

15. Графика и визуализация

15.1. Обработка изображений

15.1-0 Написать программу, выполняющую гамма-коррекцию изображения. Для этого значения компонент R , G и B каждого пикселя изменяются по формуле

$$x' = x^\gamma,$$

где x' — новое значение компоненты, x — старое, а γ задаётся пользователем.

Программа должна позволять открыть произвольное изображение на диске и сохранить результат работы.

15.1-1 Написать программу, строящую множество Мандельброта. Для этого на изображении размером 300×200 пикселей ставятся чёрные и белые точки.

Для каждого пикселя с координатами (X, Y) ($0 \leq X < 300, 0 \leq Y < 200$) выполняется 50 итераций преобразования

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= x_n^2 - y_n^2 + \frac{X - 200}{100}, \\y_{n+1} &= 2x_n y_n + \frac{Y - 100}{100},\end{aligned}$$

где $x_1 = y_1 = 0$.

Если выполняется неравенство $\sqrt{x_{50}^2 + y_{50}^2} < 2$, то пиксель окрашивается в чёрный цвет, иначе в белый.

Программа должна позволять сохранить результат работы на диск.

15.1-2 Написать программу, считывающую из текстового документа четвёрки чисел — координаты концов отрезков, и строящую эти отрезки на изображении размером 200×200 пикселей.

Программа должна позволять открыть произвольный текстовый документ на диске и сохранить результат работы.

15.1-3 Написать программу, выполняющую пороговую бинаризацию изображения.

Для каждого пикселя вычисляется яркость по формуле

$$Y = 0,299R + 0,587G + 0,114B,$$

где (R, G, B) — компоненты пикселя (находятся в диапазоне от 0 до 255).

Если $Y > 128$, то пиксель заменяется на белый, иначе на чёрный.

Программа должна позволять открыть произвольное изображение на диске и сохранить результат работы.

15.1-4 Написать программу, отображающую на экране три цветовых канала изображения — красный, зелёный и синий.

Каждый канал — это отдельное изображение того же размера, у которого все компоненты кроме одной равны нулю, а ненулевая равна соответствующей компоненте исходного изображения.

Программа должна позволять открыть произвольное изображение на диске.

15.1-5 Написать программу, размывающую изображение. Для этого каждая компонента каждого пикселя заменяется на среднее арифметическое значения компонент соседних пикселей. Соседними считаются пиксели, у которых координата отличается не более, чем на единицу. Например, у внутренних пикселей 8 соседей, у пикселей на границе — 5, на углах — 3.

Программа должна позволять открыть произвольное изображение на диске и сохранить результат работы.

15.1-6 Написать программу, выделяющую границы на изображении с помощью оператора Собеля.

Для каждого пикселя с координатами (i, j) (кроме крайних) вычисляются значения

$$\begin{aligned} Y_{i,j} &= 0,299R_{i,j} + 0,587G_{i,j} + 0,114B_{i,j}, \\ V_{i,j} &= (Y_{i+1,j-1} + 2Y_{i+1,j} + Y_{i+1,j+1}) - (Y_{i-1,j-1} + 2Y_{i-1,j} + Y_{i-1,j+1}), \\ H_{i,j} &= (Y_{i-1,j+1} + 2Y_{i,j+1} + Y_{i+1,j+1}) - (Y_{i-1,j-1} + 2Y_{i,j-1} + Y_{i+1,j-1}), \\ G_{i,j} &= \frac{\sqrt{V_{i,j}^2 + H_{i,j}^2}}{8}. \end{aligned}$$

Затем значения компонент пикселя заменяются на $G_{i,j}$.

Программа должна позволять открыть произвольное изображение на диске и сохранить результат работы.

15.1-7 Написать программу, добавляющую рамку произвольному изображению. Толщина рамки в пикселях и цвет задаются пользователем.

Программа должна позволять открыть произвольное изображение на диске и сохранить результат работы.

15.1-8 Написать программу, преобразующую цветное изображение в изображение в оттенках серого. Значения компонент пикселей нового изображения вычисляются по формуле

$$R' = G' = B' = 0,299R + 0,587G + 0,114B,$$

где (R', G', B') — компоненты пикселей нового изображения, а (R, G, B) — старого.

Программа должна позволять открыть произвольное изображение на диске и сохранить результат работы.

15.1-9 Написать программу, строящую ломаную на изображении размером 400×400 пикселей на основе строки. Начальная точка ломаной — $(300, 200)$, начальное направление — вверх.

Строка считывается посимвольно. Символ «F» — рисование отрезка в текущем направлении длиной $d = 2$ пикселя, «+» — поворот направления на 90° по часовой стрелке, «-» — поворот направления на 90° против часовой стрелке, остальные символы игнорируются.

Строка, по которой строится ломаная, образуется по следующим правилам (такие правила называют системами Линдемайера или L-системами).

Изначально строка равна «FX». Затем в строке выполняются замены:

$$X \rightarrow X + YF$$

$$Y \rightarrow FX - Y$$

Например, после первой замены строка «FX» преобразуется в строку

$$FX + YF,$$

а после второй в строку

$$FX + YF + FX - YF.$$

Замены повторяются $k = 15$ раз. Получившаяся кривая называется драконом Хартера — Хейтуэя.

Программа должна позволять сохранить результат работы на диск.

15.2. Графики функций

15.2-0 Написать программу, строящую гистограмму яркостей пикселей изображения.

Для этого для каждого пикселя вычисляется яркость по формуле

$$Y = \lfloor 0,299R + 0,587G + 0,114B \rfloor,$$

где (R, G, B) — компоненты пикселей изображения.

Затем строится график, на котором по оси абсцисс отложены значения яркостей, а по оси ординат — доля пикселей с этой яркостью.

Программа должна позволять открыть произвольное изображение на диске.

15.2-1 Написать программу, строящую гипотрохоиду — кривую, задаваемую параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = (R - r) \cos t + h \cos\left(\frac{R - r}{r} t\right), \\ y = (R - r) \sin t - h \sin\left(\frac{R - r}{r} t\right), \end{cases}$$

где R, r, t — константы, задаваемые пользователем, t — параметр.

15.2-2 Написать программу, строящую график многочлена

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0,$$

где коэффициенты a_i и диапазон значений аргумента x задаются пользователем. Количество коэффициентов может быть различным.

15.2-3 Написать программу, строящую траекторию движения тела, брошенную под углом к горизонту с учётом сопротивления воздуха. Траектория задаётся параметрическими уравнениями

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \varphi \frac{m}{k} \left(1 - \exp\left(-\frac{k}{m} t\right) \right), \\ y = \frac{m}{k} \left(\left(v_0 \sin \varphi + \frac{mg}{k} \right) \left(1 - \exp\left(-\frac{k}{m} t\right) \right) - g t \right), \end{cases}$$

где v_0 — начальная скорость, φ — начальный угол, m — масса тела, k — коэффициент сопротивления воздуха, $g \approx 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ — ускорение свободного падения, t — время.

Все параметры должны задаваться пользователем.

15.2-4 Дан текстовый файл, содержащий целые числа (по одному на строку). Написать программу, строящую столбчатую диаграмму с частотами первых значащих цифр этих чисел.

Например, для чисел 12, 7, 395, 117 первые значащие цифры — 1, 7, 3, 1. А частоты, соответственно, — $P[1] = 0,5$; $P[3] = 0,25$; $P[7] = 0,25$.

Программа может использоваться для проверки так называемого закона Бенфорда. Согласно ему в числах, взятых из реальной жизни, меньшие цифры встречаются чаще в начале числа, чем большие.

15.2-5 Метод середин квадратов, предложенный фон Нейманом для генерации последовательности псевдослучайных чисел заключается в следующем. Берётся четырёхзначное число, возводится в квадрат и в качестве нового числа используются средние четыре цифры — с третьей по седьмую справа. Затем действия повторяются. (В настоящее время этот метод не используется из-за плохих статистических характеристик получаемой последовательности.)

Например, пусть дано число 1234. Его квадрат равен 1522756, следовательно новое число в последовательности — 5227.

Написать программу, строящую круговую диаграмму, показывающую соотношение чётных и нечётных чисел в первых N элементах последовательности. Параметр N и начальное значение должны задаваться пользователем.

15.2-6 Дан текстовый файл, содержащий пары вещественных чисел, разделённых пробелом (по одной паре на строку). Написать программу, строящую

график в декартовых координатах на основе файла. Первое число — абсцисса, второе — ордината.

Программа должна позволять пользователю указать открываемый файл.

15.2-7 Дан текстовый файл, содержащий пары вещественных чисел, разделённых пробелом (по одной паре на строку). Написать программу, строящую график в полярных координатах на основе файла. Первое число — угловая координата, второе — радиальная.

Программа должна позволять пользователю указать открываемый файл.

15.2-8 Так называемое логистическое преобразование имеет вид

$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n).$$

Определим $F(x_0, r)$ как значение x_{1000} для заданных x_0 и r .

Пусть значение x_0 меняется в полуотрезке $(0; 1]$, а r — от 2,5 до 4 с шагом 0,05.

Написать программу, строящую график, на котором для каждого значения x_0 и r из указанных диапазонов ставится точка с координатами $(r, F(x_0, r))$. Полученный график называется бифуркационной диаграммой логистического преобразования.

15.2-9 Одна из моделей, используемых для анализа численности популяции в экологии, — модель Ферхюльста. Если x_k — численность в k -м году, то численность на следующий год можно приближённо найти по формуле:

$$x_{n+1} = x_n + rx_n \left(1 - \frac{x_n}{K}\right),$$

где r — удельная скорость роста, а K — ёмкость экологической ниши популяции.

Написать программу, строящую график численности популяции. Необходимые параметры должны задаваться пользователем.