

目次

0.1	1
-----	-------	---

0.1 複素線型空間上のノルム

ノルム-定義

定義 0.1 (ノルム). V を \mathbb{C} 上の線型空間とする。 $|\cdot|$ を複素数の絶対値とする。関数 $\|\cdot\|: V \rightarrow \mathbb{R}$ が以下の条件を満たすとき, $\|x\|$ を x のノルムという:

- (i) (正値性) $\forall x \in V, \|x\| \geq 0$
- (ii) (一意性) $\forall x \in V, \left[\|x\| = 0 \iff x = 0 \right]$
- (iii) (同次性) $\forall k \in \mathbb{C}, \forall x \in V, \|kx\| = |k|\|x\|$
- (iv) (三角不等式) $\forall x, \forall y \in V, \|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$

のノルム

定義 0.2. \mathbb{C}^n 上のベクトル $x = (x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$ の各成分を複素数, $A: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$ を線型作用素とし, 実数の場合と同様に,

$$\|x\| := \max_{0 \leq k \leq n-1} \{|x_k|\}, \quad \|A\| := \sup_{\|x\|=1} \{\|Ax\|\} \quad (0.1)$$

と定める。