

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МОЭВМ

ОТЧЕТ
по лабораторной работе №2
по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»
Тема: Алгоритмы поиска пути в графах

Студент гр.8382

Ефимова М.А.

Преподаватель

Фирсов М.А

Санкт-Петербург

2020

Цель работы.

Научиться реализовывать алгоритмы поиска пути в графе.

Задание.

Разработайте программу, которая решает задачу построения кратчайшего пути в *ориентированно* графе **методом A***. Каждая вершина в графе имеет буквенное обозначение ("a", "b", "c"...), каждое ребро имеет неотрицательный вес. В качестве эвристической функции следует взять близость символов, обозначающих вершины графа, в таблице ASCII. Пример входных данных

```
a e
a b 3.0
b c 1.0
c d 1.0
a d 5.0
d e 1.0
```

В первой строке через пробел указываются начальная и конечная вершины. Далее в каждой строке указываются рёбра графа и их вес.

В качестве выходных данных необходимо предоставить строку, в которой перечислены все вершины до конечной. Для приведённых в примере входных данных ответом будет

```
ade
```

Вар. 4.Модификация A* с двумя финишами (требуется найти путь до любого из двух

.

Описание алгоритмов.

1. Жадный алгоритм

Ввод данных происходит в функции *input*. Считав данные, вызывается функция *Sort_Weigth(nodes)*, сортирующая рёбра, исходящие из вершины, по убыванию. После этого вызывается функция *findWay* в которой переход от вершины

происходит по минимальному ребру, исходящему из неё. Алгоритм работает, пока не будет найдена конечная вершина.

Сложность.

Сложность алгоритма по числу операций — $O(|E| + |V|)$, по памяти — $O(|V|^2)$.

2. Алгоритм A*

Ввод данных происходит в функции *input*. Считав данные, запускается функция *A**, определяющая минимальный путь между двумя вершинами. Первоначальная вершина кладётся в очередь с приоритетом, после чего начинается цикл *while*, работающий до тех пор, пока вершина кучи меньше расстояния от конечной вершины до начальной или пока очередь с приоритетом не станет пустой. На каждой итерации цикла из очереди достаётся вершина с минимальным значением. Функция *changeDist* просматривает все соседние вершины и если расстояние от начальной вершины до неё меньше расстояния от первоначальной вершины до этого соседа, то его расстояние изменяется, а сама вершина кладётся в очередь с приоритетом. Посчитав кратчайшее расстояние до конечной вершины, цикл завершается.

Сложность.

Сложность алгоритма по числу операций — $O((|V| + |E|) * \log(|V|))$, по памяти — $O(|V|^2)$.

В алгоритмах для хранения графа используется список смежности, реализованный с помощью структуры данных *vector<vector<pair<double,int>>> nodes*, в котором первый вектор обозначает список всех вершин графа, второй вектор список всех вершин, смежных для каждого элемента первого вектора

Описание функций и структур данных.

void recovery Way(vector<int> &prev,int vertex,map<int,char>

&convert_to_char) - функция для вывода списка вершин по кратчайшему пути.

vector<int> &prev — вектор, хранящий в *prev[i]* номер предыдущей вершины для вершины с номером *i*, через которую проходит кратчайший путь, *int vertex*

— номер конечной вершины, *map<int,char> &convert_to_char*) — словарь соответствия номера вершины и её буквенного представления. Используется в алгоритме A*

```
void change_dist(vector<vector<pair<int,double>>> &nodes, map<int,char>
&convert_to_char,, priority_queue<pair<double,int>>
&nearest_ways,vector<double> &dist, vector<int> &prev, int vertex,int orig_vertex)
```

— функция пересчёта расстояний до начальной вершины

vector<vector<pair<int, double>>> &nodes — структура данных для списка смежности, *map<int,char> &convert_to_char* - словарь, переводящий номер вершины в её буквенное обозначение. *priority_queue<pair<double,int>> &nearest_ways* — очередь с приоритетом, *vector<double> &dist* — вектор расстояний до начальной вершины, *vector<int> &prev* — вектор, хранящий в *prev[i]* номер предыдущей вершины для вершины с номером *i*, через которую проходит кратчайший путь, *int vertex* — номер текущей вершины, *int orig_vertex* — номер начальной вершины. Используется в алгоритме A*

```
void input(vector<vector<pair<int,double>>> &nodes,map<int,char>
&convert_to_char,map<char,int> &convert_to_int) — функция для ввода
исходных данных, vector<vector<pair<int,double>>> &nodes — структура
данных для хранения списка смежности, map<int,char> &convert_to_char —
словарь, переводящий номер вершины в её буквенное обозначение,
map<char,int> &convert_to_int — словарь для перевода буквенного
обозначения вершины в её номер. Используется в первом и втором
алгоритмах.
```

```
void printCurrentDistances(map<int,char> &convert_to_char,vector<double>
&dist,int orig_vertex) — функция печати расстояний между начальной вершиной
и всеми оставшимися в графе, map<int,char> &convert_to_char — словарь,
переводящий номер вершины в её буквенное обозначение.
```

```
void fron_list(vector<vector<pair<int,double>>> &nodes,map<char,int>
&convert_to_int,vector<inputElement> &input_sequence)
```

— функция для формирования списка

void find_way(vector<vector<pair<int,double>>> &nodes,vector<int> &road,int top1,int top2,bool &check) — функция нахождения пути в графе для жадного алгоритма.

void sort_weights(vector<vector<pair<int,double>>> &nodes) — функция сортировки ребёр в порядке увеличения веса для каждой вершины. Используется в жадном алгоритме.

vector<vector<pair<int,double>>> nodes — структура данных для хранения списка смежности.

map<char,int> &convert_to_int — словарь для перевода буквенного обозначения вершины в её номер.

map<int,char> &convert_to_char — словарь, переводящий номер вершины в её буквенное обозначение.

vector<int> &prev — вектор, хранящий в *prev[i]* номер предыдущей вершины для вершины с номером *i*, через которую проходит кратчайший путь в алгоритме *A**.

vector<double> &dist — вектор расстояний от вершины с индексом *i* до начальной вершины в алгоритме *A**.

vector<int> &road — вектор вершин, через которые проходит минимальный путь в жадном алгоритме.

vector<inputElement> &input_sequence — вектор для хранения последовательности входных рёбер.

struct inputEl{

char vertex1;

char vertex2;

double weight; }; - структура, описывающая входное ребро. Поле *char vertex1* - обозначение вершины, из которой выходит ребро, *char vertex2* — обозначение вершины, в которую входит ребро, *double weight;* — расстояние между рёбрами.

char vertex1;

char vertex2;

double weight; }; - структура, описывающая входное ребро. Поле *char vertex1* - обозначение вершины, из которой выходит ребро, *char vertex2* — обозначение вершины, в которую входит ребро, *double weight;* — расстояние между рёбрами.

Жадный алгоритм.

Исходный код алгоритма представлен в приложении А.

struct Input_El – структура, где инициализируются вводимые элементы

bool Sort – функция сортировки

void Sort_Weigth – функция сортировки весов

void Print_Output – функция для печати вывода

void Find_Way – функция нахождения пути

void Input – основная функция. Происходит считывание вершин, конвертация в целочисленные значения и далее их сравнение

Алгоритм A*.

Исходный код алгоритма представлен в приложении Б.

struct Input_El – структура, где инициализируются вводимые элементы

bool Sort – функция сортировки

int counting_sum_of_weigth – считает сумму всех весов

void recovery_way – функция восстановления пути

void change_dist – функция изменения расстояния до соответствующей вершины

void Print_Output – функция для печати вывода

void AStar – основная функция. Происходит считывание вершин, также возвращает найденный путь в виде списка вершин.

Тестирование.

Программа была протестирована на следующих исходных данных:

1) Жадный алгоритм

Входные данные	Результат
a e a b 3.0 b c 1.0 c d 1.0 a d 5.0 d e 1.0	abcde
b d b a 2 b d 15 a g 4 g d 8	bagd
a c a b 5 b c 4 a c 8	abc

2) A* алгоритм

Входные данные	Результат
a e a b 3.0 b c 1.0 c d 1.0 a d 5.0 d e 1.0	ade
b d b a 2 b d 15	bagd

a g 4
g d 8
a c
a b 5
b c 4
a c 8

ac

Выводы.

Были получены навыки работы с алгоритмами поиска путей в графе. В частности, были реализованы жадный алгоритм, находящий путь из одной вершины в другую, а также были реализованы алгоритмы A* и Дейкстры для нахождения кратчайших путей.

Приложения А. Исходный код жадного алгоритма

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <map>
#include <algorithm>
#include <fstream>

using namespace std;

struct Input_El { // структура вводимого элемента
    char top1;
    char top2;
    double weigth;
};

bool Sort(const pair<int, double> &a, const pair<int, double> &b) { // функция
сортировки
    return (a.second < b.second);
}

void Sort_Weigth(vector<vector<pair<int, double>>> &nodes) { // функция сортировки весов
    int len = nodes.size();
    for (int i = 0; i < len; i++) {
        sort(nodes[i].begin(), nodes[i].end(), Sort);
    }
}

void Print_Output(map<int, char> &convert_to_char, vector<int> &road) { // функция
печатает вывод
    for (int i = 0; i < road.size(); i++) {
        cout << convert_to_char[road[i]];
    }
}

void From_List(vector<vector<pair<int, double>>> &nodes, map<char, int> &
convert_to_int, vector<Input_El> &input_seq) {
    int top1;
    int top2;
    double weigth;
    for (int i = 0; i < input_seq.size(); i++) {
        top1 = convert_to_int[input_seq[i].top1];
        top2 = convert_to_int[input_seq[i].top2];
        weigth = input_seq[i].weigth;
        nodes[top1].push_back(make_pair(top2, weigth));
    }
}

void Find_Way(vector<vector<pair<int, double>>> &nodes, vector<int> &road, int top1,
int top2, bool &check) { // ищем путь
    road.push_back(top1);
    if (top1 == top2) {
        check = true; // проверка
        return;
    }
    for (int i = 0; i < nodes[top1].size(); i++) {
        Find_Way(nodes, road, nodes[top1][i].first, top2, check); // вызов функции
с проверкой
        if (check)
            return;
        road.pop_back();
    }
}

void Input(vector<vector<pair<int, double>>> &nodes, map<int, char> &convert_to_char,
map<char, int> &convert_to_int) {
    vector<Input_El> input_seq; // вводимая последовательность
```

```

Input_El elem;
char top1;
char top2;
top1 = ' ';
double weigth;
int k = 0; //счётчик
while (cin >> top1) {
    if (!top1)
        break;
    cin >> top2;
    cin >> weigth;
    elem.top1 = top1;
    elem.top2 = top2;
    elem.weigth = weigth;
    input_seq.push_back(elem);
    if (convert_to_int.find(top1) == convert_to_int.end()) {
        convert_to_int[top1] = k;
        convert_to_char[k] = top1;
        k++;
    }
    if (convert_to_int.find(top2) == convert_to_int.end()) {
        convert_to_int[top2] = k;
        convert_to_char[k] = top2;
        k++;
    }
}
nodes.resize(k);
From_List(nodes, convert_to_int, input_seq);
}

int main() {
    char c1;
    char c2;
    cin >> c1;
    cin >> c2;
    int top1;
    int top2;
    bool check = false;
    vector<vector<pair<int, double >>> nodes;
    vector<int> road;
    map<char, int> convert_to_int;
    map<int, char> convert_to_char;
    Input(nodes, convert_to_char, convert_to_int);
    Sort_Weigth(nodes);
    top1 = convert_to_int[c1];
    top2 = convert_to_int[c2];
    Find_Way(nodes, road, top1, top2, check);
    Print_Output(convert_to_char, road);
    return 0;
}

```

Приложения В. Исходный код алгоритма А*

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <stack>
#include <queue>
#include <map>
#include <math.h>
using namespace std;

struct InputEl {
    char top1; //первая вершина
    char top2; //вторая вершина
    double weighth;
};

void fromNeighbor_list(vector<vector<pair<int, double>>>& nodes, map<char, int>&
convert_to_int, vector<InputEl>& input_consistency) {
    //pair<int,double> через конструктор инициализируем пару целого типа и двойной точности
    double weighth;
    int top1, top2;
    for (int i = 0; i < input_consistency.size(); i++) { //меньше размера последовательности
        top1 = convert_to_int[input_consistency[i].top1];
        top2 = convert_to_int[input_consistency[i].top2];
        weighth = input_consistency[i].weighth;
        nodes[top1].push_back(make_pair(top2, weighth)); //добавление в конец элемент и
        //обеспечивает присвоение знач. полям top2, weighth
    }
}

int counting_sum_of_weigth(vector<vector<pair<int, double>>>& nodes) {
    int sum = 0;
    for (int i = 0; i < nodes.size(); i++) {
        for (int j = 0; j < nodes[i].size(); j++) {
            sum += nodes[i][j].second; //second - второй элемент пары sec структуры pair
        }
    }
    return sum + 1;
}

void recovery_way(vector<int>& prev, map<int, char>& convert_to_char, int top) {
    stack<int> steck; //создаем стек
    while (prev[top] != -1) {
        steck.push(top); //добавляем top
        top = prev[top];
    }
    steck.push(top); //добавляем top
    int way = steck.size(); //размер стека
    for (int i = 0; i < way; i++) {
        cout << convert_to_char[steck.top()];
        steck.pop(); //удаляем верхний элемент стека
    }
}

void input(vector<vector<pair<int, double>>>& nodes, map<int, char>& convert_to_char,
map<char, int>& convert_to_int) {
    char top1;
    char top2;
    int i = 0;
    double weighth;
    top1 = ' ';
    int k = 0; //счетчик
    cout << "Input n: ";
    int n;
    cin >> n;
    vector<InputEl> input_consistency; //объявление массива структуры InputEl
```

```

InputEl elem;//элемент структуры

while (i < n) {
    cin >> top1;
    if (!top1) {
        break;
    }
    cin >> top2;
    cin >> weigth;
    elem.top1 = top1;
    elem.top2 = top2;
    elem.weigth = weigth;
    input_consistency.push_back(elem);//добавление в конец элемента
    if (convert_to_int.find(top1) == convert_to_int.end()) { //если найденный элемент в
контейнере с первой вершиной = указателю на конец контейнера
        convert_to_int[top1] = k; //а -> 1
        convert_to_char[k] = top1; // 1-> а
        k++; //2
    }
    if (convert_to_int.find(top2) == convert_to_int.end()) { //если найденный элемент в
контейнере со второй вершиной = указателю на конец контейнера
        convert_to_int[top2] = k;
        convert_to_char[k] = top2;
        k++;
    }
    i++;
}
nodes.resize(k); //устанавливаем размер счетчика для вектора
fromNeighbor_list(nodes, convert_to_int, input_consistency);
}

//!!!!!!
void change_dist(vector<vector<pair<int, double>>>& nodes, priority_queue<pair<double, int>>&
near_ways, vector<double>& dist, vector<int>& prev, map<int, char>& convert_to_char, int top,
int top2) {
    for (int i = 0; i < nodes[top].size(); i++) {
        if (dist[nodes[top][i].first] > dist[top] + nodes[top][i].second) {
            dist[nodes[top][i].first] = dist[top] + nodes[top][i].second;
            prev[nodes[top][i].first] = top; //предыдущему даем знание top
            near_ways.push(make_pair(-(dist[nodes[top][i].first] + (int)convert_to_char[top2]
- (int)convert_to_char[nodes[top][i].first]), nodes[top][i].first));
        }
    }
}

void AStar(vector<vector<pair<int, double >>>& nodes, map<int, char>& convert_to_char, int
top1, int top2) {
    int current_top;
    int min;
    vector<double > dist(nodes.size());
    vector<int> prev(nodes.size());
    vector<bool> visited(nodes.size());
    priority_queue<pair<double, int>> near_ways;
    double max_dist = counting_sum_of_weigth(nodes);
    for (int i = 0; i < nodes.size(); i++)
        dist[i] = max_dist;
    dist[top1] = 0;
    prev[top1] = -1;
    near_ways.push(make_pair(-(dist[top1] + top2 - top1), top1));
    while (!near_ways.empty()) {
        while (1) {
            if (near_ways.empty())
                break;
            pair<int, int> current_min = near_ways.top();
            near_ways.pop();
            current_top = current_min.second;
            min = -current_min.first;
            if (!visited[current_top])

```

```

        break;
    }
    if (dist[top2] < min)
        break;
    visited[current_top] = true;
    change_dist(nodes, near_ways, dist, prev, convert_to_char, current_top, top2);
}
if (dist[top2] == max_dist)
    cout << -1;
else {
    recovery_way(prev, convert_to_char, top2);
}
}

int main() {
    char c1;
    char c2;
    cin >> c1;
    cin >> c2;
    int top1;
    int top2;
    map<char, int> convert_to_int;
    map<int, char> convert_to_char;
    vector<vector<pair<int, double >>> nodes;
    input(nodes, convert_to_char, convert_to_int);
    top1 = convert_to_int[c1];
    top2 = convert_to_int[c2];
    AStar(nodes, convert_to_char, top1, top2);
    return 0;
}

```