

3. Циклы

3.1. Цикл с параметром

3.1-0 На счёте в банке лежит S руб. Через каждый месяц размер вклада увеличивается на p %. Написать программу, выводящую таблицу с суммой вклада в каждом из следующих 12 месяцев.

3.1-1 Последовательность чисел a_0, a_1, a_2, \dots образуется по закону:

$$a_0 = 1,$$
$$a_k = ka_{k-1} + \frac{1}{k}.$$

Написать программу, вычисляющую a_n для заданного номера n .

3.1-2 Начав тренировки спортсмен в первый день пробежал L км. Каждый следующий день он увеличивал пробег на p % от пробега предыдущего дня. Написать программу, определяющую суммарный пробег за N дней.

3.1-3 Последовательность Фибоначчи определяется следующим образом:

$$a_0 = 1,$$
$$a_1 = 1,$$
$$a_k = a_{k-1} + a_{k-2}.$$

Написать программу, выводящую первые n членов последовательности.

3.1-4 Дано натуральное число n . Написать программу, вычисляющую сумму

$$n^2 + (n+1)^2 + \dots + (2n)^2.$$

3.1-5 Написать программу, вычисляющую частичную сумму гармонического ряда

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$$

для заданного n .

3.1-6 Написать программу, вычисляющую сумму

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \dots + \frac{n}{n+1}$$

для заданного n .

3.1-7 Известно сопротивление каждого из элементов электрической цепи. Все элементы соединены параллельно. Написать программу, вычисляющую общее сопротивление цепи.

3.1-8 Двойной факториал числа определяется следующим образом:

$$n!! = \begin{cases} 1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot n, & \text{если } n \text{ нечётное,} \\ 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot n, & \text{если } n \text{ чётное.} \end{cases}$$

Написать программу, вычисляющую двойной факториал для заданного натурального n .

3.1-9 Написать программу, вычисляющую для заданного n значение суммы

$$1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!}.$$

3.2. Цикл с условием

3.2-0 Написать программу, находящую наибольший общий делитель двух чисел с помощью алгоритма Евклида.

3.2-1 Дано действительное число a . Написать программу, находящую такое наименьшее число n , что

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} > a.$$

3.2-2 В 50-х годах XX века был предложен (к сожалению, неэффективный) метод Фибоначчи получения последовательности псевдослучайных чисел. Последовательность задаётся следующими формулами:

$$\begin{aligned} X_0 &= 1; \\ X_1 &= 1; \\ X_k &= (X_{k-1} + X_{k-2}) \bmod m, \end{aligned}$$

где m — некоторое натуральное число.

Эта последовательность повторяется с определённым периодом. Например, для $m = 3$ последовательность имеет вид:

$$1, 1, 2, 0, 2, 2, 1, 0, 1, 1, \dots,$$

то есть период равен 8.

Написать программу, определяющую для заданного m длину периода последовательности.

3.2-3 Приближённое решение уравнения $\cos x = x$ можно найти как предел последовательности, заданной рекуррентным соотношением:

$$\begin{aligned} a_0 &= 1, \\ a_k &= \cos a_{k-1}. \end{aligned}$$

Дано малое действительное число $\varepsilon > 0$. Написать программу, находящую первый член последовательности, для которого $|a_k - \cos a_k| < \varepsilon$.

3.2-4 Написать программу, проверяющую, является ли введённое значение факториалом некоторого числа.

3.2-5 Дана последовательность чисел a_1, a_2, \dots, a_n . Написать программу, проверяющую, является ли последовательность упорядоченной по возрастанию. Если это не так, то вывести номер первого числа, нарушающего упорядоченность.

3.2-6 Написать программу, находящую наименьший делитель заданного числа, отличный от 1.

3.2-7 Написать программу, находящую сумму заданного натурального числа n и числа, полученного записью цифр числа n в обратном порядке.

3.2-8 Дано натуральное число n и цифра k . Написать программу, находящую номер первого вхождения цифры в число. (Позиции отсчитываются справа налево начиная с 0.)

3.2-9 Дано натуральное число. Написать программу, проверяющую является ли она палиндромом. (Число называется палиндромом, если оно записывается одинаково слева направо и справа налево.)

3.3. Проверка условия внутри цикла

3.3-0 Написать программу, находящую наибольшую и наименьшую цифры заданного натурального числа.

3.3-1 Число называется автоморфным, если оно равно последним цифрам своего квадрата. Например, $5^2 = 25$. Написать программу, находящую все трёхзначные автоморфные числа.

3.3-2 Написать программу, находящую все двузначные числа, сумма квадратов цифр которых кратна 13.

3.3-3 Написать программу, определяющую сколько раз цифра k входит в десятичную запись заданного числа n .

3.3-4 Число называется совершенным, если оно равно сумме своих делителей за исключением его самого. Например, делителями числа 28 являются следующие числа: 1, 2, 4, 7, 14, 28. При этом $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$, то есть 28 — совершенное число. Написать программу, проверяющую, является ли указанное число совершенным.

3.3-5 Написать программу, удаляющую из записи числа все чётные цифры. Например, из числа 12345 должно получиться 135.

3.3-6 Написать программу, проверяющую для заданного числа, упорядочены ли его цифры по возрастанию справа налево.

3.3-7 Написать программу, находящую количество делителей заданного числа n .

3.3-8 Дано натуральное число n и действительные числа a_1, a_2, \dots, a_n . Написать программу, вычисляющую

$$\max_{1 \leq i \leq n} |a_i|.$$

3.3-9 Написать программу, находящую все двузначные числа, равные утроенному произведению своих цифр.

3.4. Вложенные циклы

3.4-0 Написать программу, находящую первые 100 простых чисел.

3.4-1 Некоторая последовательность начинается с натурального числа, кратного 3. Каждый следующий член равен сумме кубов цифр предыдущего. Известно, что любая такая последовательность начиная с некоторого члена становится постоянной, и её члены равны 153. Написать программу, находящую количество членов, не равных 153 для указанного первого члена.

3.4-2 Написать программу, находящую все натуральные корни уравнения

$$a^2 + b^2 = c^2,$$

где $a, b, c \in \{1, 2, 3, \dots, 10\}$.

3.4-3 Дано натуральное число n . Написать программу, выводящую его разложение на простые множители.

3.4-4 Даны натуральные числа m и n . Написать программу, находящую все натуральные числа, меньшие n , квадрат суммы цифр которых равен m .

3.4-5 Натуральное n -значное число называется числом Армстронга, если сумма его цифр, возведённых в n -ю степень, равна самому числу. Например, $153 = 1^3 + 5^3 + 3^3$. Написать программу, находящую все трёхзначные числа Армстронга.

3.4-6 Дано число n . Написать программу, находящую число с наибольшей суммой делителей, не превосходящее n .

3.4-7 Как показал индийский математик С. Рамануджан, 1729 — наименьшее число, представимое двумя различными способами в виде суммы кубов двух натуральных чисел x и y ($x \geq y \geq 0$). То есть, $x^3 + y^3 = 1729$. Написать программу, находящую обе пары x и y .

3.4-8 Два натуральных числа называются дружественными, если каждое из них равно сумме всех делителей другого (само число в качестве делителя не рассматривается). Написать программу, находящую все пары дружественных чисел, меньших 50000.

3.4-9 Число называется совершенным, если оно равно сумме своих делителей за исключением его самого. Например, делителями числа 28 являются следующие числа: 1, 2, 4, 7, 14, 28. При этом $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$, то есть 28 — совершенное число. Древним грекам были известны только первые 4 совершенных числа. Написать программу, находящую их.