -L_2 & L_2 & M & -M \\ -M & M & L_1 & -L_1 \\ M & -M & -L_1 & L_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_a \\ U_b \\ U_c \\ U_d \end{bmatrix}$$



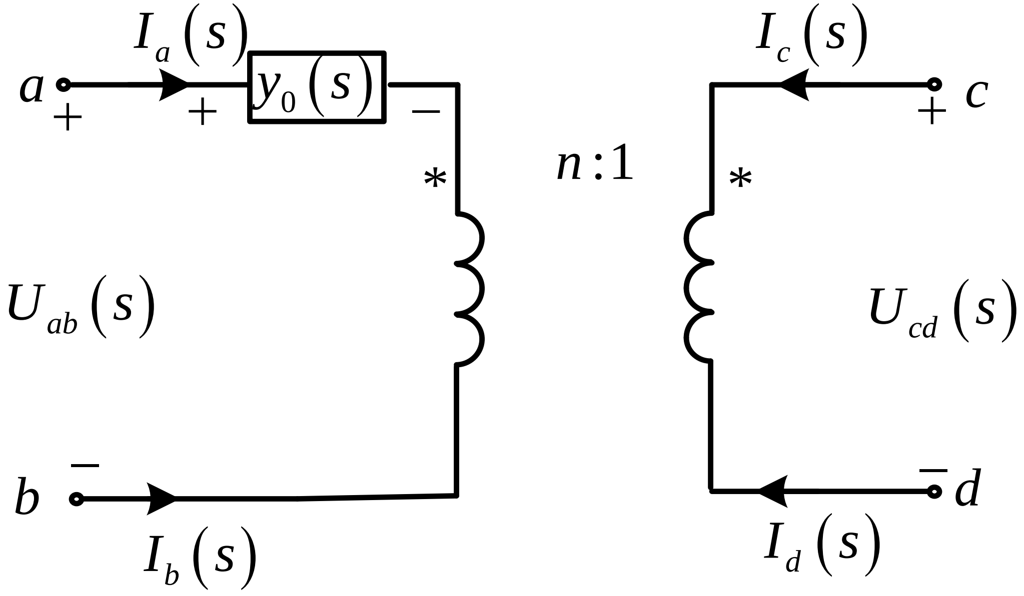
第三节：不定导纳矩阵

二、原始不定导纳矩阵的直接形式

5、理想变压器

$$I_a(s)=y_0(s)[U_{ab}(s)-nU_{cd}(s)]$$
$$I_c(s)=-ny_0(s)[U_{ab}(s)-nU_{cd}(s)]$$

$$\mathbf{Y}_i(s)=\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \end{array} & \begin{bmatrix} y_0(s) & -y_0(s) & -ny_0(s) & ny_0(s) \\ -y_0(s) & y_0(s) & ny_0(s) & -ny_0(s) \\ -ny_0(s) & ny_0(s) & n^2y_0(s) & -n^2y_0(s) \\ ny_0(s) & -ny_0(s) & -n^2y_0(s) & n^2y_0(s) \end{bmatrix} \end{array}$$



第三节：不定导纳矩阵

二、原始不定导纳矩阵的直接形式

6、观察法写出原始不定导纳矩阵步骤

- ✓ 写出所有的二端导元件对原始不定导纳矩阵的贡献部分，并将位于该矩阵同一元处的各参数相加，仅由所有二端导抗元件而构成的子网络的原始不定导纳矩阵为：

$$y_{ii}(s)=\sum 与节点i相连接的二端元件的导纳 \left(i=1,2,\cdots n_t\right)$$

$$y_{ij}(s)=-\sum 连接于节点i,\ j间的二端元件的导纳$$

$$i\neq j \qquad \left(i=1,2,\cdots n_t;\ j=1,2,\cdots n_t\right)$$

- ✓ 写出各类二端元件（VCCS，回转器，耦合电感元件，理想变压器等）对原始不定导纳矩阵的贡献。
- ✓ 将由以上步骤所得的各类元件对原始不定导纳矩阵的贡献相加，即得原始不定导纳矩阵。

例题3-2。

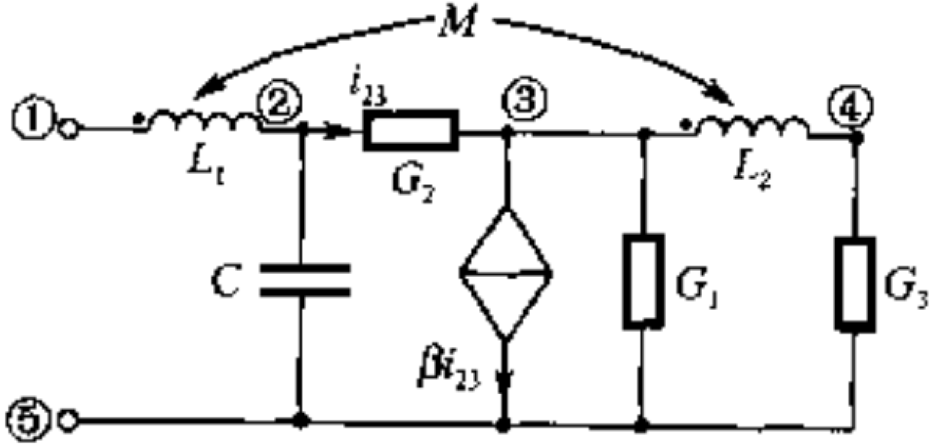
第三节：不定导纳矩阵

二、原始不定导纳矩阵的直接形式

6、观察法写出原始不定导纳矩阵步骤

例 3-2 在图 3-17 所示线性有源网络中，设 5 个节点均为可及的。用观察法写出该多端网络的原始不定导纳矩阵。

（1）CCCS变换为VCCS



$$i_{23} = G_2 u_{23}$$

$$i_{35} = \beta i_{23} = \beta G_2 u_{23}$$

$$\begin{array}{c|cc} & 2 & 3 \\ \hline 3 & \beta G_2 & -\beta G_2 \\ 5 & -\beta G_2 & \beta G_2 \end{array}$$

第三节：不定导纳矩阵

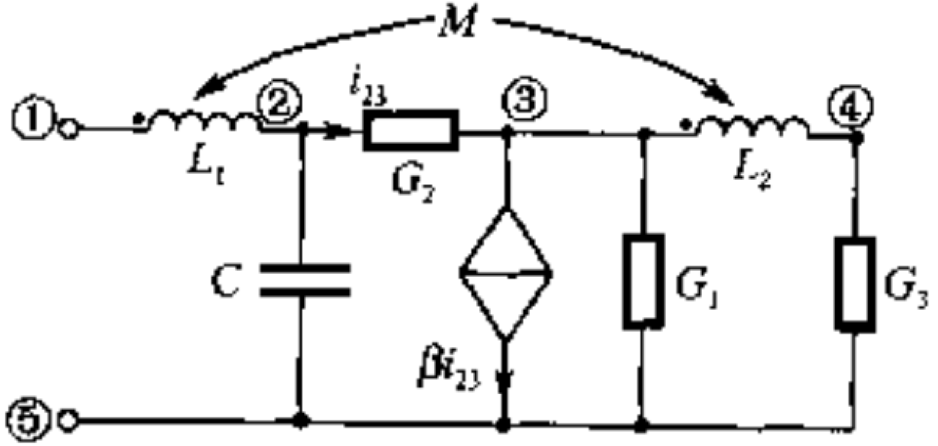
二、原始不定导纳矩阵的直接形式

6、观察法写出原始不定导纳矩阵步骤

例 3-2 在图 3-17 所示线性有源网络中，设 5 个节点均为可及的。用观察法写出该多端网络的原始不定导纳矩阵。

（2）互感M

$$\begin{bmatrix} I_{12}(s) \\ I_{34}(s) \end{bmatrix} = \frac{1}{s(L_1L_2 - M^2)} \begin{bmatrix} L_2 & -M \\ -M & L_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{12}(s) \\ U_{34}(s) \end{bmatrix}$$



$$\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} \quad 1 \quad & \quad 2 \quad & \quad 3 \quad & \quad 4 \quad \end{array} \\ \begin{bmatrix} \frac{L_2}{D} & -\frac{L_2}{D} & -\frac{M}{D} & \frac{M}{D} \\ -\frac{L_2}{D} & \frac{L_2}{D} & \frac{M}{D} & -\frac{M}{D} \\ -\frac{M}{D} & \frac{M}{D} & \frac{L_1}{D} & -\frac{L_1}{D} \\ \frac{M}{D} & -\frac{M}{D} & -\frac{L_1}{D} & \frac{L_1}{D} \end{bmatrix} \end{array}$$

其中 $D = s(L_1L_2 - M^2)$

第三节：不定导纳矩阵

二、原始不定导纳矩阵的直接形式

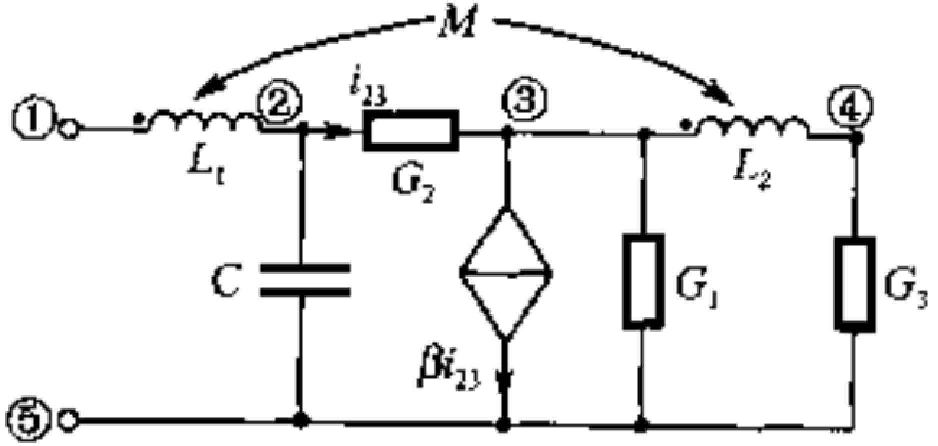
6、观察法写出原始不定导纳矩阵步骤

例 3-2 在图 3-17 所示线性有源网络中，设 5 个节点均为可及的。用观察法写出该多端网络的原始不定导纳矩阵。

$$
\begin{array}{c} \\ 3 \\ 5 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cc} 2 & 3 \end{array} \\
\begin{bmatrix} \beta G_2 & -\beta G_2 \\ -\beta G_2 & \beta G_2 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & 2 & 3 & 4 \\
\hline
1 & \frac{L_2}{D} & -\frac{L_2}{D} & -\frac{M}{D} & \frac{M}{D} \\
2 & -\frac{L_2}{D} & \frac{L_2}{D} & \frac{M}{D} & -\frac{M}{D} \\
3 & -\frac{M}{D} & \frac{M}{D} & \frac{L_1}{D} & -\frac{L_1}{D} \\
4 & \frac{M}{D} & -\frac{M}{D} & -\frac{L_1}{D} & \frac{L_1}{D}
\end{array}
$$

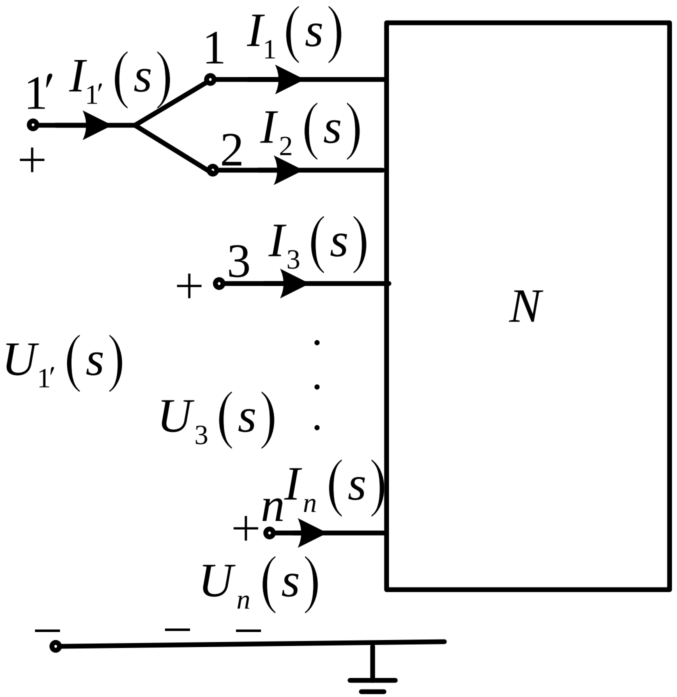
$$
\mathbf{Y}_i(s) = \begin{bmatrix}
\frac{L_2}{D} & -\frac{L_2}{D} & -\frac{M}{D} & \frac{M}{D} & 0 \\
-\frac{L_2}{D} & G_2 + sC + \frac{L_2}{D} & -G_2 + \frac{M}{D} & -\frac{M}{D} & -sC \\
-\frac{M}{D} & -G_2 + \beta G_2 + \frac{M}{D} & G_1 + G_2 - \beta G_2 + \frac{L_1}{D} & -\frac{L_1}{D} & -G_1 \\
\frac{M}{D} & -\frac{M}{D} & -\frac{L_1}{D} & G_3 + \frac{L_1}{D} & -G_3 \\
0 & -sC - \beta G_2 & -G_1 + \beta G_2 & -G_3 & G_1 + G_3 + sC
\end{bmatrix}
$$



第三节：不定导纳矩阵

三、$\mathbf{Y}_i$（s）随端部处理的变换

1、端子压缩



$$u_1' = u_1 = u_2$$
$$i_1' = i_1 + i_2$$

- 由1，2端压缩而得（*n*-1）端网络的不定导纳矩阵 $\mathbf{Y}'_i(s)$ 为

$$\mathbf{Y}_i'(s) = \begin{bmatrix} y_{11}(s)+y_{12}(s)+y_{21}(s)+y_{22}(s) & y_{13}(s)+y_{23}(s) & \cdots & y_{1n}(s)+y_{2n}(s) \\ y_{31}(s)+y_{32}(s) & y_{33}(s) & \cdots & y_{34}(s) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{n1}(s)+y_{n2}(s) & y_{n3}(s) & \cdots & y_{nn}(s) \end{bmatrix}$$

✓ 相应地向量方程中删除$U_2(s)$和$I_2(s)$。

第三节：不定导纳矩阵

三、$\mathbf{Y}_i$（s）随端部处理的变换

2、端子消除

- 保留端的端电流，端电压向量为$\mathbf{I}_a(s)$、$\mathbf{U}_a(s)$；
- 消除端的端电流，端电压向量为$\mathbf{I}_b(s)$、$\mathbf{U}_b(s)$。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_a(s) \\ \mathbf{I}_b(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{11}(s) & \mathbf{Y}_{12}(s) \\ \mathbf{Y}_{21}(s) & \mathbf{Y}_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_a(s) \\ \mathbf{U}_b(s) \end{bmatrix}$$

✓ 因为消除端的电流为0，故：

$$\mathbf{I}_b(s) = \mathbf{Y}_{21}(s)\mathbf{U}_a(s) + \mathbf{Y}_{22}(s)\mathbf{U}_b(s) = \mathbf{0}$$

$$\Rightarrow \mathbf{U}_b(s) = -\mathbf{Y}_{22}{}^{-1}(s)\mathbf{Y}_{21}(s)\mathbf{U}_a(s)$$

故：$$\mathbf{I}_a(s) = \left[\mathbf{Y}_{11}(s) - \mathbf{Y}_{12}(s)\mathbf{Y}_{22}{}^{-1}(s)\mathbf{Y}_{21}(s)\right]\mathbf{U}_a(s)$$

$$\mathbf{I}_a(s) = \mathbf{Y}_i'(s)\mathbf{U}_a(s)$$

其中：$$\mathbf{Y}_i'(s) = \mathbf{Y}_{11}(s) - \mathbf{Y}_{12}(s)\mathbf{Y}_{22}{}^{-1}(s)\mathbf{Y}_{21}(s)$$

华南理工大学 South China University of Technology

三、Y_i（s）随端部处理的变换

2、端子消除

- 如果仅消除编号为 k 的一个端子，删除原不定导纳的第 k 行第k 列，且其余元 $y_{ij}(s)$ 变为：

$$y'_{ij}(s) = y_{ij}(s) - \frac{y_{ik}(s)y_{kj}(s)}{y_{kk}(s)}$$

$$\begin{array}{c c}
 & \begin{array}{cccc} \quad & j & k & \quad \end{array} \\
\begin{array}{c} \\ i \\ \\ k \\ \\ \end{array} &
\begin{bmatrix}
 & \vdots & \vdots & \\
\cdots & y_{ij} - \dfrac{y_{ik}y_{kj}}{y_{kk}} & y_{ik} & \cdots \\
 & \vdots & \vdots & \\
\cdots & y_{kj} & y_{kk} & \cdots \\
 & \vdots & \vdots &
\end{bmatrix}
\end{array}$$

- 消除两个或两个以上端子时，也可以用上述方法逐个消除。

第三节：不定导纳矩阵

三、Y_i（s）随端部处理的变换

3、多端网络相并联

- 将两个多端网络的每一组编号相同的对应端并接在一起，从连接点引出一端线，这就是两个多端网络的并联。显然，这时两个多端网络的电位参考点是共同的。

- 由两个多端网络相并联而成的多端网络的不定导纳矩阵，等于原来两个多端网络的不定导纳之和。

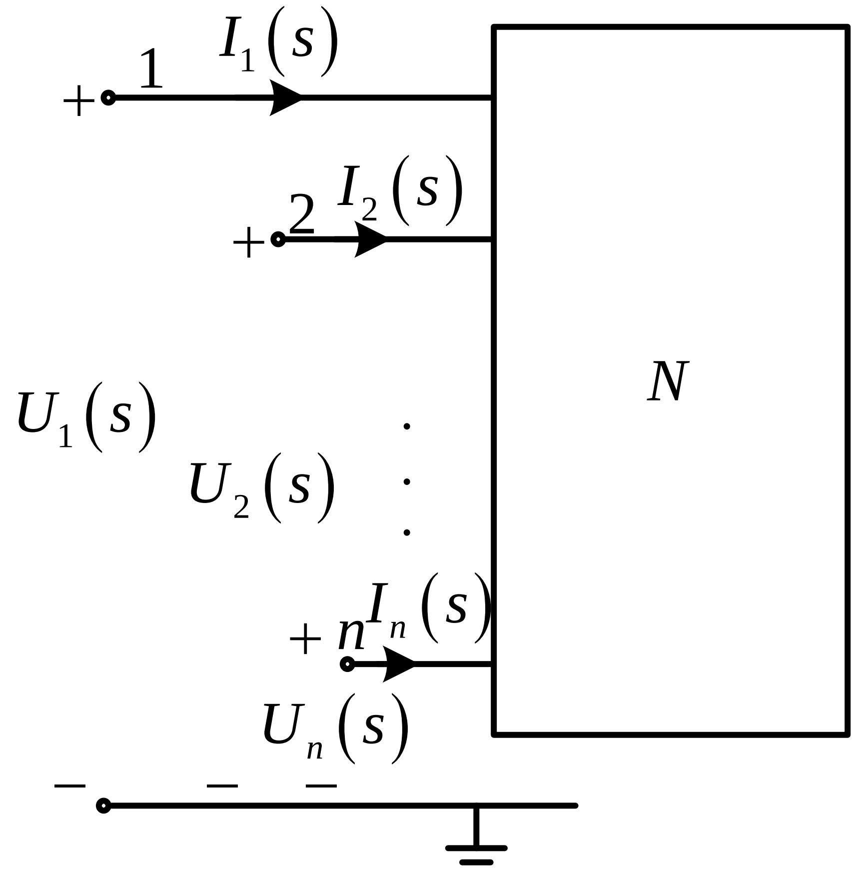
- 基于两个多端网络相并联的分析，可推论至三个或更多的多端网络相并联。

第三节：不定导纳矩阵

三、Y_i（s）随端部处理的变换

4、端子接地

- 如将n端网络的某一端（例如第 n 端）接地，$u_n=0$，删除 $Y_i(s)$ 中的第 n 列（$U_n(s)=0$ ），由KCL，第 n 方程为冗余方程，删除 $Y_i(s)$ 第 n 行及电流向量中的 $I_n(s)$ 元, 该 (n-1) 阶矩阵称为原 n 端网络的端子 n 为接地端时的**定导纳矩阵（definite admittance matrix，DAM）**【从第1端至（n-1）端分别与第n端配对而形成（n-1）端口网络的短路导纳矩阵】

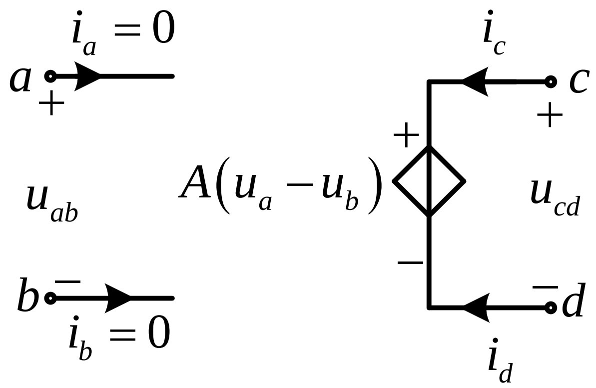


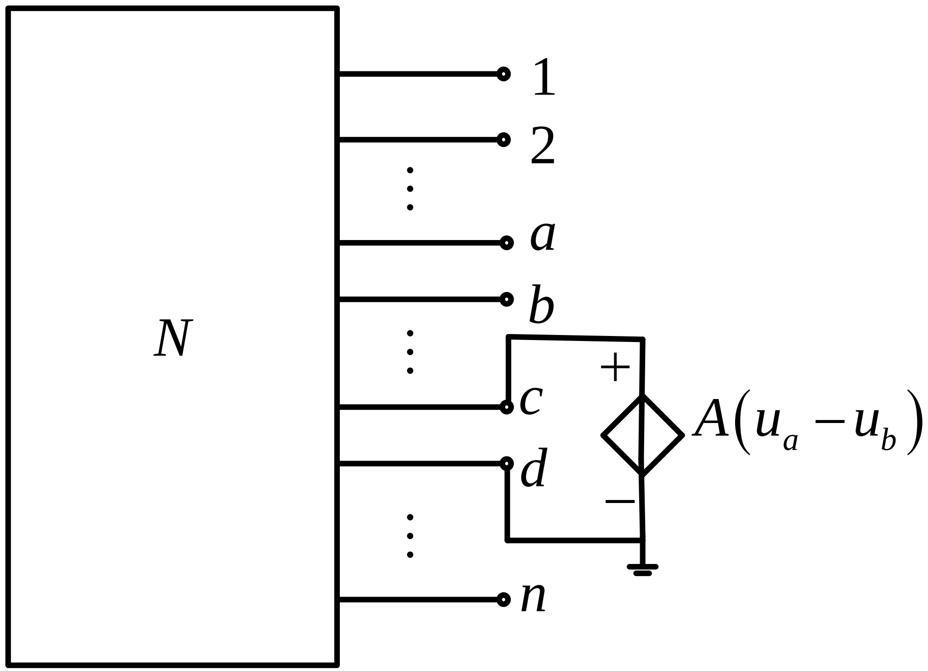
第三节：不定导纳矩阵

四、用不定导纳矩阵分析含运算放大器的有源网络

1、运放的数学模型是VCVS

$$\boxed{u_c - u_d = A(u_a - u_b)}$$





第三节：不定导纳矩阵

四、用不定导纳矩阵分析含运算放大器的有源网络

1、运放的数学模型是VCVS

- **对于不考虑VCVS接入时网络的IAM方程为:**

$$\begin{bmatrix} y_{11} & \cdots & y_{1a} & y_{1b} & y_{1c} & y_{1d} & \cdots & y_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{a1} & \cdots & y_{aa} & y_{ab} & y_{ac} & y_{ad} & \cdots & y_{an} \\ y_{b1} & \cdots & y_{ba} & y_{bb} & y_{bc} & y_{bd} & \cdots & y_{bn} \\ y_{c1} & \cdots & y_{ca} & y_{cb} & y_{cc} & y_{cd} & \cdots & y_{cn} \\ y_{d1} & \cdots & y_{da} & y_{db} & y_{dc} & y_{dd} & \cdots & y_{dn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{n1} & \cdots & y_{na} & y_{nb} & y_{nc} & y_{nd} & \cdots & y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ \vdots \\ U_a(s) \\ U_b(s) \\ U_c(s) \\ U_d(s) \\ \vdots \\ U_n(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1(s) \\ \vdots \\ I_a(s) \\ I_b(s) \\ I_c(s) \\ I_d(s) \\ \vdots \\ I_n(s) \end{bmatrix}$$

附加的约束条件为 $U_c(s) = AU_a(s) - AU_b(s) + U_d(s)$

第三节：不定导纳矩阵

四、用不定导纳矩阵分析含运算放大器的有源网络

1、运放的数学模型是VCVS

- **将 $U_c(s)$ 代入上式并消除之，此时方程组变量数减至 $(n\text{-}1)$，需要在原 n 个方程中删去一个冗余方程，删除 $I_c(s)$，再考虑到 d 端接地（ $U_d(s)=0$ ）网络方程变为 $(n\text{-}2)$ 阶矩阵为 DAM：**

$$
\begin{bmatrix}
y_{11} & \cdots & y_{1a}+Ay_{1c} & y_{1b}-Ay_{1c} & \cdots & y_{1n} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
y_{a1} & \cdots & y_{aa}+Ay_{ac} & y_{ab}-Ay_{ac} & \cdots & y_{an} \\
y_{b1} & \cdots & y_{ba}+Ay_{bc} & y_{bb}-Ay_{bc} & \cdots & y_{bn} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
y_{n1} & \cdots & y_{na}+Ay_{nc} & y_{nb}-Ay_{nc} & \cdots & y_{nn}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
U_1(s) \\ \vdots \\ U_a(s) \\ U_b(s) \\ \vdots \\ U_n(s)
\end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
I_1(s) \\ \vdots \\ I_a(s) \\ I_b(s) \\ \vdots \\ I_n(s)
\end{bmatrix}
$$

第三节：不定导纳矩阵

四、用不定导纳矩阵分析含运算放大器的有源网络

1、运放的数学模型是VCVS

■ 分析规则：

✓ 开环增益 A 乘以 c 列（c 为运放输出端）加至 a 列（a 为运放同相输入端）；

$-A$ 乘以 c 列加至 b 列（b 为运放反相输入端）；

✓ 删去原 c 列和 c 行；

✓ 删去原 d 列和 d 行（d 为运放接地端）。

第三节：不定导纳矩阵

四、用不定导纳矩阵分析含运算放大器的有源网络

2、理想运放

$$A \to \infty \qquad U_{cd}\text{有限} \qquad U_a = U_b$$

- **删除 $U_b(s)$ 和 b 列，将 b 列加至 c 列，删除电流 $I_c(s)$ ，再考虑到 d 端接地，DAM 表示的网络方程为：**

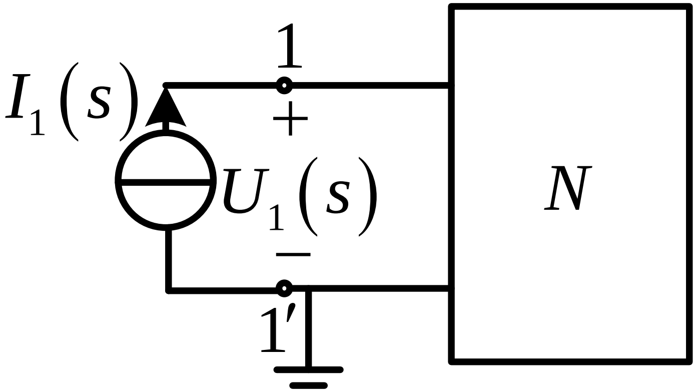
$$\begin{bmatrix} y_{11} & \cdots & y_{1a}+y_{1b} & y_{1c} & \cdots & y_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{a1} & \cdots & y_{aa}+y_{ab} & y_{ac} & \cdots & y_{an} \\ y_{b1} & \cdots & y_{ba}+y_{bb} & y_{bc} & \cdots & y_{bn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_{n1} & \cdots & y_{na}+y_{nb} & y_{nc} & \cdots & y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ \vdots \\ U_a(s) \\ U_c(s) \\ \vdots \\ U_n(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1(s) \\ \vdots \\ I_a(s) \\ I_b(s) \\ \vdots \\ I_n(s) \end{bmatrix}$$

第四节：网络函数的拓扑公式

- 以节点分析为例，首先研究网络函数的代数表达式，进而提出用拓扑分析求网络函数的方法。

一、网络函数的代数表达式

- 选1′端为电位参考点，写出网络节点电压方程为：



$$\mathbf{Y}_n(s)\mathbf{U}_n(s)=\mathbf{I}_n(s)$$

- 节点电压向量：

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \cdots\cdot \\ U_N(S) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta_{11}}{\Delta} & \frac{\Delta_{21}}{\Delta} & \cdots & \frac{\Delta_{N1}}{\Delta} \\ \frac{\Delta_{12}}{\Delta} & \frac{\Delta_{22}}{\Delta} & \cdots & \frac{\Delta_{N2}}{\Delta} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\Delta_{1N}}{\Delta} & \frac{\Delta_{2N}}{\Delta} & \cdots\cdot & \frac{\Delta_{NN}}{\Delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(S) \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

第四节：网络函数的拓扑公式

一、网络函数的代数表达式

- Δ为$Y_n(s)$ 的行列式，Δ_{ij} 为 $Y_n(s)$ 中元素 $y_{ij}(s)$ 的代数余子式。

$$U_1(s)=\frac{\Delta_{11}}{\Delta}I_1(s)$$

- 所求策动点阻抗为:

$$Z_{in}(s)=\frac{U_1(s)}{I_1(s)}=\frac{\Delta_{11}}{\Delta}$$

> 网络函数的分子多项式和分母多项式的计算可转化为 $Y_n(s)$ 矩阵行列式和代数余子式的计算。

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

(一)、节点导纳行列式△的拓扑公式

- 节点导纳矩阵：$\mathbf{Y}_n = \mathbf{A}\mathbf{Y}_b\mathbf{A}^T$

  ✓ A－关联矩阵， Y_b－支路导纳矩阵

$$\Delta = \det \mathbf{Y}_n = \det \mathbf{A}\mathbf{Y}_b\mathbf{A}^{\mathrm{T}}$$

1、比内－柯西（Binet Cauchy）定理：

➢ 设 C、D 分别为 p×q 和 q×p 矩阵；且 p≤q，则以上二矩阵相乘所得矩阵的行列式：

$$\det \mathbf{CD} = \sum_j \mathbf{C}_{\mathrm{j}}\mathbf{D}_{\mathrm{j}}$$

✓ 式中 C_j、D_j 分别为矩阵 C、D 的第 j 大子式（major）。大子式是矩阵的最高阶子式。即最大方子阵的行列式。其中 C_j、D_j是对应的；若 C_j是从 C 中选择 1、2、4 列而得大子式，则 D_j就式从 D 中选择 1、2、4 行而得的大子式。

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

(一)、节点导纳行列式△的拓扑公式

- **例 3-7** 设矩阵 $\boldsymbol{C}$ 和 $\boldsymbol{D}$ 分别为以下矩阵：

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ -1 & 3 & 1\end{bmatrix},\ \boldsymbol{D}=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 0 & 2\\ 1 & 1\end{bmatrix}$$

则二矩阵的乘积及其行列式为

$$\boldsymbol{CD}=\begin{bmatrix}3 & 2\\ -1 & 10\end{bmatrix},\ \det\boldsymbol{CD}=\begin{vmatrix}3 & 2\\ -1 & 10\end{vmatrix}=32$$

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

(一)、节点导纳行列式△的拓扑公式

■ 利用比内－柯西定理计算:

$$\det \boldsymbol{CD} = \sum_j C_j D_j = C_1 D_1 + C_2 D_2 + C_3 D_3$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 5 \times 4 + 2 \times 5 + (-1) \times (-2) = 32$$

✓ 计算结果和根据行列式定义计算的结果是一致的。

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

(一)、节点导纳行列式△的拓扑公式

2、定理2－5（P.58）

- 连通图 G 的关联矩阵 A 的一个 N 阶子矩阵式非奇异的充要条件是，此矩阵的列对应于图 G 的一个树支。
- 关联矩阵 A 的任一非奇异N阶子矩阵的行列式（即大子式）之值等于 ±1，它是由该 N 阶子矩阵中每一列的一个非零元（＋1或－1）相乘而得。

3、Δ 的拓扑公式：

$$\Delta = \det AY_bA^T = \sum_{\text{全部大子式}} \text{矩阵}(AY_b)\text{与}A^T\text{对应大子式之积}$$

$$= \sum_{\text{全部树}} T(y) = \sum_{\text{全部树}} \text{树导纳积}$$

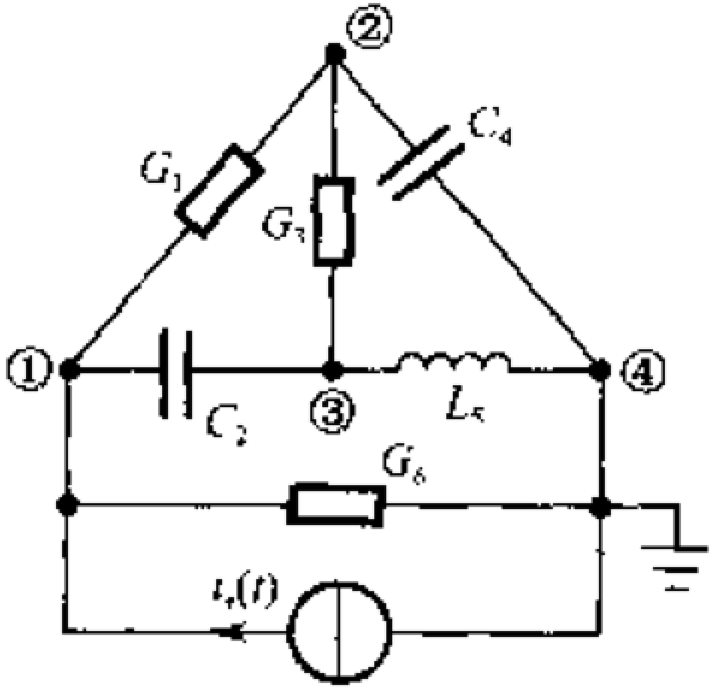
✓ 式中 T(y) 表示网络的一个树的树支导纳的乘积，称为树导纳积。（tree admittance product）或简称为“树积”（tree product）。

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

(一)、节点导纳行列式△的拓扑公式

例3-8：求所示网络的节点导纳行列式。

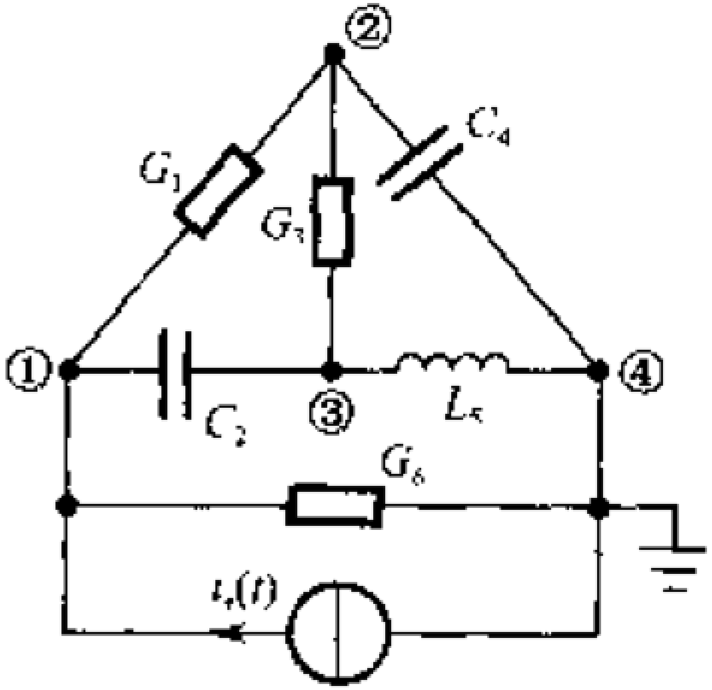


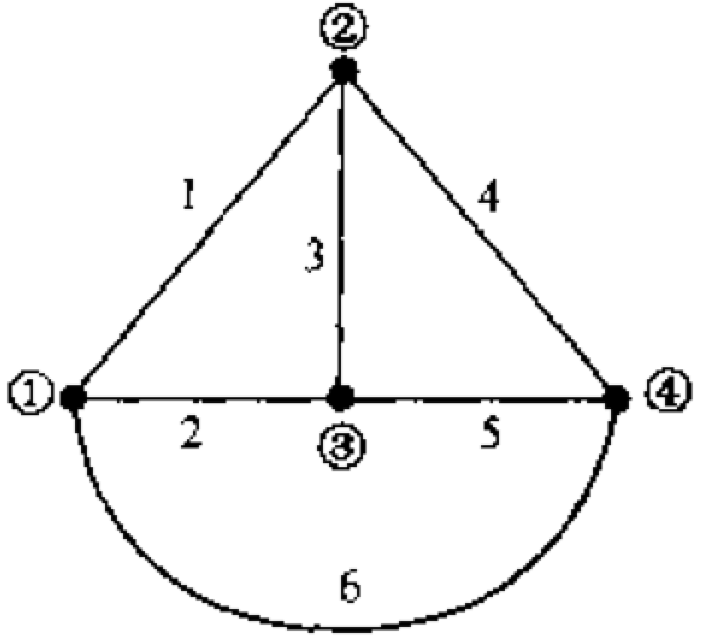
第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

(一)、节点导纳行列式△的拓扑公式

例3-8：求所示网络的节点导纳行列式。



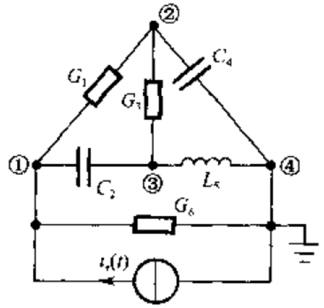


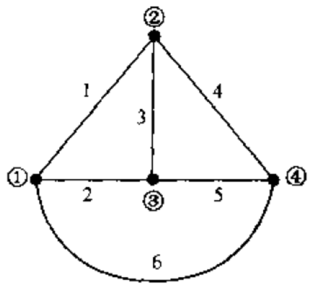
第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

(一)、节点导纳行列式△的拓扑公式

例3-8：求所示网络的节点导纳行列式。





解：(1)首先用拓扑公式求 $\det \mathbf{Y}_n$。绘出网络的图，如图 3-28 所示。网络节点数为 4，故每一树的树支数为 3，列出全部树的树支编号：

124, 125, 126, 134, 135, 136, 145, 156,

234, 235, 236, 245, 246, 346, 356, 456,

应用式(3-4-8)的拓扑公式，所求节点导纳行列式为

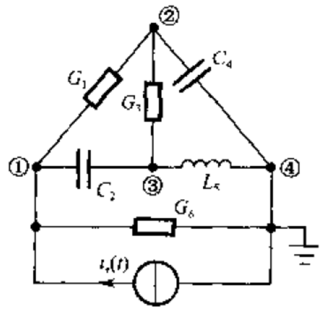
$$
\begin{aligned}
\det \mathbf{Y}_n &= \sum_{\text{全部树}} T(y) \\
&= G_1 s^2 C_2 C_4 + G_1 sC_2/sL_5 + G_1 sC_2 G_6 + G_1 G_3 sC_4 \\
&\quad + G_1 G_3/sL_5 + G_1 G_3 G_6 + G_1 sC_4/sL_5 + G_1 G_6/sL_5 \\
&\quad + s^2 C_2 C_4 G_3 + sC_2 G_3/sL_5 + sC_2 G_3 G_6 + s^2 C_2 C_4/sL_5 \\
&\quad + s^2 C_2 C_4 G_6 + G_3 sC_4 G_6 + G_3 G_6/sL_5 + sC_4 G_6/sL_5
\end{aligned}
$$

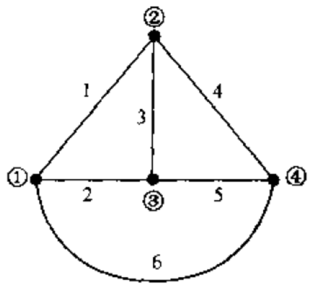
第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

(一)、节点导纳行列式△的拓扑公式

例3-8：求所示网络的节点导纳行列式。





整理后得

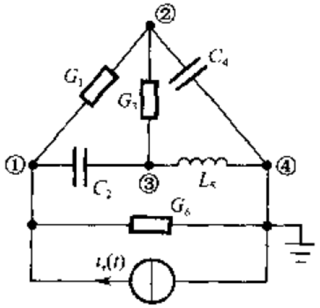
$$
\begin{aligned}
\det Y_n = {} & s^2 C_2 C_4 (G_1 + G_3 + G_6) \\
& + s(C_2 G_1 G_6 + C_4 G_1 G_3 + C_2 G_3 G_6 + C_4 G_3 G_6 + C_2 C_4 / L_5) \\
& + (G_1 C_2 + G_1 C_4 + G_3 C_2 + G_6 C_4)/L_5 + G_1 G_3 G_6 \\
& + (G_1 G_3 + G_1 G_6 + G_3 G_6)/sL_5
\end{aligned}
$$

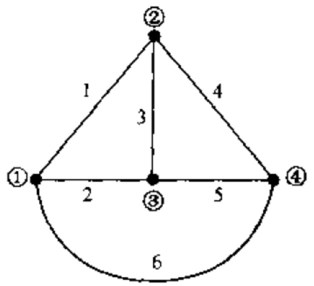
第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

(一)、节点导纳行列式△的拓扑公式

例3-8：求所示网络的节点导纳行列式。





(2)对于图 3-28 所示网络，通过观察可直接写出节点导纳矩阵：

$$\mathbf{Y}_n = \begin{bmatrix} G_1 + G_6 + sC_2 & -G_1 & -sC_2 \\ -G_1 & G_1 + G_3 + sC_4 & -G_3 \\ -sC_2 & -G_3 & sC_2 + G_3 + 1/sL_5 \end{bmatrix}$$

直接展开矩阵 $\mathbf{Y}_n$ 的行列式：

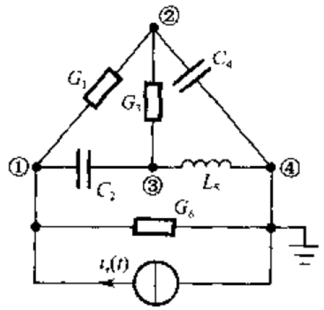
$$\begin{aligned} \det \mathbf{Y}_n = & (G_1 + G_6 + sC_2)(G_1 + G_3 + sC_4)(sC_2 + G_3 + 1/sL_5) \\ & - sC_2G_1G_3 - sC_2G_1G_3 - s^2C_2^2(G_1 + G_3 + sC_4) \\ & - G_3^2(G_1 + G_6 + sC_2) - G_1^2(sC_2 + G_3 + 1/sL_5) \end{aligned}$$

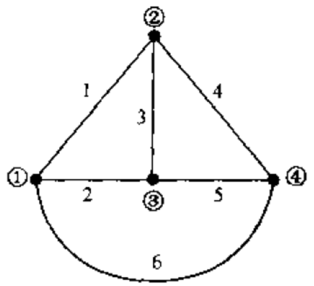
第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

(一)、节点导纳行列式△的拓扑公式

例3-8：求所示网络的节点导纳行列式。





上式展开后共有 38 项，其中 22 项正负对消，最后得到以下 16 项：

$$
\begin{aligned}
\det Y_n = {} & G_1G_3/sL_5 + G_1s^2C_2C_4 + G_1G_3sC_4 + G_1sC_4/sL_5 \\
& + sC_2G_1/sL_5 + sC_2G_3/sL_5 + s^2C_2C_4G_3 + s^2C_2C_4/sL_5 \\
& + G_1G_6sC_2 + G_1G_6G_3 + G_1G_6/sL_5 + G_3G_6sC_2 \\
& + G_3G_6/sL_5 + G_6s^2C_2C_4 + G_6G_3sC_4 + G_6sC_4/sL_5
\end{aligned}
$$

结果和用树导纳积计算结果相同。

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

关键：没有遗漏地列出全部的树！

(一)、节点导纳行列式△的拓扑公式

4、网络的全部树

1）判断树的总数：

- ✓ 关联矩阵 A 的连通图 G，其树的总数为：

$$\text{树数}=\det(AA^T)$$

证：$\det(AA^T)=\sum\limits_{\text{全部大子式}} A\text{与}A^T\text{对应大子式之积}=\sum\limits_{\text{全部大子式}}(A\text{的大子式})^2$

$=A$的全部大子式总数$=$图G的树的总数

- ✓ 对于全通图，树数$=N_t^{N_t-2}$，其中 N_t 为图的节点数。

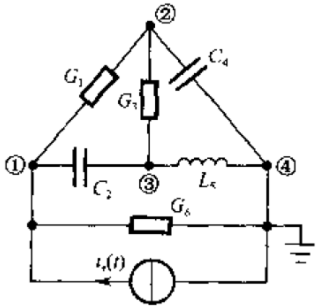
第四节：网络函数的拓扑公式

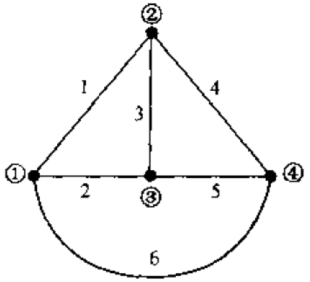
二、网络函数的拓扑公式

(一)、节点导纳行列式△的拓扑公式

4、网络的全部树

1）判断树的总数：





✓ 关联矩阵 A 的连通图 G，其树的总数为：树数＝det（AA^T）

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1\\ -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{AA}^T=\begin{bmatrix}3 & -1 & -1\\ -1 & 3 & -1\\ -1 & -1 & 3\end{bmatrix}$$

$$\det\boldsymbol{AA}^T=27-1-1-(3+3+3)=16$$

✓ 对于全通图，树数＝$N_t^{N_t-2}$= 4^2=16。

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

(一)、节点导纳行列式△的拓扑公式

4、网络的全部树

2）用穷举法找出全部树：

- ✓ **对于具有*B*条支路，（*N*+1）个节点的图，树支数为 *N*，在 *B*支路中取 *N* 支路的全部可能组合数为：**

$$C_B^N = \frac{B!}{N!(B-N)!}$$

- ✓ **用穷举法列出以上全部组合，并根据树的定义，排除其中的*N* 条支路形成回路的组合，其余的支路集合即为 G 的全部树。**

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

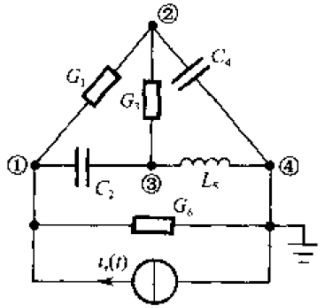
(一)、节点导纳行列式△的拓扑公式

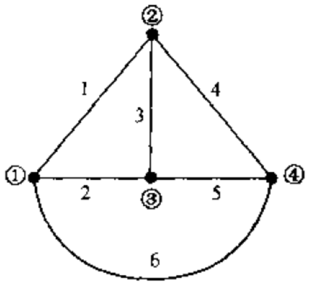
4、网络的全部树

2）用穷举法找出全部树：

- ✓ **对于具有*B*条支路，（*N*+1）个节点的图，树支数为 *N*，在 *B*支路中取 *N* 支路的全部可能组合数为：**

$$C_B^N = \frac{B!}{N!(B-N)!}$$





$$C_B^N = \frac{6!}{3! \times 3!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{6} = 20$$

扣除4个长度为3的回路：

$$20 - 4 = 16$$

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

(二) 节点导纳行列式的对称代数余子式Δ_{jj}的拓扑公式

- 节点导纳矩阵及对称代数余子式：

$$\mathbf{Y}_n = \mathbf{A}\mathbf{Y}_b\mathbf{A}^T \qquad \Delta_{jj} = \mathbf{A}_{-j}\mathbf{Y}_b\mathbf{A}_{-j}^T$$

✓ A 为关联矩阵，$\mathbf{Y}_b$ 为支路导纳矩阵，$\mathbf{A}_{-j}$ 表示从矩阵 A 划去第 j 行后得到的矩阵。

1、2－树（k－树）

✓ 节点数为 N_t 的连通图G的一个 2(k)－树是从 G 的一个 (k-1) 树中去掉任一树支而得到的一个子图 G_1。

✓ 2(k)－树包括图 G 的全部节点。

✓ 2(k)－树具有 N_t －2(k) 条支路，不含任何回路。

✓ 2(k)－树由 2(k) 个分离的子图组成，每一子图是一个连通图，有 1(k-1) 个子图可为孤立节点。

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

(二）节点导纳行列式的对称代数余子式Δ_{jj} 的拓扑公式

2、 Δ_{jj} 的拓扑公式：

$$\Delta_{jj}=\det\left(\mathbf{A}_{-j}\mathbf{Y}_{\mathrm{b}}\mathbf{A}_{-j}^{\mathrm{T}}\right)=\sum_{N_{-j}\text{的全部树}}N_{-j}\text{的树导纳积}$$

- ✓ **N_{-j} 是将网络 N 的节点 j 与参考节点 d 短接后得到的，故 N_{-j} 的节点为N_t -2，与网络 N 的 2－树的树支数相等。**
- ✓ **N_{-j} 的一个树的树导纳积，应等于网络 N 的一个 j,d 分别属于不同分离部分的 2－树的树支导纳的积**

$$\Delta_{jj}=\sum_{\text{全部2–树}(j,d)}2-\text{树}(j,d)\text{导纳积}=\sum_{\text{全部2–树}(j,d)}{}^{2}T_{j,d}(y)$$

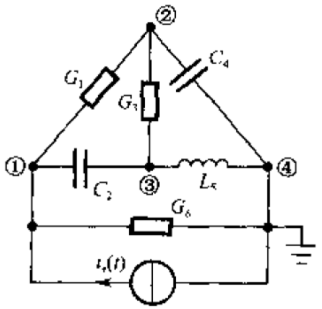
- ✓ **d为参考接点，2-树（j，d）表示节点 j,d 分别属于不同分离部分的2－树，${}^{2}T_{j,d}(y)$ 则代表这种 2－树的树支导纳积。**

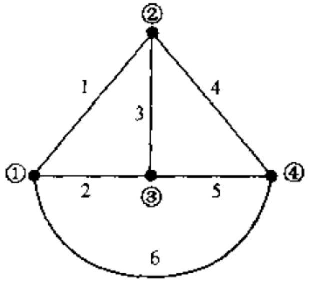
第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

(二）节点导纳行列式的对称代数余子式Δ_{jj} 的拓扑公式

2、 Δ_{jj} 的拓扑公式：





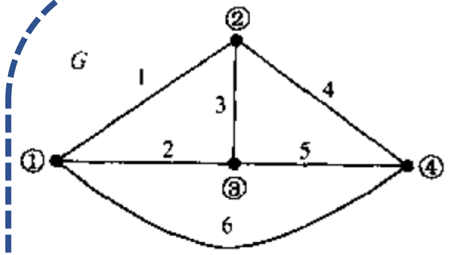


图 3-30

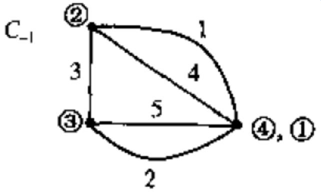
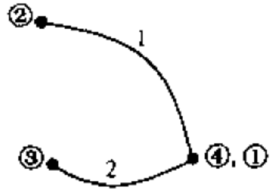
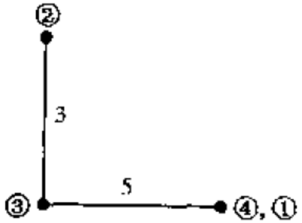


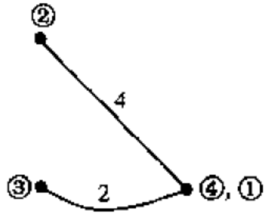
图 3-31



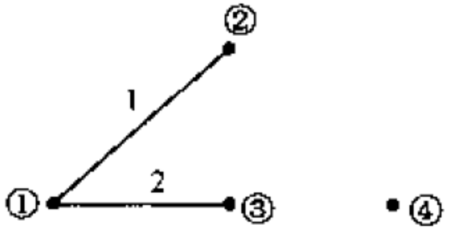
(a)



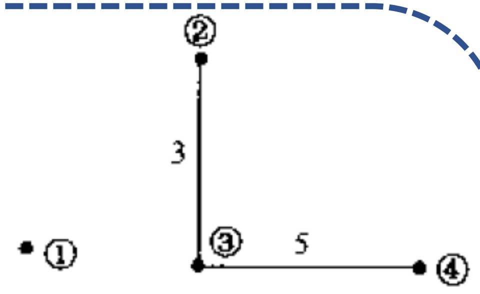
(b)



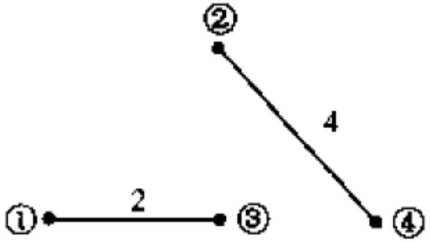
(c)



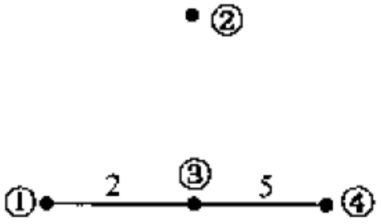
(a)



(b)



(c)



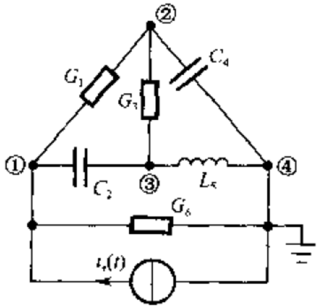
(d)

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

(二）节点导纳行列式的对称代数余子式Δ_{jj} 的拓扑公式

2、 Δ_{jj} 的拓扑公式:



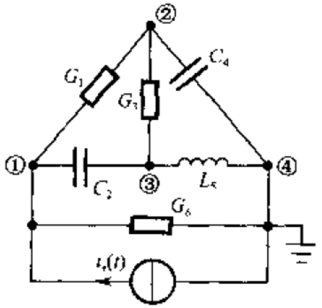
例 3-9　用拓扑公式求图 3-27 所示网络的节点导纳矩阵的对称代数余子式 Δ_{11}。

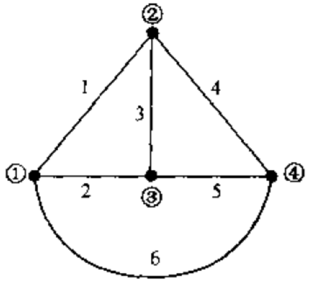
第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

(二）节点导纳行列式的对称代数余子式$\triangle_{jj}$的拓扑公式

2、 Δ_{jj} 的拓扑公式:





例 3-9 用拓扑公式求图 3-27 所示网络的节点导纳矩阵的对称代数余子式 Δ_{11}。

解:图 3-27 网络的节点数为 4,故 2-树的树支数为 $4-2=2$。列出全部 2-树(1,4)(括号中 4 为网络的参考节点号),方法可采取先列出 6 条支路中取 2 条支路的组合,然后排除形成回路的以及使节点①、④连通的支路组合,于是得以下 2-树(1,4)的树支编号:

12,13,15,23,24,34,35,45

应用式(3-4-17)的拓扑公式,可写出所求对称代数余子式:

$$\Delta_{11} = \sum_{\text{全部2-树(1,4)}} {}^{2}T_{1,4}(y)$$

$$= G_1 sC_2 + G_1 G_3 + G_1 \cdot \frac{1}{sL_5} + sC_2 G_3 + s^2 C_2 C_4 + G_3 sC_4 + G_3 \cdot \frac{1}{sL_5} + sC_4 \cdot \frac{1}{sL_5}$$

$$= s^2 C_2 C_4 + s(G_1 C_2 + G_3 C_2 + G_3 C_4) + (G_1 G_3 + C_4 / L_5) + (G_1 + G_3)/sL_5$$

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（三）节点导纳行列式的不对称代数余子式Δ_{ij} 的拓扑公式

- 从 $\mathbf{Y}_n(s)$ 行列式中划去第 i 行第 j 列元 Y_{ij} 所在的行和列，余下的元素构成的行列式为 Y_{ij} 的余子式，记作 M_{ij} ，则 Y_{ij} 的代数余子式为：

$$\Delta_{ij}=\left(-1\right)^{i+j}M_{ij} \qquad M_{ij}=\det(\mathbf{A}_{\text{-i}}\mathbf{Y}_{\text{b}}\mathbf{A}_{\text{-j}}^{\text{T}})$$

$$M_{ij}=\sum_{\text{全部大子式}}(\mathbf{A}_{\text{-i}}\mathbf{Y}_{\text{b}})\text{与}\mathbf{A}_{-\text{j}}^{\text{T}}\text{对应大子式之积}$$

$$\left|M_{ij}\right|=\sum_{\text{全部2一树(i j, d)}}{}^{2}T_{ij,d}(y)$$

✓ 式${}^{2}T_{ij,d}(y)$表示一个2－树 (ij,d) 的树支导纳积。

$$M_{ij}=(-1)^{i+j}\sum_{\text{全部2一树(i j, d)}}{}^{2}T_{ij,d}(y)$$

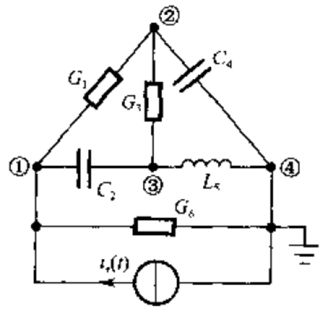
$$\Delta_{ij}=\left(-1\right)^{i+j}M_{ij}=\sum_{\text{全部2–树}(ij,d)}{}^{2}T_{ij,d}\left(y\right)$$

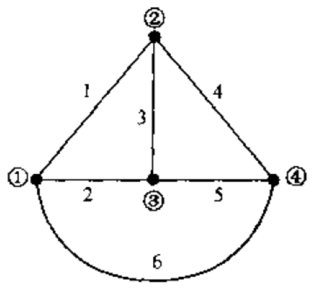
第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（三）节点导纳行列式的不对称代数余子式Δ_{ij}的拓扑公式

例 3-10 用拓扑公式求图 3-27 所示网络的节点导纳行列式的不对称代数余子式Δ_{13}。





第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

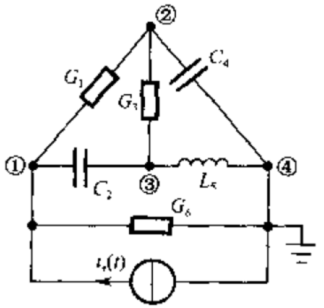
（三）节点导纳行列式的不对称代数余子式Δ_{ij}的拓扑公式

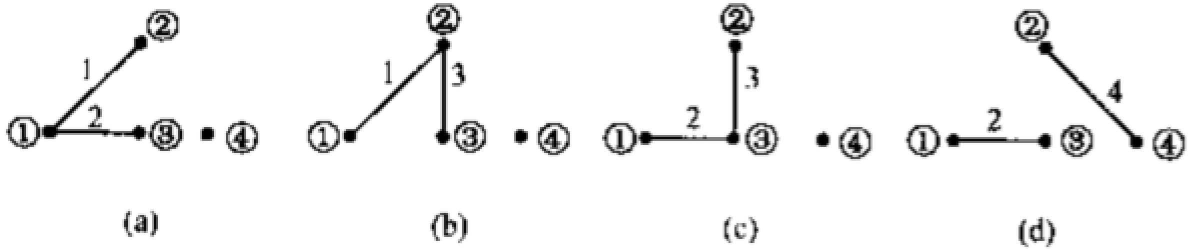
例 3-10 用拓扑公式求图 3-27 所示网络的节点导纳行列式的不对称代数余子式 Δ_{13}。

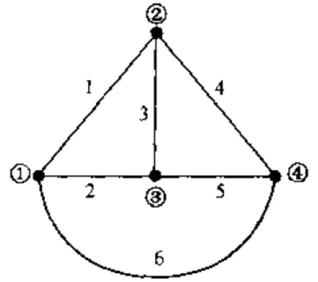
解：在图 3-27 所示网络中，节点④为参考节点，按式(3-4-24)的拓扑公式，应找出全部 2-树(13,4)，在这种 2-树中，①、③两节点在同一分离部分，节点④在另一分离部分。在例 3-9 所列出的 2-树中，有以下四种满足上述条件：

12, 13, 23, 24,

如图 3-34 所示。







第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（三）节点导纳行列式的不对称代数余子式Δ_{ij}的拓扑公式

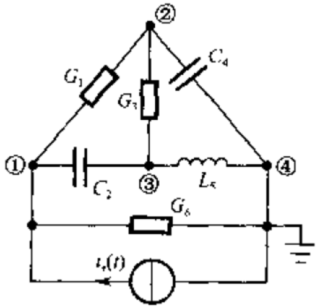
例 3-10 用拓扑公式求图 3-27 所示网络的节点导纳行列式的不对称代数余子式 Δ_{13}。

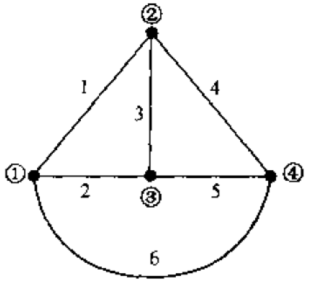
由此可得不对称代数余子式：

$$\Delta_{13} = \sum_{\text{全部2-树}(13,4)} {}^{2}T_{13,4}(y)$$

$$= sC_2G_1 + G_1G_3 + sC_2G_3 + s^2C_2C_4 \qquad (3\text{-}4\text{-}25)$$

利用例 3-8 中式(3-4-10)所示节点导纳矩阵 $\boldsymbol{Y}_n$，求 Y_{13}元的代数余子式 $\Delta_{13} = (-1)^{1+3}M_{13}$，得到的结果与式(3-4-25)相同。



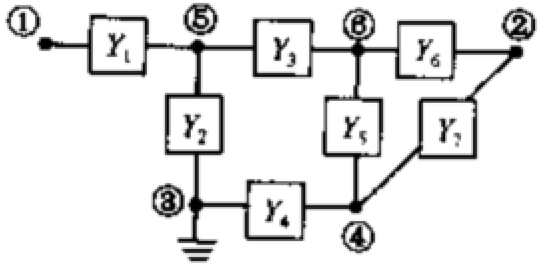


第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（三）节点导纳行列式的不对称代数余子式Δ_{ij} 的拓扑公式

例 3-11 用拓扑公式求图 3-35 所示网络的节点导纳矩阵 Y_n 的代数余子式 Δ_{12}。

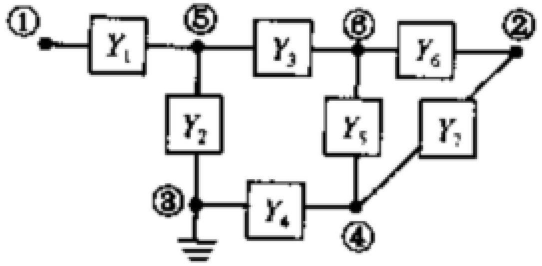


第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（三）节点导纳行列式的不对称代数余子式Δ_{ij}的拓扑公式

例 3-11 用拓扑公式求图 3-35 所示网络的节点导纳矩阵 Y_n 的代数余子式 Δ_{12}。



解：按题意，应找出全部 2-树(12, 3)，即①、②两节点在 2-树的同一分离部分，节点③在 2-树的另一分离部分。网络的节点数＝6，则 2-树的树支数＝6－2＝4。满足本题条件的 2-树有以下四种：

1 3 4 6，1 3 5 6，1 3 5 7，1 3 6 7

如图 3-36 所示。

应用式(3-4-24)的拓扑公式，可得

$$\Delta_{12} = \sum_{\text{全部2-树}(12,3)} {}^2T_{12,3}(y)$$

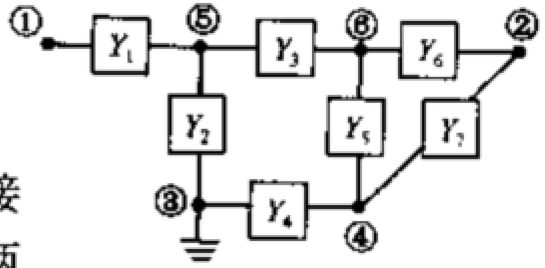
$$= Y_1Y_3Y_4Y_6 + Y_1Y_3Y_5Y_6 + Y_1Y_3Y_5Y_7 + Y_1Y_3Y_6Y_7 \quad (3\text{-}4\text{-}26)$$

第四节：网络函数的拓扑公式

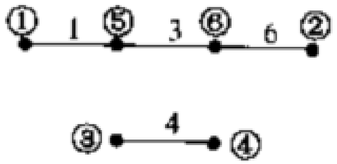
二、网络函数的拓扑公式

（三）节点导纳行列式的不对称代数余子式Δ_{ij} 的拓扑公式

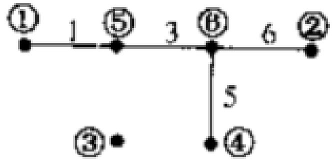
例 3-11 用拓扑公式求图 3-35 所示网络的节点导纳矩阵 Y_n 的代数余子式 Δ_{12}。



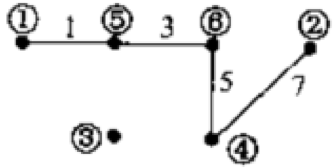
上面是通过观察直接得到全部 2-树(12,3)的。如果用计算机辅助分析，则可首先分别找网络 N_{-1}(将 N 的节点①短接至参考节点③而得)和网络 N_{-2}(将 N 的节点②短接至节点③而得)的全部树，从而得到原网络的全部 2-树(1,3)和全部 2-树(2,3)，求以上两个集合的交集，即得 2-树(12,3)的集合。



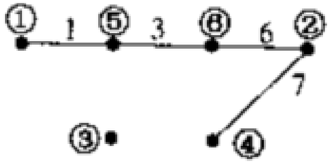
(a)



(b)



(c)



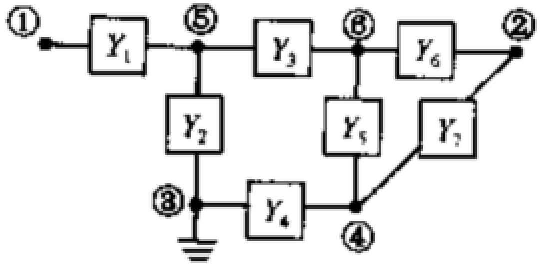
(d)

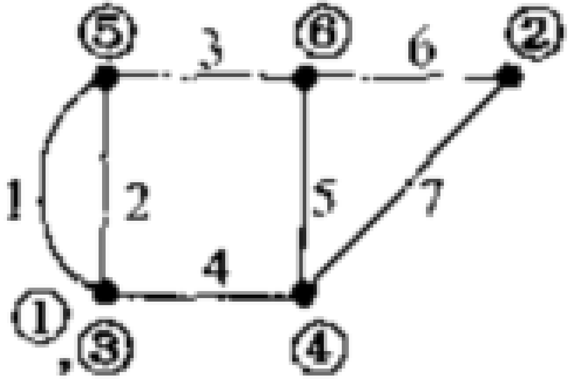
第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

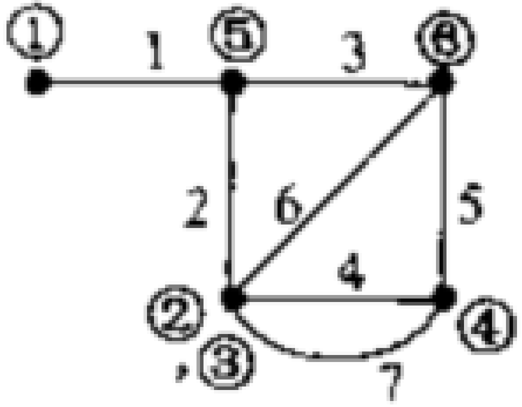
（三）节点导纳行列式的不对称代数余子式Δ_{ij}的拓扑公式

例 3-11 用拓扑公式求图 3-35 所示网络的节点导纳矩阵 Y_n 的代数余子式 Δ_{12}。





G_{-1}



G_{-2}

第四节：网络函数的拓扑公式

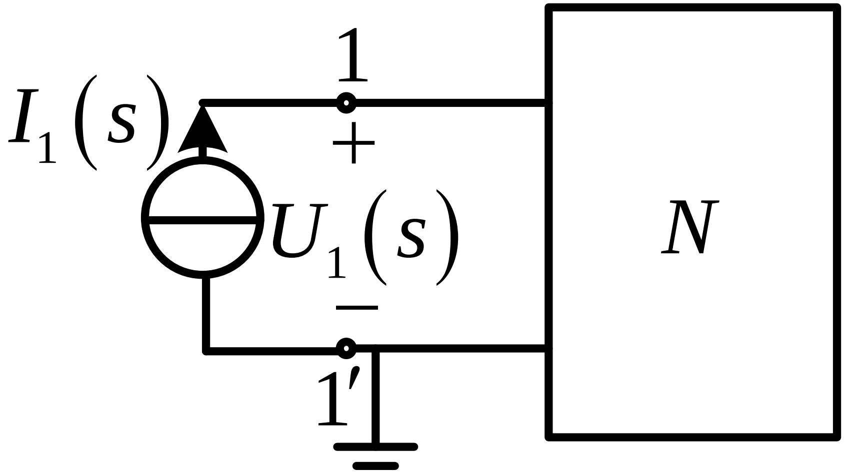
二、网络函数的拓扑公式

（四）策动点函数和转移函数的拓扑公式

1、策动点函数的拓扑公式

- 策动点阻抗：

$$Z_{in} = \frac{U_1(s)}{I_1(s)} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{\sum^2 T_{1,1'}(y)}{\sum T(y)}$$



- 策动点导纳

$$Y_{in} = \frac{1}{Z_{in}} = \frac{\sum T(y)}{\sum^2 T_{1,1'}(y)}$$

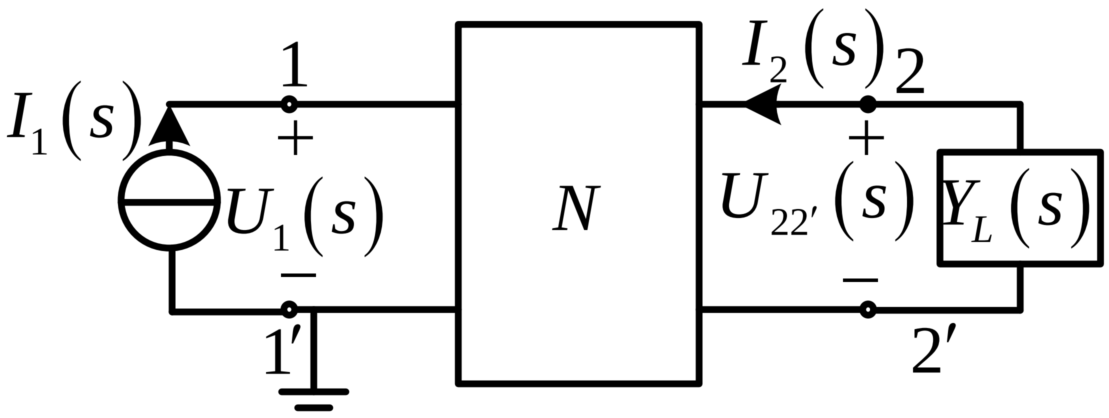
第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（四）策动点函数和转移函数的拓扑公式

2、转移函数的拓扑公式

- 节点电压方程为：



$$\begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \\ U_{2'}(s) \\ \cdots\cdot \\ U_N(S) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta_{11}}{\Delta} & \frac{\Delta_{21}}{\Delta} & \cdots & \frac{\Delta_{N1}}{\Delta} \\ \frac{\Delta_{12}}{\Delta} & \frac{\Delta_{22}}{\Delta} & \cdots & \frac{\Delta_{N2}}{\Delta} \\ \frac{\Delta_{12'}}{\Delta} & \frac{\Delta_{22'}}{\Delta} & \cdots & \frac{\Delta_{N2'}}{\Delta} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\Delta_{1N}}{\Delta} & \frac{\Delta_{2N}}{\Delta} & \cdots\cdot & \frac{\Delta_{NN}}{\Delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(S) \\ 0 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$U_1(s) = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} I_1(s)$$

$$U_2(s) = \frac{\Delta_{12}}{\Delta} I_1(s)$$

$$U_{2'}(s) = \frac{\Delta_{12'}}{\Delta} I_1(s)$$

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（四）策动点函数和转移函数的拓扑公式

2、转移函数的拓扑公式

故：

$$U_{22'}(s)=U_2(s)-U_{2'}(s)=\frac{\Delta_{12}-\Delta_{12'}}{\Delta}I_1(s)$$

- 转移阻抗函数：

$$Z_{21}=\frac{U_{22'}(s)}{I_1(s)}=\frac{\Delta_{12}-\Delta_{12'}}{\Delta}=\frac{\sum^2 T_{12,1'}(y)-\sum^2 T_{12',1'}(y)}{\sum T(y)}$$

- 转移导纳函数：

$$Y_{21}=\frac{-I_2(s)}{U_1(s)}=\frac{Y_L U_{22'}(s)}{U_L(s)}=Y_L\frac{U_{22'}(s)/I_1(S)}{U_1(s)/I_1(s)}$$

$$=Y_L\frac{\Delta_{12}-\Delta_{12'}}{\Delta_{11}}=Y_L\frac{\sum^2 T_{12,1'}(y)-\sum^2 T_{12',1'}(y)}{\sum^2 T_{1,1'}(y)}$$

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（四）策动点函数和转移函数的拓扑公式

2、转移函数的拓扑公式

- **转移电压比函数：**

$$\frac{U_{22'}(s)}{U_1(s)}=\frac{\Delta_{12}-\Delta_{12'}}{\Delta_{11}}=\frac{\sum^{2}T_{12,1'}(y)-\sum^{2}T_{12',1'}(y)}{\sum^{2}T_{1,1'}(y)}$$

- **转移电流比函数：**

$$\frac{-I_2(s)}{I_1(s)}=\frac{Y_L U_{22'}(s)}{I_1(s)}=Y_L\frac{\Delta_{12}-\Delta_{12'}}{\Delta}=Y_L\frac{\sum^{2}T_{12,1'}(y)-\sum^{2}T_{12',1'}(y)}{\sum T(y)}$$

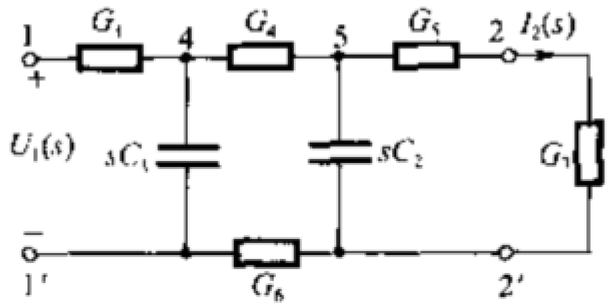
第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（四）策动点函数和转移函数的拓扑公式

2、转移函数的拓扑公式

例 3-12 图 3-40 表示一个第 2 端口接负载 G_7 的二端口网络。用拓扑公式求此二端口网络的转移导纳 $Y_{21}=I_2(s)/U_1(s)$。

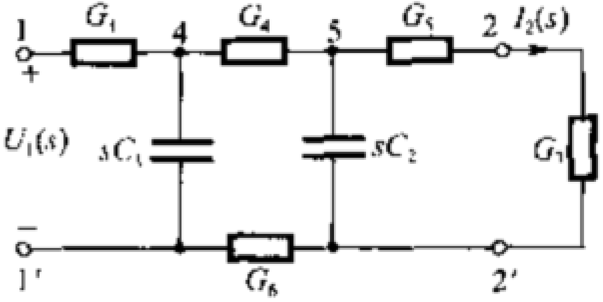


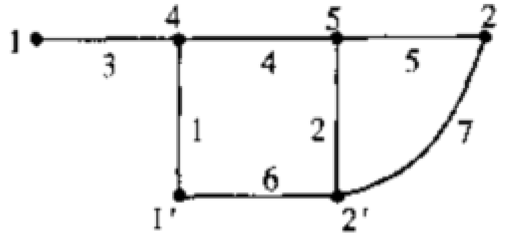
第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（四）策动点函数和转移函数的拓扑公式

2、转移函数的拓扑公式





例 3-12 图 3-40 表示一个第 2 端口接负载 G_7 的二端口网络。用拓扑公式求此二端口网络的转移导纳 $Y_{21}=I_2(s)/U_1(s)$。

解：根据式(3-4-32)，应找出全部 2-树(1, 1′)、2-树(12, 1′)和 2-树(12′, 1′)。由网络的图(见图 3-41)，分别列出以上三类 2-树的树支编号如下：

2-树(1, 1′)：1245, 1247, 1256, 1267, 1456, 1457, 1467, 1567, 2345, 2347, 2356, 2367, 2456, 2467, 3456, 3457, 3467, 3567, 4567

2-树(12, 1′)：3456, 3457, 2345, 2347

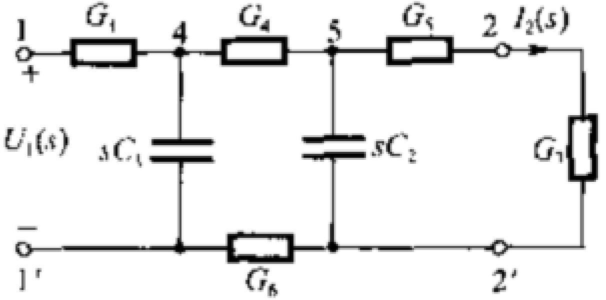
2-树(12′, 1′)：2345, 2347, 3457

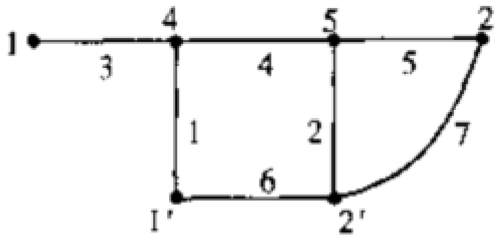
第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（四）策动点函数和转移函数的拓扑公式

2、转移函数的拓扑公式





例 3-12 图 3-40 表示一个第 2 端口接负载 G_7 的二端口网络。用拓扑公式求此二端口网络的转移导纳 $Y_{21}=I_2(s)/U_1(s)$。

Y_{21}的分子为

$$\begin{aligned}
N(s)=&\ Y_L\left(\sum{}^2 T_{12,1'}(y)-\sum{}^2 T_{12',1'}(y)\right)\\
=&\ G_7[(Y_3Y_4Y_5Y_6+Y_3Y_4Y_5Y_7+Y_2Y_3Y_4Y_5+Y_2Y_3Y_4Y_7)\\
&-(Y_2Y_3Y_4Y_5+Y_2Y_3Y_4Y_7+Y_3Y_4Y_5Y_7)]\\
=&\ G_7Y_3Y_4Y_5Y_6=G_3G_4G_5G_6G_7
\end{aligned}$$

Y_{21}的分母为

$$\begin{aligned}
D(s)=&\ s^2C_1C_2(G_4G_5+G_4G_7+G_5G_6+G_6G_7)\\
&+sC_1(G_4G_5G_6+G_4G_5G_7+G_4G_6G_7+G_5G_6G_7)\\
&+sC_2(G_3G_4G_5+G_3G_4G_7+G_3G_5G_6+G_3G_6G_7+G_4G_5G_6+G_4G_6G_7)\\
&+G_3G_4(G_5G_6+G_5G_7+G_6G_7)+G_3G_5G_6G_7+G_4G_5G_6G_7
\end{aligned}$$

于是得到

$$Y_{21}=Y_L\frac{\sum{}^2 T_{12,1'}(y)-\sum{}^2 T_{12',1'}(y)}{\sum{}^2 T_{1,1}(y)}=\frac{N(s)}{D(s)}$$

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（四）策动点函数和转移函数的拓扑公式

2、转移函数的拓扑公式

- 观察一个2－树 (ij,d) 和另一个节点 k，节点 k 必定包含在 ij 所在分离部分或 d 所在分离部分中，因此，全部 2－树 (ijk,d)与全部 2－树 (ij,dk) 的总和应等于全部 2－树 (ij,d)，故有：

$$\sum {}^2T_{ij,d}(y) = \sum {}^2T_{ijk,d}(y) + \sum {}^2T_{ij,dk}(y)$$

因此：

$$\sum {}^2T_{12,1'}(y) = \sum {}^2T_{122',1'}(y) + \sum {}^2T_{12,1'2'}(y)$$

$$\sum {}^2T_{12',1'}(y) = \sum {}^2T_{122',1'}(y) + \sum {}^2T_{12',1'2}(y)$$

故：

$$\sum {}^2T_{12,1'}(y) - \sum {}^2T_{12',1'}(y) = \sum {}^2T_{12,1'2'}(y) - \sum {}^2T_{12',1'2}(y)$$

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（四）策动点函数和转移函数的拓扑公式

2、转移函数的拓扑公式

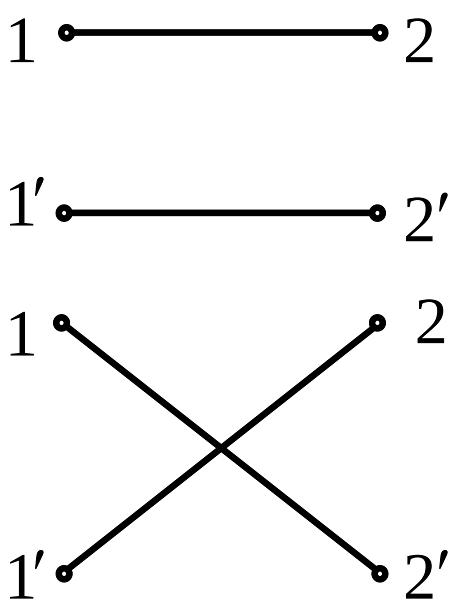
- **转移函数的最小工作量拓扑公式为：**

$$\boxed{Z_{21}=\frac{\sum {}^{2}T_{12,1'2'}(y)-\sum {}^{2}T_{12',1'2}(y)}{\sum T(y)}}$$

$$\boxed{Y_{21}=Y_L\frac{\sum {}^{2}T_{12,1'2'}(y)-\sum {}^{2}T_{12',1'2}(y)}{\sum {}^{2}T_{1,1'}(y)}}$$

$$\boxed{\frac{U_{22'}(s)}{U_1(s)}=\frac{\sum {}^{2}T_{12,1'2'}(y)-\sum {}^{2}T_{12',1'2}(y)}{\sum {}^{2}T_{1,1'}(y)}=\frac{Y_{21}}{Y_L}}$$

$$\boxed{\frac{-I_2(s)}{I_1(s)}=Y_L\frac{\sum {}^{2}T_{12,1'2'}(y)-\sum {}^{2}T_{12',1'2}(y)}{\sum T(y)}=Y_L Z_{21}}$$



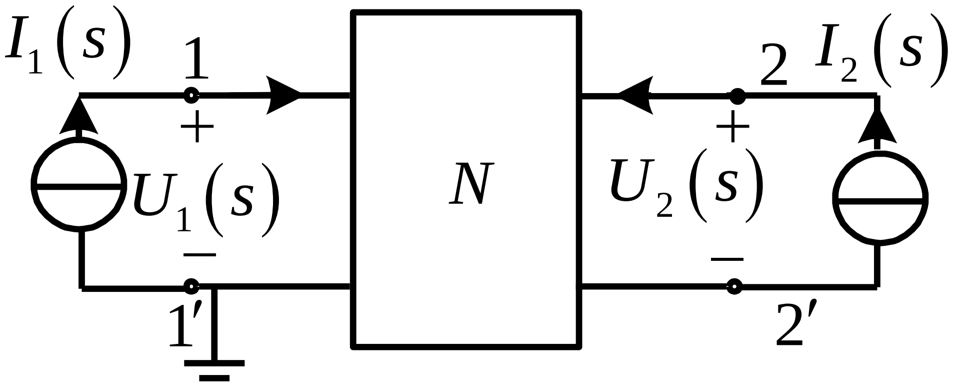
第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（五）二端口网络参数的拓扑公式

1、开路阻抗参数的拓扑公式

- 为避免与端口电压符号混淆，节点电压用双下标表示右图网络的节点方程为：



$$\mathbf{AY_bA}^T\begin{bmatrix} U_{11'}(s) \\ U_{21'}(s) \\ U_{2'1'}(s) \\ \cdots\cdots\cdots \\ U_{N1'}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \\ -I_2(s) \\ 0.. \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$U_{11'}(s) = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} I_1(s) + \frac{\Delta_{21} - \Delta_{2'1}}{\Delta} I_2(s)$$

$$U_{21'}(s) = \frac{\Delta_{12}}{\Delta} I_1(s) + \frac{\Delta_{22} - \Delta_{2'2}}{\Delta} I_2(s)$$

$$U_{2'1'}(s) = \frac{\Delta_{12'}}{\Delta} I_1(s) + \frac{\Delta_{22'} - \Delta_{2'2'}}{\Delta} I_2(s)$$

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（五）二端口网络参数的拓扑公式

1、开路阻抗参数的拓扑公式

故有:

$$U_1(s)=U_{11'}(s)=\frac{\Delta_{11}}{\Delta}I_1(s)+\frac{\Delta_{12}-\Delta_{12'}}{\Delta}I_2(s)$$

$$U_2(s)=U_{21'}(s)-U_{2'1'}(s)=\frac{\Delta_{12}-\Delta_{12'}}{\Delta}I_1(s)+\frac{\Delta_{22}-\Delta_{2'2'}-2\Delta_{22'}}{\Delta}I_2(s)$$

✓ 其中:

$$\Delta_{12}=\Delta_{21} \qquad \Delta_{2'1}=\Delta_{12'} \qquad \Delta_{2'2}=\Delta_{2'2}$$

$$\begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix}=\frac{1}{\Delta}\begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12}-\Delta_{12'} \\ \Delta_{12}-\Delta_{12'} & \Delta_{22}+\Delta_{2'2'}-2\Delta_{22'} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix}$$

■ 开路阻抗矩阵为:

$$Z_{oc}=\frac{1}{\Delta}\begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12}-\Delta_{12'} \\ \Delta_{12}-\Delta_{12'} & \Delta_{22}+\Delta_{2'2'}-2\Delta_{22'} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（五）二端口网络参数的拓扑公式

1、开路阻抗参数的拓扑公式

- 开路阻抗参数的拓扑公式为：

$$Z_{11}=\frac{\Delta_{11}}{\Delta}=\frac{\sum^{2}T_{1,1'}(y)}{\sum T(y)}$$

$$Z_{12}=Z_{21}=\frac{\Delta_{12}-\Delta_{12'}}{\Delta}=\frac{\sum^{2}T_{12,1'}(y)-\sum^{2}T_{12',1'}(y)}{\sum T(y)}$$

$$=\frac{\sum^{2}T_{12,1'2'}(y)-\sum^{2}T_{12',1'2}(y)}{\sum T(y)}$$

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（五）二端口网络参数的拓扑公式

1、开路阻抗参数的拓扑公式

- **开路阻抗参数的拓扑公式为：**

$$Z_{22}\text{的分子} = \Delta_{22} + \Delta_{2'2'} - 2\Delta_{22'}$$

$$\Delta_{22} = \sum {}^{2}T_{22,1'}(y) = \sum {}^{2}T_{22',1'}(y) + \sum {}^{2}T_{2,1'2'}(y)$$

$$\Delta_{2'2'} = \sum {}^{2}T_{2',1'}(y) = \sum {}^{2}T_{22',1'}(y) + \sum {}^{2}T_{2',1'2}(y)$$

$$\Delta_{22'} = \sum {}^{2}T_{22',1'}(y)$$

$$\Delta_{22} + \Delta_{2'2'} - 2\Delta_{22'} = \sum {}^{2}T_{2,1'2'}(y) + \sum {}^{2}T_{2',1'2}(y) = \sum {}^{2}T_{2,2'}(y)$$

$$\boxed{Z_{22} = \frac{\Delta_{22} + \Delta_{2'2'} - 2\Delta_{22'}}{\Delta} = \frac{\sum {}^{2}T_{2,2'}(y)}{\sum T(y)}}$$

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（五）二端口网络参数的拓扑公式

1、开路阻抗参数的拓扑公式

- 开路阻抗参数的拓扑公式为：

- 于是得到开路阻抗的拓扑公式

$$\boxed{\mathbf{Z}_{\mathbf{oc}}=\frac{1}{\sum T(y)}\begin{bmatrix}\sum {}^{2}T_{1,1'}(y) & \sum {}^{2}T_{12,1'2'}(y)-\sum {}^{2}T_{12',1'2}(y)\\ \sum {}^{2}T_{12,1'2'}(y)-\sum {}^{2}T_{12',1'2}(y) & \sum {}^{2}T_{2,2'}(y)\end{bmatrix}}$$

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（五）二端口网络参数的拓扑公式

2、短路导纳参数的拓扑公式

$$\mathbf{Z}_{\mathbf{oc}}=\frac{1}{\Delta}\begin{bmatrix}\Delta_{11} & \Delta_{12}-\Delta_{12'} \\ \Delta_{12}-\Delta_{12'} & \Delta_{22}+\Delta_{2'2'}-2\Delta_{22'}\end{bmatrix}$$

- 短路导纳矩阵为：

$$\mathbf{Y}_{\mathbf{sc}}=\mathbf{Z}_{\mathbf{oc}}^{-1}=\begin{bmatrix}Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22}\end{bmatrix}^{-1}=\frac{1}{\Delta_Z}\begin{bmatrix}Z_{22} & -Z_{12} \\ -Z_{21} & Z_{11}\end{bmatrix}$$

✓ 其中：

$$\Delta_Z=\frac{1}{\Delta^2}\left(\Delta_{11}\Delta_{22}+\Delta_{11}\Delta_{2'2'}-2\Delta_{11}\Delta_{22'}-\Delta_{12}^2-\Delta_{12'}^2+2\Delta_{12}\Delta_{12'}\right)$$

$$=\frac{1}{\Delta^2}\left[\left(\Delta_{11}\Delta_{22}-\Delta_{12}^2\right)+\left(\Delta_{11}\Delta_{2'2'}-\Delta_{12'}^2\right)-2\left(\Delta_{11}\Delta_{22'}-\Delta_{12}\Delta_{12'}\right)\right]$$

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（五）二端口网络参数的拓扑公式

2、短路导纳参数的拓扑公式

■ **雅可比定理：**

$$\Delta_{ab}\Delta_{cd}-\Delta_{ad}\Delta_{cb}=\Delta\Delta_{abcd}$$

Δ_{ab}表示在Δ中删去a行，b列的代数余子式；

Δ_{abcd}表示在Δ中删去a行，b列、c行，d列的二阶代数余子式

✓ **因此：**

$$\Delta_{11}\Delta_{22}-\Delta_{12}^{2}=\Delta_{11}\Delta_{22}-\Delta_{12}\Delta_{21}=\Delta\Delta_{1122}$$

$$\Delta_{11}\Delta_{2'2'}-\Delta_{12'}^{2}=\Delta\Delta_{112'2'}$$

$$\Delta_{11}\Delta_{22'}-\Delta_{12}\Delta_{12'}=\Delta\Delta_{1122'}$$

$$\Delta_{Z}=\frac{1}{\Delta}\left(\Delta_{1122}+\Delta_{112'2'}-2\Delta_{1122'}\right)$$

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（五）二端口网络参数的拓扑公式

2、短路导纳参数的拓扑公式

✓ 所以：

$$\mathbf{Y}_{SC}=\frac{1}{\Delta_{1122}+\Delta_{112'2'}-2\Delta_{1122'}}\begin{bmatrix}\Delta_{22}+\Delta_{2'2'}-2\Delta_{22} & \Delta_{12'}-\Delta_{12}\\ \Delta_{12'}-\Delta_{12} & \Delta_{11}\end{bmatrix}$$

- 按照论证节点导纳行列式一阶代数余子式 Δ_{jj}、Δ_{ij} 的拓扑公式相类似的推理方法，可证明：

$$\Delta_{1122}=\sum^{3}T_{1,2,1'}(y)$$

$$\Delta_{112'2'}=\sum^{3}T_{1,2',1'}(y)$$

$$\Delta_{1122'}=\sum^{3}T_{1,22',1'}(y)$$

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（五）二端口网络参数的拓扑公式

2、短路导纳参数的拓扑公式

✓ 其中： ${}^{3}T_{1,2,1'}(y)$ 表示节点 1,2 与 1’ 各在一个分离部分的 3−树树积，${}^{3}T_{1,22',1'}(y)$ 表示 1，1’ 各在一个分离部分，2和2’ 同在一个分离部分的 3−树树支导纳积。

$$\sum {}^{3}T_{1,2,1'}(y)=\sum {}^{3}T_{12',2,1'}(y)+\sum {}^{3}T_{1,22',1'}(y)+\sum {}^{3}T_{1,2,1'2'}(y)$$

$$\sum {}^{3}T_{1,2',1'}(y)=\sum {}^{3}T_{12,2',1'}(y)+\sum {}^{3}T_{1,22',1'}(y)+\sum {}^{3}T_{1,2',1'2}(y)$$

$$\Delta_{1122}+\Delta_{112'2'}-2\Delta_{1122'}=\sum {}^{3}T_{1,2,1'}(y)+\sum {}^{3}T_{1,2',1'}(y)-2\sum {}^{3}T_{1,22',1'}(y)$$

$$=\sum {}^{3}T_{12',2,1'}(y)+\sum {}^{3}T_{1,2,1'2'}(y)+\sum {}^{3}T_{12,2',1'}(y)+\sum {}^{3}T_{1,2',1'2}(y)$$

$$=\sum {}^{3}T_{D}(y)$$

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（五）二端口网络参数的拓扑公式

2、短路导纳参数的拓扑公式

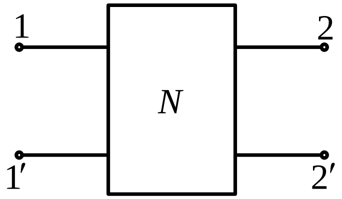
✓ 上式中用 $\sum {}^3T_D(y)$ 表示式中四类3－树的树支导纳积之和，应当注意，这并没有包含全部3－树的树支导纳积。

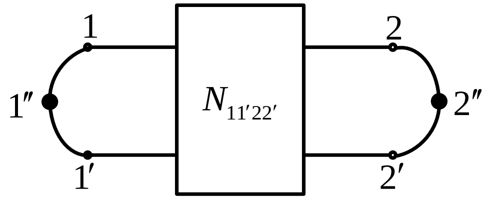
■ 短路导纳矩阵的拓扑公式：

$$\boxed{\mathbf{Y}_{sc}=\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}=\frac{1}{\sum {}^3T_D(y)}\begin{bmatrix} \sum {}^2T_{2,2'}(y) & \sum {}^2T_{12',1'2}(y)-\sum {}^2T_{12,1'2'}(y) \\ \sum {}^2T_{12',1'2}(y)-\sum {}^2T_{12,1'2'}(y) & \sum {}^2T_{1,1'}(y) \end{bmatrix}}$$

■ 将二端口网络N的端口（1，1’），（2，2’）分别短接，得到一个新网络$N_{11',22'}$。可以证明$N_{11',22'}$的全部树的树支导纳积之和为$\sum {}^3T_D(y)$。

$$\sum_{(N_{11',22'})} T(y)=\sum {}^3T_D(y)$$





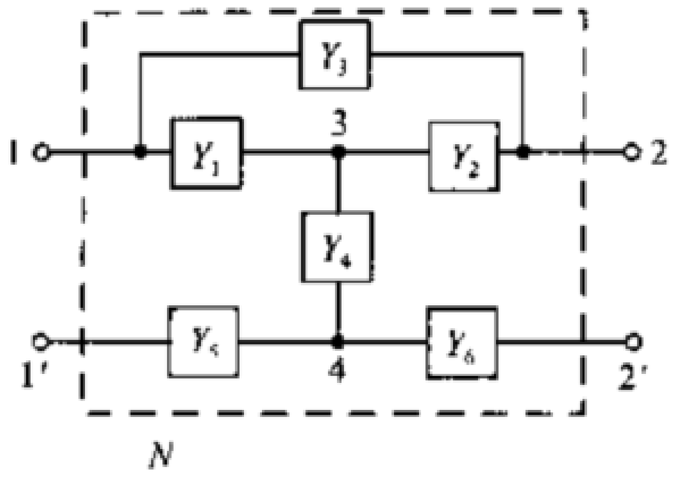
第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（五）二端口网络参数的拓扑公式

2、短路导纳参数的拓扑公式

例 3-13 用拓扑公式求图 3-44 中的二端口网络 N 的短路导纳参数。

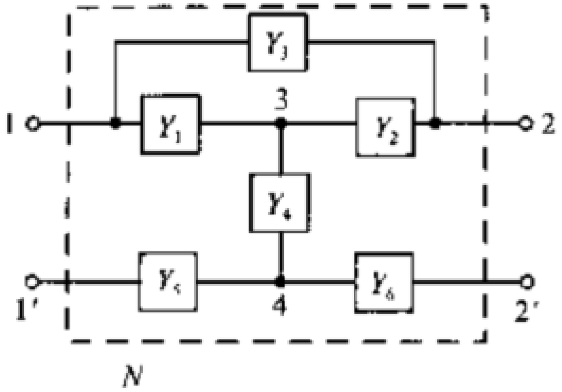


第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（五）二端口网络参数的拓扑公式

2、短路导纳参数的拓扑公式



例 3-13 用拓扑公式求图 3-44 中的二端口网络 N 的短路导纳参数。

解：按照式(3-4-60)的拓扑公式，首先，为求各导纳参数的分母，列出式(3-4-59)中四类 3-树的树支编号。

3-树(12′,1′,2)：146，

3-树(1′2′,1,2)：156，256，456

3-树(1′2,1,2′)：245，

3-树(12,1′,2′)：124，125，126，134，135，136，234，235，236，345，346

为求各导纳参数的分子，列出式(3-4-60)右端矩阵中的四类 2-树的树支编号。

2-树(2,2′)：1245，1256，1345，1356，1456，2345，3456

2-树(1,1′) 1246，1256，1346，1356，2346，2356，3456

2-树(12′,1′2)：无

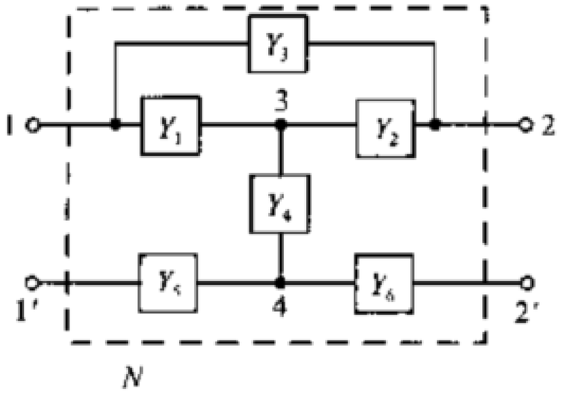
2-树(12,1′2′)：1256，1356，2356

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（五）二端口网络参数的拓扑公式

2、短路导纳参数的拓扑公式



例 3-13 用拓扑公式求图 3-44 中的二端口网络 N 的短路导纳参数。

短路导纳参数的分母：

$$\sum{}^3 T_D(y) = \sum{}^3 T_{12',1,2}(y) + \sum{}^3 T_{1'2',1,2}(y) + \sum{}^3 T_{1'2,1,2'}(y) + \sum{}^3 T_{12,1',2'}(y)$$

$$= Y_1Y_4Y_6 + Y_1Y_5Y_6 + Y_2Y_5Y_6 + Y_4Y_5Y_6 + Y_2Y_4Y_5 + Y_1Y_2Y_4$$
$$+ Y_1Y_2Y_5 + Y_1Y_2Y_6 + Y_1Y_3Y_4 + Y_1Y_3Y_5 + Y_1Y_3Y_6 + Y_2Y_3Y_4$$
$$+ Y_2Y_3Y_5 + Y_2Y_3Y_6 + Y_3Y_4Y_5 + Y_3Y_4Y_6 \qquad (3\text{-}4\text{-}61)$$

结果得到各短路导纳参数如下：

$$y_{11} = \frac{\sum{}^2 T_{2,2'}(y)}{\sum{}^3 T_D(y)}$$

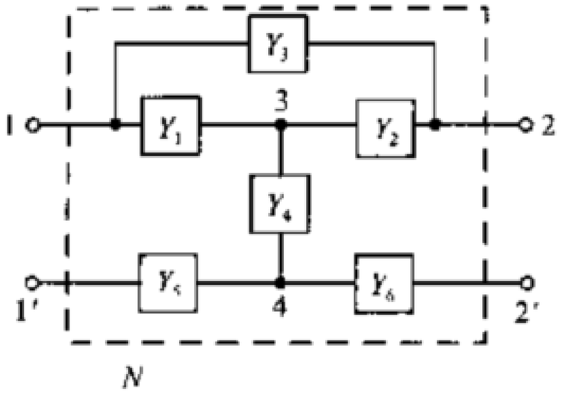
$$= \frac{1}{\sum{}^3 T_D(y)}(Y_1Y_2Y_4Y_5 + Y_1Y_2Y_5Y_6 + Y_1Y_3Y_4Y_5 + Y_1Y_3Y_5Y_6$$
$$+ Y_1Y_4Y_5Y_6 + Y_2Y_3Y_4Y_5 + Y_3Y_4Y_5Y_6)$$

第四节：网络函数的拓扑公式

二、网络函数的拓扑公式

（五）二端口网络参数的拓扑公式

2、短路导纳参数的拓扑公式



例 3-13 用拓扑公式求图 3-44 中的二端口网络 N 的短路导纳参数。

$$y_{22}=\frac{\sum^2 T_{1,1'}(y)}{\sum^3 T_D(y)}$$

$$=\frac{1}{\sum^3 T_D(y)}(Y_1Y_2Y_4Y_6+Y_1Y_2Y_5Y_6+Y_1Y_3Y_4Y_6+Y_1Y_3Y_5Y_6$$

$$+Y_2Y_3Y_4Y_6+Y_2Y_3Y_5Y_6+Y_3Y_4Y_5Y_6)$$

$$y_{12}=y_{21}=\frac{1}{\sum^3 T_D(y)}\left[\sum^2 T_{12',1'2}(y)-\sum^2 T_{12,1'2'}(y)\right]$$

$$=\frac{1}{\sum^3 T_D(y)}(-Y_1Y_2Y_5Y_6-Y_1Y_3Y_5Y_6-Y_2Y_3Y_5Y_6)$$