Приднестровский государственный университет им. Т. Г. Шевченко

Физико-математический факультет

**Программа  
итоговой государственной аттестации  
выпускников по направлению  
01.03.02 «Прикладная математика и информатика»**

«УТВЕРЖДАЮ»

Декан физ.-мат. факультета,

доцент \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ О. В. Коровай

«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2016 г.

Разработчик:

Великодный В. И., ст. преподаватель

Обсуждена на заседании

кафедры прикладной математики и информатики

«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2016 г.

Протокол № \_\_\_\_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой ПМиИ,

Доцент \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ А. В. Коровай

Тирасполь, 2016

# Пояснительная записка

В соответствии с законом ПМР «Об образовании» освоение образовательных программ высшего профессионального образования завершается обязательной государственной итоговой аттестацией.

Данная программа предназначена для проведения государственной итоговой аттестации у студентов 4 курса физико-математического факультета, обучающихся по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Итоговая государственная аттестация выпускников, завершивших обучение в высших учебных заведениях по образовательной программе высшего образования по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», осуществляется в соответствии с Положением об государственной итоговой аттестации выпускников высших учебных заведений ПМР.

***Целью*** государственной итоговой аттестации студентов является выявление соответствия между реальным уровнем подготовки студента и требованиями государственного образовательного стандарта высшего образования к осуществлению будущей профессиональной деятельности.

В соответствии с учебным планом государственная итоговая аттестация проверяет степень сформированности у студентов следующих компетенций:

ОПК-2 способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии;

ОПК-4 способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности;

ПК-1 способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям;

ПК-2 способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат;

ПК-9 способность составлять и контролировать план выполняемой работы, планировать необходимые для выполнения работы ресурсы, оценивать результаты собственной работы.

К государственной итоговой аттестации допускается студент, успешно завершивший в полном объеме освоение основной образовательной программы по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», разработанной кафедрой прикладной математики информатики Приднестровского государственного университета им. Т. Г. Шевченко в соответствии с требованиями государственного образовательного стандарта.

На основании успешного прохождения итоговых аттестационных испытаний выпускнику присваивается квалификация «Бакалавр» и выдается диплом государственного образца о высшем образовании.

Государственная итоговая аттестация включает итоговый государственный экзамен, а также защиту выпускной квалификационной работы, позволяющие выявить подготовку выпускника к решению профессиональных задач.

# Выпускная квалификационная работа

***Выпускная квалификационная работа*** — это итоговая аттестационная работа студента, выполненная на выпускном курсе, оформленная в письменном и электронном виде с соблюдением необходимых требований и представленная по окончании обучения к защите перед Государственной аттестационной комиссией.

Выпускная квалификационная работа бакалавра представляет собой законченное исследование, в котором анализируются актуальные проблемы в области прикладной математики и информатики, раскрываются содержание и методы решения этих проблем как в теоретическом, так и в практическом плане.

Выпускная квалификационная работа является итогом всей учебной и научно-исследовательской работы выпускника вуза и выполняет следующие основные ***задачи***:

* систематизирует, закрепляет и расширяет теоретические и практические знания, позволяет применить эти знания при решении конкретных профессиональных задач;
* формирует и развивает умение логично и грамотно излагать результаты собственного исследования;
* демонстрирует комплексный, междисциплинарный характер будущей профессии;
* позволяет студенту-выпускнику принять активное участие в становлении и развитии науки;
* позволяет судить об уровне владения компетенциями, сформированными у студента за годы учебы, т. е. о его теоретической и практической подготовленности.

***Требования*** к выпускной квалификационной работе определяются Положением об итоговой государственной аттестации выпускников высших учебных заведений ПМР, утвержденным коллегией МНО 29.01.98 г., и Инструкцией по подготовке квалификационных работ (проектов), их учету и хранению, утвержденной ректором ПГУ от 29.02.2000 г.

***Оформление*** выпускной квалификационной работы должно соответствовать принятым стандартам оформления научных исследований.

***Защита*** выпускной квалификационной работы проходит на открытом, в присутствии всех желающих, заседании Государственной аттестационной комиссии, в которую входят представители выпускающей кафедры, а также приглашенные специалисты из образовательных учреждений и других университетов, осуществляющих подготовку специалистов по информатике.

***Дата, время и место*** заседаний Государственной экзаменационной комиссии по защите выпускных квалификационных работ устанавливаются деканатом факультета и доводятся до сведения защищающихся не менее, чем за месяц до защиты.

***Процедура защиты*** строго регламентирована: защищающийся представляет краткое сообщение по теме работы, в котором излагаются актуальность, цель и задачи исследования, использованные методы, полученные результаты, их обоснование и выводы. На выступление отводится около 10 минут.

После выступления студента предоставляется слово научному руководителю с отзывом о научно-исследовательских качествах студента и его отношении к работе, а затем рецензенту, который характеризует выпускную квалификационную работу, выделяя ее достоинства и недостатки.

Если кто-то из них не может присутствовать на защите, то отзыв или рецензию зачитывает председатель Государственной аттестационной комиссии. Далее защищающийся отвечает на замечания, содержащиеся в рецензии, и на вопросы по работе, которые могут быть заданы любым из присутствующих на защите. После чего возможен обмен мнениями по поводу работы в виде отдельных выступлений желающих. В заключении студенту предоставляется возможность в краткой форме ответить на критические замечания, высказанные в ходе обсуждения, поблагодарить присутствующих за внимание.

***Результаты защиты*** выпускной квалификационной работы оцениваются дифференцированно по четырёхбалльной системе: «неудовлетворительно», «удовлетворительно», «хорошо», «отлично». Решение об оценке принимается Государственной аттестационной комиссией на закрытом заседании по завершении всех назначенных на этот день защит. Оценка определяется путем обсуждения и открытого голосования членов комиссии большинством голосов.

Процедура защиты выпускных квалификационных работ оформляется протоколом, который подписывается председателем и членами комиссии, и результаты объявляются студентам в тот же день. Оценка, полученная студентом на защите, фиксируется в зачетной книжке и выносится в приложении к диплому с указанием темы выпускной квалификационной работы.

После защиты выпускные квалификационные работы студентов хранятся на факультете (на выпускающей кафедре) в течение 5 лет.

# Примерные критерии оценивания выпускной квалификационной работы

К выпускной квалификационной работе предъявляются следующие требования:

* аргументация актуальности темы, теоретическая и практическая значимость, новизна исследования;
* самостоятельность и системность подхода студента в исследовании проблемы;
* отражение знаний литературы по теме;
* рассмотрение различных точек зрения и обязательная формулировка аргументированной позиции выпускника по затронутым в работе дискуссионным вопросам;
* полнота раскрытия темы;
* аргументированное, конструктивное и грамотное научное обоснование выводов и предложений, представляющих теоретическую и практическую ценность (с использованием практического материала);
* применение различных методов исследования проблемы;
* логичное изложение результатов исследования;
* орфографическая и стилистическая грамотность, правильное оформление дипломной работы.

*Выпускная квалификационная работа оценивается на* ***«отлично»****, если:*

* структура работы логична, план отражает последовательное изложение узловых вопросов темы;
* раскрыты актуальность, научная и практическая значимость темы исследования, отражено понимание современного состояния освещаемой проблемы;
* четко сформулированы цель, задачи, объект, предмет, гипотеза исследования;
* указаны теоретические основы, обоснованы методология и методы исследования, выбор практической базы, на которой осуществлялось исследование;
* в теоретической части работы рассмотрен исторический аспект изучаемого вопроса, произведен аналитический обзор научной и методической литературы по изучаемой проблеме, указан уровень разработанности вопроса в теории и на практике, доказана необходимость дальнейшего исследования проблемы;
* практическая часть, как правило, включает констатирующий, формирующий, контрольный эксперимент (или план формирующего эксперимента, рекомендации по улучшению исследуемой ситуации, решению проблемы);
* экспериментальное исследование грамотно построено, произведен системный анализ его результатов;
* указаны и охарактеризованы методики, которые используются в экспериментальной части;
* сделаны краткие и достоверные выводы по результатам теоретической и практической частей работы;
* предложены адресные практические рекомендации или проекты;
* в заключении даны обобщающие выводы, указано, реализованы ли поставленные задачи, достигнута ли цель, подтверждена ли гипотеза исследования;
* работа демонстрирует подготовленность автора к профессиональной деятельности;
* присутствует владение навыком работы с научным документом, умение аргументировано излагать свою точку зрения, обосновывать выводы;
* проявлена самостоятельность при исследовании и анализе материала;
* оформление работы (текста, библиографии, ссылок) выполнено в соответствии с общими требованиями к текстовым документам;
* используется научный стиль речи;
* на защите студент демонстрирует свободное владение материалом, знание теоретических и практических подходов к проблеме, уверенно отвечает на основную часть вопросов.

*Выпускная квалификационная работа оценивается на* ***«хорошо»****, если:*

* структура работы логична, план отражает последовательное изложение узловых вопросов темы;
* раскрыты актуальность, научная и практическая значимость темы исследования, отражено понимание современного состояния освещаемой проблемы;
* тема исследования посвящена хорошо изученной проблеме, но представлена в новом ракурсе;
* четко сформулированы цель, задачи, объект, предмет, гипотеза исследования;
* указаны теоретические основы, методология и методы исследования, практическая база, на которой осуществлялось исследование;
* в теоретической части работы произведен аналитический обзор научной литературы по изучаемой проблеме, указан уровень разработанности вопроса в теории и на практике, доказана необходимость дальнейшего исследования проблемы; основные вопросы темы раскрыты полно;
* указаны и охарактеризованы методики, которые используются в практической части;
* сделаны краткие и достоверные выводы по работы;
* предложены адресные практические рекомендации или проекты;
* в заключении даны обобщающие выводы, указано, реализованы ли поставленные задачи, достигнута ли цель, подтверждена ли гипотеза исследования;
* работа демонстрирует подготовленность автора к профессиональной деятельности;
* присутствует умение аргументировано излагать точку зрения, обосновывать выводы;
* оформление работы (текста, библиографии, ссылок) выполнено в соответствии с общими требованиями к текстовым документам;
* в целом на защите студент демонстрирует знание материала, основных подходов к проблеме.

*Выпускная квалификационная работа оценивается на* ***«удовлетворительно»****, если:*

* структура работы недостаточно логична, названия глав слабо отражают ключевые вопросы заявленной темы;
* не в полной мере освещена актуальность темы исследования, слабое понимание современного состояния рассматриваемой проблемы;
* тема исследования не отличается новизной постановки вопроса;
* расплывчато сформулированы цель, задачи, объект, предмет, гипотеза исследования;
* теоретические основы, методология и методы исследования не указаны;
* в теоретической части работы отсутствует аналитический обзор научной и методической литературы по изучаемой проблеме, не указан уровень разработанности вопроса в теории и практике, основные вопросы темы изложены компилятивно;
* слабое знание теоретических подходов к решению проблемы и работ ведущих ученых в данной области;
* отсутствие самостоятельного анализа литературы и фактического материала, недостаточное знание литературных источников;
* программа исследования выполнена частично;
* рекомендации по улучшению исследуемой ситуации, решению проблемы сформулированы расплывчато, в основном повторяют материал учебных пособий;
* отсутствует самостоятельность при формулировании выводов по результатам теоретической и практической частей работы;
* в заключении сделаны поверхностные выводы;
* незначительные нарушения в структуре и оформлении, сроках сдачи работы,
* неуверенная защита работы, отсутствие ответов на значительную часть вопросов.

*Выпускная квалификационная работа оценивается на* ***«неудовлетворительно»****, если:*

* отсутствует аргументация актуальности темы, цель, задачи, предмет и объект, гипотеза сформулированы ошибочно;
* отсутствует логичность изложения материала, план не отражает ключевых вопросов темы;
* в теоретической части работы отсутствует обзор научной и методической литературы по изучаемой проблеме, студент пересказывает содержание учебников;
* отсутствует описание и анализ собственного практического опыта;
* заключение не отражает выводов по теме исследования;
* используется ограниченное количество литературных источников;
* работа оформлена неправильно и выполнена с нарушением (задержкой) установленных сроков без объективных причин;
* на защите студент не может аргументировать выводы, не отвечает на вопросы, т. е. не владеет материалом темы.

# Итоговый государственный экзамен

***Цель*** итогового государственного экзамена – определение уровня профессиональной подготовки выпускника к использованию теоретических знаний, практических навыков и умений для решения профессиональных задач, усвоения теоретико-методологических и технологических основ социальной работы.

## Процедура проведения итогового государственного экзамена.

Экзамен носит комплексный характер. Билет включает два вопроса:

1 вопрос — по одному из разделов математики;

2 вопрос — по компьютерным технологиям.

Вопросы имеют практическую направленность и представляют собой задачи по базовым дисциплинам, составляющих основу будущей профессии выпускника.

Время, предоставляемое студенту для подготовки к ответу — 1 час.

Экзаменующийся излагает свой ответ членам Государственной аттестационной комиссии. Оценка за ответ выставляется коллегиально на основе оценок, выставленных членами ГАК.

## Основные требования к ответу студентов:

* умение решать задачи, связанные с будущей профессиональной деятельностью;
* умение обосновать выбранный метод решения и доказать его корректность;
* владение предметной терминологией;
* понимание основных положений прикладной математики и информатики, подтверждение основных положений теории практическими примерами.

## Критерии оценки ответов студентов на экзамене.

*Ответ оценивается на* ***«отлично»****, если студент демонстрирует:*

* правильное и полное решение поставленных задач;
* способность доказать корректность и эффективность выбранного метода решения;
* глубокое овладение материалом;
* осознанный и обобщенный уровень ответа;
* умение показать значение теоретических вопросов для практики и подтвердить теоретические положения практическими примерами;
* умение раскрыть имеющийся у него практический опыт;
* логичность, последовательность, точность, обоснованность, культуру изложения ответа.

*Ответ оценивается на* ***«хорошо»****, если студент демонстрирует:*

* в целом правильное решение поставленных задач с незначительными неточностями;
* способность обосновать корректность выбранного метода решения;
* владение программным материалом на достаточно высоком уровне, но в ответе допускает некоторые неточности, незначительные ошибки, которые исправляются самим студентом;
* осознанный и обобщенный уровень ответа;
* умение показать значение теоретических вопросов для практики и подтвердить теоретические положения практическими примерами;
* умение раскрыть имеющийся у него практический опыт;
* логичность, последовательность, точность, обоснованность, культуру изложения ответа.

*Ответ оценивается на* ***«удовлетворительно»****, если студент демонстрирует:*

* частичное, но частичное решение поставленных задач;
* владение программным материалом при недостаточно осознанном и обобщенном уровне овладения теорией, неумение связать ее с практикой;
* слабые знания специальной литературы и дисциплины в целом;
* недостаточно высокий уровень культуры речи, логичности, последовательности изложения материала.

*Ответ оценивается на* ***«неудовлетворительно»****, если студент демонстрирует:*

* отсутствие решения задач;
* отсутствие или недостаточное знание программного материала;
* в процессе изложения материала недопустимо искажает смысл понятий и определений.

# Тематика задач итогового государственного экзамена

## Математика

### Математический анализ

Определенный интеграл. Формула Ньютона — Лейбница. Вычисление площадей фигур.

Определение ряда и его сходимости. Ряд Тейлора. Ряд Маклорена. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена.

Исследование поведения функции. Экстремум функции одной переменной. Необходимое и достаточное условие экстремума функции одной переменной.

### Комплексный анализ

Тригонометрическая форма комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа и их свойства. Действия с комплексными числами в тригонометрической форме.

Понятие функции комплексного переменного. Элементарные функции. Многозначность функции

### Алгебра и аналитическая геометрия

Системы линейных уравнений. Матрицы и определители. Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве.

### Дискретная математика

Представление графов. Поиск кратчайшего пути в графе. Поиск максимального потока в транспортной сети.

Корректирующие коды. Линейные (групповые) коды. Построение порождающей матрицы кода по проверочной. Построение таблицы декодирования линейного кода.

### Дифференциальные уравнения

Методы решения линейного дифференциального уравнения первого порядка. Возможный вид общего решения линейного однородного дифференциального уравнения 4-го порядка с постоянными коэффициентами. Функции, однородные относительно х и у. Поиск общего решения (или общего интеграла) однородного дифференциального уравнения первого порядка. Решение линейных дифференциальных уравнений.

### Теория вероятностей

Случайные события и их вероятности. Характеристики случайных величин. Одномерные случайные величины и законы их распределения.

### Математическая статистика

Элементы теории корреляции. Оценки параметров распределения.

### Численные методы

Решение алгебраических и трансцендентных уравнений. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Интерполяция. Приближённое вычисление определённых интегралов. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений.

### Методы оптимизации

Задача линейного программирования, методы её решения. Транспортная задача.

### Математическая логика

Основные понятия алгебры логики, логические операции, предикаты. Совершенная конъюнктивная и дизъюнктивная нормальные формы. Синтез логических схем. Минимизация логических функций, карты Карно.

### Исследование операций

Задача линейного программирования. Двойственность в линейном программировании. Симплекс-метод.

## Программирование и компьютерные технологии

### Компьютерная графика

Библиотека OpenGL. Графические примитивы. Матрицы трансформации изображения. Анимация, управление с помощью клавиатуры и мыши.

### Базы данных

Реляционные базы данных. Язык SQL. Создание таблиц, вставка записей. Запросы на поиск: простые, с группировкой, агрегированием, объединением таблиц.

### Вычислительные системы и параллельная обработка данных

Операционные системы, соответствующие стандарту POSIX. Работа в командной строке. Низкоуровневое программирование. Работа с файловой системой. Процессы и межпроцессное взаимодействие. Сокеты и сетевой обмен данных.

### Системы программирования

Основы программирования. Коллекции и структуры данных. Обработка текстовых данных, регулярные выражения. Классы. Графические пользовательские интерфейсы.

### Технологии параллельного программирования

Процессы и потоки. Методы синхронизации. Потоки в C++11. Библиотека OpenMP. Библиотека MPI.

### Объектно-ориентированный анализ и проектирование

Классы и интерфейсы. Шаблоны проектирования.

### Компьютерные сети

Протокол HTTP, виды запросов. Язык разметки гипертекста HTML и каскадные таблицы стилей CSS. Формы. Технологии разработки веб-приложений.

### Верификация программ на моделях

Методы тестирования программного обеспечения. Структурное и функциональное тестирования. Методики построения юнит-тестов. Средства автоматизации тестирования.

### Интеллектуальные системы

Основные задачи машинного обучения: регрессия, классификация, кластеризация. Предобработка данных. Проблема переобученности. Регуляризация. Перекрёстная проверка. Библиотека scikit-learn.

### Построение и анализ алгоритмов

O-нотация. Методы анализа сложности алгоритмов: простой анализ времени выполнения, анализ рекурсивных алгоритмов, метод индикаторной случайно величины. Построение алгоритмов с помощью метода декомпозиции.

# Примерный перечень задач итогового государственного экзамена

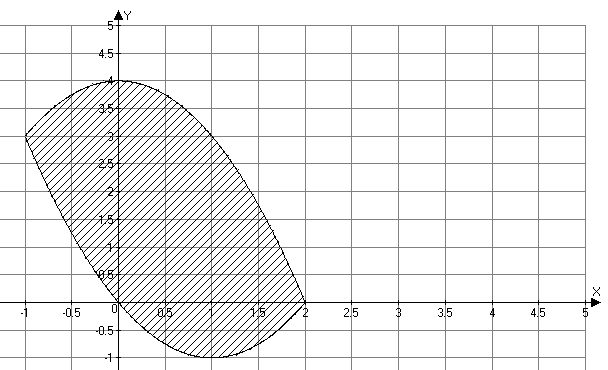
## Математика

### Математический анализ

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболами

и

*Решение*. Выполним чертеж.



Находим искомую площадь:



*Ответ:* 15.

2. С помощью рядов вычислить с точностью до приближенное значение интеграла

*Решение.* Разложим подынтегральную функцию в биномиальный ряд, полагая в нем:



Этот ряд сходится к биномупри

Интегрируя в пределах от 0 донайдем



Вычислим несколько последовательных первых членов полученного знакочередующегося сходящегося ряда ( с одним лишним знаком): 

Согласно свойству знакочередующегося сходящегося ряда для вычисления с точностью до 0,0001 достаточно взять сумму двух первых членов ряда.



Ошибка этого приближенного значения меньше абсолютного значения первого из отброшенных членов ряда, т.е. меньше

*Ответ:* 

3. Найти неопределенный интеграл

*Решение.* Поскольку в подынтегральной функции содержатся радикалы 5 и 2 степеней, то в качестве замены возьмем , . Подставим в интеграл и получим:

 (1)

Разложим подынтегральную функцию на простые дроби с неопределенными коэффициентами.



Умножив левую и правую части на общий знаменатель дробей, получим равенство двух многочленов.



Раскрыв скобки в левой части и учитывая равенство коэффициентов двух многочленов получим систему пяти уравнений с пятью неизвестными.



Запишем в формулу (1)





Вернемся к исходному аргументу



*Ответ:* 

4. Исследовать на монотонность, выпуклость, асимптоты и построить график функции

*Решение.*

1) Находим интервалы монотонности функции, экстремумы. Для этого найдем первую производную и точки, в которых она равна нулю, либо не существует



,  не существует при *x=*0 *и x=*1

>0 на промежутках . На этих промежутках функция возрастает.

<0 на промежуткеНа этом промежутке функция убывает.

Найдем . Итак точка  является точкой максимума

2) Найдем интервалы выпуклости и вогнутости функции, точки перегиба. Для этого находим вторую производную функции и точки, в которых она равна нулю, либо не существует



Применяем метод логарифмического дифференцирования, обозначим



Тогда 

Дифференцируем обе части равенства, получим:



Следовательно,



Теперь, приравнивая вторую производную функции к нулю, находим точки перегиба функции и точки, в которых вторая производная функции равна нулю или не существует



 не существует при , , ,

Итак, точки , и  – точки перегиба.

График функции выпуклый на промежутках и 

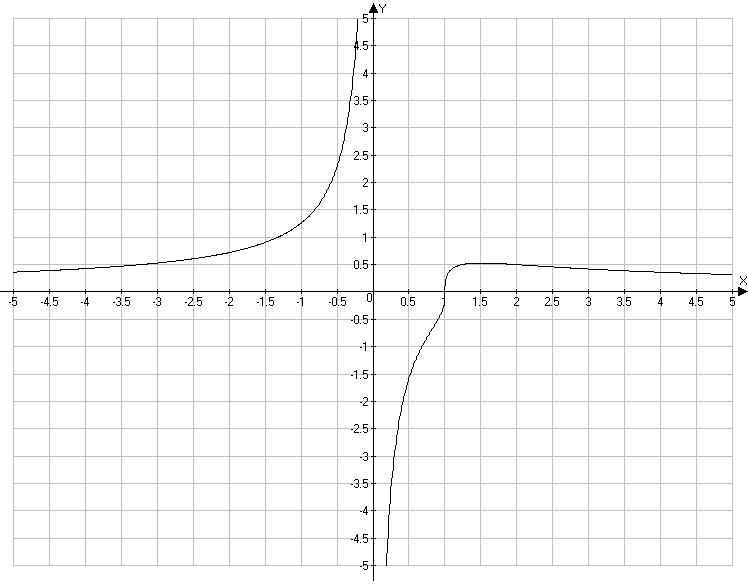
График функции вогнутый на промежутках , и 

3. Находим наклонную асимптоту 



- наклонная асимптота.

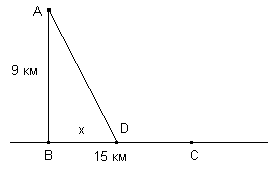
4. Строим график.



5. Буровая вышка расположена в поле в от ближайшей точки шоссе. С буровой надо направить курьера в населенный пункт, расположенный по шоссе в от упомянутой точки по шоссе (считая шоссе прямой линией). Если курьер на велосипеде проезжал по полю , а по шоссе , то в какой точке шоссе ему надо ехать, чтобы в кратчайшее время достичь населённого пункта?

*Решение.*

Запишем краткое условие задачи и выполним чертеж.

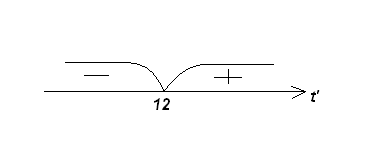
Дано:

  
Найти: 

Пусть 

Из, , , 

Находим функцию времени

Находим производную 

Находим критические точки функции  .

Точка является точкой минимума функции

*Ответ:* 

### Комплексный анализ

1. Выполнить действия

а) ;

б) .

*Решение.*

а) Чтобы возвести комплексное число в степень n воспользуемся следующей формулой:

, (1)

где ;

Рассмотрим число . Найдем модуль и главное значение аргумента этого числа.

,

.

По условию . Подставляя все найденные значения в формулу (1) получим:

.

б) n значений корня n-й степени из комплексного числа получим из формулы:

(2)

где ; .

Рассмотрим число . Найдем модуль и главное значение аргумента этого числа.

,

.

По условию . Подставляя все найденные значения в формулу (2) получим:

При

При

2. Вычислить указанные значения.

а) ;

б)

*Решение*.

а) Воспользуемся следующей формулой

Т.к. , то

и

Таким образом,

б) Полагая в формуле

, , получим

### Алгебра и аналитическая геометрия

1. Решить систему уравнений:

**Решение**. Выписываем расширенную матрицу системы и проводим прямой ход схемы Гаусса (пояснения приведены ниже):





Чтобы получить единицу в верхнем левом углу матрицы, первую строку умножаем на 2 и вычитаем из нее третью. Полученную новую строку, умноженную на (–7), (–5) и (–6) соответственно, прибавляем ко второй, третьей и четвертой строкам. Результатом этих операций является вторая из написанных матриц. Далее, четвертую строку умножаем на (–1) и переставляем ее со второй, и прибавляем эту новую вторую строку, умноженную на 2, к третьей и четвертой строкам; результат – третья матрица. Теперь третью строку умножаем на (–1/7), полученную новую третью строку, умноженную на 8, прибавляем к четвертой. Прямой ход закончен.

Выписываем систему, соответствующую последней матрице:

Проведем обратный ход. Здесь главные неизвестные; свободные – , придаем им произвольные значения: . Двигаясь по последней системе снизу вверх, выражаем главные неизвестные через свободные.

Запись обратного хода целесообразно вести так.

Запишем заготовку ответа:

затем будем вписывать в нее произвольные значения неизвестных

и далее последовательно получаем значения остальных неизвестных:

где – любые действительные числа.

**Ответ:**

2. Вычислить матрицы обратные данным:

a)

б)

**Решение.**

а) Решим матричное уравнение *АХ=Е*, как пакет систем линейных уравнений:



В любой из трех систем пакета третье уравнение противоречиво, т.e. матрица *А* не имеет обратной, а, значит, вырождена.

в) Решаем уравнение *ВХ=Е*, как пакет систем линейных уравнений:



Тогда

*X*=

Проверка.



Значит, *В*–1=*Х*.

**Замечание.** Если для матрицы  существует обратная (матрица  невырождена), то нахождения  составляется комбинированная матрица  которая при помощи элементарных преобразований строк приводится к виду  где справа от черты искомая матрица (**способ элементарных преобразований строк**).

**Ответ:** а) для матрицы – обратной нет;

б) 

3. Даны координаты вершин пирамиды .

а) Найти разложение векторов в прямоугольной декартовой системе координат и найти модули этих векторов.

б) Найти угол между векторами и в градусах с точностью до двух знаков после запятой.

в) Найти величину проекции вектора на вектор .

г) Вычислить площадь грани .

д) Найти объём пирамиды .

**Решение.**

1. Найдём координаты векторов, для этого воспользуемся формулой:

,

где, *.*

Тогда разложение вектора по координатам ортам имеет вид:

,

где – орты координатных осей прямоугольной декартовой системы координат.

Модули векторов найдём по формуле

Итак, по формуле :

,

,

,

тогда по формуле

; ,

Модули векторов найдём по формуле

,

,

.

2. Найдём косинус угла между векторами и по формуле:

где – скалярное произведение векторов и , которое в декартовой прямоугольной системе координат равно сумме произведений одноимённых координат векторов, т.е.

.

Подставим найденные значения в :

,

откуда

.

3. Величину проекции вектора на вектор найдём по формуле:

.

Найдём

.

Тогда

.

4. Для вычисления площади грани вычислим площадь , как площадь треугольника построенного на векторах и , по формуле:

где – векторное произведение векторов и , – модуль векторного произведения.

Векторное произведение векторов найдём по правилу:

если ,

тогда

Для векторов

,

,

Получим

По формуле найдём площадь треугольника:

5. Объём пирамиды найдём по формуле:

где –смешанное произведение векторов, а – модуль смешанного произведения.

Смешанное произведение векторов найдём по правилу:

если ,

Тогда

Для векторов

,

,

,

получим

По формуле найдём объём пирамиды:

**Ответ**:

1. ,;

,

,

2.

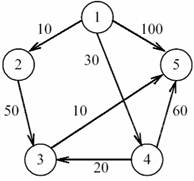
3. .

4.

5.

### Дискретная математика

1. Дан взвешенный ориентированный граф, представленный на рисунке.



а) Найти кратчайший путь из вершины 1 в вершину 5 при помощи алгоритма Дейкстры.

б) Найти кратчайшие пути между всеми парами вершин с помощью алгоритма Флойда — Уоршелла.

2. Дана проверочная матрица для линейного кода

а) Построить порождающую матрицу линейного кода.

б) Построить таблицу синдромов.

в) Определить, сколько (и каких) ошибок может исправить код.

г) Выполнить кодирование и декодирование произвольного сообщения.

### Дифференциальные уравнения

1. Найти общее решение уравнения

*Решение.* Метод Лагранжа. Решаем однородное уравнение

:

****

******

****** (\*)

Вычислим производную: и подставим совместно с******в исходное уравнение:



.

Разделяем переменные и интегрируем:,

.

Тогда окончательно из (\*) получим ******.

*Решение.* Метод Бернулли. Представляем искомую функцию в виде произведения двух функций: *y = uv*. Тогда , и из заданного уравнения следует:



 (+)

Выражение в скобках полагаем равным нулю. В результате получаем:

,

.

Принимаем *С*= 0. Тогда

. (++)

Возвращаемся к уравнению (+):





Тогда (поскольку *y = uv*)с учетом (++) можем записать:



2. Решить уравнение 4-го порядка

*Решение.* Записываем характеристическое уравнение и находим его корни:



 – действительный корень кратности 2;

 – действительный корень кратности 2.

Записываем общее решение:

.

3. Решить уравнение

*Решение.* Данное уравнение можно представить в виде:

.

Правая часть содержит только отношение вида , следовательно, уравнение является однородным. Найдем общее решение.



Подставляем в заданное уравнение:



,

.

Возвращаемся к исходным переменным:

,

.

### Теория вероятностей

1. Охотник выстрелил раза по удаляющейся цели. Вероятность попадания в нее в начале стрельбы равна а после каждого выстрела уменьшается на Найдите вероятность того, что он промахнется хотя бы один раз.

**Решение:**

Пусть событие А = {*хотя бы один раз охотник промахнется*}.

Так как известны вероятности попадания и непопадания охотником при каждом выстреле, то пусть события

{*попадание при i-ом выстреле*}, *i=*1,2,3, тогда

;

и пусть события {*непопадание при i-ом выстреле*}, *i=* 1,2,3, тогда

Введем событие {*охотник* *все три раза попадет*}, тогда и так как события (*i*=1,2,3) независимы, то .

Из того, что , имеем

или 66,4%.

**Ответ:** вероятность того, что охотник промахнется хотя бы один раз, равна 66,4%.

2. Из 16 собранных велосипедов оказались с дефектами. Какова вероятность того, что два выбранных наугад велосипеда будут без дефектов?

**Решение.**

Пусть *А* – событие, при котором 2 выбранных велосипеда окажутся без дефектов. Любой выбор 2 велосипедов из 16, является равновозможным исходом. Значит, общее число равновозможных исходов равно числу сочетаний из 16 по 2, т.е. **** Исходом благоприятным, для события *А*, является выбор 2 исправленных велосипедов их имеющихся 12 исправных (16-4=12). Значит, число благоприятных для события *А* исходов равно **** Отсюда получаем, что



**Ответ:** вероятность того, что два выбранных наугад велосипеда будут без дефектов равна 55%.

3. Детали, изготовляемые цехом завода, попадают для проверки их на стандартность к одному из двух контролеров. Вероятность того, что деталь попадает к первому контролеру, равна , а ко второму — . Вероятность того, что годная деталь будет признана стандартной первым контролером, равна , а вторым — . Годная деталь при проверке была признана стандартной. Найти вероятность того, что эту деталь проверил первый контролер.

**Решение.**

Обозначим через  событие, состоящее в том, что годная деталь признана стандартной. Можно сделать два предположения:

1) деталь проверил первый контролер (гипотеза );

2) деталь проверил второй контролер (гипотеза ).

Искомую вероятность того, что деталь проверил первый контролер, найдем по формуле Байеса



По условию задачи имеем:

- вероятность того, что деталь попадает к первому контролеру;

-вероятность того, что деталь попадает ко второму контролеру;

- вероятность того, что годная деталь будет признана первым контролером стандартной;

- вероятность того, что годная деталь будет признана вторым контролером стандартной.

Искомая вероятность



Как видно, до испытания вероятность гипотезы  равнялась 0,6, а после того, как стал известен результат испытания, вероятность этой гипотезы (точнее условная вероятность) изменилась и стала равной 0,59. Таким образом, использование формулы Байеса позволило переоценить вероятность рассматриваемой гипотезы.

4. Производится независимых выстрелов по цели, вероятность попадания в которую при одном выстреле равна . Найдите вероятность того, что будет от до попаданий.

**Решение:**

Пусть событие A = {*стрелок попадет от 3 до 7 раз*}

Так как вероятности попадания в цель при каждом выстреле одинаковы и равны 0,2, то имеем повторные независимые попадания и так как число выстрелов 10 мало, то для нахождения вероятности события А применим формулу Бернулли: , где *p*=0.2 – вероятность попадания при одном выстреле,

*q*=1- *p* =0.8 - вероятность непопадания при одном выстреле.

Так как *m* изменяется от 3 до 7, то вероятность события А найдем по формуле:

P*n(m1:m2) =* P*n(m1)+* P*n(m1+*1*)+…+* P*n(m2).*

Имеем,

P(A)=P10(3;7)= P10(3)+ P10(4)+ P10(5)+ P10(6)+ P10(7)=

+ или 32,21%.

**Ответ:** вероятность того, что будет от 3 до 7 попаданий, равна 32,21%.

5. Случайная величина Х задана законом распределения:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|  | 0,1 | 0,2 | 0,1 | 0,5 | 0,1 |

Требуется:

а) найти и построить функцию распределения случайной величины ;

б) найти числовые характеристики , , ;

в) найти вероятность того, что случайная величина примет значение из промежутка (0;2] двумя способами.

6. Плотность распределения случайной величины *Х* имеет вид:

Требуется:

а) найти функцию распределения случайной величины ;

б) найти числовые характеристики , , .

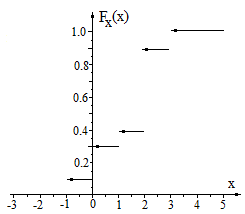
**Решение.**

a) Функцию распределения случайной величины найдем по формуле: .

Вычислим значение функции в каждом значении случайной величины и перенесем на числовую ось.

Таким образом, функция распределения случайной величины *X* имеет вид:

Построим график функции распределения:



Найдем числовые характеристики случайной величины .

Найдем вероятность события.

Так как - дискретная случайная величина, то для того чтобы найти вероятность события , необходимо выяснить какие значения случайной величины попали в интервал (0;2]. Замечаем, что в этот интервал попали , тогда .

### Математическая статистика

1. Экономист, изучая зависимость производительности труда Y (т/ч) от уровня механизации работ X (%), обследовал 10 однотипных предприятий и получил следующие данные.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 53 | 31 | 77 | 60 | 37 | 69 | 47 | 54 | 66 | 40 |
|  | 37 | 25 | 49 | 40 | 29 | 45 | 33 | 38 | 42 | 30 |

Полагая, что между признаками X и Y имеет место линейная корреляционная связь, определите выборочное уравнение линейной регрессии и выборочный коэффициент линейной корреляции. Постройте диаграмму рассеяния и линию регрессии. Сделайте вывод о направлении и тесноте связи между X и Y.

**Решение**

Построим диаграмму рассеяния. Для этого на плоскости *xOy* отметим точки с координатами (*xi ; yi*).

По диаграмме рассеяния видно, что точки (*xi ; yi*) группируются около некоторой прямой. Поэтому выборочное уравнение линейной регрессии будем искать в виде *y = a∙x+b*. Параметры *a* и *b* найдем методом наименьших квадратов. Составим систему нормальных уравнений:



Вспомогательные вычисления проведем в таблице 8:

Таблица 8



Итак, система нормальных уравнений имеет вид:

.

Решим её методом Крамера. Определитель системы

.

.

.

, .

Выборочное уравнение линейной регрессии имеет вид *y=*0,506819*∙x+*9,73586.

Чтобы построить линию регрессии найдем координаты двух точек, принадлежащих прямой *y=*0,506819*∙x+*9,73586.

При *x*=35 *y*=0,506819∙35+9,73586=27,474529≈27,5.

При *x*=75 *y*=0,506819∙75+9,73586=47,747292≈47,7.

Линия регрессии – прямая, проходящая через точки (35; 27,5) и (75;47,7).

Выборочный коэффициент линейной корреляции найдем по формуле

, где  – наблюдавшиеся значения признаков *X* и *Y*;  – объём выборки;  – выборочные средние;  – выборочные среднеквадратические отклонения.

. .

.

.

.

Так как выборочный коэффициент линейной корреляции , то корреляция положительная, т. е. с возрастанием *x* возрастает и *y*. Так как  очень близко к единице, то связь между признаками *x* и *y* тесная.

**Ответ:** уравнение регрессии *y=*0,506819*∙x+*9,73586; связь между признаками *x* и *y* тесная, положительная.

2. Из новорожденных детей, родившихся в Тираспольском роддоме в течение месяца, случайным образом отобраны 20 детей, рост которых составлял соответственно 50, 51, 48, 52, 50, 49 50, 47, 50, 51, 49, 50, 52, 48, 49, 51, 52, 48, 47, 51 сантиметр. Требуется:

а) определить выборочную среднюю , выборочную и исправленную дисперсии;

б) полагая, что распределение признака описывается нормальным законом распределения, найти доверительный интервал для среднего роста обследуемых детей на уровне заданной надежности, равном .

**Решение.**

1) Определим выборочную среднюю , выборочную Dв и исправленную S2 дисперсии. Вспомогательные расчеты проведем в таблице.

**

Выборочная средняя .

Выборочная дисперсия Dв.

Исправленная дисперсия .

2) Полагая, что распределение признака Х описывается нормальным законом распределения, найдём доверительный интервал для среднего роста а у обследуемых детей на уровне заданной надежности 

 = 0,999. Доверительный интервал найдём по формуле:

, где . по таблице по заданным n=20  = 0,999 находим t= 3,85.

Итак,  и доверительный интервал



Ответ: Выборочная средняя ; выборочная дисперсия Dв; исправленная дисперсия s2.

С надёжностью 0,999 средний рост а у обследуемых детей

заключен в доверительном интервале 48,37 < а < 51,13.

### Численные методы

1. Определить положение корней в интервале от уравнения С помощью метода Ньютона уточнить все корни.

2. Найти решение системы уравнений методом Гаусса

3. Задана таблица значений.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 6,5 | 4,5 | 8,5 | 9,5 | 10,5 | 11,5 |
| y | 3,423 | 4,041 | 5,451 | 4,353 | 6,353 | 3,353 |

C помощью многочлена Ньютона найти промежуточные значения функции в интервале с шагом ограничившись разделенной разностью 3-го порядка.

4. С помощью метода Симпсона посчитать значения интеграла

Определить шаг или количество точек, при котором абсолютная погрешность будет меньше

5. Модифицированным методом Эйлера решить задачу Коши

### Методы оптимизации

1. Два фермерских хозяйства поставляют ежедневно молоко для снабжения четырех населенных пунктов. Объемы поставок (ц), потребности населенных пунктов (ц) и затраты на перевозку 1 ц (у.е./ц) молока от фермерских хозяйств до населенных пунктов даны в таблице. Определить оптимальный план поставок молоко, который обеспечит минимальные суммарные издержки на транспортировку.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 80 | 75 | 135 | 20 |
| 150 | 7  *x*11 | 6  *x*12 | 5  *x*13 | 3  *x*14 |
| 140 | 6  *x*21 | 5  *x*22 | 2  *x*23 | 3  *x*24 |

### Решение:

Это Т.З. открытого типа, так как

, .

Математическая модель задачи:

*xij*≥ 0, ,,



*Z* = 7*x*11 + 6*x*12 + 5*x*13 + 3*x*14 + 6*x*21 + 5*x*22 + 2*x*23 + 3*x*24 → min.

Перейдем к эквивалентной Т.З. закрытого типа. Введем третьего фиктивного поставщика с запасом *a*3 = 310 – 290 = 20 и с тарифами:

*C*31 = *C*32 = *C*33 = *C*34 = 0 (таблица 2.).

*Таблица 2.*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *bj*  *ai* | 80 | 75 | 135 | 20 |
| 150 | 7  *x*11 | 6  *x*12 | 5  *x*13 | 3  *x*14 |
| 140 | 6  *x*21 | 5  *x*22 | 2  *x*23 | 3  *x*24 |
| 20 | 0  *x*31 | 0  *x*32 | 0  *x*33 | 0  *x*34 |

Заполнение клеток таблицы методом «северо–западного» угла будем проводить в следующем порядке (см. таблица 3.):

*x*11 = min(150,80) = 80,

= 150 – 80 = 70, исключаем 1-й столбец;

*x*12 = min(70,75) = 70,

= 75 – 70 = 5, исключаем 1-ю строку;

*x*22 = min(140,5) = 5,

 = 140 – 5 = 135, исключаем 2-й столбец;

*x*23 = min(135,135) = 135.

Теперь и весь груз от второго поставщика вывезен и потребность третьего потребителя полностью удовлетворена. В этом случае следует исключить что-то одно: или 2-ю строку, или 3-й столбец. Условимся для определенности исключать строку – поставщика, а столбец – потребителя оставлять с потребностью = 0.

Находим

*x*33 = min(20,0) = 0.

Исключаем 3-й столбец и заполняем последнюю клетку таблицы:

*x*34 = min(20,20) = 20.

Найденный вырожденный опорный план *X*1 записываем в табл.3, в которой и будем проверять его на оптимальность.

*Таблица 3.*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  | *bj*  *ai* | 80 | 75 | 135 | 20 | *Ui* |
|  | 150 | 7  80 –Q | 6  70 +Q | 5  – | 3  – | *U*1=0 |
|  | 140 | 6  – | 5  5 –Q | 2  135 +Q | 3  – | *U*2=-1 |
|  | 20 | 0  – +Q | 0  – | 0    0  -Q | 0  20 | *U*3=-3 |
|  | *Vj* | *V*1=7 | *V*2=6 | *V*3=3 | *V*4=3 |

*X*1 = 

Число базисных заполненных клеток: *m + n* – 1 = 3 + 4 – 1 = 6 и в таблице шесть заполненных клеток, включая и клетку (3,3) с базисным нулем.

Вычисляем *Z*(*X*1) = 1275.

Потенциалы находим непосредственно в табл. 3 и записываем их в ее последних столбце и строке.

Вычисляем оценки свободных клеток:

∆13 = –2 < 0, ∆14 = 0, ∆21 = 0, ∆24 = –1 < 0, ∆31 = 4 > 0, ∆32 = 3 > 0.

План *X*1 не оптимален. Строим в таблице 3 цикл пересчета для клетки (3,1); определяем *Q*:

*Q* = min(80; 5; 0) = 0.

В отрицательной клетке (3,3) цикла записана нулевая перевозка (базисный ноль), поэтому *Q* = 0. После пересчета план не изменится, но изменится состав базисных клеток: клетка (3,1) станет базисной, и в не записываем базисный ноль, а в клетке (3,3) ставим прочерк.

План *X*2 = *X*1 записан в табл.4.

*Таблица 4.*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *bj*  *ai* | 80 | 75 | 135 | 20 | *Ui* |
| 150 | 7  80 –Q | 6  70 | 5  – | 3  – +Q | *U*1=0 |
| 140 | 6  – | 5  5 | 2  135 | 3  – | *U*2=-1 |
| 20 | 0  0 +Q | 0  – | 0  – | 0  20 –Q | *U*3=-7 |
| *Vj* | *V*1=7 | *V*2=6 | *V*3=3 | *V*4=7 |

Базисных заполненных клеток 6.

*Z*(*X*2) = *Z*(*X*1) = 1275.

В табл. 4 находим новые значения потенциалов и вычисляем оценки свободных клеток:

∆13 = –2 < 0, ∆14 = 4 > 0, ∆21 = 0, ∆24 = 3 > 0, ∆31 = –1 < 0, ∆33 = –4 < 0.

План *X*2 не оптимален, строим в табл. 4 цикл пересчета для клетки (1,4) и определяем *Q*:

*Q* = min(80,20) = 20.

Новый план *X*3 получаем в табл. 5.

*Таблица 5.*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *bj*  *ai* | 80 | 75 | 135 | 20 | *Ui* |
| 150 | 7  60 | 6  70 | 5  – | 3  20 | *U*1=0 |
| 140 | 6  – | 5  5 | 2  135 | 3  – | *U*2= – 1 |
| 20 | 0  20 | 0  – | 0  – | 0  – | *U*3= – 7 |
| *Vj* | *V*1=7 | *V*2=6 | *V*3=3 | *V*4=3 |

*X*3 = 

Базисных (заполненных) клеток 6.

*Z*(*X*3) = 1195; ∆*Z* = *Z*(*X*2) – *Z*(*X*3) = 1275 – 1195 = 80;

∆*Z* = ∆14 ·*Q* = 4·20 = 80.

Находим новые значения потенциалов в табл.2.13 и вычисляем оценки ∆*ij*:

∆13 = –2 < 0, ∆21 = 0, ∆24 = –1 < 0, ∆32 = –1 < 0, ∆33 = –4 < 0; ∆34 = –4 < 0.

План *X*3 оптимален, поскольку все оценки ∆*ij* ≤ 0.

**Ответ**. Из первого хозяйства необходимо перевезти 60ц в первый населенный пункт, 70ц – во второй и 20ц – в четвертый; из второго хозяйства следует вывезти 5ц во второй населенный пункт и 135ц в третий. Первый населенный пункт не удовлетворен полностью, он получает только 60ц вместо 80.

Суммарная минимальная стоимость транспортировки молока составляет 1195 у.е.

### Математическая логика

1. Записать совершенную дизъюнктивную и совершенную конъюнктивную нормальные формы для формулы двумя методами. Минимизировать логическую функцию.

Решение:

Первый метод. Используем для составления СКНФ и СДНФ таблицу истинности для заданной формулы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| и | и | и | л | л | и | л | и | и | + |
| и | и | л | л | и | и | л | и | и | + |
| и | л | и | и | л | и | и | и | и | + |
| и | л | л | и | и | и | и | и | и | + |
| л | и | и | л | л | и | и | и | и | + |
| л | и | л | л | и | и | и | и | и | + |
| л | л | и | и | л | л | л | л | л | - |
| л | л | л | и | и | л | л | и | и | + |

Для построения СДНФ используем строки, в которых формула принимает значение истина ( в таблице эти строки отмечены знаком «+»). Количество слагаемых в дизъюнкции будет соответствовать числу строк со знаком «+» (у нас их 7). Переменная входит в соответствующее слагаемое под знаком отрицания, если она принимает в строке значение ложь, и без отрицания, если она принимает значение истина.

СДНФ: .

Для построения СКНФ используем строки, в которых формула принимает значение ложь ( в таблице эти строки отмечены знаком «- »). Количество множителей в произведении будет соответствовать числу строк со знаком «-» ( у нас –это одна строка). Переменная входит в соответствующее слагаемое под знаком отрицания, если она принимает в строке значение истина, и без отрицания, если она принимает значение ложь.

СКНФ: .

Второй метод. Воспользуемся для составления СДНФ и СКНФ таблицей основных равносильных формул:





- СКНФ

- СДНФ.

Если сравним СДНФ и СКНФ с формулами полученными первым способом, то убедимся, что они совпадают.

Ответ: СДНФ: ;

СКНФ: .

### Исследование операций

1. Цех выпускает три вида продукции, использует три типа сырья. Известны удельные расходы сырья, их запасы и прибыль, получаемая от реализации единицы продукции. Требуется:

а) Построить математические модели прямой и двойственной задач.

б) Найти оптимальные решения задач, решив исходную задачу симплексным методом.

в) Провести анализ решений пары двойственных задач.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Наименование ресурсов | Единица измерения | Удельные расходы ресурсов на единицу продукции | | | Запасы ресурсов |
| I вида | II вида | III вида |
| Сырье I типа | кг. | 2 | 2 | 1 | 700 |
| Сырье II типа | кг. | 2 | 3 | 4 | 1500 |
| СырьеIII типа | кг. | 2 | 1 | 0 | 600 |
| Прибыль | тыс. руб. | 3 | 4 | 3 |  |

## Решение:

Пусть предприятие выпускает  единиц продукции I вида,  единиц продукции II вида,  единиц продукции III вида. Количество изделий не может выражаться отрицательным числом, поэтому  (). На изготовление одной единицы продукции первого вида будет затрачено 2 кг. сырья I типа, а на изготовление  единиц продукции I вида –  кг. сырья I типа. На изготовление одной единицы продукции II вида будет затрачено 2 кг. сырья I типа, а на изготовление  единиц продукции –  кг. сырья I типа. На изготовление одной единицы продукции III вида будет израсходован 1 кг. сырья I типа, а на изготовление  единиц продукции –  кг. сырья I типа. Таким образом, расход первого ресурса составит () кг, при этом расход ресурсов не может превысить величину его запасов: .

Аналогично, ограничение по расходу сырья II типа можно выразить неравенством:  и по расходу сырья третьего типа: .

Прибыль от реализации одной единицы продукции I вида составляет 3 тыс. руб., от реализации  единиц продукции I вида – . Прибыль от реализации одной единицы продукции II вида составляет 4 тыс. руб., от реализации  единиц продукции II вида – . Прибыль от реализации одной единицы продукции III вида составляет 3 тыс. руб., от реализации  единиц продукции III вида –  тыс. руб. Таким образом, суммарная прибыль составит  и по условию задачи она должна быть максимальной.

Получаем математическую модель задачи:

, 



.

Приводим задачу к стандартному виду:

, 



.

*x*4, *x*5, *x*6 – неиспользованное сырьё 1-го, 2-го и 3-го типов соответственно.

Построим двойственную задачу.

Обозначим через *y*1, *y*2, *y*3 – цену (или оценку) 1кг сырья 1-го, 2-го и 3-го типов соответственно. Цены неотрицательны: , .

Стоимость сырья всех трех типов, затраченного на изготовление 1-ой единицы продукции 1-го вида, равна:  и она должна быть не менее прибыли от 1-ой единицы продукции, т.е. не менее 3. Получаем неравенство: . Аналогично получим неравенства:  и .

Стоимость всего имеющегося в наличии сырья равна:

 и её надо минимизировать.

Математическая модель двойственной задачи имеет вид:

, 





Приведем двойственную задачу к стандартному виду:

, 



.

Значения *y*4, *y*5, *y*6 показывают, насколько стоимость сырья всех трёх типов, затраченного на изготовление одной единицы продукции I-го, II-го и III-го видов соответственно больше, чем прибыль от соответствующей единицы продукции.

Решаем задачу 1 и задачу 2 в симплексной таблице 1.

*Таблица 1.*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *сj* | | 3 | 4 | 3 | 0 | 0 | 0 |  |  |
| *ci* | *x*j  *x*i |  |  |  |  |  |  |
| 0  0  0 |  | 2  2  2 | 2  3  1 | 1  4  0 | 1  0  0 | 0  1  0 | 0  0  1 | 700  1500  600 | 700:2=350 – min  1500:3=500  600:1=600 |
| Z | | -3 | -4 | -3 | 0 | 0 | 0 | 0 |  |
| 4  0  0 |  | 1  -1  1 | 1  0  0 | 1/2  5/2  -1/2 | 1/2  -3/2  -1/2 | 0  1  0 | 0  0  1 | 350  450  250 | 350:1/2=700  450:5/2=180 – min  ––– |
| Z | | 1 | 0 | -1 | 2 | 0 | 0 | 1400 |  |
| 4  3  0 |  | 6/5  -2/5  4/5 | 1  0  0 | 0  1  0 | 4/5  -3/5  -4/5 | -1/5  2/5  1/5 | 0  0  1 | 260  180  340 |  |
| Z | | 3/5 | 0 | 0 | 7/5 | 2/5 | 0 | 1580 |  |

*y*4\**y*5\* *y*6\* *y*1\* *y*2\* *y*3\*

Оптимальный план исходной задачи: ;.

Оптимальный план двойственной задачи:

;

*U*min=.

*Z*max=*U*min=1580.

 – изделия I вида выпускать не следует;

 следует выпускать 260 изделий II вида и 180 – III вида;

 сырье первого и второго типа будет использовано полностью;

 – остаются неиспользованными 340 кг. сырья III типа.

 оценки 1 кг. сырья I и II типа положительны, так как ресурсы используются полностью, эти ресурсы дефицитные.

 – сырье III типа имеется в избытке и 340 кг. неиспользованного сырья III типа вклада в прибыль не вносят; поэтому оценка 1 кг этого сырья равна нулю;

 – стоимость сырья всех 3-х типов, затраченных на изготовление единицы продукции 1 вида больше прибыли от реализации 1 единицы продукции на 3/5, поэтому продукцию I вида выпускать невыгодно.

 стоимость сырья всех 3-х типов, затраченного на производство 1 единицы продукции II-го и III-го видов, в точности равна прибыли от реализации единицы этой продукции, поэтому продукцию II-го и III-го видов выпускать выгодно.

 тыс. руб.

Суммарная прибыль от реализации всех выпущенных изделий в точности равна минимальной стоимости всего имеющегося сырья и составляет 1580 тыс. руб.

## Программирование и компьютерные технологии

### Компьютерная графика

1. С использованием библиотеки OpenGL написать программу, изображающую вращающийся куб. Скорость и направление вращения управляются с клавиатуры.

2. Написать программу вывода графика функции с помощью точек и с помощью отрезков. Показать систему координат.

### Базы данных

1. Спроектировать схему базы данных, хранящую информацию об оценках студентов. Схема должна содержать 4 таблицы: Students (студенты: фамилия, имя, отчество), Groups (группы: курс, название), Courses (дисциплины: название), Grades (оценки: значение оценки от 2 до 5 для пары предмет — студент).

Создать таблицы в СУБД и заполнить их произвольными данными (не менее 5 строк на таблицу).

Выполнить SQL-запросы, отвечающие на вопросы:

а) Сколько студентов в каждой из групп?

б) Какова средняя оценка каждого студента?

в) Сколько студентов имеют средний балл выше 4,5?

г) В какой группе минимальный средний балл студентов наибольший?

### Вычислительные системы и параллельная обработка данных

1. Написать программу, порождающую два процесса, Каждый из процессов должен находить часть суммы

где задаются через параметры командной строки. Процесс-родитель должен вывести общую сумму на экран. Межпроцессное взаимодействие организовать с помощью именованных каналов.

2. Написать программу (клиентскую и серверную часть), для отправки по сети произвольного файла.

### Системы программирования

1. Написать программу, находящую периметр треугольника по координатам его вершин. (Определить функцию для расчёта длины отрезка по координатам его концов.)

Разработать графический пользовательский интерфейс.

2. Даны числа Написать программу, выводящую все возможные числа $, которые можно получить из при помощи операций «прибавить » и «умножить на ». Операции можно применять произвольное число раз в произвольном порядке.

Для решения этой задачи можно использовать очередь, хранящую числа, требующие проверки, удовлетворяют ли они условию задачи. Числа, производные от проверяемого, также добавляются в очередь.

Например, если то программа должна вывести числа

Разработать графический пользовательский интерфейс.

3. Дан фрагмент текста, запрашиваемый у пользователя. Написать программу, заменяющую встречающиеся в тексте суммы пары чисел на результат суммирования. Например, строку вида «Сумма равна 12+4.» требуется заменить на «Сумма равна 16.».

### Технологии параллельного программирования

1. Написать программу для перемножения матриц. Распараллелить вычисления с помощью библиотеки OpenMP. Оценить прирост быстродействия от распараллеливания.

2. Для проверки, является ли число простым, можно воспользоваться тестом Ферма. Если для нескольких произвольных чисел не делящихся на , верно, что

то с определённой вероятностью число является простым. Чем больше количество , тем больше шансов, что — простое число. Если же хотя бы для одного условие нарушается, то — составное число.

Написать функцию возведения целого числа в произвольную степень по заданному модулю. Написать программу, выполняющую тест Ферма. Проверки распараллелить на несколько потоков. Оценить прирост быстродействия от распараллеливания.

### Объектно-ориентированный анализ и проектирование

1. Описать класс комплексных чисел Complex. Определить в нем:

* конструктор, принимающий действительную и мнимую часть;
* копирующий конструктор;
* методы Re и Im, возвращающие мнимую и действительную части;
* методы Abs и Arg, возвращающие модуль и аргумент числа;
* операции сложения, вычитания, умножения и деления (аргументы могут быть как комплексными, так и комплексным и действительным числами);
* метод ToString.

Предусмотреть возможные исключительные ситуации, если это необходимо.

Написать программу, использующую этот класс.

2. Описать интерфейс ISequence, соответствующий числовым последовательностям. Он должен содержать метод GetElement, возвращающий элемент последовательности по его номеру.

Описать классы ArithmeticProgression (арифметическая прогрессия) и GeometricProgression (геометрическая прогрессия), реализующие этот интерфейс. Параметры прогрессий (первый элемент и разность или знаменатель) должны задаваться при создании экземпляра.

Написать функцию Sum которая возвращают сумму указанного количества элементов последовательности начиная с первого.

Написать программу, использующую эту функцию.

### Компьютерные сети

1. Разработать веб-приложение для сокращения ссылок. Оно должно содержать форму добавления ссылки в базу, при этом ссылке ставится в соответствие короткий случайный идентификатор. При обращении по адресу, содержащему этот идентификатор, должно выполнятся перенаправление по сохранённому адресу, соответствующему ему.

### Верификация программ на моделях

1. Написать программу для записи целого числа прописью. Написать тесты с использованием какого-либо тестового фреймворка (например, NUnit для .NET или unittest для Python).

### Интеллектуальные системы

1. Дан стандартный набора данных «Ирисы Фишера» (sklearn.datasets.load\_iris()). Написать программу, выполняющую кластеризацию входных данных.

**2.** Написать программу, выполняющую регрессионный анализ стандартного набора данных «Diabetes» (sklearn.datasets.load\_diabetes()). Предусмотреть перекрёстную проверку.

3. Дан стандартный набора данных «Ирисы Фишера» (sklearn.datasets.load\_iris()). Написать программу, выполняющую классификацию входных данных. Предусмотреть перекрёстную проверку.

### Построение и анализ алгоритмов

1. Написать класс, реализующий бинарное дерево поиска. Реализовать различные алгоритмы обхода дерева.

2. Построить с помощью метода декомпозиции алгоритм, проверяющий, есть ли в массиве элемент, равный своему индексу.

3. С помощью индикаторной случайной величины оценить среднее время поиска элемента в неупорядоченном массиве.

4. С помощью рекурсивного анализа оценить время работы алгоритма сортировки слиянием.

# Перечень литературы для подготовки

## Математика

### Математический анализ

Кудрявцев Л. Д. Математический анализ. — М.: Высшая школа,1973. — Т. 1, 2.

Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Бл. Х. Математический анализ. — М.: Наука, 1979.

Кудрявцев Л. Д. Математический анализ. — М.: Высшая школа, 1973. — Т. 1, 2.

Зорич В. А. Математический анализ. — М.: Наука, т.1 — 1981, т.2 — 1984.

Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. — М.: Наука, 1969. Т. 1—3.

Запорожец Г. Н. Руководство к решению задач по математическому анализу. — М.: Высшая школа, 1966.

### Комплексный анализ

Морозова В. Д. Теория функций комплексного переменного. — М.: Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009.

Сидоров Ю. В., Шабунин М. И., Федорюк М. В. Лекции по теории функций комплексного переменного. — М.: Наука, 1976.

Хапланов М. Г. Теория функций комплексного переменного, (краткий курс), М.: Просвещение, 1965.

Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Функции комплексного переменного: задачи и примеры с подробными решениями. - М.:УРСС, 2003.

Волковысский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.

### Алгебра и аналитическая геометрия

Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. — М.: Физматлит, 2006.

Кострикин А., Манин Ю. Линейная алгебра и геометрия. — М.: Лань, 2008.

Ильин В. А., Позняк Э. Г. Линейная алгебра. — М.: Физматлит, 1999.

Курош А. Г. Курс высшей алгебры. — М., Наука, 1968.

### Дискретная математика

Оре О. Теория графов. — М.: Либроком, 2009.

Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов. — СПб.: Питер, 2009.

Аршинов М. Н., Садовский Л. Е. Коды и математика. — М.: Наука, 1983.

### Дифференциальные уравнения

Степанов В. В. Курс дифференциальных уравнений. — М.: ГИФМЛ, 1959.

Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения. — М.: Наука, 1969.

Виленкин Н.Я., Доброхотова М.А., Сафонов А.Н. Дифференциальные уравнения. — М.: Просвещение, 1984.

### Теория вероятностей

Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. — М.: Высшая школа, 1972.

Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М.: Мир, т. 1 —1964, т. 2 — 1967.

Венцтель Е. С. Теория вероятностей. — М.: Наука, 1969.

### Математическая статистика

Боровков А .А. Математическая статистика. — СПб.: Лань, 2010.

### Численные методы

Калиткин Н. Численные методы. — СПб.: БХВ, 2011.

Самарский А. А. Введение в численные методы. — М. Лань, 2009.

Рыжиков Ю. Вычислительные методы. — СПб.: БХВ, 2012.

### Методы оптимизации

### Математическая логика

Игошин В. И. Математическая логика и теория алгоритмов — М.: Академия, 2008.

Гладкий А. В. Введение в современную логику. — М.: МЦНМО, 2001.

### Исследование операций

## Программирование и компьютерные технологии

### Компьютерная графика

Баяковский Ю.М., Игнатенко А.В., Фролов А.И. Графическая библиотека OpenGL: Учеб.-метод. пособие. — М.: Ф-т ВМК МГУ им. М. В. Ломоносова, 2003.

Рост Р. Дж. OpenGL. Трехмерная графика и язык программирования шейдеров. — СПб.: Питер, 2005.

### Базы данных

Грабер М. Введение в SQL. — М. Лори, 2007.

Бьюли А. Изучаем SQL. — СПб.: Символ-Плюс, 2007.

### Вычислительные системы и параллельная обработка данных

Стивенс У. Р., Раго С. А. UNIX: Профессиональное программирование. — СПб.: Символ-Плюс, 2010.

Керниган Б. У., Пайк Р. Практика программирования. — М. Вильямс, 2015.

### Системы программирования

Албахари Дж., Албахари Б. C# 5.0. Справочник. Полное описание языка. — М.: Вильямс, 2013.

Шилдт Г. C# 4.0. Полное руководство. — М.: Вильямс, 2015.

Нейгел К. и др. C# 5.0 и платформа .NET 4.5 для профессионалов. — М. Вильямс, 2014.

### Технологии параллельного программирования

Антонов А. Технологии параллельного программирования MPI и OpenMP. — М.: Изд. МГУ, 2000.

Уильямс Э. Параллельное программирование на С++ в действии. Практика разработки многопоточных программ. — М.: ДМК-Пресс, 2012.

### Объектно-ориентированный анализ и проектирование

Фримен Э. и др. Паттерны проектирования. — СПб.: Питер, 2016.

Буч Г. Объектно-ориентированный анализ и проектирование с примерами приложений. — М.: Вильямс, 2010.

### Компьютерные сети

Хоган Б. HTML5 и CSS3. Веб-разработка по стандартам нового поколения. — СПб.: Питер, 2014.

Гринберг М. Разработка веб-приложений с использованием Flask на языке Python. — М.: ДМК-Пресс, 2014.

### Верификация программ на моделях

Ошероув Р. Искусство автономного тестирования с примерами на С#. — М.: ДМК-Пресс, 2014.

### Интеллектуальные системы

Флах П. Машинное обучение. Наука и искусство построения алгоритмов, которые извлекают знания из данных. — М.: ДМК-Пресс, 2015.

Коэльо Л. П., Ричард В. Построение систем машинного обучения на языке Python. — М.: ДМК-Пресс, 2016.

### Построение и анализ алгоритмов

Кормен Т. Х. и др. Алгоритмы. Построение и анализ. — М.: Вильямс, 2015.

Седжвик Р., Уэйн К. Алгоритмы на Java. — М.: Вильямс, 2015.