

# ฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์

ชื่อแรก นามสกุล

วันเสาร์ที่ ๑ มกราคม พ.ศ. ๒๕๖๕

ในคณิตศาสตร์ ฟังก์ชัน คือ ความสัมพันธ์ จากเซตหนึ่งที่เรียกว่าโดเมน ไปยังอีกเซตหนึ่งที่เรียกว่าโคโดเมน (บางครั้งคำว่าเรนจ์อาจถูกใช้แทน แต่เรนจ์นั้นมีความหมายอื่นด้วย โคโดเมนจึงเป็นที่นิยมมากกว่า เพราะไม่กำกวม) โดยที่สมาชิกตัวหน้าไม่ซ้ำกัน ความคิดรวบยอดของฟังก์ชันนี้เป็นพื้นฐานของทุกสาขาของคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์เชิงปริมาณ

## 1 ประวัติ

ในทางคณิตศาสตร์ “ฟังก์ชัน” บัญญัติขึ้นโดย โลบ์นิซ ใน พ.ศ. ๒๒๓๗ เพื่ออธิบายปริมาณที่เกี่ยวข้องกับเส้นโค้ง เช่น ความชันของเส้นโค้ง หรือจุดบนเส้นโค้ง ฟังก์ชันที่โลบ์นิซพิจารณา นั้นในปัจจุบันเรียกว่า ฟังก์ชันที่หาอนุพันธ์ได้ และเป็นชนิดของฟังก์ชันที่มักจะแก้ด้วยผู้ที่ไม่ใช่ นักคณิตศาสตร์ สำหรับฟังก์ชันชนิดนี้ เราสามารถพูดถึงลิมิตและอนุพันธ์ ซึ่งเป็นการทฤษฎีเซต พวกเขาได้พยายามนิยามวัตถุทางคณิตศาสตร์ทั้งหมดด้วย เซต ตรรกะ และ โลบาเชฟสกี ได้ให้นิยามสมัยใหม่ของฟังก์ชันออกมาเกือบพร้อมๆกัน

ในคำนิยามนี้ ฟังก์ชันเป็นเพียงกรณีพิเศษของความสัมพันธ์ อย่างไรก็ตาม เป็นกรณีที่มีความน่าสนใจเป็นพิเศษ ความแตกต่างระหว่างคำนิยามสมัยใหม่กับคำนิยามของออยเลอร์นั้น เล็กน้อยมาก

แนวคิดของ ฟังก์ชัน ที่เป็นกฎในการคำนวณ แทนที่เป็นความสัมพันธ์ชนิดพิเศษนั้น อยู่ในคณิตตรรกศาสตร์ และวิทยาการคอมพิวเตอร์เชิงทฤษฎี ด้วยหลายระบบ รวมไปถึง แคลคูลัสแลมบ์ดา ทฤษฎีฟังก์ชันเวียนเกิด และเครื่องจักรทัวริง

## 2 นิยามอย่างเป็นรูปนัย

ฟังก์ชัน  $f$  จากข้อมูลนำเข้าในเซต  $X$  ไปยังผลที่เป็นไปได้ในเซต  $Y$  (เขียนเป็น  $f : X \rightarrow Y$ ) คือความสัมพันธ์ระหว่าง  $X$  กับ  $Y$  ซึ่ง

1. สำหรับทุกค่า  $x \in X$  จะมี  $y \in Y$  ซึ่ง  $xfy$  ( $x$  มีความสัมพันธ์  $f$  กับ  $y$ ) นั่นคือ สำหรับค่านำเข้าแต่ละค่า จะมีผลลัพธ์ใน  $Y$  อย่างน้อย 1 ผลลัพธ์เสมอ

2. ถ้า  $xfy$  และ  $xfz$  แล้ว  $y = z$  นั่นคือ คำนำเข้าหลายค่าสามารถมีผลลัพธ์ได้ค่าเดียว แต่ค่านำเข้าค่าเดียวไม่สามารถมีผลลัพธ์หลายผลลัพธ์ได้