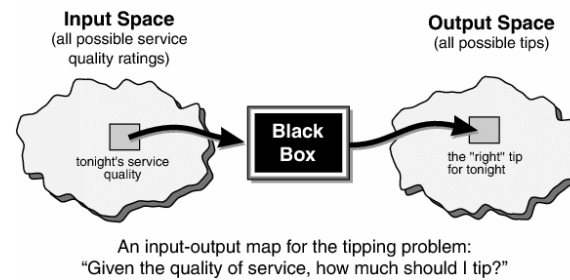


Logika Fuzzy

KECERDASAN BUATAN (Artificial Intelligence)

Materi 8

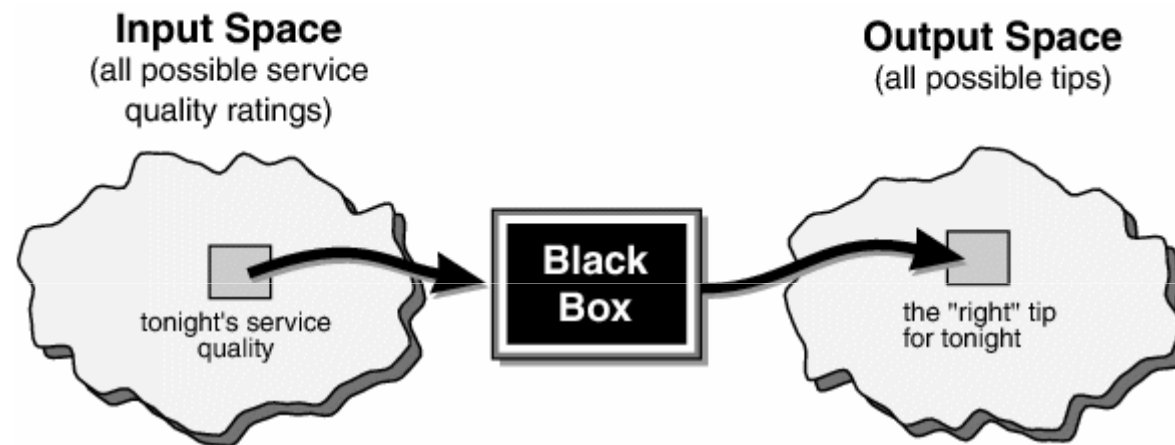


Entin Martiana

Kasus fuzzy dalam kehidupan sehari-hari

- Tinggi badan saya:
 - Andi menilai bahwa tinggi badan saya termasuk tinggi
 - Nina menilai bahwa tinggi badan saya termasuk sedang
- Manajer produksi bertanya pada manajer pergudangan berapa stok barang yang ada pada akhir minggu ini,
 - Kemudian manajer produksi akan menetapkan jumlah barang yang harus diproduksi esok hari.
- Pelayan restoran memberikan pelayanan kepada tamu,
 - Kemudian tamu akan memberikan tip yang sesuai atas baik tidaknya pelayanan yang diberikan
- Anda mengatakan pada saya seberapa sejuk ruangan yang anda inginkan,
 - Kemudian saya akan mengatur setting AC pada ruangan ini
- Ketika anda naik taksi, anda berkata pada taksi meminta seberapa cepat yang anda inginkan,
 - Kemudian sopir taksi akan mengatur pijakan gas taksinya.

Black box Logika Fuzzy



An input-output map for the tipping problem:
"Given the quality of service, how much should I tip?"

Konsep Dasar

- Logika fuzzy bukanlah **logika yang tidak jelas (kabur)**,
 - tetapi logika yang digunakan untuk **menggambarkan ketidakjelasan**.
- Logika fuzzy adalah teori himpunan fuzzy
 - Himpunan yang mengkalibrasi ketidakjelasan.
 - Logika fuzzy didasarkan pada gagasan bahwa segala sesuatu mempunyai nilai derajat.
- Logika Fuzzy merupakan peningkatan dari logika Boolean yang mengenalkan konsep **kebenaran sebagian**.
 - Logika klasik (**Crisp Logic**) menyatakan bahwa segala hal dapat diekspresikan dalam istilah binary (0 atau 1, hitam atau putih, **ya atau tidak**) → Tidak ada nilai di antaranya
 - Logika fuzzy menggantikan kebenaran boolean dengan tingkat **kebenaran** → Ada nilai diantara hitam dan putih (abu-abu).

Logika Fuzzy

- Alasan penggunaan:
 - Mudah dimengerti, konsep matematisnya sederhana
 - Sangat Fleksibel
 - Memiliki toleransi terhadap data-data yang tidak tepat (kabur)
 - Mampu memodelkan fungsi-fungsi non-linear yang sangat kompleks.
 - Dapat menerapkan pengalaman pakar secara langsung tanpa proses pelatihan.
 - Dapat bekerjasama dengan teknik-teknik kendali secara konvensional.
 - Didasarkan pada bahasa alami
- Fuzzy \neq Probabilitas:
 - Probabilitas berkaitan dengan ketidakmenentuan dan kemungkinan
 - Logika Fuzzy berkaitan dengan ambiguitas dan ketidakjelasan

Fuzzy vs Probabilitas

- Fuzzy \neq Probabilitas
- - Probabilitas berkaitan dengan ketidakmenentuan dan kemungkinan
- - Logika Fuzzy berkaitan dengan ambiguitas dan ketidakjelasan
- Contoh 1:
Billy memiliki 10 jari kaki. Probabilitas Billy memiliki 9 jari kaki adalah 0. Keanggotaan Fuzzy Billy pada himpunan orang dengan 9 jari kaki \neq 0
- Contoh 2:
 - Probabilitas botol 1 berisi air beracun adalah 0.5 dan 0.5 untuk isi air murni {mungkin air tersebut tidak beracun}
 - Isi botol 2 memiliki nilai keanggotaan 0.5 pada himpunan air berisi racun {air pasti beracun}

Aplikasi Logika Fuzzy

- Tahun 1990, mesin cuci otomatis di Jepang menggunakan logika fuzzy.
 - Menggunakan sensor untuk mendeteksi kotoran pada pakaian.
 - Inputnya: tingkat kekotoran, jenis kotoran dan banyaknya cucian.
 - Outputnya: menentukan putaran putaran yang tepat secara otomatis.
- Transmisi otomatis mobil.
 - Mampu menghemat bensin 12-17%
- Dunia kedokteran dan biologi
 - Diagnosis penyakit pasien, penelitian kanker, dsb.
- Manajemen pengambilan keputusan
 - Manajemen basis data untuk query data
 - Tata letak pabrik yang maksimal
 - Penentuan jumlah produksi berdasarkan jumlah stok dan permintaan.
- Klasifikasi dan pencocokan pola.
- Mengukur kualitas air, peramalan cuaca, dsb.

Himpunan Crisp (tegas)

- Nilai keanggotaan suatu item x dalam suatu himpunan A , ditulis $\mu_A[x]$, memiliki 2 kemungkinan:
 - Satu (1): berarti bahwa suatu item menjadi anggota dalam suatu himpunan, dan
 - Nol (0): berarti bahwa suatu item tidak menjadi anggota dalam suatu himpunan.
- Contoh:
 - $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ adalah semesta pembicaraan
 - $A = \{1, 2, 3\}$
 - $B = \{3, 4, 5\}$

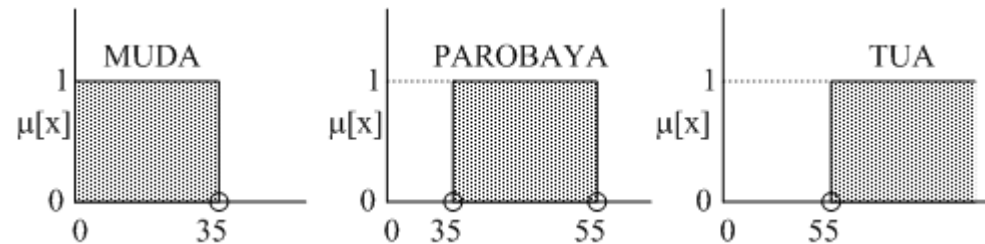
Bisa dikatakan bahwa:

- Nilai keanggotaan 2 pada himpunan A , $\mu_A[2]=1$, karena $2 \in A$
- Nilai keanggotaan 3 pada himpunan A , $\mu_A[3]=1$, karena $3 \in A$
- Nilai keanggotaan 4 pada himpunan A , $\mu_A[4]=0$, karena $4 \notin A$
- Nilai keanggotaan 2 pada himpunan B , $\mu_B[2]=0$, karena $2 \notin B$
- Nilai keanggotaan 3 pada himpunan B , $\mu_B[3]=1$, karena $3 \in B$

Himpunan Crisp (tegas) – Cont'd

- Misal variable umur dibagi menjadi 3 katagori :

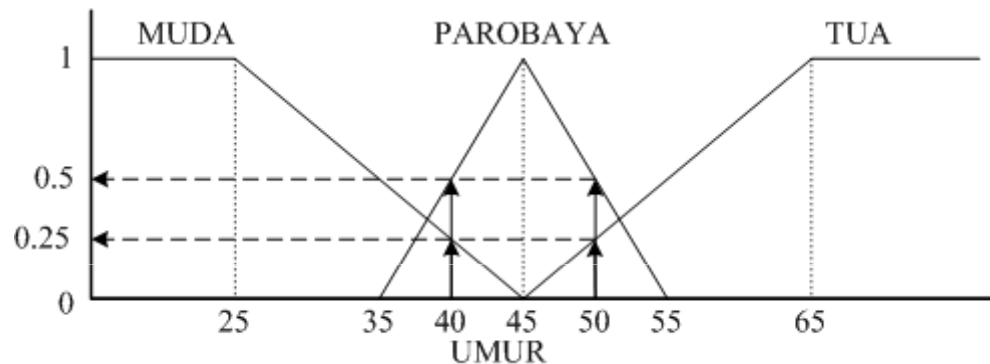
- MUDA umur < 35 tahun
- PAROBAYA 35 ≤ umur ≤ 55 tahun
- TUA umur > 55 tahun



- Apabila seseorang berusia 34 tahun, maka ia dikatakan MUDA, $\mu_{\text{MUDA}}[34]=1$
- Apabila seseorang berusia 35 tahun, maka ia dikatakan TIDAK MUDA, $\mu_{\text{MUDA}}[35]=0$
- Apabila seseorang berusia 35 tahun, maka ia dikatakan PAROBAYA, $\mu_{\text{PAROBAYA}}[35]=1$
- Apabila seseorang berusia 35 tahun kurang 1 hari, maka ia dikatakan TIDAK PAROBAYA, $\mu_{\text{PAROBAYA}}[35-1]=0$
- Apabila seseorang berusia 55 tahun, maka ia dikatakan TIDAK TUA, $\mu_{\text{TUA}}[55]=0$
- Apabila seseorang berusia 55 tahun lebih ½ hari, maka ia dikatakan TUA, $\mu_{\text{TUA}}[55+0.5]=1$
- Tidak adil bukan ?

Himpunan Fuzzy

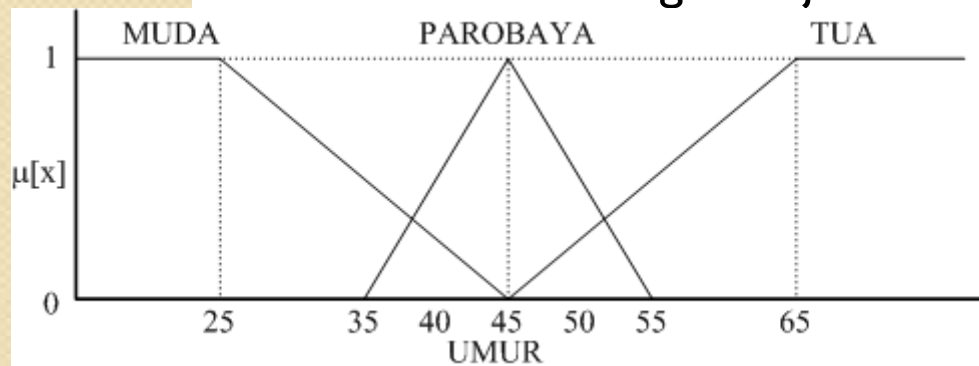
- Digunakan untuk mengantisipasi dimana seseorang dapat masuk dalam 2 himpunan yang berbeda.
 - Misal, MUDA dan PAROBAYA, atau PAROBAYA dan TUA.



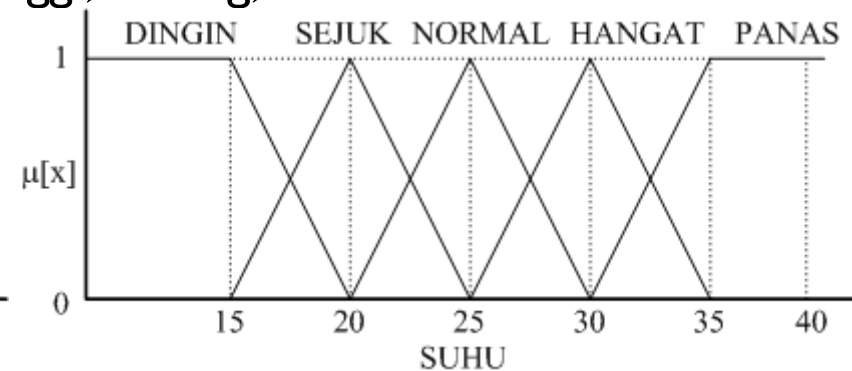
- Contoh (dari gambar):
 - Seseorang yang berusia 40 tahun, masuk dalam himpunan MUDA dengan $\mu_{\text{MUDA}}[40] = 0.25$; Tapi juga masuk dalam himpunan PAROBAYA dengan $\mu_{\text{PAROBAYA}}[40] = 0.5$
 - Seseorang yang berusia 50 tahun, masuk dalam himpunan PAROBAYA dengan $\mu_{\text{PAROBAYA}}[50] = 0.5$; Tapi juga masuk dalam himpunan TUA dengan $\mu_{\text{TUA}}[50] = 0.25$
- Jangkauan nilai keanggotaan setiap item data dalam rentang 0 dan 1:
 - Jika suatu item x mempunyai **nilai keanggotaan fuzzy** $\mu_A[x] = 0$ maka item tersebut **tidak menjadi anggota** himpunan A
 - Jika suatu item x mempunyai **nilai keanggotaan fuzzy** $\mu_A[x] = 1$ maka item tersebut **menjadi anggota penuh** himpunan A

Himpunan Fuzzy – Cont'd

- Variabel Fuzzy
 - Fitur yang dijadikan **basis dalam suatu sistem penalaran fuzzy**.
 - Contoh : umur, suhu, berat badan, tinggi badan, dsb
 - Himpunan Fuzzy
 - Himpunan fuzzy yang mewakili suatu **kondisi** pada suatu variabel fuzzy.
- Contoh :
- Variabel umur terbagi menjadi 3 himpunan fuzzy: muda, parobaya, tua
 - Variabel suhu terbagi 3 menjadi himpunan fuzzy: panas, hangat, dingin.
 - Variabel nilai terbagi menjadi 3 : tinggi, sedang, rendah



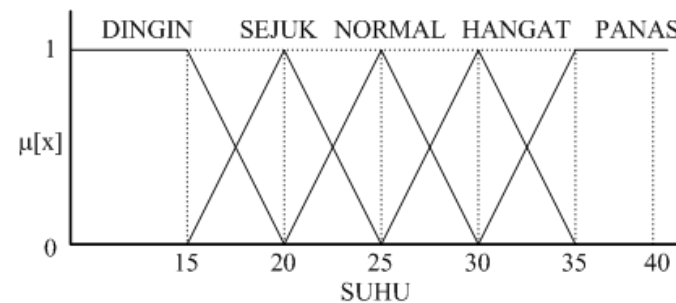
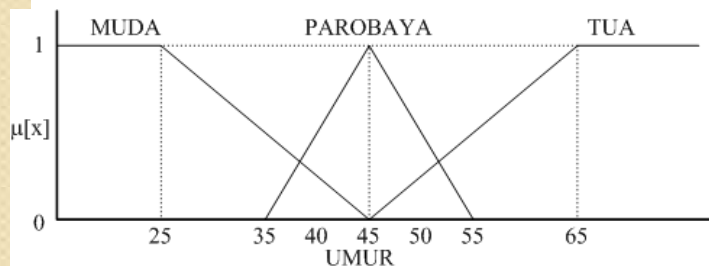
Himpunan Fuzzy variabel UMUR



Himpunan Fuzzy variabel SUHU

Himpunan Fuzzy – Cont'd

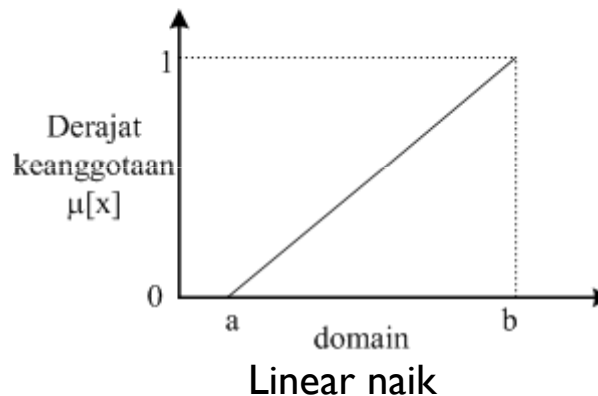
- Himpunan fuzzy memiliki 2 atribut, yaitu :
 - Linguistik**, yaitu penamaan suatu group yang mewakili suatu kondisi, misalnya: MUDA, PAROBAYA, TUA
 - Numeris**, yaitu ukuran dari suatu variabel seperti : 30,40, 55, 65, dst
- Himpunan Semesta
 - Adalah keseluruhan nilai yang boleh dioperasikan dalam suatu variabel fuzzy.
 - Contoh:
 - Semesta untuk variabel umur : $[0, \infty]$
 - Semesta untuk variabel berat badan : $[1, 150]$
 - Semesta untuk variabel suhu : $[0, 100]$.



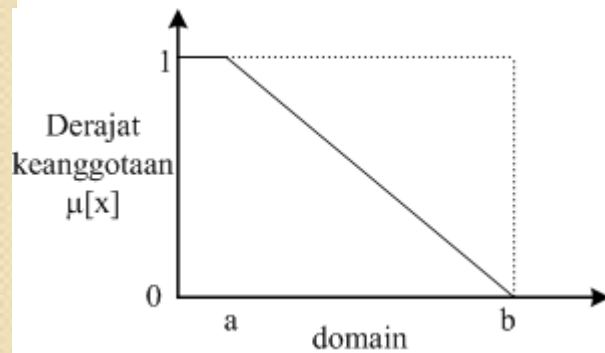
- Domain himpunan fuzzy adalah keseluruhan nilai yang boleh dioperasikan dalam suatu himpunan fuzzy.
 - Contoh:
 - MUDA = $[0, 45]$, PAROBAYA = $[35, 55]$, TUA = $[45, \infty]$
 - DINGIN = $[0, 20]$, SEJUK = $[15, 25]$, NORMAL = $[20, 30]$, HANGAT = $[25, 35]$, PANAS = $[30, 40]$

Fungsi Keanggotaan

- Fungsi Keanggotaan (*Membership Function*) adalah suatu kurva yang menunjukkan **pemetaan titik-titik input data** (sumbu x) **kepada nilai keanggotaannya** (sering juga disebut derajat keanggotaan) yang mempunyai **interval mulai 0 sampai 1**.
- Menggunakan pendekatan fungsi:
 - Linear naik
 - Linear turun
 - Kurva segitiga
 - Kurva trapesium
 - Kurva Sigmoid
 - Kurva Phi
 - Kurva Beta
 - Kurva Gauss
- Fungsi Linear naik dan Linear turun
 - Berupa suatu garis lurus.
 - Untuk Linear naik: dimulai dari derajat 0 bergerak kekanan menuju ke nilai domain yang mempunyai derajat keanggotaan lebih tinggi.
 - Untuk Linear naik: dimulai dari derajat 1 pada sisi kiri bergerak kekanan menuju ke nilai domain yang mempunyai derajat keanggotaan lebih rendah.



$$\mu[x] = \begin{cases} 0 & , x < a \\ (x - a) / (b - a) & , a \leq x \leq b \\ 1 & , x > b \end{cases}$$

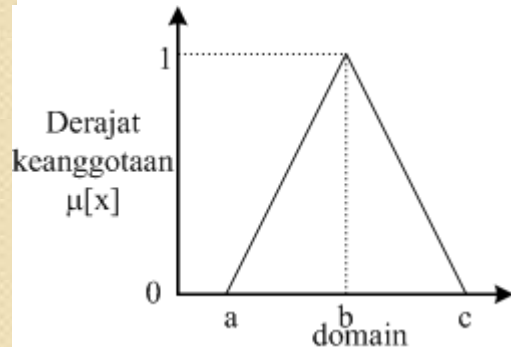


$$\mu[x] = \begin{cases} 1 & , x < a \\ (b-x)/(b-a) & , a \leq x \leq b \\ 0 & , x > b \end{cases}$$

Linear turun

Fungsi Kurva segitiga

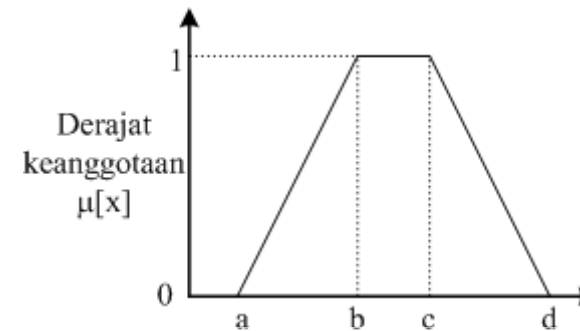
Merupakan gabungan garis linear naik dan turun



$$\mu[x] = \begin{cases} 0 & , x < a \text{ atau } x > c \\ (b-x)/(b-a) & , a \leq x \leq b \\ (c-x)/(c-b) & , b \leq x \leq c \end{cases}$$

Fungsi Kurva trapesium

Pada dasarnya adalah kurva segitiga, hanya saja ada beberapa titik ditengah yang mempunyai nilai keanggotaan 1

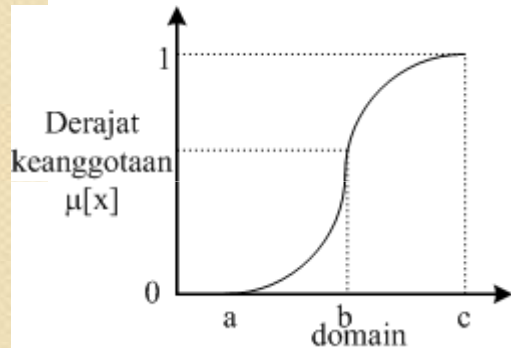


$$\mu[x] = \begin{cases} 0 & , x < a \text{ atau } x > d \\ (x-a)/(b-a) & , a \leq x \leq b \\ 1 & , b \leq x \leq c \\ (d-x)/(d-c) & , c \leq x \leq d \end{cases}$$

Fungsi Kurva sigmoid

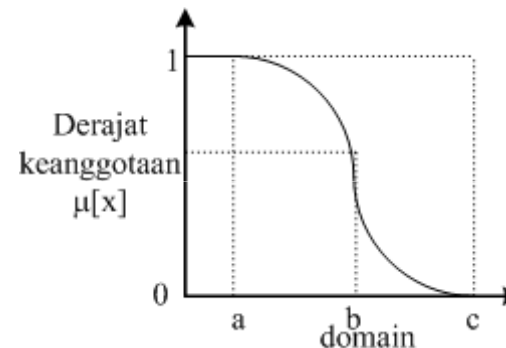
Digunakan untuk merepresentasikan kenaikan dan penurunan secara tidak linear

- Untuk kurva sigmoid pertumbuhan bergerak dari sisi kiri (nilai keanggotaan=0) ke sisi kanan (nilai keanggotaan=1)
- Untuk kurva sigmoid penyusutan bergerak dari sisi kiri (nilai keanggotaan=1) ke sisi kanan (nilai keanggotaan=0)



$$\mu[x] = \begin{cases} 0 & , x < a \\ 2((x-a)/(c-a))^2 & , a \leq x \leq b \\ 1 - 2((c-x)/(c-a))^2 & , b \leq x \leq c \\ 1 & , x > c \end{cases}$$

Kurva sigmoid pertumbuhan

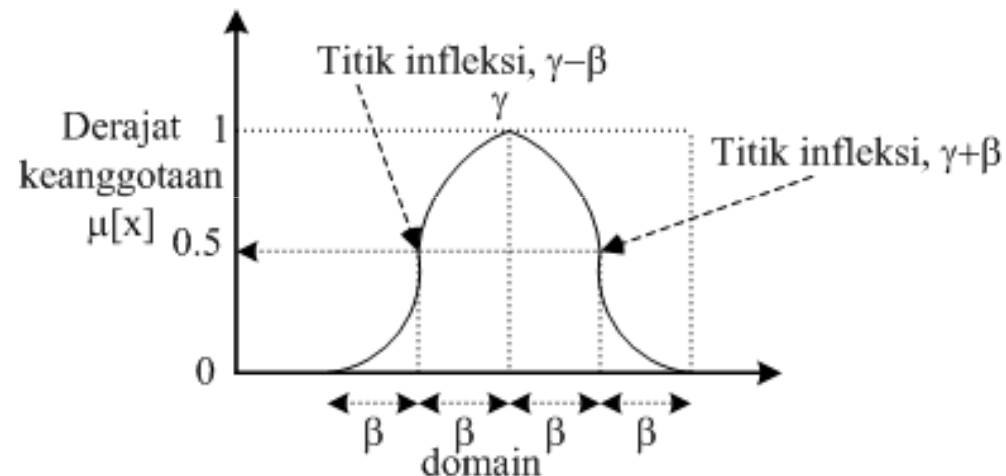


$$\mu[x] = \begin{cases} 1 & , x < a \\ 1 - 2((x-a)/(c-a))^2 & , a \leq x \leq b \\ 2((c-x)/(c-a))^2 & , b \leq x \leq c \\ 0 & , x > c \end{cases}$$

Kurva sigmoid penyusutan

Fungsi Kurva Beta

- Bentuknya lonceng (sama dengan Phi dan Gauss), tetapi lebih rapat.
- Menggunakan 2 parameter: γ untuk titik puncak lonceng, dan β untuk separuh dari separuh bagian lonceng.
- Titik infleksi memberikan nilai keanggotaan = 0.5.
- Jika β sangat besar, maka nilai keanggotaannya bisa menjadi nol.



$$B(x; \gamma, \beta) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x - \gamma}{\beta} \right)^2}$$

Operasi Himpunan Fuzzy

- Seperti pada himpunan konvensional, ada operasi himpunan juga pada himpunan fuzzy
 - Hasil operasi 2 himpunan disebut juga **fire strenght** atau **α -predikat**.
- Ada 3 operator:
 - AND (**interseksilirisan**), dan OR (**union/gabungan**), NOT (**komplemen**)
- Operator AND
 - Berhubungan dengan operasi **irisan** himpunan,
 - Diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan **terkecil** antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan.
 - Misal: operasi AND nilai keanggotaan himpunan fuzzy A dan B, $\mu_{A \cap B} = \min(\mu_A[x], \mu_A[y])$
- Operator OR
 - Berhubungan dengan operasi **union/gabungan** himpunan,
 - Diperoleh dengan mengambil nilai keanggotaan **terbesar** antar elemen pada himpunan-himpunan yang bersangkutan.
 - Misal: operasi OR nilai keanggotaan himpunan fuzzy A dan B, $\mu_{A \cup B} = \max(\mu_A[x], \mu_A[y])$
- Operator NOT
 - Berhubungan operasi komplemen pada himpunan.
 - Misal, operasi NOT pada nilai keanggotaan $\mu_A[x]$ menjadi: $\mu_A[x]^c = 1 - \mu_A[x]$

Istilah-Istilah

- **Fuzzification:** definisi dari himpunan fuzzy dan penentuan derajat keanggotaan dari *crisp input* pada sebuah himpunan fuzzy
- **Inferensi:** evaluasi kaidah/aturan/rule fuzzy  untuk menghasilkan output dari tiap rule
- **Composisi:** agregasi atau kombinasi dari keluaran semua rule
- **Defuzzification:** perhitungan *crisp output*

Sistem Inferensi Fuzzy



METODE TSUKAMOTO

Sistem Inferensi Fuzzy

Metode Tsukamoto

- Pertama kali diperkenalkan oleh Tsukamoto.
- Setiap konsekuen (kesimpulan) pada setiap aturan IF-THEN harus direpresentasikan dengan suatu ***himpunan fuzzy dengan fungsi keanggotaan monoton***.
- Hasilnya, output hasil inferensi dari setiap aturan diberikan ***secara tegas (crisp) berdasarkan α -predikat***, kemudian menghitung ***rata-rata terbobot***.

Metode Sugeno

Metode Mamdani

Contoh: metode Tsukamoto

- Sebuah perusahaan makanan kaleng akan memproduksi makanan jenis ABC. Dari data 1 bulan terakhir, permintaan terbesar hingga mencapai 5000 kemasan/hari, dan permintaan terkecil sampai 1000 kemasan/hari. Persediaan barang digudang paling banyak sampai 600 kemasan/hari, dan paling sedikit sampai 100 kemasan/hari. Dengan segala keterbatasannya, sampai saat ini, perusahaan baru mampu memproduksi barang maksimal 7000 kemasan/hari, serta demi efisiensi mesin dan SDM tiap hari diharapkan perusahaan memproduksi paling tidak 2000 kemasan.
- Apabila proses produksi perusahaan tersebut menggunakan 4 aturan sebagai berikut:
- **Rule 1**
 - IF permintaan TURUN and persediaan BANYAK THEN produksi barang BERKURANG
- **Rule 2**
 - IF permintaan TURUN and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang BERKURANG
- **Rule 3**
 - IF permintaan NAIK and persediaan BANYAK THEN produksi barang BERTAMBAH
- **Rule 4**
 - IF permintaan NAIK and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang BERTAMBAH
- Berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi, jika jumlah permintaan sebanyak 4000 kemasan, dan persediaan di gudang masih 300 kemasan ? (***Gunakan fungsi keanggotaan LINEAR***)

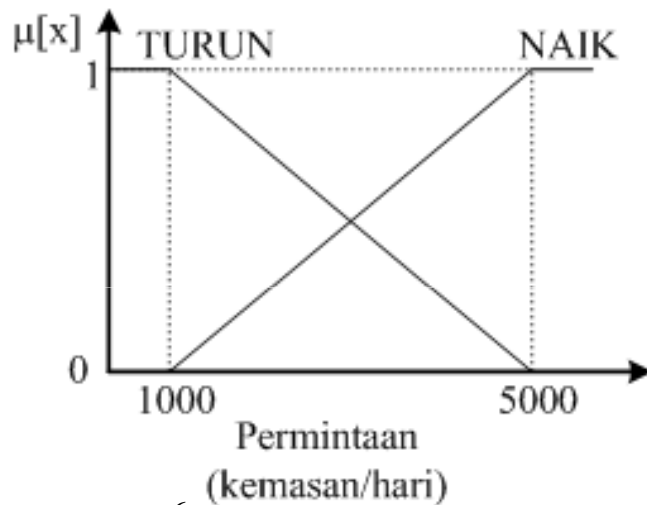
Ada 3 variabel yang digunakan: PERMINTAAN, PERSEDIAAN, dan PRODUKSI

PERMINTAAN: 1000 – 5000, $x = 4000$

PERSEDIAAN: 100 - 600, $y = 300$

PRODUKSI: 2000 – 7000, $z = ?$

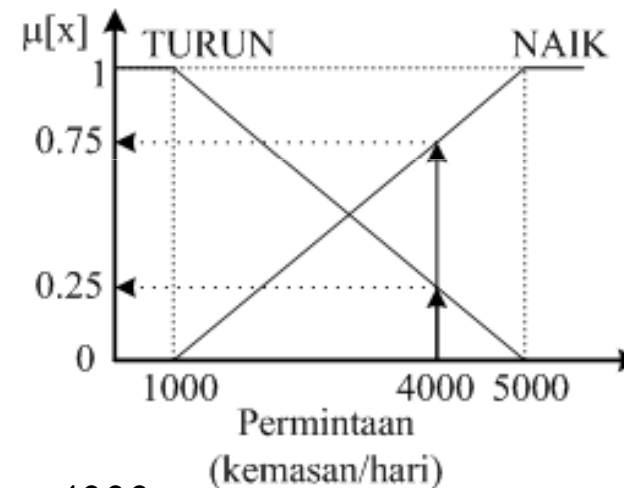
PERMINTAAN, terdiri dari 2 himpunan fuzzy: TURUN dan NAIK



$$\mu_{pmtTURUN}[x] = \begin{cases} 1 & , x < 1000 \\ \frac{5000 - x}{4000} & , 1000 \leq x \leq 5000 \\ 0 & , x > 5000 \end{cases}$$

$$\mu_{pmtNAIK}[x] = \begin{cases} 0 & , x < 1000 \\ \frac{x - 1000}{4000} & , 1000 \leq x \leq 5000 \\ 1 & , x > 5000 \end{cases}$$

Nilai keanggotaan untuk nilai **PERMINTAAN = 4000**

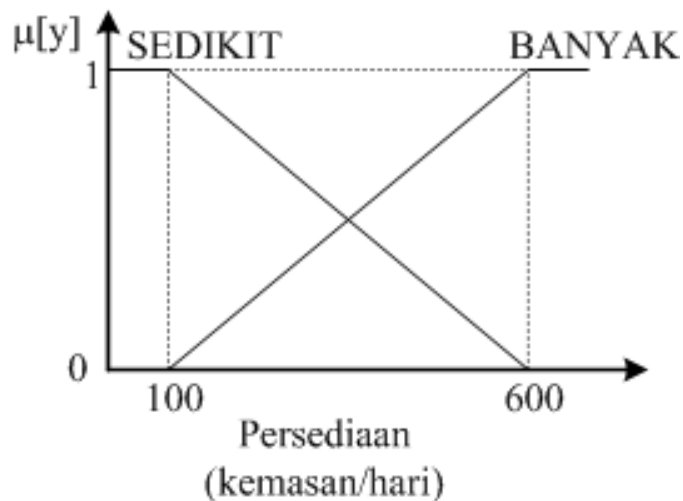


$x = 4000$

$$\mu_{pmtTURUN}[4000] = (5000 - 4000) / 4000 = 0.25$$

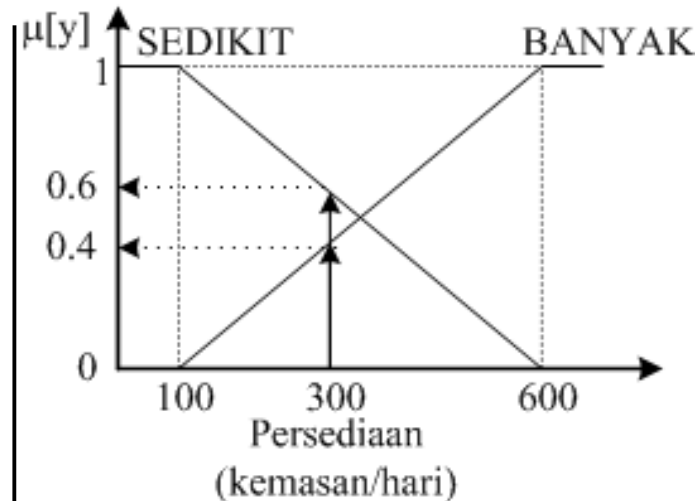
$$\mu_{pmtNAIK}[4000] = (4000 - 1000) / 4000 = 0.75$$

PERSEDIAAN, terdiri dari 2 himpunan fuzzy: SEDIKIT dan BANYAK



$$\mu_{psdSEDIKIT}[y] = \begin{cases} 1 & , y < 100 \\ \frac{600 - y}{500} & , 100 \leq y \leq 600 \\ 0 & , y > 600 \end{cases}$$

$$\mu_{psdBANYAK}[y] = \begin{cases} 0 & , y < 100 \\ \frac{y - 100}{500} & , 100 \leq y \leq 600 \\ 1 & , y > 600 \end{cases}$$

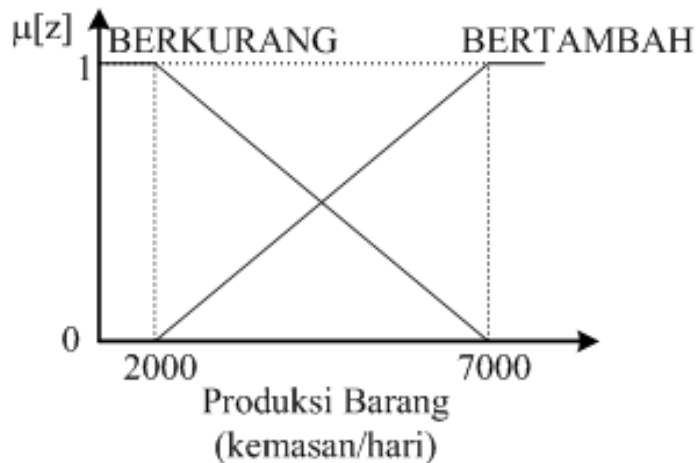


$$y = 300$$

$$\mu_{psdSEDIKIT}[300] = (600 - 300) / 500 = 0.6$$

$$\mu_{psdBANYAK}[300] = (300 - 100) / 500 = 0.4$$

PRODUKSI, terdiri dari 2 himpunan fuzzy: BERKURANG dan BERTAMBAH



$$\mu_{prdBERKURANG}[z] = \begin{cases} 1 & , z < 2000 \\ \frac{7000 - z}{5000} & , 2000 \leq z \leq 7000 \\ 0 & , z > 7000 \end{cases}$$

$$\mu_{psdBERTAMBAH}[z] = \begin{cases} 0 & , z < 2000 \\ \frac{z - 2000}{5000} & , 2000 \leq z \leq 7000 \\ 1 & , z > 7000 \end{cases}$$

$$\mu_{pmtTURUN} = 0.25$$

$$\mu_{pmtNAIK} = 0.75$$

$$\mu_{pmtSEDIKIT} = 0.6$$

$$\mu_{pmtBANYAK} = 0.4$$

Nilai α -predikat dan Z dari setiap aturan

Rule 1

$$\begin{aligned} \alpha\text{-predikat}_1 &= \mu_{pmtTURUN} \cap \mu_{psdBANYAK} \\ &= \min(\mu_{pmtTURUN}[4000] \cap \\ &\quad \mu_{psdBANYAK}[300]) \\ &= \min(0.25; 0.4) \\ &= 0.25 \end{aligned}$$

Dari himpunan produksi barang

BERKURANG,

$$(7000 - z)/5000 = 0.25 \rightarrow z_1 = 5750$$

Rule 2

$$\begin{aligned} \alpha\text{-predikat}_2 &= \mu_{pmtTURUN} \cap \mu_{psdSEDIKIT} \\ &= \min(\mu_{pmtTURUN}[4000] \cap \\ &\quad \mu_{psdSEDIKIT}[300]) \\ &= \min(0.25; 0.6) \\ &= 0.25 \end{aligned}$$

Dari himpunan produksi barang

BERKURANG,

$$(7000 - z)/5000 = 0.25 \rightarrow z_2 = 5750$$

Nilai α -predikat dan Z dari setiap aturan

Rule 3

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_3 &= \mu_{\text{pmtNAIK}} \cap \mu_{\text{psdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000] \cap \\ &\quad \mu_{\text{psdBANYAK}}[300])\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \min(0.75; 0.4) \\ &= 0.4\end{aligned}$$

Dari himpunan produksi barang

BERTAMBAH,

$$(z-2000)/5000 = 0.4 \rightarrow z_3 = 4000$$

Rule 4

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_4 &= \mu_{\text{pmtNAIK}} \cap \mu_{\text{psdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000] \cap \\ &\quad \mu_{\text{psdBANYAK}}[300])\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&= \min(0.75; 0.6) \\ &= 0.6\end{aligned}$$

Dari himpunan produksi barang

BERTAMBAH,

$$(z-2000)/5000 = 0.6 \rightarrow z_4 = 5000$$

Menghitung z akhir dengan merata-rata semua z berbobot:

$$z = \frac{\alpha pred_1 * z_1 + \alpha pred_2 * z_2 + \alpha pred_3 * z_3 + \alpha pred_4 * z_4}{\alpha pred_1 + \alpha pred_2 + \alpha pred_3 + \alpha pred_4}$$

$$z = \frac{0.25 * 5750 + 0.25 * 5750 + 0.4 * 4000 + 0.6 * 5000}{0.25 + 0.25 + 0.4 + 0.6} = \frac{7457}{1.5} = 4983$$

Jadi, jumlah makanan jenis ABC yang harus diproduksi sebanyak **4983 kemasan**.



Kasus 1

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 2500**, **PERSEDIAAN = 500**, berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

Kasus 2

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 4500**, **PERSEDIAAN = 150**, berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

Kasus 3

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 5000**, **PERSEDIAAN = 75**, berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

Gunakan metode TSUKAMOTO

Sistem Inferensi Fuzzy



METODE SUGENO

Sistem Inferensi Fuzzy

Metode Tsukamoto

Metode Sugeno

- Diperkenalkan oleh Takagi-Sugeno-Kang, tahun 1985.
- Bagian output (konsekuen) sistem tidak berupa himpunan fuzzy, melainkan **konstanta** (orde nol) atau **persamaan linear** (orde satu).
- Model Sugeno Orde Nol
 - IF $(x_1 \text{ is } A_1) \bullet (x_2 \text{ is } A_2) \bullet \dots \bullet (x_n \text{ is } A_n)$ THEN $z=k$
- Model Sugeno Orde Satu
 - IF $(x_1 \text{ is } A_1) \bullet (x_2 \text{ is } A_2) \bullet \dots \bullet (x_n \text{ is } A_n)$ THEN $z= p_1 * x_1 + \dots + p_2 * x_2 + q$

Metode Mamdani

Contoh: metode Sugeno

- Sebuah perusahaan makanan kaleng akan memproduksi makanan jenis ABC. Dari data 1 bulan terakhir, permintaan terbesar hingga mencapai 5000 kemasan/hari, dan permintaan terkecil sampai 1000 kemasan/hari. Persediaan barang digudang paling banyak sampai 600 kemasan/hari, dan paling sedikit sampai 100 kemasan/hari. Dengan segala keterbatasannya, sampai saat ini, perusahaan baru mampu memproduksi barang maksimal 7000 kemasan/hari, serta demi efisiensi mesin dan SDM tiap hari diharapkan perusahaan memproduksi paling tidak 2000 kemasan.
- Apabila proses produksi perusahaan tersebut menggunakan 4 aturan sebagai berikut:
- **Rule 1**
 - IF permintaan TURUN and persediaan BANYAK THEN produksi barang = **permintaan - persediaan**
- **Rule 2**
 - IF permintaan TURUN and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang = **permintaan**
- **Rule 3**
 - IF permintaan NAIK and persediaan BANYAK THEN produksi barang = **permintaan**
- **Rule 4**
 - IF permintaan NAIK and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang = **$1.25 * \text{permintaan} - \text{persediaan}$**
- Berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi, jika jumlah permintaan sebanyak 4000 kemasan, dan persediaan di gudang masih 300 kemasan ? (**Gunakan fungsi keanggotaan LINEAR**)

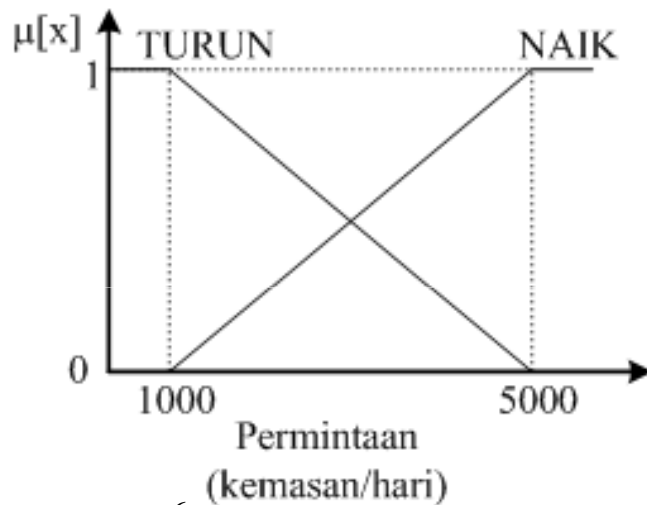
Ada 3 variabel yang digunakan: PERMINTAAN, PERSEDIAAN, dan PRODUKSI

PERMINTAAN: 1000 – 5000, $x = 4000$

PERSEDIAAN: 100 - 600, $y = 300$

PRODUKSI: 2000 – 7000, $z = ?$

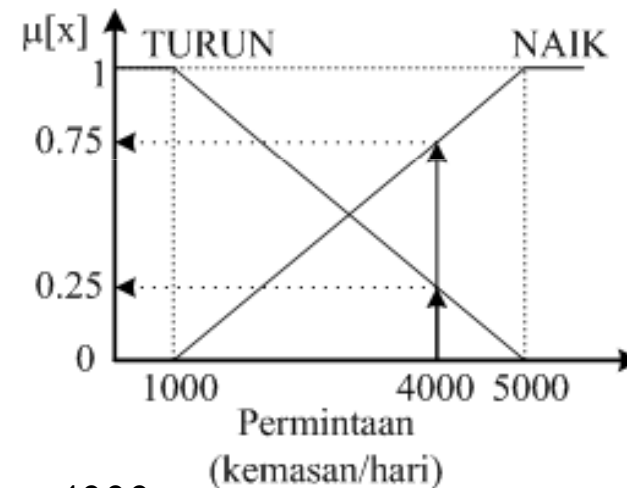
PERMINTAAN, terdiri dari 2 himpunan fuzzy: TURUN dan NAIK



$$\mu_{pmtTURUN}[x] = \begin{cases} 1 & , x < 1000 \\ \frac{5000 - x}{4000} & , 1000 \leq x \leq 5000 \\ 0 & , x > 5000 \end{cases}$$

$$\mu_{pmtNAIK}[x] = \begin{cases} 0 & , x < 1000 \\ \frac{x - 1000}{4000} & , 1000 \leq x \leq 5000 \\ 1 & , x > 5000 \end{cases}$$

Nilai keanggotaan untuk nilai **PERMINTAAN = 4000**

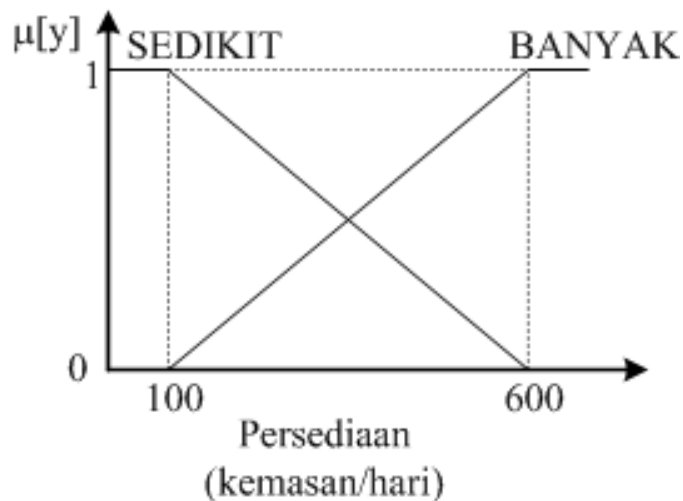


$x = 4000$

$$\mu_{pmtTURUN}[4000] = (5000 - 4000) / 4000 = 0.25$$

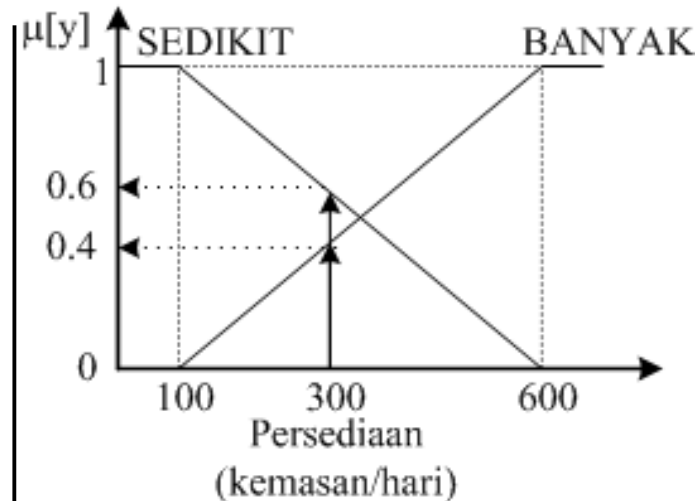
$$\mu_{pmtNAIK}[4000] = (4000 - 1000) / 4000 = 0.75$$

PERSEDIAAN, terdiri dari 2 himpunan fuzzy: SEDIKIT dan BANYAK



$$\mu_{psdSEDIKIT}[y] = \begin{cases} 1 & , y < 100 \\ \frac{600 - y}{500} & , 100 \leq y \leq 600 \\ 0 & , y > 600 \end{cases}$$

$$\mu_{psdBANYAK}[y] = \begin{cases} 0 & , y < 100 \\ \frac{y - 100}{500} & , 100 \leq y \leq 600 \\ 1 & , y > 600 \end{cases}$$



$$y = 300$$

$$\mu_{psdSEDIKIT}[300] = (600 - 300) / 500 = 0.6$$

$$\mu_{psdBANYAK}[300] = (300 - 100) / 500 = 0.4$$

PRODUKSI, tidak mempunyai himpunan fuzzy.

Nilai permintaan = 4000 Jumlah persediaan = 300

Nilai α -predikat dan Z dari setiap aturan

Rule 1

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_1 &= \mu_{\text{pmtTURUN}} \cap \mu_{\text{psdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtTURUN}}[4000] \cap \\ &\quad \mu_{\text{psdBANYAK}}[300]) \\ &= \min(0.25; 0.4) \\ &= 0.25\end{aligned}$$

Dari bagian konsekuen Rule 1

$$\begin{aligned}z_1 &= \text{permintaan} - \text{persediaan} \\ &= 4000 - 300 = \mathbf{3700}\end{aligned}$$

Rule 2

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_2 &= \mu_{\text{pmtTURUN}} \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtTURUN}}[4000] \cap \\ &\quad \mu_{\text{psdSEDIKIT}}[300]) \\ &= \min(0.25; 0.6) \\ &= 0.25\end{aligned}$$

Dari bagian konsekuen Rule 2

$$\begin{aligned}z_2 &= \text{permintaan} \\ &= \mathbf{4000}\end{aligned}$$

Rule 3

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_3 &= \mu_{\text{pmtNAIK}} \cap \mu_{\text{psdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000] \cap \\ &\quad \mu_{\text{psdBANYAK}}[300]) \\ &= \min(0.75; 0.4) \\ &= 0.4\end{aligned}$$

Dari bagian konsekuen Rule 3

$$\begin{aligned}z_3 &= \text{permintaan} \\ &= \mathbf{4000}\end{aligned}$$

Rule 4

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_4 &= \mu_{\text{pmtNAIK}} \cap \mu_{\text{psdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000] \cap \\ &\quad \mu_{\text{psdBANYAK}}[300]) \\ &= \min(0.75; 0.6) \\ &= 0.6\end{aligned}$$

Dari bagian konsekuen Rule 2

$$\begin{aligned}z_2 &= 1.25 * \text{permintaan} - \text{persediaan} \\ &= 1.25 * 4000 - 300 = \mathbf{4700}\end{aligned}$$

Menghitung z akhir dengan merata-rata semua z berbobot:

$$\begin{aligned}z &= \frac{\alpha\text{pred}_1 * z_1 + \alpha\text{pred}_2 * z_2 + \alpha\text{pred}_3 * z_3 + \alpha\text{pred}_4 * z_4}{\alpha\text{pred}_1 + \alpha\text{pred}_2 + \alpha\text{pred}_3 + \alpha\text{pred}_4} \\ z &= \frac{0.25 * 3700 + 0.25 * 4000 + 0.4 * 4000 + 0.6 * 4700}{0.25 + 0.25 + 0.4 + 0.6} = \frac{6345}{1.5} = 4230\end{aligned}$$

Jadi, jumlah makanan jenis ABC yang harus diproduksi sebanyak **4230 kemasan**.



Kasus 1

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 2500**, **PERSEDIAAN = 500**, berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

Kasus 2

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 4500**, **PERSEDIAAN = 150**, berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

Kasus 3

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 5000**, **PERSEDIAAN = 75**, berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

Gunakan metode SUGENO

Sistem Inferensi Fuzzy



METODE MAMDANI

Metode Mamdani

- Diperkenalkan oleh Mamdani dan Assilian (1975).
- Ada 4 tahapan dalam inferensi Mamdani (termasuk metode yang lain):
 1. Pembentukan himpunan fuzzy (*fuzzyfication*)

Variabel input dan output dibagi menjadi satu atau lebih himpunan fuzzy
 2. Penerapan fungsi implikasi
Fungsi implikasi yang digunakan adalah **MIN**
 3. Komposisi (penggabungan) aturan
Inferensi diperoleh dari kumpulan dan korelasi antar aturan.
Ada 3 macam: **MAX**, **ADDITIVE**, dan **probabilistik OR** (probor)
 4. Penegasan (*defuzzyfication*)
Input disini adalah suatu himpunan fuzzy yang diperoleh dari komposisi aturan-aturan fuzzy, outputnya adalah nilai tegas (crisp)
Metode defuzzifikasi: **Centroid** (Center of Mass), dan **Mean of Maximum** (MOM)

Metode Komposisi Aturan

- **MAX**

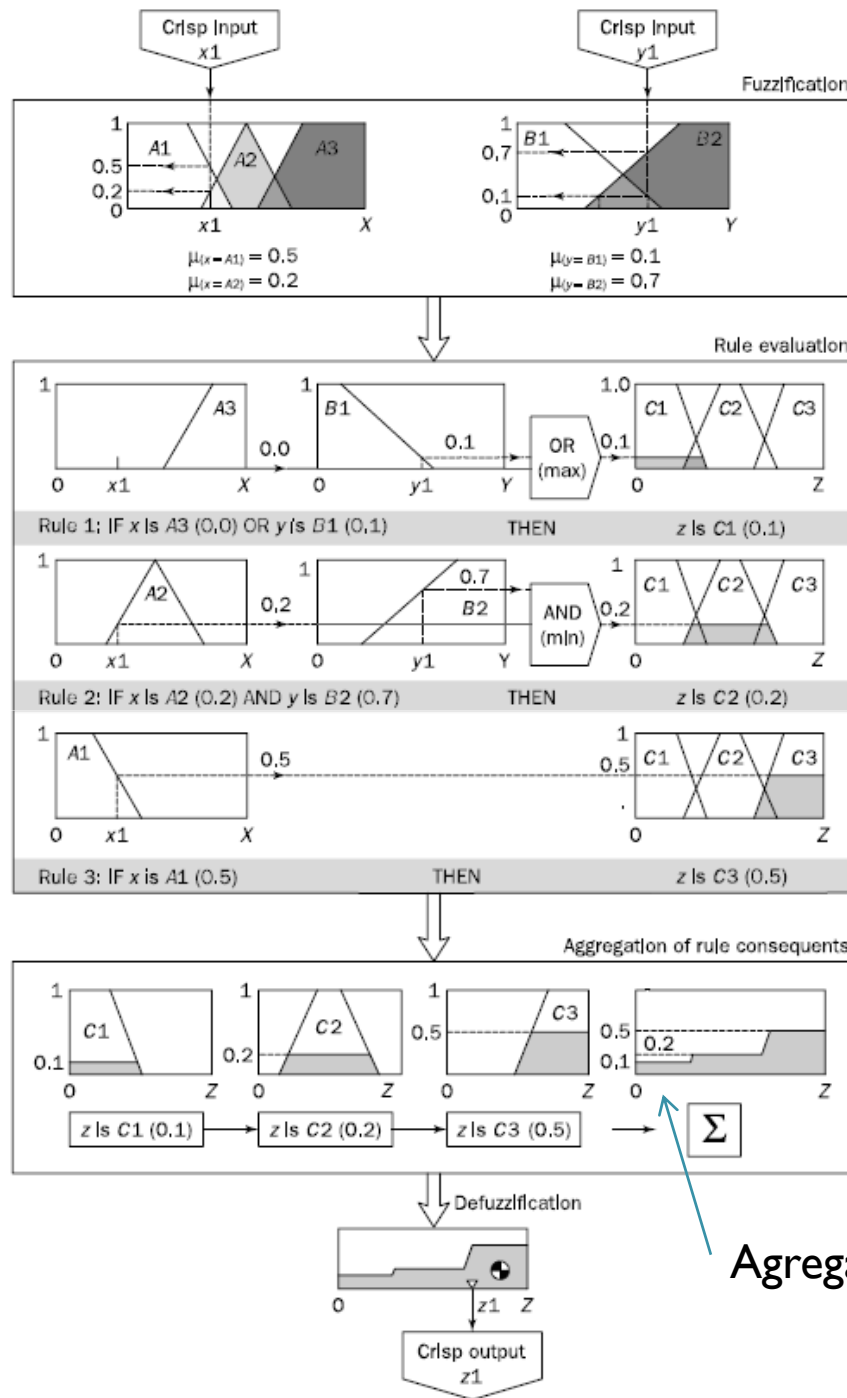
- Solusi himpunan diperoleh dengan cara **mengambil nilai maksimum** aturan, kemudian menggunakannya untuk memodifikasi daerah fuzzy, kemudian menerapkannya ke output dengan **operator OR**. Dirumuskan:
- $\mu_{sf}[x_i] \leftarrow \max(\mu_{sf}[x_i], \mu_{kf}[x_i])$
- Dimana: $\mu_{sf}[x_i]$ adalah nilai keanggotaan solusi fuzzy sampai aturan ke-i
- $\mu_{kf}[x_i]$ adalah nilai keanggotaan konsekuen fuzzy sampai aturan ke-i

- **Additive (sum)**

- Solusi fuzzy diperoleh dengan melakukan *bounded-sum* pada semua output daerah fuzzy. Dirumuskan:
- $\mu_{sf}[x_i] \leftarrow \min(1, \mu_{sf}[x_i] + \mu_{kf}[x_i])$

- **Probabilistik OR (probor)**

- Solusi fuzzy diperoleh dengan cara melakukan **product** terhadap semua output daerah fuzzy. Dirumuskan:
- $\mu_{sf}[x_i] \leftarrow (\mu_{sf}[x_i] + \mu_{kf}[x_i]) - (\mu_{sf}[x_i] * \mu_{kf}[x_i])$



Contoh inferensi fuzzy model Mamdani

Rule: 1
IF x is $A3$
OR y is $B1$
THEN z is $C1$

Rule: 2
IF x is $A2$
AND y is $B2$
THEN z is $C2$

Rule: 3
IF x is $A1$
THEN z is $C3$

Agregasi menggunakan MAX

Metode Defuzzifikasi

- Metode **Centroid**

- Solusi *crisp* diperoleh dengan mengambil titik pusat (z^*) daerah fuzzy

- Dirumuskan:

- Untuk semesta kontinyu

$$z^* = \frac{\int z \cdot \mu(z) dz}{\int \mu(z) dz}$$

- Untuk semesta diskrit

$$z^* = \frac{\sum_{j=1}^n z_j \mu(z_j)}{\sum_{j=1}^n \mu(z_j)}$$

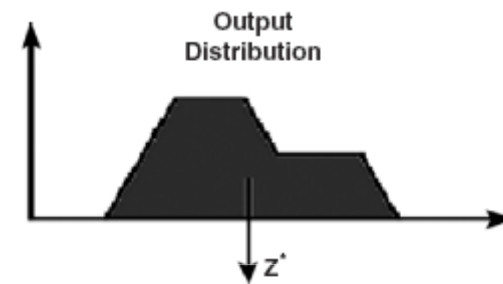


Fig. 6.3. Defuzzification using the center of mass

- Metode **Mean of Maximum (MOM)**

- Solusi diperoleh dengan mengambil nilai rata-rata domain yang memiliki nilai keanggotaan terbesar.

- Dirumuskan:

$$z^* = \frac{\sum_{j=1}^l z_j}{l}$$

- Dimana: z_j adalah titik dalam domain kosenkuen yang mempunyai nilai keanggotaan maksimum, dan l adalah jumlah titik yang mempunyai nilai keanggotaan maksimum

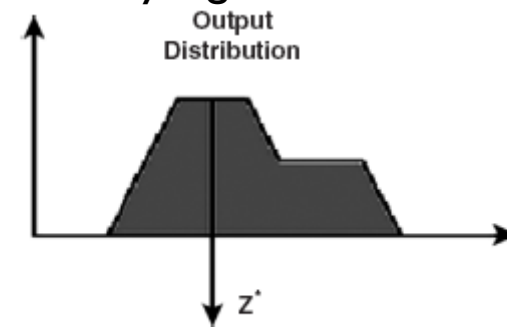


Fig. 6.4. Defuzzification using the mean of maximum

Contoh: metode Mamdani

- Sebuah perusahaan makanan kaleng akan memproduksi makanan jenis ABC. Dari data 1 bulan terakhir, permintaan terbesar hingga mencapai 5000 kemasan/hari, dan permintaan terkecil sampai 1000 kemasan/hari. Persediaan barang digudang paling banyak sampai 600 kemasan/hari, dan paling sedikit sampai 100 kemasan/hari. Dengan segala keterbatasannya, sampai saat ini, perusahaan baru mampu memproduksi barang maksimal 7000 kemasan/hari, serta demi efisiensi mesin dan SDM tiap hari diharapkan perusahaan memproduksi paling tidak 2000 kemasan.
- Apabila proses produksi perusahaan tersebut menggunakan 4 aturan sebagai berikut:
- **Rule 1**
 - IF permintaan TURUN and persediaan BANYAK THEN produksi barang BERKURANG
- **Rule 2**
 - IF permintaan TURUN and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang BERKURANG
- **Rule 3**
 - IF permintaan NAIK and persediaan BANYAK THEN produksi barang BERTAMBAH
- **Rule 4**
 - IF permintaan NAIK and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang BERTAMBAH
- Berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi, jika jumlah permintaan sebanyak 4000 kemasan, dan persediaan di gudang masih 300 kemasan ? (**Gunakan fungsi keanggotaan LINEAR**)



Pembentukan himpunan fuzzy

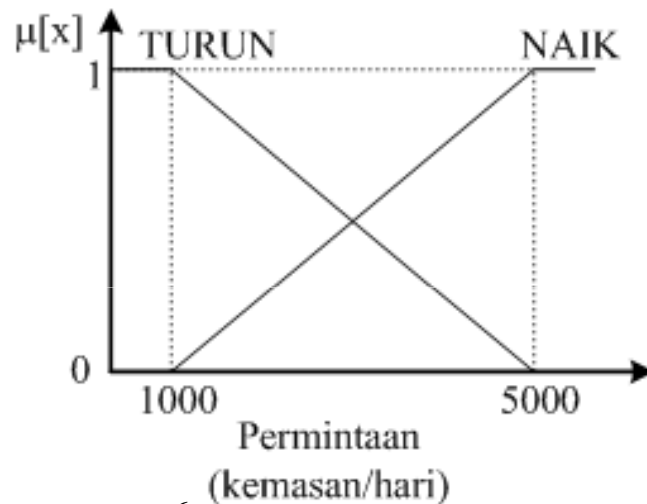
Ada 3 variabel yang digunakan: PERMINTAAN, PERSEDIAAN, dan PRODUKSI

PERMINTAAN: 1000 – 5000, $x = 4000$

PERSEDIAAN: 100 - 600, $y = 300$

PRODUKSI: 2000 – 7000, $z = ?$

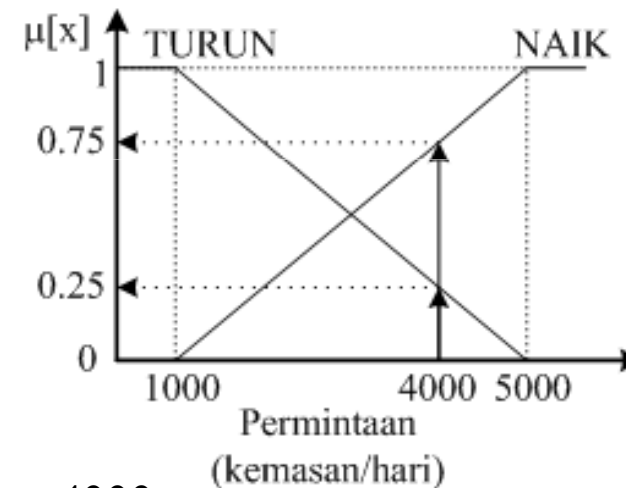
PERMINTAAN, terdiri dari 2 himpunan fuzzy: TURUN dan NAIK



$$\mu_{pmtTURUN}[x] = \begin{cases} 1 & , x < 1000 \\ \frac{5000 - x}{4000} & , 1000 \leq x \leq 5000 \\ 0 & , x > 5000 \end{cases}$$

$$\mu_{pmtNAIK}[x] = \begin{cases} 0 & , x < 1000 \\ \frac{x - 1000}{4000} & , 1000 \leq x \leq 5000 \\ 1 & , x > 5000 \end{cases}$$

Nilai keanggotaan untuk nilai
PERMINTAAN = 4000



$x = 4000$

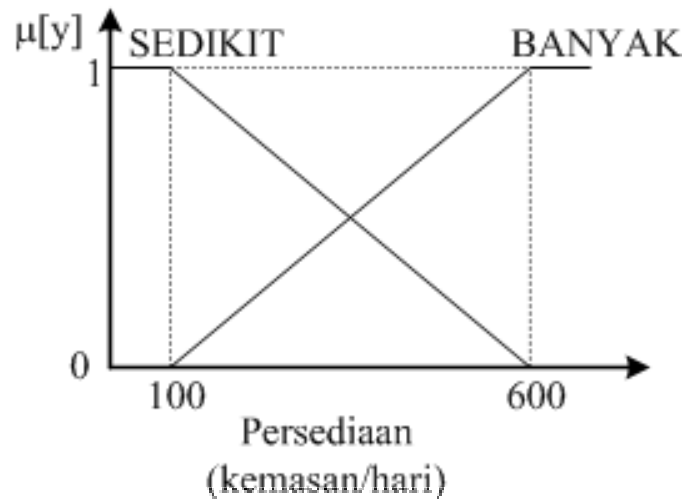
$$\mu_{pmtTURUN}[4000] = (5000 - 4000) / 4000 = 0.25$$

$$\mu_{pmtNAIK}[4000] = (4000 - 1000) / 4000 = 0.75$$



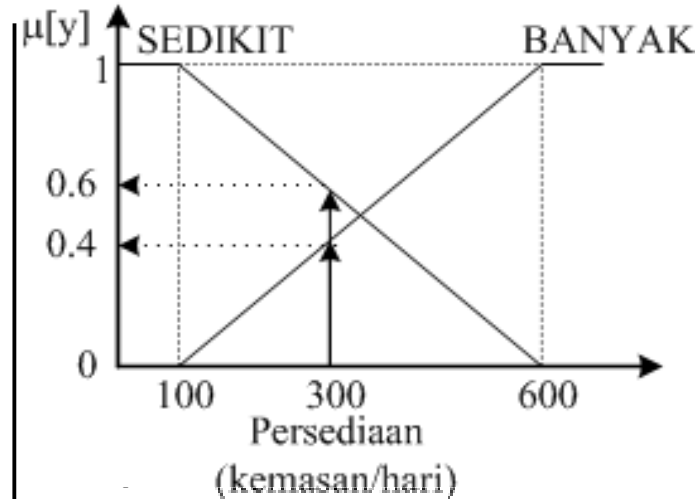
Pembentukan himpunan fuzzy

PERSEDIAAN, terdiri dari 2 himpunan fuzzy: SEDIKIT dan BANYAK



$$\mu_{psdSEDIKIT}[y] = \begin{cases} 1 & , y < 100 \\ \frac{600 - y}{500} & , 100 \leq y \leq 600 \\ 0 & , y > 600 \end{cases}$$

$$\mu_{psdBANYAK}[y] = \begin{cases} 0 & , y < 100 \\ \frac{y - 100}{500} & , 100 \leq y \leq 600 \\ 1 & , y > 600 \end{cases}$$



$$\mu_{psdSEDIKIT}[300] = (600 - 300) / 500 = 0.6$$

$$\mu_{psdBANYAK}[300] = (300 - 100) / 500 = 0.4$$

2

$$\mu_{\text{pmtTURUN}} = 0.25$$

$$\mu_{\text{pmtSEDIKIT}} = 0.6$$

$$\mu_{\text{pmtNAIK}} = 0.75$$

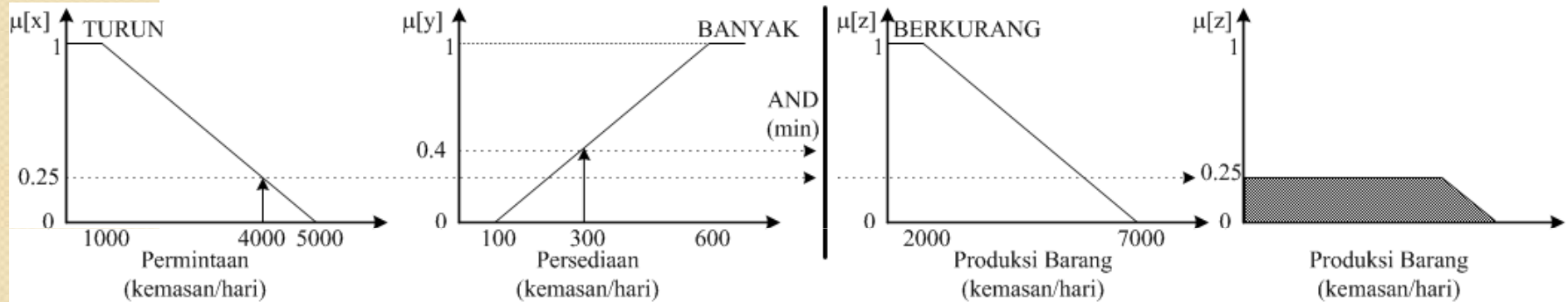
$$\mu_{\text{pmtBANYAK}} = 0.4$$

Nilai α -predikat dan Z dari setiap aturan

Rule 1

IF permintaan TURUN and persediaan BANYAK THEN produksi barang BERKURANG

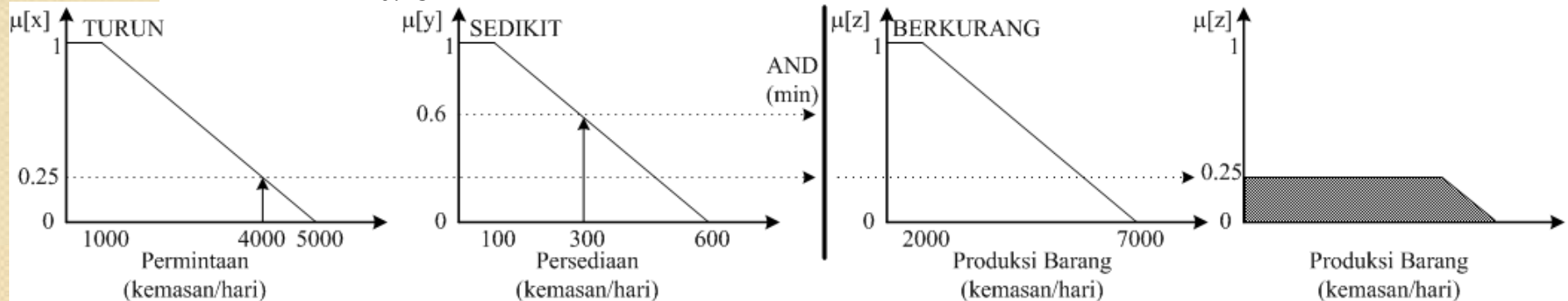
$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_1 &= \mu_{\text{pmtTURUN}} \cap \mu_{\text{psdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtTURUN}}[4000] \cap \mu_{\text{psdBANYAK}}[300]) \\ &= \min(0.25; 0.4) \\ &= 0.25\end{aligned}$$



Rule 2

IF permintaan TURUN and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang BERKURANG

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_2 &= \mu_{\text{pmtTURUN}} \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtTURUN}}[4000] \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}}[300]) \\ &= \min(0.25; 0.6) \\ &= 0.25\end{aligned}$$



2

Penerapan fungsi implikasi

Nilai α -predikat dan Z dari setiap aturan

$$\mu_{\text{pmtTURUN}} = 0.25$$

$$\mu_{\text{pmtSEDIKIT}} = 0.6$$

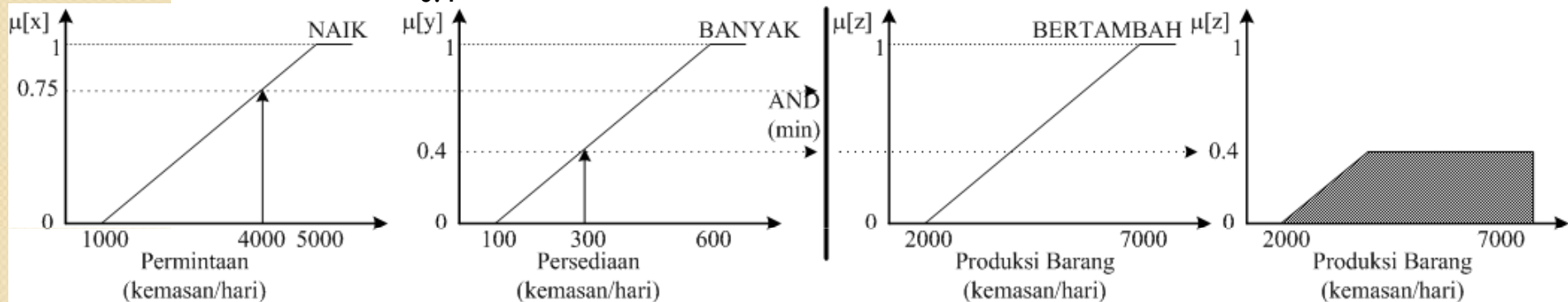
$$\mu_{\text{pmtNAIK}} = 0.75$$

$$\mu_{\text{pmtBANYAK}} = 0.4$$

Rule 3

IF permintaan NAIK and persediaan BANYAK THEN produksi barang BERTAMBAH

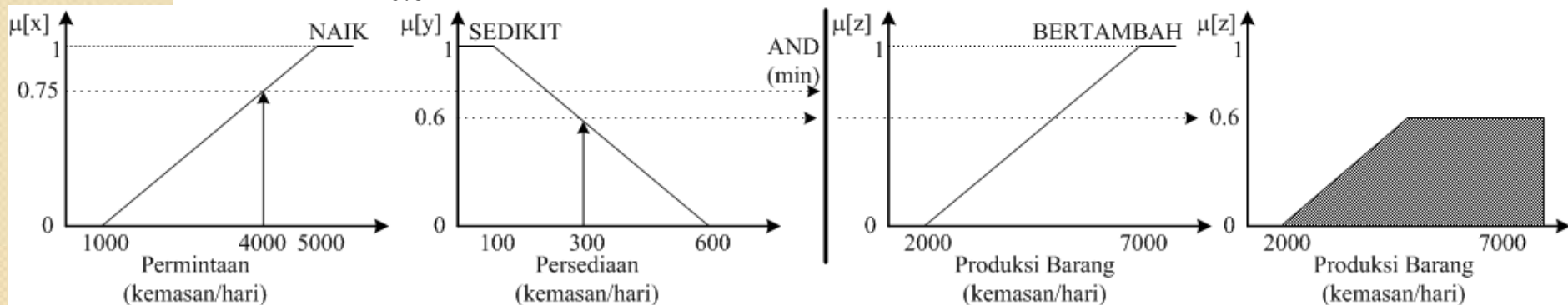
$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_3 &= \mu_{\text{pmtNAIK}} \cap \mu_{\text{psdBANYAK}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000] \cap \mu_{\text{psdBANYAK}}[300]) \\ &= \min(0.75; 0.4) \\ &= 0.4\end{aligned}$$



Rule 4

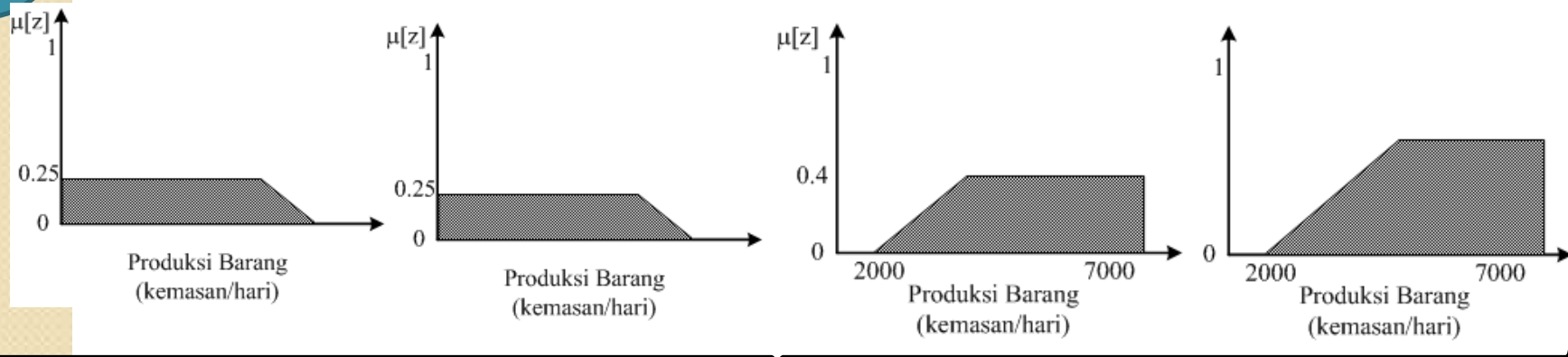
IF permintaan NAIK and persediaan SEDIKIT THEN produksi barang BERTAMBAH

$$\begin{aligned}\alpha\text{-predikat}_4 &= \mu_{\text{pmtNAIK}} \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}} \\ &= \min(\mu_{\text{pmtNAIK}}[4000] \cap \mu_{\text{psdSEDIKIT}}[300]) \\ &= \min(0.75; 0.6) \\ &= 0.6\end{aligned}$$



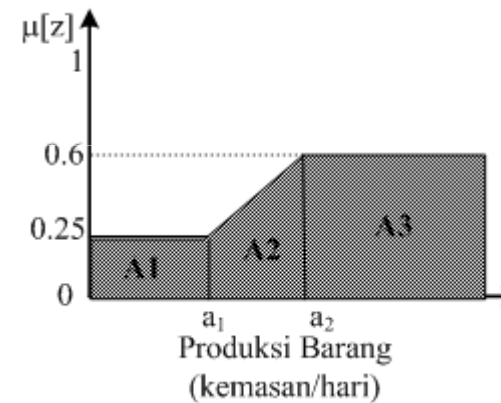
3

Komposisi antar aturan



MAX

=



Daerah himpunan fuzzy terbagi 3: A1, A2, dan A3.

Mencari nilai a_1 , dan a_2

$(a - prod_minimal)/interval_prod = nilai_keanggotaan$

$$(a_1 - 2000)/5000 = 0.25 \rightarrow a_1 = 3250$$

$$(a_2 - 2000)/5000 = 0.6 \rightarrow a_2 = 5000$$

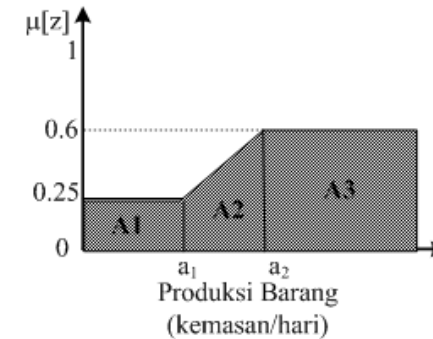
Fungsi keanggotaan hasil komposisi:

$$\mu[z] = \begin{cases} 0.25 & , z < 3250 \\ (z - 2000)/5000 & , 3250 \leq z \leq 5000 \\ 0.6 & , z > 5000 \end{cases}$$

4

Defuzzifikasi / Menghitung z akhir

$$\mu[z] = \begin{cases} 0.25 & , z < 3250 \\ (z - 2000) / 5000 & , 3250 \leq z \leq 5000 \\ 0.6 & , z > 5000 \end{cases}$$



Menghitung z* menggunakan metode Centroid kontinyu

	Daerah A1	Daerah A2	Daerah A3
Moment	$M1 = \int_0^{3250} (0.25)z \, dz$ $M1 = 0.125 * z^2 \Big _0^{3250}$ $M1 = 1320312.5$	$M2 = \int_{3250}^{5000} \frac{(z - 2000)}{5000} z \, dz$ $M2 = \int_{3250}^{5000} (0.0002z^2 - 0.4z) \, dz$ $M2 = 0.000067z^3 - 0.2z^2 \Big _{3250}^{5000}$ $M2 = 3187515.625$	$M3 = \int_{5000}^{7000} (0.6)z \, dz$ $M3 = 0.3 * z^2 \Big _{5000}^{7000}$ $M3 = 7200000$
Luas	$A1 = \int_0^{3250} 0.25 \, dz$ $A1 = 0.25 * z \Big _0^{3250}$ $A1 = 0.25 * 3250 - 0.25 * 0$ $A1 = 812.5$	$A2 = \int_{3250}^{5000} \frac{(z - 2000)}{5000} z \, dz$ $A2 = \int_{3250}^{5000} (z/5000 - 0.4) \, dz$ $A2 = z^2/10000 - 0.4z \Big _{3250}^{5000}$ $A2 = (5000^2/10000 - 0.4 * 5000) - (3250^2/10000 - 0.4 * 3250)$ $A2 = 743.75$	$A3 = \int_{5000}^{7000} (0.6) \, dz$ $A3 = 0.6 * z \Big _{5000}^{7000}$ $A3 = 1200$

4

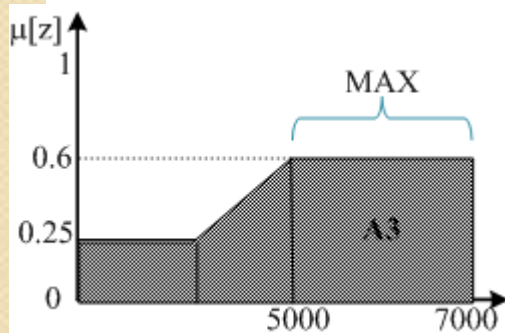
Defuzzifikasi / Menghitung z akhir

Menghitung z^* menggunakan metode **Centroid** kontinyu

$$z^* = \frac{M1 + M2 + M3}{A1 + A2 + A3} = \frac{1320312.5 + 3187515.625 + 7200000}{812.5 + 743.75 + 1200} = 4247.74$$

Jadi, jumlah makanan jenis ABC yang harus diproduksi sebanyak **4248 kemasan**.

Menghitung z^* menggunakan metode **Mean of Maximum (MOM)**



$$z^* = \frac{\sum_{j=1}^l z_j}{l} = \frac{\sum_{j=5000}^{7000} z_j}{7000 - 5000 + 1} = \frac{(7000 - 5000 + 1)(5000 + 7000)}{2}$$

$$z^* = \frac{2001 * 12000}{2001} = \frac{1200600}{2001} = 6000$$

Jadi, jumlah makanan jenis ABC yang harus diproduksi sebanyak **6000 kemasan**.

Kasus 1

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 2500**, **PERSEDIAAN = 500**, berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

Kasus 2

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 4500**, **PERSEDIAAN = 150**, berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

Kasus 3

Bagaimana jika jumlah **PERMINTAAN = 5000**, **PERSEDIAAN = 75**, berapa kemasan makanan jenis ABC yang harus diproduksi ?

Gunakan metode MAMDANI



ANY QUESTIONS ?