

กรณี 3: ถ้า m เป็นจำนวนเต็มบวกคี่และ n เป็นจำนวนเต็มบวกคู่ จะใช้เทคนิคการหาปริพันธ์ทีละส่วน

ตัวอย่างที่ 19 จงหา $\int \sec^3 x dx$

วิธีทำ ให้ $u = \sec x$ จะได้ $du = \sec x \tan x dx$ และให้ $dv = \sec^2 x dx$ จะได้ $v = \tan x$

ดังนั้นจะได้ว่า

$$\begin{aligned}\int \sec^3 x dx &= \sec x \tan x - \int \sec x \tan^2 x dx \\ &= \sec x \tan x - \int \sec x (\sec^2 x - 1) dx \\ &= \sec x \tan x - \int (\sec^3 x - \sec x) dx \\ &= \sec x \tan x - \int \sec^3 x dx + \int \sec x dx\end{aligned}$$

นั่นคือ

$$\begin{aligned}2 \int \sec^3 x dx &= \sec x \tan x + \int \sec x dx \\ 2 \int \sec^3 x dx &= \sec x \tan x + \ln |\sec x + \tan x|\end{aligned}$$

เพราะฉะนั้น

$$\int \sec^3 x dx = \frac{1}{2} (\sec x \tan x + \ln |\sec x + \tan x|) + c$$

2.3 การหาอินทิเกรตโดยวิธีแทนค่าเป็นฟังก์ชันตรีโกณมิติ (Trigonometric Substitution)

ในการอินทิเกรตฟังก์ชันที่มีเทอมของ $\sqrt{a^2 \pm b^2 u^2}$ หรือ $\sqrt{b^2 u^2 - a^2}$ โดยที่ $a, b > 0$ เราจะเปลี่ยนตัวแปรด้วยการแทนค่าเป็นฟังก์ชันตรีโกณมิติได้ดังต่อไปนี้

รูปแบบการอินทิเกรต	การแทนค่าด้วยฟังก์ชันตรีโกณมิติ	เงื่อนไข
$\sqrt{a^2 - b^2 u^2}$	$bu = a \sin \theta$	$-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$
$\sqrt{a^2 + b^2 u^2}$	$bu = a \tan \theta$	$-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$
$\sqrt{b^2 u^2 - a^2}$	$bu = a \sec \theta$	$0 \leq \theta < \frac{\pi}{2}$ หรือ $\pi \leq \theta < \frac{3\pi}{2}$

ตัวอย่างที่ 1 จงหา $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{16 - 9x^2}} dx$

ตัวอย่างที่ 2 จงหา $\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + 16}} dx$

ตัวอย่างที่ 3 จงหา $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2 - 9}} dx$