An abstract graphic on the left side of the slide. It features a dark blue background with a large, curved, light blue shape that resembles a stylized 'C' or a partial circle. Inside and around this shape are various colorful geometric elements: red and orange elongated rectangles, green and yellow circles, and purple and blue irregular shapes. The overall composition is modern and artistic.

Расчет коэффициента Клаузинга для каналов прямоугольного сечения методом угловых коэффициентов

Тестовое задание студента
4 курса МФТИ

Павлович Егора Романовича

Понятия вакуумной техники

$$d\omega = 2\pi \sin\theta d\theta$$

$$dN_\theta = N \cos^b \theta d\omega$$

Диффузный
закон
распределения

$$\text{Kn} = \frac{\lambda}{D}$$

Число Кнудсена

$$Q = U(p_1 - p_2)$$

Проводимость

$$Q_{\text{тр}} = k_{\text{кл}} Q_{\text{отв}}$$

Коэфф-т Клаузинга

Понятие УК

Угловые коэффициенты обладают свойствами:

- Замкнутости

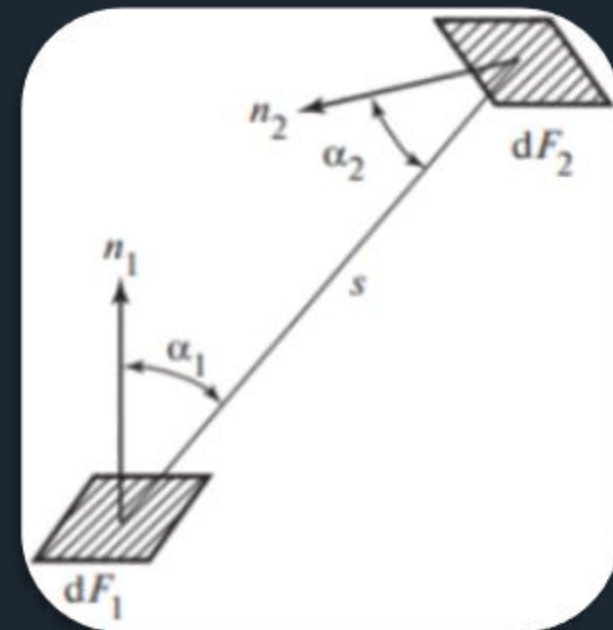
$$\sum_{i=1}^n \varphi_{F_j-F_i} = 1$$

- Взаимности

$$\varphi_{F_j-F_i} F_j = \varphi_{F_i-F_j} F_i$$

- Аддитивности

$$\varphi_{F_j-F_i} = \sum_{k=1}^n \varphi_{F_j-F_{ik}}, \quad F_i = \sum_{k=1}^n F_{ik}$$



Элементарный УК

Метод угловых коэффициентов

$$d\varphi_{dF_j-dF_i} = \frac{\cos \psi_j \cos \psi_i}{\pi r^2} dF_i$$

ψ_j - угол между нормалью к площадке dF_j и линией, соединяющей центры площадок dF_i и dF_j

r - расстояние между центрами площадок dF_i и dF_j

$$q'_i dF_i = \int_{\Sigma F_j} q_j d\varphi_{dF_j-dF_i} dF_j$$

q'_i - полная плотность падающего потока

q_j - плотность потока молекул, покидающих площадку dF_j

$d\varphi_{dF_j-dF_i}$ - вероятность попадания молекул газа с элементарной площадки dF_j на dF_i

$$q_i = q_{0i} + (1 - \gamma) q'_i$$

q_{0i} - плотность потока молекул, испускаемых элементарной площадкой dF_i

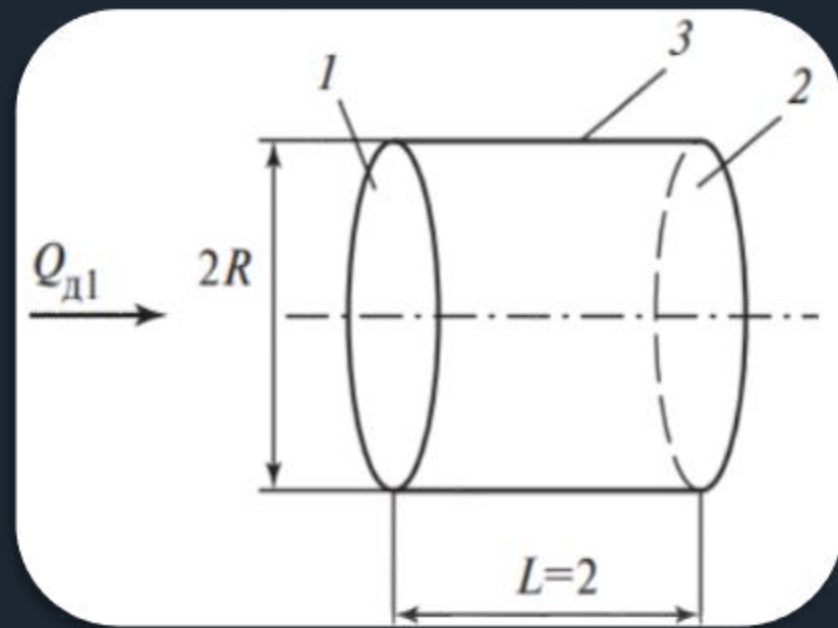
γ - коэффициент поглощения молекул газа площадкой dF_i

q'_i - плотность потока молекул, падающих на площадку dF_i

Круглый трубопровод

Исходные данные

- Диаметр входного сечения цилиндра
- Коэффициенты отражения поверхностей



Модель трубы

Необходимо получить

- Зависимость коэфф-та *Клаузинга* от длины трубопровода ($L/d < 10$)

$$\begin{cases} Q_{\beta 1} = Q_{д1} + \beta_1(\varphi_{11}Q_{\beta 1} + \varphi_{21}Q_{\beta 2} + \varphi_{31}Q_{\beta 3}); \\ Q_{\beta 2} = Q_{д2} + \beta_2(\varphi_{12}Q_{\beta 1} + \varphi_{22}Q_{\beta 2} + \varphi_{32}Q_{\beta 3}); \\ Q_{\beta 3} = Q_{д3} + \beta_3(\varphi_{13}Q_{\beta 1} + \varphi_{23}Q_{\beta 2} + \varphi_{33}Q_{\beta 3}). \end{cases}$$

Система для потоков

$$Q_i = \sum_{j=1}^n Q_{\beta j} \varphi_{ji}$$

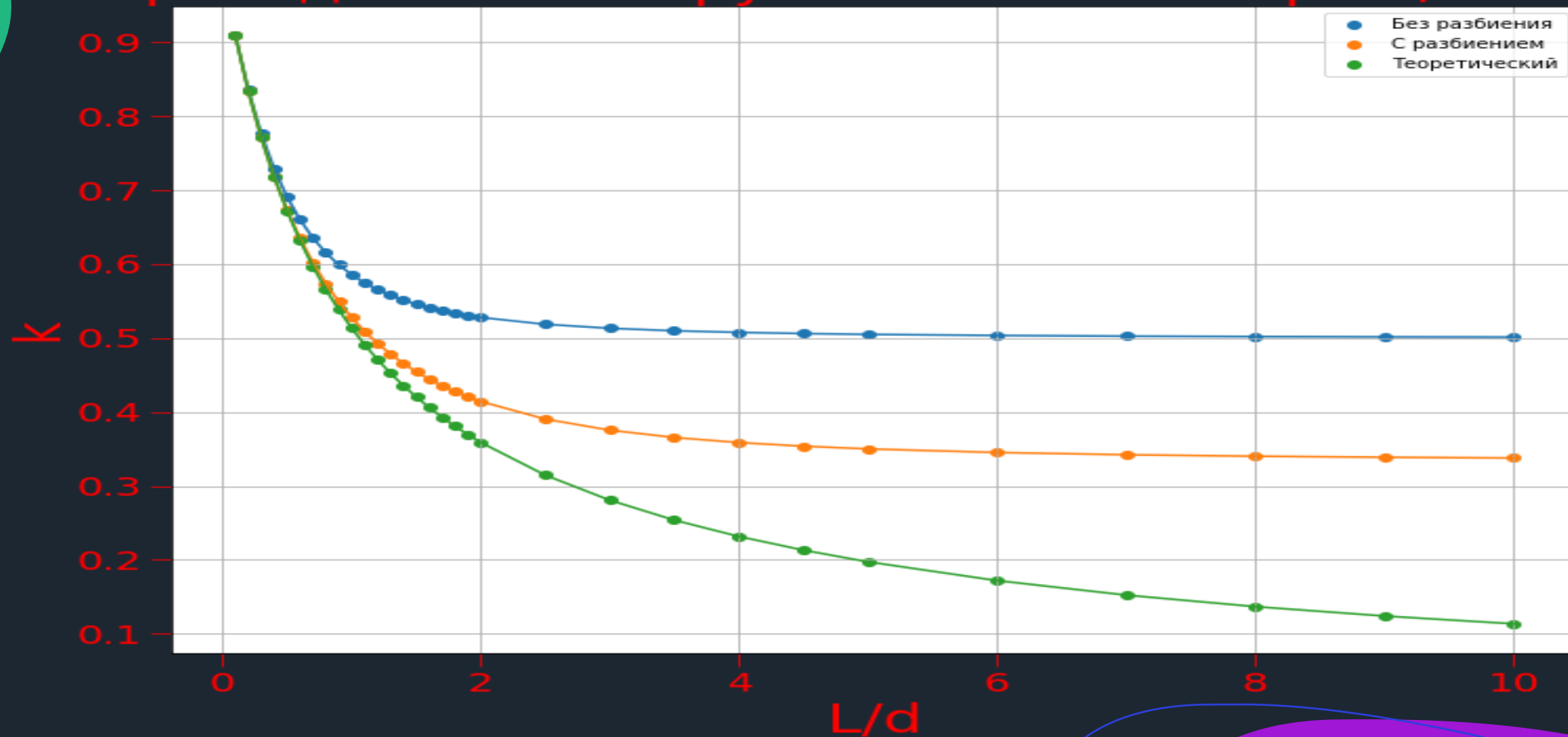
Поток на i-ю
поверхность

УК для двух соосных параллельных дисков

$$\varphi_{F_1-F_2} = \frac{1}{2R_1^2} \left[s^2 + R_1^2 + R_2^2 - \sqrt{(s^2 + R_1^2 + R_2^2)^2 - 4R_1^2 R_2^2} \right]$$

Результаты для цилиндра

Проводимость в круглом сечении при $L/d < 10$



Прямоугольный трубопровод

Исходные данные

Элементарный УК

- Размеры входного сечения прямоугольного трубопровода для двух случаев : $a = 1, b = 1$ и $a = 1, b = 5$
- Коэффициенты отражения граней

Необходимо получить

- **Численный** расчет УК и выполнение свойств
- Зависимость коэфф-та *Клаузинга* от длины трубы
- Зависимость коэфф-та *Клаузинга* от размера ячейки

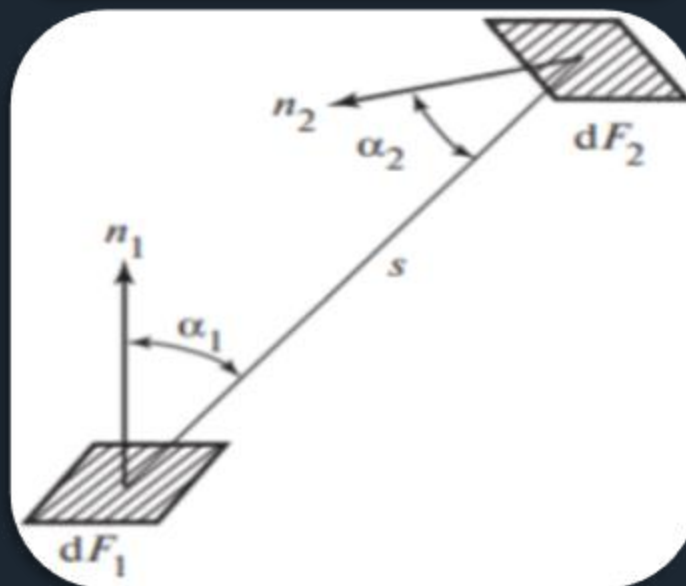
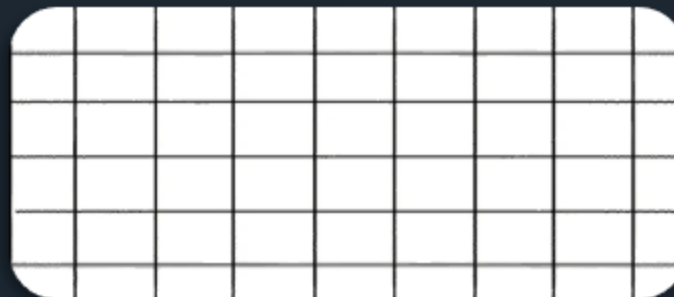
Разбиение граней
эмиттера и коллектора на
ячейки *заданного размера*



Фиксирование ячейки
эмиттера. Сумма элем-х
УК по ячейкам коллектора



Сумма по ячейкам
эмиттера



Элементарный УК

Проверка свойств

	0	1	2	3	4	5	6
0	0.0	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
1	0.0	0.00000	0.20043	0.21344	0.21344	0.21344	0.21344
2	0.0	0.20043	0.00000	0.21344	0.21344	0.21344	0.21344
3	0.0	0.21344	0.21344	0.00000	0.21344	0.20043	0.21344
4	0.0	0.21344	0.21344	0.21344	0.00000	0.21344	0.20043
5	0.0	0.21344	0.21344	0.20043	0.21344	0.00000	0.21344
6	0.0	0.21344	0.21344	0.21344	0.20043	0.21344	0.00000

Сумма для 1-го эмиттера равна 1.05419 cells = 100
Сумма для 2-го эмиттера равна 1.05419 cells = 100
Сумма для 3-го эмиттера равна 1.05419 cells = 100
Сумма для 4-го эмиттера равна 1.05419 cells = 100
Сумма для 5-го эмиттера равна 1.05419 cells = 100
Сумма для 6-го эмиттера равна 1.05419 cells = 100

	0	1	2	3	4	5	6
0	0.0	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
1	0.0	0.000000	0.359737	0.052068	0.284334	0.052068	0.284334
2	0.0	0.359737	0.000000	0.052068	0.284334	0.052068	0.284334
3	0.0	0.260341	0.260341	0.000000	0.260341	0.012407	0.260341
4	0.0	0.284334	0.284334	0.052068	0.000000	0.052068	0.359737
5	0.0	0.260341	0.260341	0.012407	0.260341	0.000000	0.260341
6	0.0	0.284334	0.284334	0.052068	0.359737	0.052068	0.000000

Сумма для 1-го эмиттера равна 1.03254 cells = 500
Сумма для 2-го эмиттера равна 1.03254 cells = 500
Сумма для 3-го эмиттера равна 1.05377 cells = 100
Сумма для 4-го эмиттера равна 1.03254 cells = 500
Сумма для 5-го эмиттера равна 1.05377 cells = 100
Сумма для 6-го эмиттера равна 1.03254 cells = 500

Решение

Модель трубопровода

Общий вид

$$\begin{cases} Q_{\beta 1} = Q_{д1} + \beta_1 \cdot (\varphi_{11}Q_{\beta 1} + \varphi_{21}Q_{\beta 2} + \varphi_{31}Q_{\beta 3} + \varphi_{41}Q_{\beta 4} + \varphi_{51}Q_{\beta 5} + \varphi_{61}Q_{\beta 6}) \\ Q_{\beta 2} = Q_{д2} + \beta_2 \cdot (\varphi_{12}Q_{\beta 1} + \varphi_{22}Q_{\beta 2} + \varphi_{32}Q_{\beta 3} + \varphi_{42}Q_{\beta 4} + \varphi_{52}Q_{\beta 5} + \varphi_{62}Q_{\beta 6}) \\ Q_{\beta 3} = Q_{д3} + \beta_3 \cdot (\varphi_{13}Q_{\beta 1} + \varphi_{23}Q_{\beta 2} + \varphi_{33}Q_{\beta 3} + \varphi_{43}Q_{\beta 4} + \varphi_{53}Q_{\beta 5} + \varphi_{63}Q_{\beta 6}) \\ Q_{\beta 4} = Q_{д4} + \beta_4 \cdot (\varphi_{14}Q_{\beta 1} + \varphi_{24}Q_{\beta 2} + \varphi_{34}Q_{\beta 3} + \varphi_{44}Q_{\beta 4} + \varphi_{54}Q_{\beta 5} + \varphi_{64}Q_{\beta 6}) \\ Q_{\beta 5} = Q_{д5} + \beta_5 \cdot (\varphi_{15}Q_{\beta 1} + \varphi_{25}Q_{\beta 2} + \varphi_{35}Q_{\beta 3} + \varphi_{45}Q_{\beta 4} + \varphi_{55}Q_{\beta 5} + \varphi_{65}Q_{\beta 6}) \\ Q_{\beta 6} = Q_{д6} + \beta_6 \cdot (\varphi_{16}Q_{\beta 1} + \varphi_{26}Q_{\beta 2} + \varphi_{36}Q_{\beta 3} + \varphi_{46}Q_{\beta 4} + \varphi_{56}Q_{\beta 5} + \varphi_{66}Q_{\beta 6}) \end{cases}$$

- Q_i - поток, покидающий площадку
- $Q_{дi}$ - поток, выпускаемый площадкой
- β_i - коэффициент отражения
- Слагаемые в скобках - поток из-за отражения потоков от других граней

- Конкретная задача

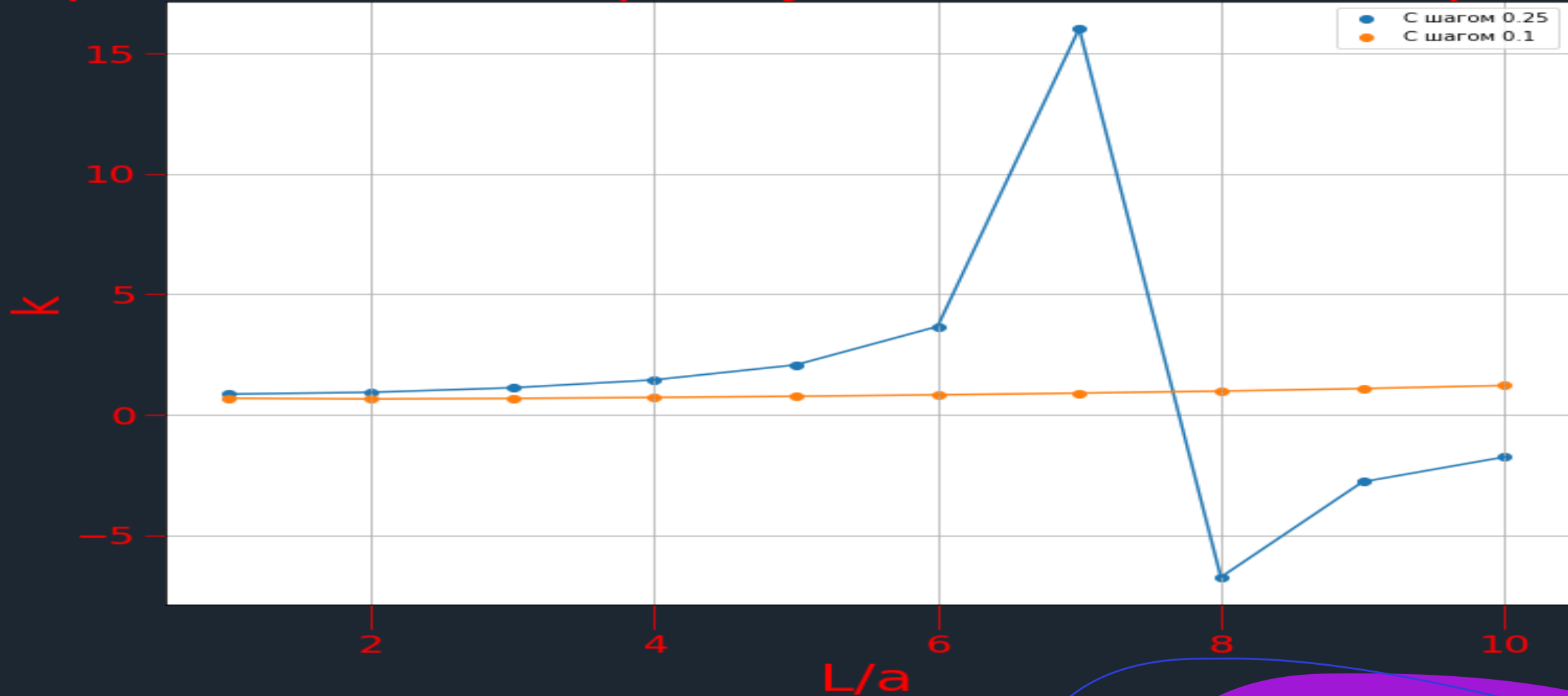
$$\left\{ \begin{array}{l} Q_{\beta 1} = Q_{д1} \\ Q_{\beta 2} = 0 \\ Q_{\beta 3} = \varphi_{13}Q_{\beta 1} + 2 \cdot \varphi_{43}Q_{\beta 4} + \varphi_{53}Q_{\beta 3} \\ Q_{\beta 4} = \varphi_{14}Q_{\beta 1} + 2 \cdot \varphi_{34}Q_{\beta 3} + \varphi_{64}Q_{\beta 4} \\ Q_{\beta 5} = Q_{\beta 3} \\ Q_{\beta 6} = Q_{\beta 4} \end{array} \right.$$

Поток на i -ю поверхность

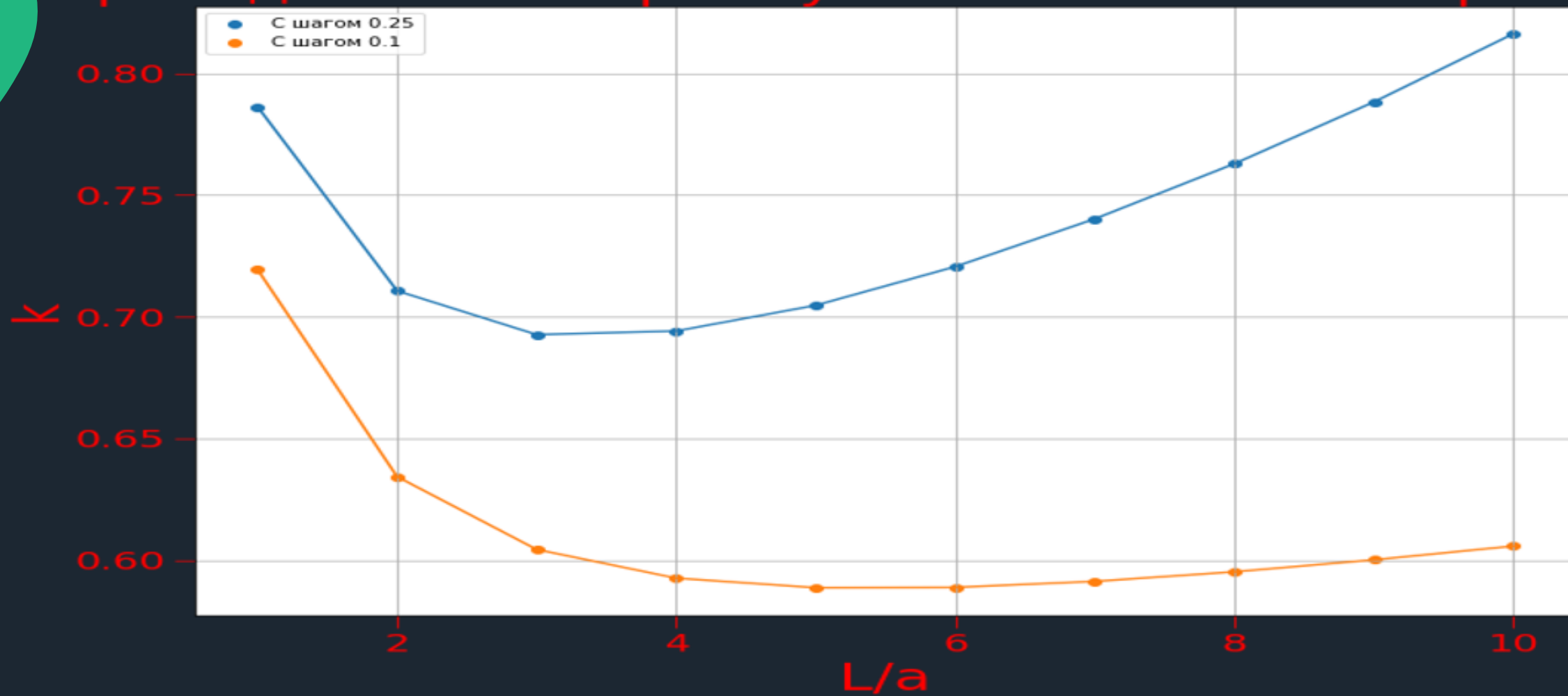
$$Q_i = \sum_{j=1}^n Q_{\beta j} \varphi_{ji}$$

Результаты для прямоугольной трубы

Проводимость в прямоугольном сечении при $b = 1$



Проводимость в прямоугольном сечении при $b = 5$

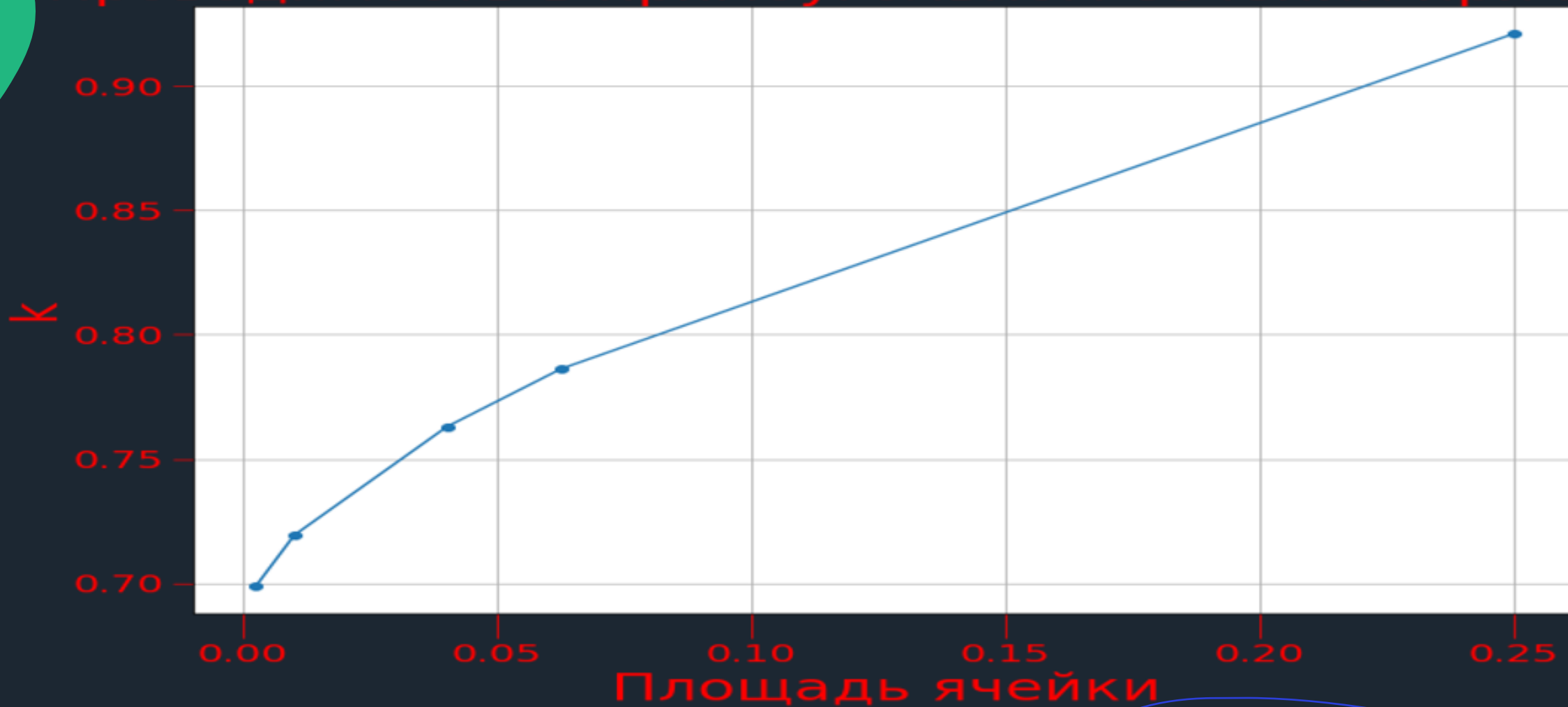


Зависимость от размера ячейки

Проводимость в прямоугольном сечении при $b = 1$



Проводимость в прямоугольном сечении при $b = 5$



Источники

- "Методы вакуумных систем"; С.Б. Нестеров, Ю.К. Васильев, А.В. Андросов
- "Вакуумная техника"; В.И. Иванов
- "Молекулярная физика"; Т.А. Бушина
- "Вакуумная техника"; Л.Н. Розанов