Mathmatics Analysis

一个短篇

2024 年 01 月 31 日

目录

1 自然数

1.1 加法

Exercise 1.1 证明自然数加法的结合律。

Proof: 对 b 进行数学归纳法，当 $b = 0$ 时，等式为 $(a + 0) + c = a + (0 + c)$，由加法定义及加法的交换律可得 $a + c = a + c$，即 $b = 0$ 时得证。现归纳性地假设 $(a + b) + c = a + (b + c)$，待证 $(a + \text{succ } b) + c = a + (\text{succ } b + c)$，根据交换律及加法定义可以将其化简为 $\text{succ } (a + b) + c = a + \text{succ } (b + c)$，进一步化简为 $\text{succ } (a + b + c) = \text{succ } (a + b + c)$，等式两边相等。 □

Exercise 1.2 证明引理 2.2.10 。

Proof: 对 a 进行归纳法，当 $a = 1$ 时，$\text{succ } b = 1$，式子可以写成 $b + 1 = 0 + 1$，由消去律可以得到 $b = 0, b \in \mathbb{N}$，现归纳性地假设 $\forall\, a \in \mathbb{Z}^+$，$\exists\, b \in \mathbb{N}, \text{succ } b = a$，需证明 $\text{succ } b = \text{succ } a$，此时 $b = a, b \in \mathbb{N}$。 □

Exercise 1.3 证明命题 1.1 自然数的序的基本性质。

Exercise 1.4 证明命题 2.2.13 证明中标注了（为什么?）的三个命题。

Exercise 1.5 证明命题 2.2.14 。