



UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES
FACULTAD DE INGENIERÍA

TEORÍA DE LENGUAJES (75.31)
TRABAJO PRÁCTICO

Prolog

Introducción al lenguaje y a la programación lógica

Integrantes

Axel Straminsky	XXXXX	axel_stram@hotmail.com
Demian Ferrerio	88443	epidemian@gmail.com
Martín Paulucci	88509	martin.c.paulucci@gmail.com

26 de junio de 2011

Índice

1. Programción Lógica	2
1.1. Concepción	2
1.2. Declaratividad	3
1.3. Programas Lógicos	3
1.4. Cláusulas de Horn	5
2. Historia de Prolog	6
3. Actualidad	7
3.1. Usos	7
3.2. Implementaciones	7
4. Programación en Prolog	8
4.1. Hechos	8
4.2. Consultas (Queries)	9
4.3. Variables	9
4.4. Reglas	12
4.5. Tipos de datos	12
4.5.1. Simples	12
4.5.2. Listas	12
4.6. Recursividad	12
5. Modelo de ejecución de Prolog	13
5.1. Algoritmo de backtracking	13
5.2. Seguimiento de factorial	13
6. Ejemplos complejos	14
6.1. Cambio	14
6.1.1. Pruebas	14
6.1.2. Análisis del Código Fuente	16
6.2. N Reinas	17
7. Conclusiones	18

1. Programción Lógica

1.1. Concepción

El paradigma de la programación lógica surge de la necesidad de los programadores, o científicos, de expresar formalmente sus objetivos, así como sus conocimientos y suposiciones. La lógica provee las bases para deducir consecuencias a partir de premisas, para encontrar la verdad o la falsedad de una proposición a partir de otras y para verificar la valiz de de un argumento lógico.

Si bien el propósito de las computadoras es ser usadas por personas, la dificultad de su construcción fue tan grande que los lenguajes utilizados para expresar los problemas que estas debían resolver fueron diseñados desde la perspectiva del funcionamiento de la computadora en sí.

Las computadoras modernas están basadas en la arquitectura de von Neumann [1], en la cual un programa consiste en una serie de instrucciones que operan sobre registros y que se ejecutan una tras otra, pudiendo la ejecución de una instrucción influir en qué ejecución se ejecute a continuación.

A medida que los programas se hicieron más complejos, se necesitó más esfuerzo para traducir los conceptos que se querían modelar a un lenguaje que las computadoras pudieran interpretar, es decir *programar* se volvió más complejo. Para aliviar este problema se crearon lenguajes con mayor poder de abstracción, capaces de expresar las ideas del programador de forma más directa. Partiendo desde el lenguaje ensamblador, y pasando por C, Pascal, Java y muchos otros, todos estos lenguajes son derivados de la arquitectura de von Neumann, y por lo tanto comparten el mismo modelo subyacente de ejecución. Este paradigma de programación es el que se conoce como la *programación imperativa*.

Si bien la lógica se usó como una herramienta para diseñar computadoras y programas desde sus comienzos, su uso directo como lenguaje de programación, lo cual se conoce como *programción lógica*, se plantea mucho después ¹ como alternativa a la programación imperativa.

¹ Finales de la década del 60 o principios de la del 70.

1.2. Declaratividad

La programación lógica, así como la programación funcional, pertenecen al paradigma de la programación declarativa, y difiere enormemente de la programación imperativa. En vez de estar basada en el modelo de von Neumann, la programación declarativa se basa en un modelo abstracto que no guarda ninguna relación con el modelo de la máquina.

Así, el programador, en vez de tener que adaptar sus ideas a un modelo que se diseñó para una arquitectura de computadora en un momento dado, puede expresarlas sobre un modelo diseñado para ese fin, sin tener que preocuparse por la forma en que luego la computadora ejecutará estas acciones.

Es decir, un programa en un lenguaje declarativo describe *qué* debe realizarse y no *cómo* debe realizarse.

A modo de ejemplo, se puede mencionar el popular lenguaje de consultas sobre bases de datos SQL. Éste es un lenguaje declarativo ya que el programador SQL expresa las consultas sobre un modelo abstracto (basado en el álgebra relacional) en términos de “tablas” y “registros”, y es luego el entorno de ejecución (llamado motor de base de datos) quien se encarga de traducir estas consultas a instrucciones que la computadora puede ejecutar.

1.3. Programas Lógicos

Para resolver un problema dentro del paradigma lógico, en vez de darse las instrucciones necesarias para llevar a cabo las operaciones que lo resuelven, se define la información (los conocimientos) del problema y sus suposiciones en forma *axiomas lógicos*. Ese conjunto de axiomas es lo que en el paradigma lógico se conoce como *programa*. Para ejecutar el programa se debe proporcionar el problema a resolver, el objetivo, expresado como una *proposición* lógica a ser probada.

Una ejecución es un intento por encontrar una solución que pruebe el objetivo dado cumpliendo con los axiomas del programa. Esta búsqueda consiste en la aplicación de las reglas de la lógica para inferir conclusiones a partir de los axiomas. El resultado de una ejecución son las soluciones que prueban la proposición objetivo. En caso de no poder probarse el objetivo, quiere decir que

el problema no tiene solución dadas las suposiciones explicitadas en el programa. De esta manera, la clave para hacer un programa lógico es poder explicitar el conjunto de axiomas que describa correctamente la solución del problema.

Una característica de la programación lógica es que las proposiciones objetivo son típicamente existenciales. Es decir, que proponen la existencia de alguna solución que cumple con ciertas propiedades.

Un ejemplo de una proposición objetivo podría ser “existe algún X tal que X pertenece a la lista $[4, 2, 5]$ ”. El programa donde este objetivo se ejecute deberá tener entonces los axiomas que definan la relación de pertenencia entre un elemento y una lista. Si esos axiomas están bien definidos, el resultado de la ejecución del problema serán las soluciones $X = 4$, $X = 2$ y $X = 5$.

El mismo programa lógico podría usarse para resolver problemas más complejos, por ejemplo “existe algún X tal que X pertenece a $[3, 4, 5, 6]$ y no pertenece a $[1, 2, 3, 4]$ ”, cuyas soluciones serían $X = 5$ y $X = 6$. O “existen algunos X e Y tales que X pertenece a $[1, 2, 3]$ e Y pertenece a $[10, 20]$ ” en cuyo caso las soluciones serían los elementos del producto cartesiano entre los dos conjuntos dados, es decir:

$$\begin{array}{lll} X = 1, Y = 10 & X = 2, Y = 10 & X = 3, Y = 10 \\ X = 1, Y = 20 & X = 2, Y = 20 & X = 3, Y = 20 \end{array}$$

La proposición “existe algún X tal que X pertenece a $[1, 2]$ y X pertenece a $[3, 4]$ ” no podrá ser probada y por lo tanto su solución será vacía.

Las proposiciones objetivo no necesariamente deben ser existenciales. Por ejemplo, la proposición “3 pertenece a $[2, 3, 4]$ ” simplemente será verificada.

Finalmente, las soluciones no necesariamente tienen que ser finitas. Por ejemplo “existe L tal que 5 pertenece a L ” tiene infinitas soluciones:

$$\begin{aligned} L &= [5|Y] \\ L &= [X_1, 5|Y] \\ L &= [X_1, X_2, 5|Y] \\ &\dots \end{aligned}$$

Donde los X_i representan elementos de cualquier valor en la lista solución, e Y representa una lista de cualquier longitud contenida al final de la lista solución.

Es decir que la solución $L = [X_1, 5|Y]$, por ejemplo, podría leerse simplemente como “una lista de al menos dos elementos cuyo segundo elemento es 5”.

1.4. Cláusulas de Horn

En lógica, una cláusula es una disjunción de literales [3], por ejemplo:

$$l_1 \vee \dots \vee l_n$$

Una cláusula de Horn es una cláusula con a lo sumo un literal positivo [4], por ejemplo:

$$\neg b_1 \vee \dots \vee \neg b_n \vee h$$

Lo cual se puede reescribir como una implicación lógica equivalentemente:

$$(b_1 \wedge \dots \wedge b_n) \rightarrow h \tag{1}$$

La programación lógica tiene sus bases en las cláusulas de Horn gracias a su interpretación procedural formulada por Robert Kowalski, quien demostró que una cláusula de Horn como (1) puede resolverse proceduramente [5] planteando h como el encabezado (*head*) de un procedimiento y $b_1 \wedge \dots \wedge b_n$ como su cuerpo (*body*). Lo cual puede leerse proceduralmente como: *para resolver (ejecutar) h, resolver (ejecutar) b₁ y b₂ y ... y b_n.*

Para remarcar esta relación entre el encabezado de la cláusula y su cuerpo, en la programación lógica suele utilizarse el operador de consecuencia lógica, cuya notación resulta más similar a la de una *regla* de Prolog (ver sección 4.4):

$$h \leftarrow (b_1 \wedge \dots \wedge b_n)$$

2. Historia de Prolog

El nombre *Prolog* proviene de la abreviatura *PROgrammation en LOGique*. Fue creado por Alain Colmerauer junto a Philippe Roussel en 1972 en la Universidad de Marsella, y está basado en la interpretación procedual de las Cláusulas de Horn (ver sección 1.4).

La motivación que llevó al nacimiento de Prolog fue hacer un lenguaje que permita hacer programas que llevaran a cabo demostraciones automáticas de teoremas. Así empezaron los primeros trabajos de inteligencia artificial que más de veinte años después dieron lugar al primer lenguaje de programación que contempla, como parte del intérprete, los mecanismos de inferencia necesarios para la demostración automática. Este primer lenguaje está basado en el formalismo matemático de la Lógica de Primer Orden y ha dado inicio a un nuevo y activo campo de investigación entre las matemáticas y la computación que se ha denominado la Programación Lógica.

La Programación Lógica tiene sus orígenes más cercanos en los trabajos de prueba automática de teoremas de los años sesenta. J. A. Robinson propone en 1965 una regla de inferencia a la que llama resolución, mediante la cual la demostración de un teorema puede ser llevada a cabo de manera automática. La resolución es una regla que se aplica sobre cierto tipo de fórmulas del Cálculo de Predicados de Primer Orden, llamadas cláusulas y la demostración de teoremas bajo esta regla de inferencia se lleva a cabo por reducción al absurdo. Como ya se mencionó, Prolog implementa la interpretación de estas cláusulas, lo que, gracias a su eficiencia, relega los intentos anteriores de lenguajes lógicos, y se vuelve el lenguaje lógico más popular.

3. Actualidad

3.1. Usos

3.2. Implementaciones

Hay, en la actualidad, distintas implementaciones de Prolog, las cuales, según sus necesidades, implementan distintos *features*.

Las implementaciones más conocidas son:

- SWI-Prolog: Soporta multithreading.
- Mercury: Mezcla de programación lógica y funcional.
- Fprolog: Añade lógica difusa.
- Prolog+: Añade clases y jerarquías de clases.
- LogTalk: añade *POO*.
- λ prolog: soporta polimorfismo y programación de alto orden.

4. Programación en Prolog

Los elementos básicos del lenguaje derivan de la lógica: el término, que unifica todos los tipos de datos; y la proposición (*statement*), que a su vez se divide en tres tipos básicos: hechos, reglas y queries.

La programación Prolog es interactiva: un programa es un conjunto de hechos y reglas, que representan la información de un sistema y las relaciones entre los objetos que lo componen, y para extraer información de éste programa (ejecutarlo), se realizan consultas (queries).

4.1. Hechos

El tipo de proposición más simple en Prolog es el *hecho*. Representa una verdad en un programa. Por ejemplo.

```
gato(felix).
```

Puede interpretarse como “Felix es un gato”².

Los hechos sirven para definir relaciones entre elementos. Por ejemplo:

```
padre(zeus, apolo).
```

Que puede interpretarse como: la relación padre se cumple para los elementos zeus y apolo. El término utilizado en Prolog para referirse a las relaciones es *predicado* y para los elementos individuales *átomo* (ver Tipos de Datos 4.5). Tanto predicados como átomos deben ser identificadores que comiencen con minúscula.

Los hechos son especialmente útiles para representar relaciones entre un conjunto de elementos finitos, lo cual puede interpretarse como una forma de *base de datos*. Por ejemplo:

```
padre(urano, cronos).
padre(cronos, hades).
padre(cronos, poseidon).
padre(cronos, zeus).
padre(zeus, apolo).
padre(zeus, artemisa).
```

²El único gato.

4.2. Consultas (Queries)

Otro tipo de proposición en Prolog son las consultas, o *queries*, que sirven para extraer información de un programa lógico. Las queries se *ejecutan* sobre un programa, es decir, se resuelven a partir de los axiomas definidos en él. En la programación lógica en general se las conoce como *proposición objetivo* (1.3)

Un ejemplo de query sobre el programa antes visto de los dioses griegos (4.1) podría ser `padre(zeus, apolo)`, que, al ejecutarlo³, el sistema informa que se cumple devolviendo *true*:

```
?- padre(zeus, apolo).  
true.  
?- padre(zeus, cronos).  
false.  
?- padre(juan, tobias).  
false.
```

Se puede observar que cuando la proposición no se cumple, el resultado es *false*. En este caso, la sintaxis de las queries resulta idéntica a la de los hechos; la diferencia radica en que los hechos se escriben en el programa, mientras que las queries se ejecutan en el ambiente interactivo de Prolog, el cual antepone `?-` en cada línea para diferenciarlas de los resultados.

Este es el tipo más sencillo de queries, es decir, verificar si se cumple un predicado a partir de hechos. Mediante se presenten nuevas construcciones del lenguaje se mostrarán queries más complejas.

4.3. Variables

La variable lógica es un término de valor arbitrario (i.e. no especificado). Dar una definición más precisa que esa sería engorroso y probablemente poco claro. Su uso, sin embargo, resulta claro observando algunos ejemplos de queries que utilicen variables.

Volviendo al programa de los dioses griegos (4.1), con el uso de variables, se puede preguntar quién es el padre de Zeus:

³Los sistemas Prolog en general proveen un ambiente interactivo para ejecutar queries sobre programas. En este trabajo práctico se utilizó la implementación de SWI Prolog.

```
?- padre(X, zeus).
X = cronos .
```

Puede observarse que las variables, a diferencia de los átomos, comienzan con mayúscula.

Las queries con variables son en realidad predicados existenciales. En este caso, la query puede leerse como “existe X tal que X es padre de Zeus”.

El resultado de una query, en general, son las substituciones de las variables que ésta utiliza tales que verifiquen la query. Una substitución es un par $\{X = a\}$ donde X es una variable y a es un término.

Puede no existir ninguna substitución de las variables de una query que la verifiquen:

```
?- padre(X, urano).
false.
```

No existe valor de X que verifique `padre(X, urano)`, es decir, Urano es huérfano.

Si una query tiene varias soluciones (i.e. varias substituciones que la verifican), estas se listan a medida que se resuelven⁴. Por ejemplo, para listar los hijos de Cronos:

```
?- padre(cronos, X).
X = hades ;
X = poseidon ;
X = zeus .
```

Con el uso de variables, pueden escribirse queries más complejas, por ejemplo, si se desea saber si Poseidon y Hades son hermanos:

```
?- padre(X, poseidon), padre(X, hades).
X = cronos .
```

Es decir “existe X tal que X es padre de Poseidon y X es padre de Hades”.

Incluso puede utilizarse más de una variable en una query. Por ejemplo, para conocer todos los hermanos en la base de datos:

⁴En SWI Prolog hay que ingresar *n* (*next*) para que se siga ejecutando la query y se busque la siguiente solución. Si se presiona *enter*, se termina de ejecutar la query.

```
% El \== el operador 'distinto'
?- padre(X, A), padre(X, B), A \== B.
X = cronos,
A = hades,
B = poseidon ;
X = cronos,
A = hades,
B = zeus ;
X = cronos,
A = poseidon,
B = hades ;
% ... Hay un total de 8 soluciones.
```

Es decir, todas las ternas de individuos $\{X, A, B\}$ tales que X sea padre de A y de B , y A y B no sean el mismo individuo. Notar que entre los resultados aparecen dos veces cada relación de “hermanos”, por ejemplo $\{X = \text{cronos}, A = \text{hades}, B = \text{poseidon}\}$ y $\{X = \text{cronos}, A = \text{poseidon}, B = \text{hades}\}$ ya que esta relación es “conmutativa”.

Las variables también pueden ser usadas en hechos para definir *hechos universales*. Por ejemplo, si se tiene un predicado `gusta/2`⁵ que indica qué le gusta a cada persona:

```
gusta(lucas, programar).
gusta(juan, dormir).
gusta(juan, tv).
gusta(djfray, cocinar).
% ... etc
```

Es un hecho que a todo el mundo le gusta el chocolate (si no lo es, debería). Se podría escribir a mano cada hecho `gusta` entre cada individuo y chocolate, pero eso sería engorroso y además poco robusto, ya que si en un futuro se llegase a consultar por algún individuo no contemplado en esa cantidad finita de hechos daría que a éste no le gusta el chocolate, lo cual es inadmisibile. La solución es sencilla, hacer que `gusta` sea un hecho para cualquier individuo y chocolate:

```
gusta(X, chocolate).
```

⁵El `/2` define la aridad de un predicado. Ver sección (4.5).

4.4. Reglas

4.5. Tipos de datos

4.5.1. Simples

4.5.2. Listas

4.6. Recursividad

(ejemplo ancestro)

5. Modelo de ejecución de Prolog

5.1. Algoritmo de backtracking

5.2. Seguimiento de factorial

Algún otro ejemplo? (el de ancestro es copado para hacer un seguimiento =P)

6. Ejemplos complejos

Vemos a continuación dos ejemplos más completos.

6.1. Cambio

“Cambio” es un programa que simula las posibilidades de cambiar un billete por monedas.

Se tiene un stock de 10 monedas de cada tipo, a saber: 5 centavos, 10 centavos, 25 centavos, 50 centavos, y 1 peso. Es decir, en total se cuenta con 50 monedas. Además, se puede pedir cambio de cualquiera de estos billetes: 2,5,10,20,50, o 100 pesos.

El código fuente del programa es el siguiente:

```
member(X,[X|_]).
member(X,[_|R]) :- member(X,R).

stock(X) :- member(X,[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10]).
billetes(X) :- member(X,[2,5,10,20,50,100]).

cambio(Billete,Peso,Cincuenta,Veinticinco,Diez,Cinco) :-
    stock(Peso),
    stock(Cincuenta),
    stock(Veinticinco),
    stock(Diez),
    stock(Cinco),
    billetes(Billete),
    100*Billete == 100*Peso + 50*Cincuenta + 25*Veinticinco + 10*Diez + 5*Cinco.
```

Luego de compilar el programa, vamos a hacer unas pruebas, y a partir de ahí vamos a razonar el funcionamiento del programa:

6.1.1. Pruebas

- **Prueba de verificación:** Se pregunta al interprete si se puede cambiar un billete de \$2 por 1 moneda de un peso, 1 de cincuenta, y 2 de veinticinco.

```
?- cambio(2,1,1,2,0,0).
true .
```

Otro ejemplo, podría ser si se puede cambiar un billete de \$2 por 2 monedas de un peso y una de 5 centavos.

```
?- cambio(2,2,0,0,0,1).
false .
```

Vemos que una utilidad del programa es verificar una propuesta de cambio es correcta, o no.

- **Prueba con variables:** Ahora, en vez de pasarle valores a la funciones, y que la misma nos conteste si esa condición verifica o no, es decir, si corresponde a un modelo válido o no, vamos a pasarle variables, para que el modelo nos indique *para que valores* se verifica. Hay que tener en cuenta, que al pasar las variables, la solución no es necesariamente única, sino que puede haber una, varias o ninguna solución.

En primer lugar, vamos a pedir cambio de cincuenta, sin restricciones:

```
?- cambio(50,Peso,Cincuenta,Veinticinco,Diez,Cinco).
false .
```

Devuelve *false*, eso quiere decir que no encontró ninguna solución posible. Esto es bastante lógico, ya que nos limita el stock de monedas: aún devolviéndole todas, no vamos a poder llegar a juntar 50 pesos.

Veamos, ahora un ejemplo que tenga soluciones. Por ejemplo, pidiendo cambio de 5 pesos:

```
?- cambio(5,Peso,Cincuenta,Veinticinco,Diez,Cinco).
Peso = 0,
Cincuenta = 2,
Veinticinco = 10,
Diez = 10,
Cinco = 10
```

Acá vemos una solución posible. Sin embargo, el intérprete nos indica que no es la única. Apretando la tecla “n” vemos más soluciones:

```
Peso = 0,
Cincuenta = 3,
Veinticinco = 8,
Diez = 10,
Cinco = 10 ;
```



```
Peso = 0,
Cincuenta = 3,
Veinticinco = 9,
Diez = 8,
Cinco = 9 ;
```

```
Peso = 0,
Cincuenta = 3,
Veinticinco = 9,
Diez = 9,
Cinco = 7 ;
```

```
Peso = 0,
Cincuenta = 3,
Veinticinco = 9,
Diez = 10,
Cinco = 5
```

Y así podríamos seguir un buen rato...

6.1.2. Análisis del Código Fuente

Veamos el código fuente por partes. En primer lugar, uno se podría preguntar a que se refiere esta parte del código:

```
member(X,[X|_]).
member(X,[_|R]) :- member(X,R).

stock(X) :- member(X,[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10]).
billetes(X) :- member(X,[2,5,10,20,50,100]).
```

Vemos la regla *stock(X)*. Esta regla se puede leer como “*stock(X)* es verdadero si *X* es miembro de la lista formada por números del 1 al 10”. Es decir, si *X* es un número de 1 a 10, *hay stock de X*. La misma regla se aplica para billetes, solo que en este caso *X* puede tomar los valores mencionados anteriormente.

La función “cambio”:

```
cambio(Billete,Peso,Cincuenta,Veinticinco,Diez,Cinco) :-
    stock(Peso),
    stock(Cincuenta),
    stock(Veinticinco),
```

```
stock(Diez),  
stock(Cinco),  
billetes(Billete),  
100*Billete := 100*Peso + 50*Cincuenta + 25*Veinticinco + 10*Diez + 5*Quince
```

Esta función devuelve *true* si se cumplen todas las condiciones enumeradas. Primero, que haya *stock* de monedas, de un peso, cincuenta centavos, veinticinco, 10 , y cinco centavos. Luego, que el billete ingresado tome uno de los valores válidos, a saber, 2,5,10,20,50, o 100. Por último, la condición más importante, que la suma de las monedas sea igual, en valor monetario, al valor del billete.

6.2. N Reinas

7. Conclusiones

Referencias

- [1] *Von Neumann Architecture*, artículo en Wikipedia: http://en.wikipedia.org/wiki/Von_Neumann_architecture
- [2] *Prolog*, artículo en Wikipedia: <http://en.wikipedia.org/wiki/Prolog>
- [3] *Clause (logic)*, artículo en Wikipedia: [http://en.wikipedia.org/wiki/Clause_\(logic\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Clause_(logic))
- [4] *Horn Clauses*, artículo en Wikipedia: http://en.wikipedia.org/wiki/Horn_clauses
- [5] Robert Kowalski, *Predicate Logic as Programming Language*. IEEE Computer Society Press, 1986.
- [6] *Historia de Prolog*, <http://prolog6.tripod.com/historia.htm>
- [7] Leon Sterling & Ehud Shapiro, *The Art of Prolog: Advanced Programming Techniques*. The MIT Press, 2nd Edition, 1999.