4.1.1 Função Objetivo

A função objetivo busca minimizar o total da distância percorrida por todos os veículos, e pode ser expressa da seguinte forma:

$$\textbf{Minimizar} \quad Z = \sum_{m \in M} \sum_{(i,j) \in \mathrm{A}} d_{ij} x_{ijm} \tag{4.1}$$

aqui, d_{ij} indica a distância entre os vértices $i e j$.

4.1.2 Restrição de Visita Única

Essa restrição garante que cada consumidor seja visitado uma única vez:

$$\sum_{m \in M} \sum_{j \in N, j \neq i} x_{ijm} = 1, \quad \forall i \in No \tag{4.2}$$

4.1.3 Rotas dos Veículos

A restrição das rotas dos veículos garante que o número correto de veículos deixe o depósito para suprir a demanda dos consumidores. Na forma elaborada, ela assegura que todos os veículos serão usados na solução, partindo do depósito.

$$\sum_{j \in No} x_{0jm} = 1, \quad \forall m \in M \tag{4.3}$$

4.1.4 Conservação do Fluxo

Essa restrição garante que o fluxo seja contínuo entre os vértices do grafo, evitando que ocorra acúmulo em algum vértice que não o depósito. Em outras palavras, o número de veículos que entra em um nodo deve ser igual ao número de veículos que sai deste:

$$\sum_{i \in N, i \neq j} x_{ijm} - \sum_{k \in N, k \neq j} x_{jkm} = 0, \quad \forall m \in M, \forall j \in N \tag{4.4}$$

4.1.5 Inicialização da Carga ao Partir

Garante que a carga inicial do veículo ao partir do depósito seja corretamente atribuída com base na demanda dos consumidores que aquele servirá. A restrição assegura que o veículo não sairá do depósito com um montante de carga incorreto.

$$l_{0km} = \sum_{(i,j) \in Arcs} q_j \cdot x_{ijm}, \quad \forall m \in M, \forall k \in No \tag{4.5}$$

4.1.6 Controle da Demanda

A restrição do controle da demanda garante que o montante total de carga que chega a um consumidor menos o montante que deste sai deve ser igual à demanda desse consumidor.

$$\sum_{j \in N} \sum_{m \in M} l_{jim} \cdot x_{jim} - \sum_{k \in N} \sum_{m \in M} l_{ikm} \cdot x_{ikm} = q_i, \quad \forall i \in No \tag{4.6}$$

4.1.7 Restrição de Capacidade de Carga

Essa restrição garante que a carga (l_{ijm}) transportada pelo veículo m após partir do vértice i e antes de chegar ao vértice j está entre os limites aceitáveis. Mais precisamente, a carga transportada deve ser no mínimo a demanda do vértice j, aqui definida como q_j, se a rota (i, j) fizer parte da solução, e no máximo a capacidade de carga do veículo após realizar a entrega em i, $(Q_m - q_i)x_{ijm}$. Caso a rota (i, j) não seja utilizada, a variável l_{ijm} será igual a zero.

$$q_j x_{ijm} \leq l_{ijm} \leq (Q_m - q_i)x_{ijm}, \quad \forall i, j \in N, \forall m \in M \tag{4.7}$$

4.1.8 Restrição de não-negatividade e variável binária

$$x_{ijm} \in \{0, 1\} \tag{4.8}$$

$$l_{ijm} \geq 0 \tag{4.9}$$

A figura 4.1 apresenta um exemplo de solução encontrado utilizando-se o modelo acima proposto com um conjunto de sete consumidores e três veículos, detalhando-se a carga de cada veículo durante o trajeto e a ordem em que cada veículo visitou os consumidores.

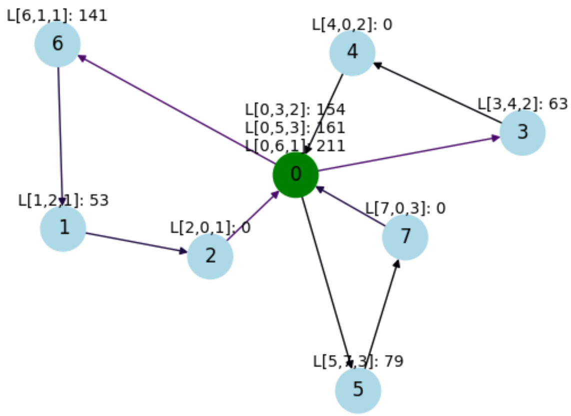

Figura 4.1: Exemplo de solução do CVRP dado pelo modelo apresentado utilizando um conjunto de sete consumidores e três veículos. A variável l_{ijm} acima dos vértices apresenta a informação do vértice visitado, o próximo vértice na rota, o veículo utilizado e a carga restante.

4.2 MODELO GAT ESTENDIDO

A arquitetura da nossa GAT foi inspirada pelos trabalhos apresentados na subseção 2.5.1 e na seção 3.1. Dado um grafo de entrada **G = (N, A)**, no qual **N** = {**No** ∪ {**0**}} é um conjunto formado pela união do conjunto dos consumidores, **No = {1, 2, ..., n}**, com o depósito, **{0}**, e **A** = $\boldsymbol{\{(i, j), \forall i, j \in N, i \neq j\}}$ o conjunto de todos os arcos que conectam os elementos de **N**, elabora-se um modelo inspirado nos avanços recentes em GAT, especialmente nos conceitos apresentados por Lei et al. (2021) para superar os obstáculos presentes na solução do CVRP, utilizando tanto dos atributos dos vértices como os dos arcos para encontrar soluções eficientes.

Cada vértice do grafo referencia um consumidor ou o depósito e será representado por suas coordenadas (x_i, y_i) e pela sua demanda q_i, ou seja, $n_i \in \mathbb{R}^3 \,|\, \forall n_i \in N$, enquanto que