

考试类别[学生填写] (□正考 □补考 □重修 □补修 □缓考 □其它)

# 《概率论与数理统计》试卷 (A 卷)

(全校各专业适用)

注: 本试卷参考数据:  $\sqrt{60} = 7.75$ ,  $\Phi(1.29) = 0.9014$ ,  $\Phi(2.33) = 0.9901$ ,  $z_{0.05} = 1.645$ ,  
 $t_{0.05}(24) = 1.7109$ ,  $t_{0.05}(25) = 1.7081$ .

(注意: 所有答案必须写在答题卡上, 在试卷上作答无效)

## 一、单选题 (7 小题, 每小题 3 分, 共 21 分)

1. 设  $A, B$  为两随机事件,  $P(A) = 0.7$ ,  $P(A - B) = 0.3$ , 则  $P(\overline{AB}) =$  ( )  
 (A) 0.4; (B) 0.6; (C) 0.12; (D) 0.8.
2. 设随机变量  $X$  的分布律

$X$	0	1	2	3
$p_i$	0.1	0.3	0.4	0.2

- 则  $X$  的分布函数值  $F(2) =$  ( )  
 (A) 0.5; (B) 0.6; (C) 0.8; (D) 0.7.
3. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的概率密度为  $f(x, y) = \begin{cases} c, & -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

- 则  $c =$  ( )  
 (A)  $\frac{1}{2}$ ; (B)  $\frac{1}{3}$ ; (C)  $\frac{1}{4}$ ; (D)  $\frac{1}{6}$ .

4. 已知随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立, 则下列选项不一定正确的是 ( )  
 (A)  $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$ ; (B)  $E(X + Y) = E(X) + E(Y)$ ;  
 (C)  $E(XY) = E(X)E(Y)$ ; (D)  $D(XY) = D(X)D(Y)$ .

5. 设总体  $X \sim \text{Exp}(\theta)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是  $X$  的一个样本,  $\bar{X}$ ,  $S^2$  分别为样本均值

和样本方差, 则  $E(\bar{X})$ ,  $E(S^2)$  分别为 ( )

- (A)  $\theta, \theta^2$ ; (B)  $\theta^2, \theta$ ; (C)  $\theta, \frac{\theta}{n}$ ; (D)  $\theta, \frac{\theta}{n}$ .

6. 设总体  $X \sim N(\mu, 1)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为样本,  $\mu$  是未知参数, 则下列选项中不是统计量的是 ( )

- (A)  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ ; (B)  $\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ ;  
 (C)  $\sum_{i=1}^n (\bar{X} - \mu)^2$ ; (D)  $\sum_{i=1}^n (X_i)^2$ .

7. 设某种清漆的干燥时间  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\sigma$  未知, 现抽取 9 个样品, 测得样本均值

$\bar{x} = 6$  (小时), 样本标准差  $s = 1$  (小时), 则  $\mu$  的置信水平为 0.95 的置信区间为 ( )

- (A)  $\left( 6 \pm \frac{1}{9} t_{0.025}(8) \right)$ ; (B)  $\left( 6 \pm \frac{1}{3} t_{0.025}(8) \right)$ ;  
 (C)  $\left( 6 \pm \frac{1}{9} t_{0.025}(9) \right)$ ; (D)  $\left( 6 \pm \frac{1}{3} t_{0.025}(9) \right)$ .

## 二、填空题 (7 小题, 每小题 3 分, 共 21 分)

8. 现有 5 名留学生, 其中 3 名来自巴基斯坦, 2 名来自埃及, 随机选 2 名留学生参加春节晚会, 则参加晚会的 2 名学生均来自巴基斯坦的概率为 \_\_\_\_\_.

9. 设总体  $X$  的均值为  $\mu$ , 方差为  $\sigma^2$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 2)$  为样本, 已知  $\bar{X}$  与  $X_1$  均是  $\mu$  的无偏估计量, 比较这两个估计量得, \_\_\_\_\_ 更有效.

10. 设  $X \sim N(1, 2)$ ,  $Y \sim N(-2, 3)$ , 且  $X$  与  $Y$  相互独立, 则  $X - Y \sim$  \_\_\_\_\_.

11. 设随机变量  $(X, Y)$  具有  $D(X) = 9$ ,  $D(Y) = 4$ ,  $\rho_{XY} = -\frac{1}{6}$ , 则

$\text{Cov}(X, Y) =$  \_\_\_\_\_.

12. 已知  $P\{X > 3.5\} = 0.01$ , 则随机变量  $X$  的上 0.01 分位数为 \_\_\_\_\_.

13. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是  $X$  的一个样本, 则

$\sum_{i=1}^n \left( \frac{X_i - \mu}{\sigma} \right)^2$  服从的分布为\_\_\_\_\_.

14. 设总体  $X$  的概率密度函数为  $f(x) = \begin{cases} (\theta+1)x^\theta, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ ,  $\theta$  是待估参数,

$x_1, x_2, \dots, x_n$  是样本观测值, 则基于  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的似然函数是\_\_\_\_\_.

### 三、解答题 (7 小题, 共 58 分)

15. (本题 8 分) 设某班男女之比为 51:49, 男生有 5% 来自澳门, 女生有 2% 来自澳门, 现从该班中随机抽取一名学生参加全国大学生数学竞赛, 请解答:

- (1) 该生来自澳门的概率是多少?
- (2) 已知参加数学竞赛的学生来自澳门, 问该生为男生的概率是多少?

16. (本题 8 分) 小战同学有时需要坐校车去新区上课, 设候车时间  $X \sim U(0, 30)$ , 若候车超过 10 分钟, 则小战改乘出租车.

- (1) 求小战未乘校车而改乘出租车的概率;
- (2) 小战一个月需要到新区 4 次,  $Y$  表示他未坐校车而改乘出租车的次数, 请写出  $Y$  的分布律, 并求  $P\{Y \geq 1\}$ .

17. (本题 8 分) 设二维随机变量  $(X, Y)$  的分布律如下表所示

$X \backslash Y$	2	3	8
4	0.1	0.3	0.4
8	0.05	0.12	0.03

- 求: (1) 关于  $X$  和关于  $Y$  的边缘分布律; (2)  $X$  和  $Y$  是否相互独立? 请说明理由;
- (3)  $Z = \max(X, Y)$  的分布律.

18. (本题 7 分) 某人有一笔资金, 可投入两个项目: 房产和商业, 其收益都与市场状

态有关. 若把未来市场划分为好, 中, 差三个等级, 其发生的概率分别为: 0.2, 0.7, 0.1. 通过调查, 该投资者认为投资于房产的收益  $X$  (万元) 和投资于商业的收益  $Y$  (万元) 的分布分别为

$X$	11	3	-3
$p_i$	0.2	0.7	0.1
$Y$	6	4	-1
$p_i$	0.2	0.7	0.1

- (1) 计算投资于房产和商业的平均收益  $E(X)$ ,  $E(Y)$ ;
- (2) 计算两种投资方案收益的方差  $D(X)$ ,  $D(Y)$ ;
- (3) 投资者如何投资较好? 并说明理由.

19. (本题 8 分)

已知某本书有 300 页, 第  $i$  页印刷错误的个数  $X_i \sim P(0.2)$ ,  $i = 1, 2, 3, \dots, 300$ .

- (1) 利用独立同分布的中心极限定理, 写出整本书中印刷错误总数  $\sum_{i=1}^{300} X_i$  的近似分布;
- (2) 求整本书中印刷错误总数不多于 70 个的概率.

20. (本题 10 分)

设总体  $X$  的概率密度函数为  $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\theta^2}(\theta - x), & 0 < x < \theta \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ ,  $\theta > 0$  是待估参数,

$X_1, X_2, \dots, X_n$  是为来自总体  $X$  的样本.

- (1) 求参数  $\theta$  的矩估计量, 并判断此估计量是否是参数  $\theta$  的无偏估计量;
- (2) 抽样得到的样本观测值为 0.8, 0.6, 0.4, 0.5, 0.5, 0.6, 0.6, 0.8, 求参数  $\theta$  的矩估计值.

21. (本题 9 分) 从某种实验动物中取出 25 个样品, 测量其发热量, 算得平均值为 12214, 样本标准差 315. 设发热量  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,

- (1) 在显著水平  $\alpha = 0.05$  下, 是否可以认为该试验物发热量的平均值  $\mu$  不大于 12100?
- (2) 你的检验结果可能会犯哪一类错误? 犯该类错误的概率能否控制?