An abstract graphic on the left side of the slide. It features a dark blue background with a large, curved, light blue shape that resembles a stylized 'C' or a partial circle. Inside and around this shape are various colorful geometric elements: red and orange elongated rectangles, green and yellow circles, and purple and blue rounded shapes. The overall composition is modern and artistic.

# Расчет коэффициента Клаузинга для каналов прямоугольного сечения методом угловых коэффициентов

Тестовое задание студента  
4 курса МФТИ

*Павлович Егора Романовича*

# Понятия вакуумной техники

$$d\omega = 2\pi \sin\theta d\theta$$

$$dN_\theta = N \cos^b \theta d\omega$$

Диффузный  
закон  
распределения

$$\text{Kn} = \frac{\lambda}{D}$$

Число Кнудсена

$$Q = U(p_1 - p_2)$$

Проводимость

$$Q_{\text{тр}} = k_{\text{кл}} Q_{\text{отв}}$$

Коэфф-т Клаузинга

# Понятие УК

Угловые коэффициенты обладают свойствами:

- Замкнутости

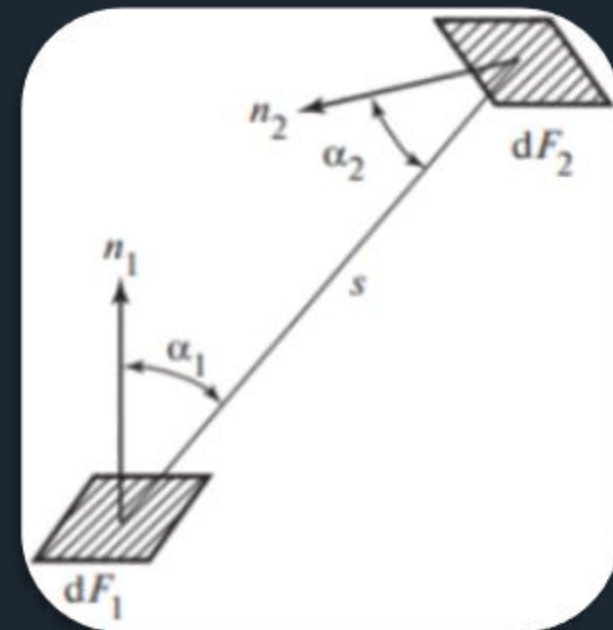
$$\sum_{i=1}^n \varphi_{F_j - F_i} = 1$$

- Взаимности

$$\varphi_{F_j - F_i} F_j = \varphi_{F_i - F_j} F_i$$

- Аддитивности

$$\varphi_{F_j - F_i} = \sum_{k=1}^n \varphi_{F_j - F_{ik}}, \quad F_i = \sum_{k=1}^n F_{ik}$$



Элементарный УК

# Метод угловых коэффициентов

$$d\varphi_{dF_j-dF_i} = \frac{\cos \psi_j \cos \psi_i}{\pi r^2} dF_i$$

$\psi_j$  - угол между нормалью к площадке  $dF_j$  и линией, соединяющей центры площадок  $dF_i$  и  $dF_j$

$r$  - расстояние между центрами площадок  $dF_i$  и  $dF_j$

$$q'_i dF_i = \int_{\Sigma F_j} q_j d\varphi_{dF_j-dF_i} dF_j$$

$q'_i$  - полная плотность падающего потока

$q_j$  - плотность потока молекул, покидающих площадку  $dF_j$

$d\varphi_{dF_j-dF_i}$  - вероятность попадания молекул газа с элементарной площадки  $dF_j$  на  $dF_i$

$$q_i = q_{0i} + (1 - \gamma) q'_i$$

$q_{0i}$  - плотность потока молекул, испускаемых элементарной площадкой  $dF_i$

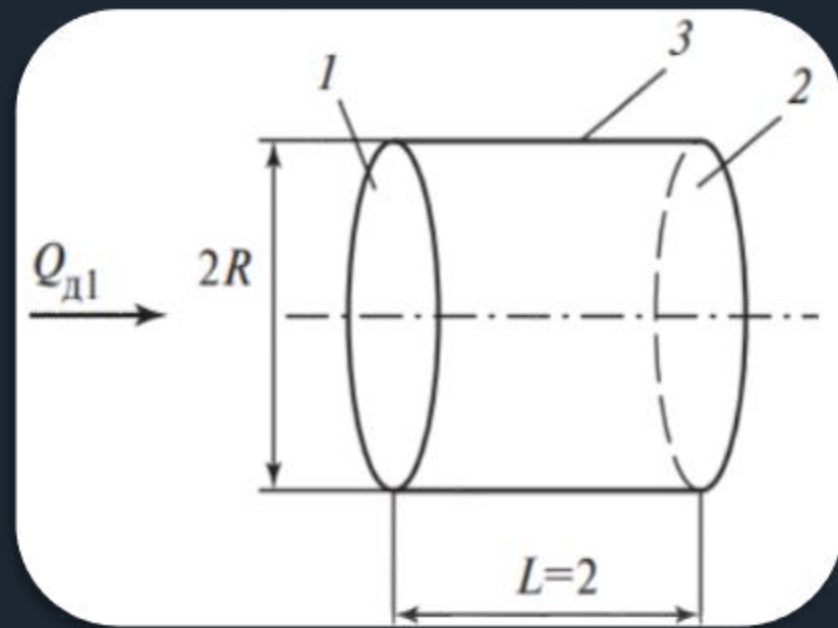
$\gamma$  - коэффициент поглощения молекул газа площадкой  $dF_i$

$q'_i$  - плотность потока молекул, падающих на площадку  $dF_i$

# Круглый трубопровод

Исходные данные

- Диаметр входного сечения цилиндра
- Коэффициенты отражения поверхностей



Модель трубы

Необходимо получить

- Зависимость коэфф-та *Клаузинга* от длины трубопровода ( $L/d < 10$ )

$$\begin{cases} Q_{\beta 1} = Q_{д1} + \beta_1(\varphi_{11}Q_{\beta 1} + \varphi_{21}Q_{\beta 2} + \varphi_{31}Q_{\beta 3}); \\ Q_{\beta 2} = Q_{д2} + \beta_2(\varphi_{12}Q_{\beta 1} + \varphi_{22}Q_{\beta 2} + \varphi_{32}Q_{\beta 3}); \\ Q_{\beta 3} = Q_{д3} + \beta_3(\varphi_{13}Q_{\beta 1} + \varphi_{23}Q_{\beta 2} + \varphi_{33}Q_{\beta 3}). \end{cases}$$

Система для потоков

$$Q_i = \sum_{j=1}^n Q_{\beta j} \varphi_{ji}$$

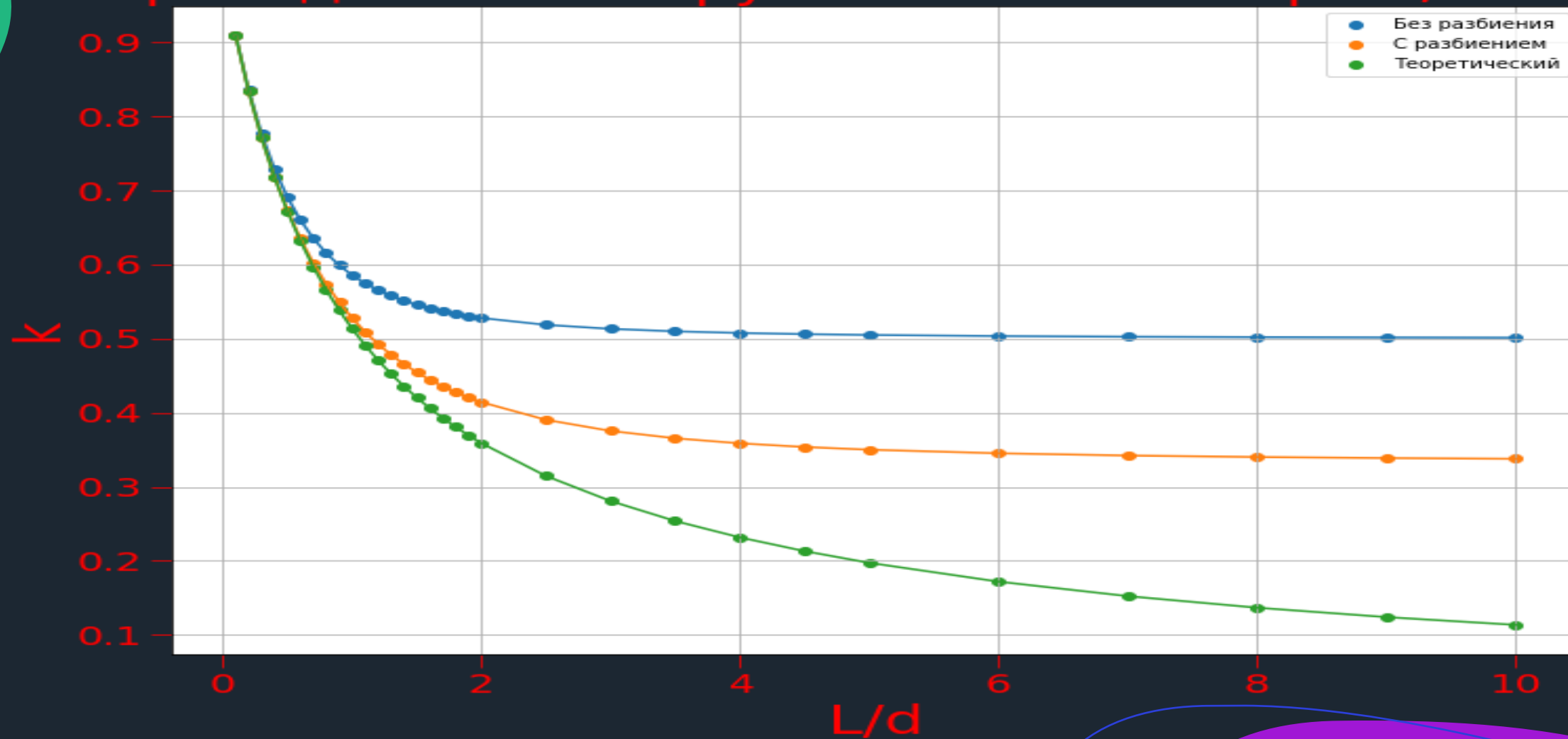
Поток на i-ю  
поверхность

УК для двух соосных параллельных дисков

$$\varphi_{F_1-F_2} = \frac{1}{2R_1^2} \left[ s^2 + R_1^2 + R_2^2 - \sqrt{(s^2 + R_1^2 + R_2^2)^2 - 4R_1^2 R_2^2} \right]$$

# Результаты для цилиндра

Проводимость в круглом сечении при  $L/d < 10$





# Прямоугольный трубопровод

Исходные данные

Элементарный УК

- Размеры входного сечения прямоугольного трубопровода для двух случаев :  $a = 1, b = 1$  и  $a = 1, b = 5$
- Коэффициенты отражения граней

Необходимо получить

- **Численный** расчет УК и выполнение свойств
- Зависимость коэфф-та *Клаузинга* от длины трубы
- Зависимость коэфф-та *Клаузинга* от размера ячейки



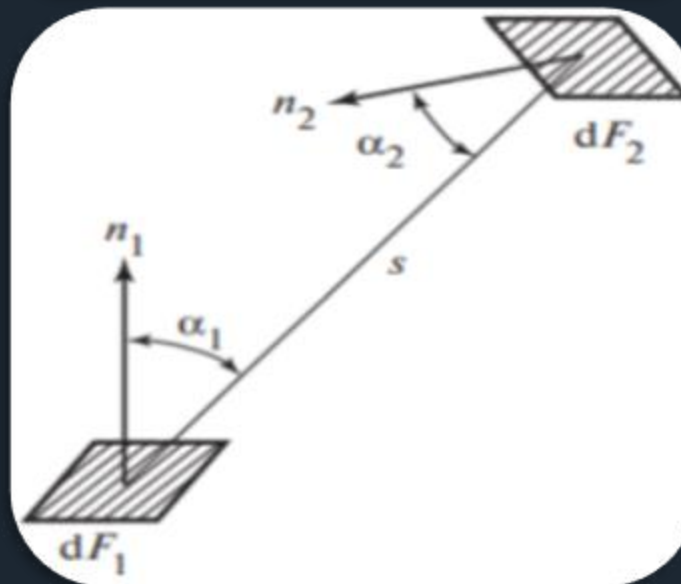
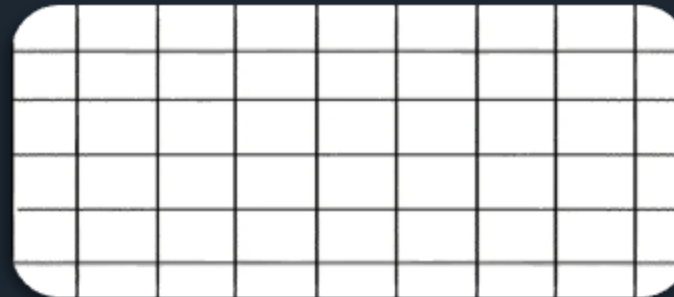
Разбиение граней  
эмиттера и коллектора на  
ячейки *заданного размера*



Фиксирование ячейки  
эмиттера. Сумма элем-х  
УК по ячейкам коллектора



Сумма по ячейкам  
эмиттера



Элементарный УК

# Решение

## Модель трубопровода

### Общий вид

$$\begin{cases} Q_{\beta 1} = Q_{д1} + \beta_1 \cdot (\varphi_{11}Q_{\beta 1} + \varphi_{21}Q_{\beta 2} + \varphi_{31}Q_{\beta 3} + \varphi_{41}Q_{\beta 4} + \varphi_{51}Q_{\beta 5} + \varphi_{61}Q_{\beta 6}) \\ Q_{\beta 2} = Q_{д2} + \beta_2 \cdot (\varphi_{12}Q_{\beta 1} + \varphi_{22}Q_{\beta 2} + \varphi_{32}Q_{\beta 3} + \varphi_{42}Q_{\beta 4} + \varphi_{52}Q_{\beta 5} + \varphi_{62}Q_{\beta 6}) \\ Q_{\beta 3} = Q_{д3} + \beta_3 \cdot (\varphi_{13}Q_{\beta 1} + \varphi_{23}Q_{\beta 2} + \varphi_{33}Q_{\beta 3} + \varphi_{43}Q_{\beta 4} + \varphi_{53}Q_{\beta 5} + \varphi_{63}Q_{\beta 6}) \\ Q_{\beta 4} = Q_{д4} + \beta_4 \cdot (\varphi_{14}Q_{\beta 1} + \varphi_{24}Q_{\beta 2} + \varphi_{34}Q_{\beta 3} + \varphi_{44}Q_{\beta 4} + \varphi_{54}Q_{\beta 5} + \varphi_{64}Q_{\beta 6}) \\ Q_{\beta 5} = Q_{д5} + \beta_5 \cdot (\varphi_{15}Q_{\beta 1} + \varphi_{25}Q_{\beta 2} + \varphi_{35}Q_{\beta 3} + \varphi_{45}Q_{\beta 4} + \varphi_{55}Q_{\beta 5} + \varphi_{65}Q_{\beta 6}) \\ Q_{\beta 6} = Q_{д6} + \beta_6 \cdot (\varphi_{16}Q_{\beta 1} + \varphi_{26}Q_{\beta 2} + \varphi_{36}Q_{\beta 3} + \varphi_{46}Q_{\beta 4} + \varphi_{56}Q_{\beta 5} + \varphi_{66}Q_{\beta 6}) \end{cases}$$

- $Q_i$  - поток, покидающий площадку
- $Q_{дi}$  - поток, выпускаемый площадкой
- $\beta_i$  - коэффициент отражения
- Слагаемые в скобках - поток из-за отражения потоков от других граней

- Конкретная задача

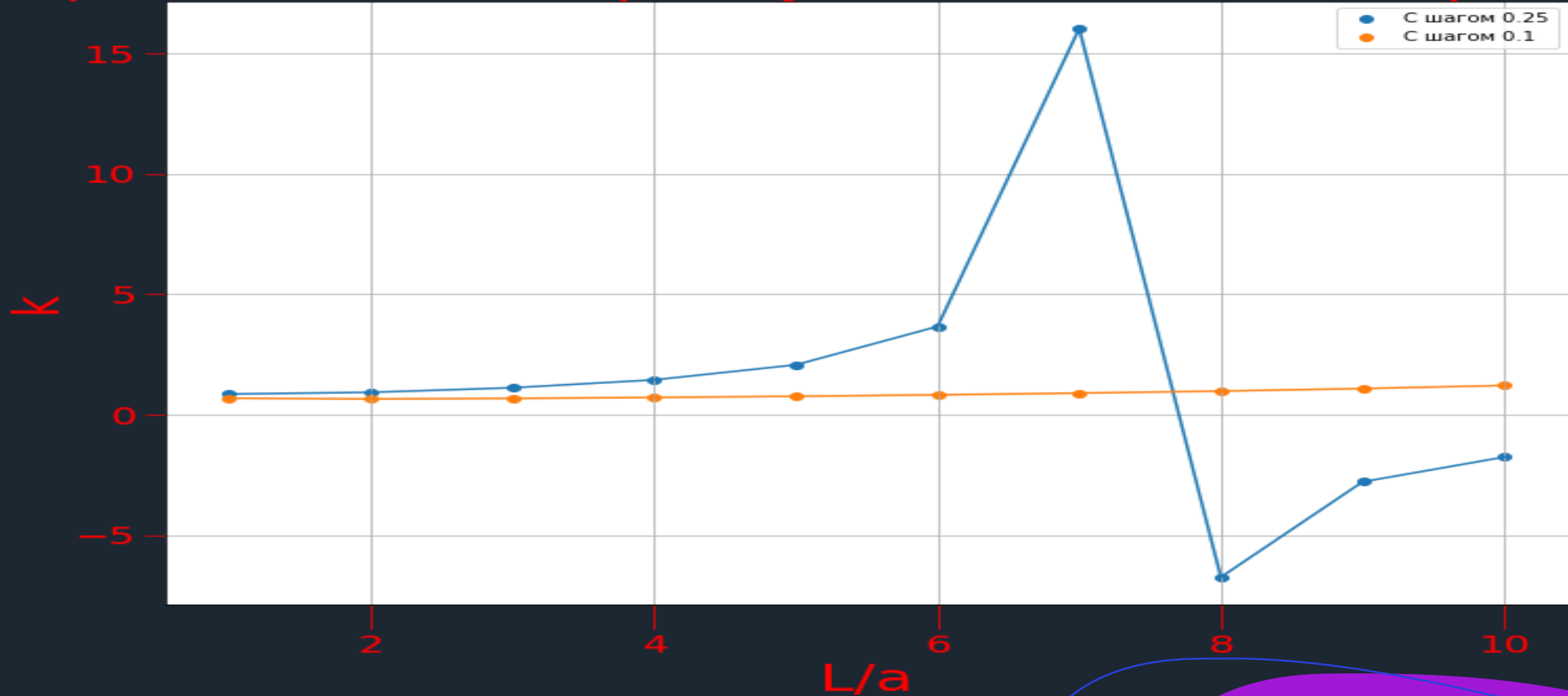
$$\left\{ \begin{array}{l} Q_{\beta 1} = Q_{д1} \\ Q_{\beta 2} = 0 \\ Q_{\beta 3} = \varphi_{13}Q_{\beta 1} + 2 \cdot \varphi_{43}Q_{\beta 4} + \varphi_{53}Q_{\beta 3} \\ Q_{\beta 4} = \varphi_{14}Q_{\beta 1} + 2 \cdot \varphi_{34}Q_{\beta 3} + \varphi_{64}Q_{\beta 4} \\ Q_{\beta 5} = Q_{\beta 3} \\ Q_{\beta 6} = Q_{\beta 4} \end{array} \right.$$

Поток на  $i$ -ю поверхность

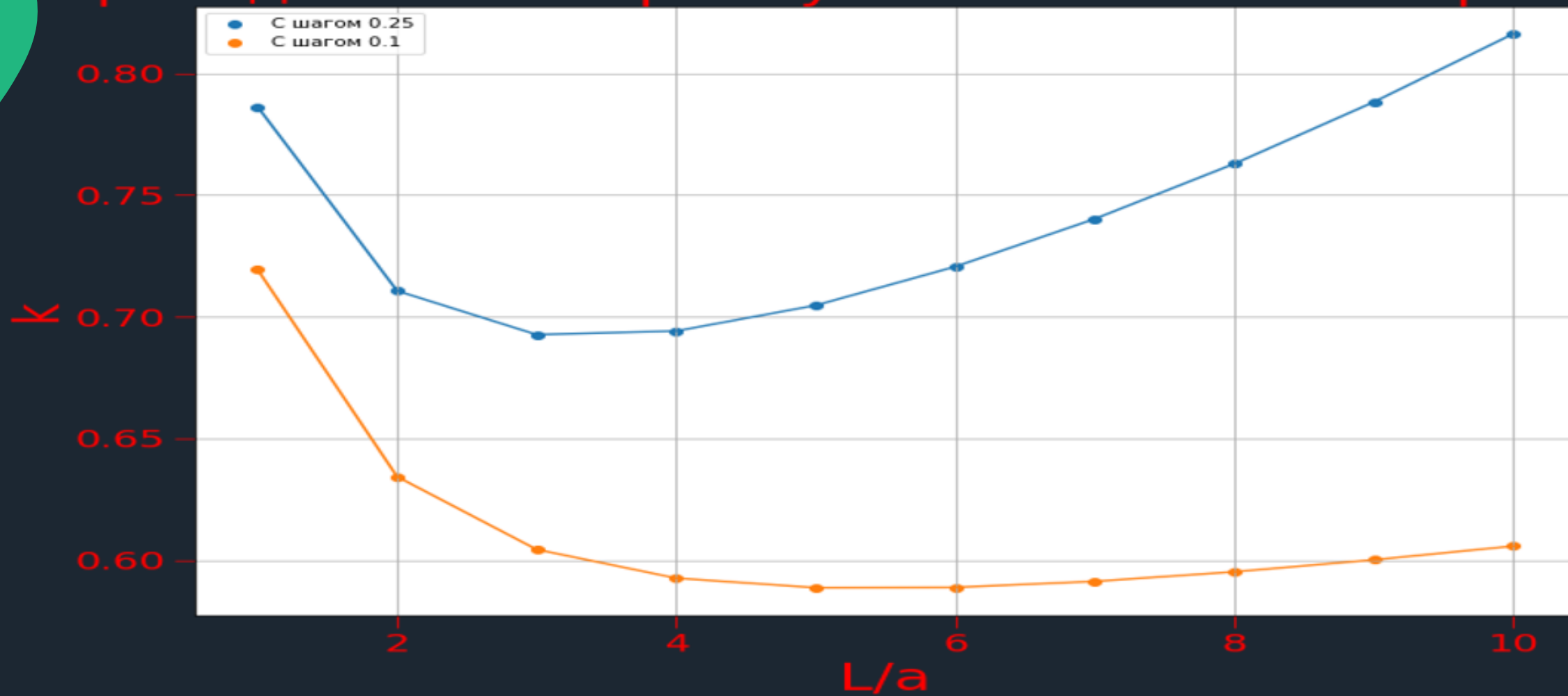
$$Q_i = \sum_{j=1}^n Q_{\beta j} \varphi_{ji}$$

# Результаты для прямоугольной трубы

Проводимость в прямоугольном сечении при  $b = 1$

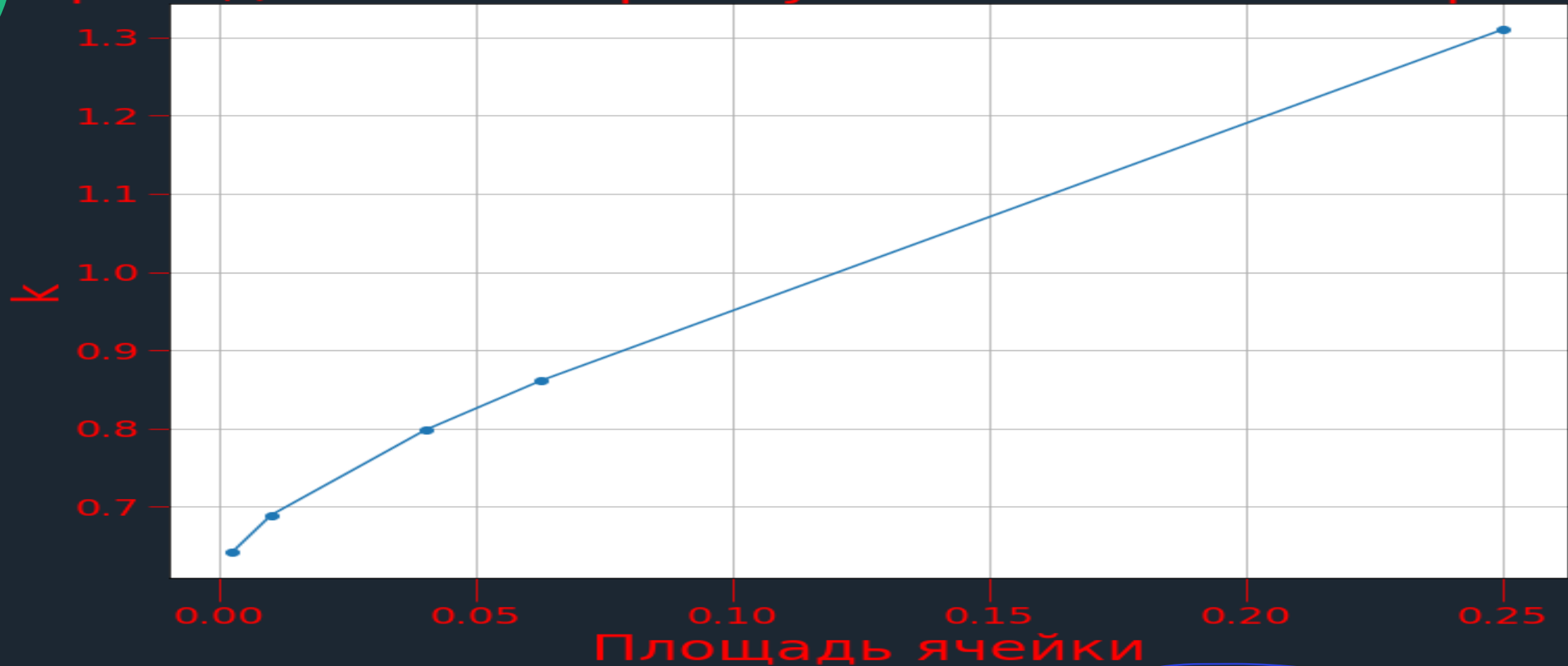


## Проводимость в прямоугольном сечении при $b = 5$

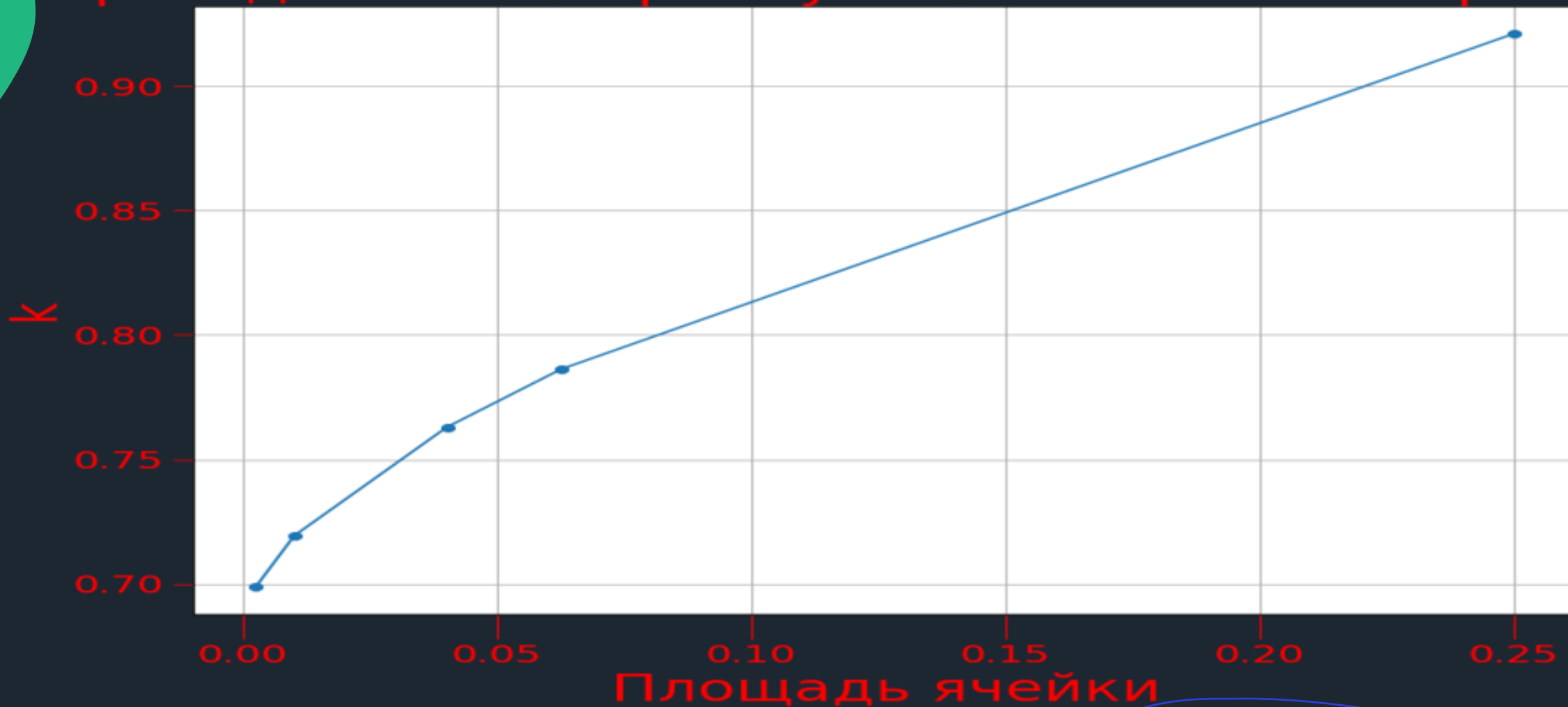


# Зависимость от размера ячейки

Проводимость в прямоугольном сечении при  $b = 1$



Проводимость в прямоугольном сечении при  $b = 5$





# Источники

- "Методы вакуумных систем"; С.Б. Нестеров, Ю.К. Васильев, А.В. Андросов
- "Вакуумная техника"; В.И. Иванов
- "Молекулярная физика"; Т.А. Бушина
- "Вакуумная техника"; Л.Н. Розанов