การพล็อตกราฟ

บทน้ำ

กราฟ (Graph) ที่ใช้แสดงผลลัพธ์ซึ่งเกิดขึ้นกับคณิตศาสตร์และการคำนวณมีอยู่ 2 ประเภทหลัก ๆ คือ (1) กราฟแสดง x-y plot ในสองมิติ และ (2) กราฟแสดงการพล็อตแบบพื้นผิว (Surface Plot) ในสาม มิติ ผลลัพธ์ในรูปแบบของการพล็อตช่วยทำให้เกิดความเข้าใจความหมายทางกายภาพได้อย่างรวดเร็ว

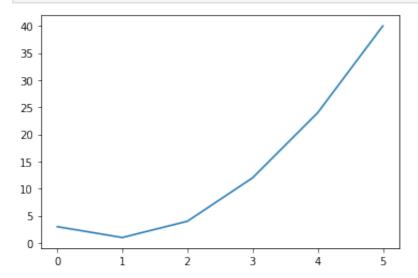
แพ็กเกจเพื่อการพล็อตกราฟต่าง ๆ บนไพธอนได้ถูกประดิษฐ์ขึ้นมาหลายแพ็กเกจ แพ็กเกจที่ชื่อว่า matplotlib.pyplot ได้รับความนิยมสูงสุดเพราะบรรจุคำสั่งและฟังก์ชันเป็นจำนวนมาก คำสั่งและ ฟังก์ชันต่าง ๆ ในแพ็กเกจนี้มีความคล้ายคลังกับที่ใช้กันในซอฟต์แวร์แมทแลบ (MATLAB) ซึ่งสามารถนำ มาใช้งานได้โดยสะดวก

ในบทนี้ เราจะเริ่มจากคำสั่งง่าย ๆ เพื่อทำ x-y plot ใน 2 มิติก่อน จากนั้นจึงนำเสนอคำสั่งเพิ่มเติมที่ ทำให้การพล็อตนั้นมีความสมบูรณ์มากขึ้นทั้งใน 2 และ 3 มิติ เราจะศึกษาเฉพาะคำสั่งที่จำเป็นเท่านั้นใน บทนี้ รายละเอียดของคำสั่งอื่น ๆ ซึ่งมีอีกเป็นจำนวนมาก สามารถศึกษาค้นคว้าได้จากเว็บไซต์ http:/mathplotlib.org/ และตัวอย่างการใช้คำสั่งเหล่านี้ในบทต่อ ๆ ไป

x-y พล็อตอย่างง่าย

สมมติว่าเรามีข้อมูลอยู่ 2 ชุด และต้องการพล็อตข้อมูล 2 ชุดนี้บนแกน x และ y เราสามารถใช้ชุดคำสั่งสั้น ๆ เพื่อทำการพล็อตขึ้นบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ ได้ดังนี้

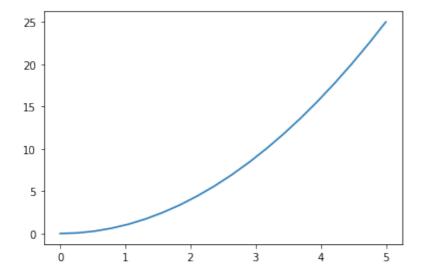
```
import matplotlib.pyplot as plt
x = [0, 1, 2, 3, 4, 5]
y = [3, 1, 4, 12, 24, 40]
plt.plot(x, y)
plt.show()
```



ชุดคำสั่งข้างต้นเริ่มจากการนำแพ็กเกจ matplotlib.pyplot เข้ามาก่อน จากนั้นเป็นการกำหนด ข้อมูลของทั้ง 2 ชุด แล้วจึงใช้คำสั่งพล็อตเพื่อแสดงผลขึ้นบนหน้าจอ

หากข้อมูล ในแต่ละชุดมีเป็นจำนวนมาก กราฟที่เกิดขึ้นจะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างค่อยเป็นค่อยไป ยก ตัวอย่างเช่น ต้องการพล็อตฟังก์ชัน $y=x^2$ ในช่วง 0< x<5,

```
import matplotlib.pyplot as plt
from pylab import *
    x = linspace(0, 5, 20)
    y = x**2
    plt.plot(x, y)
    plt.show()
```



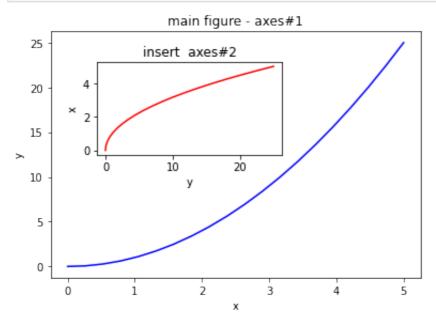
ในกรณีนี้เราใช้คำสั่ง linspace ที่บรรจุอยู่ในแพ็กเกจ pylab คำสั่ง linspace ข้างต้น บรรจุ ค่าเริ่มต้น ค่าสุดท้าย และจำนวนช่อง คล้ายกับคำสั่งที่ใช้กันในซอฟต์แวร์แมทแลบ

คำสั่งเบื้องต้นเหล่านี้ทำให้เราสามารถพล็อตการเปลี่ยนแปลงของ y ไปตาม x ได้อย่างรวดเร็ว การปรับ แต่งกราฟให้ดูสวยงามและมีสมบูรณ์มากขึ้นด้วยคำสั่งอื่น ๆ จะนำเสนอในหัวข้อถัดไป

x-y พล็อตทั่วไป

เพื่อให้ง่ายในการสร้าง x-y พล็อตทั่วไป เราจะใช้คำสั่ง figure และ axes ซึ่งบรรจุอยู่ในแพ็กเกจ matplotlib.pyplot คำสั่ง figure เป็นการระบุหน้าจอใหญ่ที่ครอบคลุมการพล็อตรูปย่อย ๆ ไว้ ทั้งหมด ส่วนคำสั่ง axes เป็นการพล็อตรูปเล็กย่อยหลายรูปที่อาจมีขนาดแตกต่างกันลงในจอใหญ่นี้ ชุด คำสั่งต่อไปนี้แสดงตัวอย่างการพล็อตฟังก์ชัน $y=x^2$ ให้เป็น 2 รูป ซึ่งมีขนาดแตกต่างกันบนหน้าจอใหญ่จอเดียว

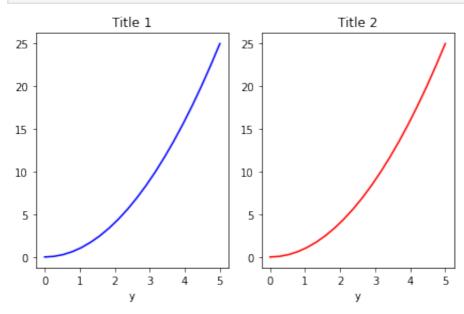
```
In [16]:
          import matplotlib.pyplot as plt
          from pylab import *
          x = linspace(0, 5, 20)
          y = x**2
          fig = plt.figure()
          axes1 = fig.add axes([0.1, 0.1, 0.8, 0.8])
          axes2 = fig.add axes([0.2, 0.5, 0.4, 0.3])
          # main figure
          axes1.plot(x, y, 'b')
          axes1.set_xlabel('x')
          axes1.set ylabel('y')
          axes1.set_title('main figure - axes#1')
          # insert
          axes2.plot(y, x, 'r')
          axes2.set xlabel('y')
          axes2.set_ylabel('x')
          axes2.set title('insert axes#2')
          plt.show()
```



ในชุดคำสั่งข้างต้น axes1 เป็นการกำหนดขนาดของรูปใหญ่ ซึ่งมีโดออร์ดิเนตมุมล่างซ้ายอยู่ที่ (0.1, 0.1) โดยขนาดของความกว้างและสูงของรูปคือ 0.8 และ 0.8 ตามลำดับ ส่วนการกำหนดรูปเล็ก axes2 ก็ ทำได้ในทำนองเดียวกัน จากนั้นจึงเป็นการพล็อตด้วยการใช้คำสั่ง axes1.plot และ axes2.plot ตาม ลำดับ ในแต่ละรูปภาพเราสามารถใส่สัญลักษณ์ในแนวแกน x และ y ได้ตามต้องการ รวมทั้งคำกำกับภาพ ก่อให้เกิดรูปภาพบนหน้าจอข้างบน

ประโยชน์ของการใช้คำสั่ง axes ก็คือเราสามารถนำหลายรูปเล็กมาจัดวางตามตำแหน่งต่าง ๆ บนหน้าจอ ใหญ่ได้ตามต้องการ เช่น

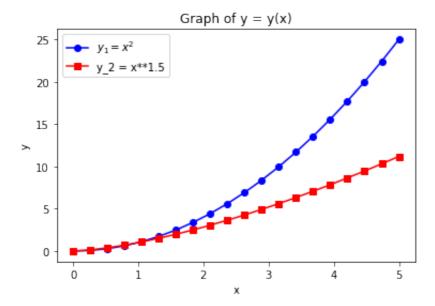
```
In [18]:
          import matplotlib.pyplot as plt
          from pylab import *
          x = linspace(0, 5, 20)
          y = x**2
          fig, axes = plt.subplots(nrows=1, ncols=2)
          num = 0
          colors = ['w', 'b', 'r', 'y']
          for ax in axes:
              num += 1
              ax.plot(x, y, colors[num])
              ax.set xlabel('x')
              ax.set_xlabel('y')
              ax.set_title(f'Title {num}')
          fig.tight_layout()
          plt.show()
```



ก่อให้เกิดภาพบนหน้าจอ ดังข้างบน

ในทางปฏิบัติ เราอาจต้องการพล็อตเส้นกราฟหลายเส้นบนรูปเดียวกัน เช่น ต้องการพล็อต $y_1=x^2$ และ $y_2=x^{1.5}$ เราสามารถสร้างชุดคำสั่งง่าย ๆ ได้ดังนี้

```
In [20]:
    from pylab import *
    import matplotlib.pyplot as plt
    x = linspace(0, 5, 20)
    y_1 = x**2
    y_2 = x**1.5
    fig, ax = plt.subplots()
    ax.plot(x, y_1, 'b', label='$y_1 = x^2$', marker='o')
    ax.plot(x, y_2, 'r', label='y_2 = x**1.5', marker='s')
    ax.legend(loc=2);
    ax.set_xlabel('x')
    ax.set_ylabel('y')
    ax.set_title('Graph of y = y(x)')
    show()
```

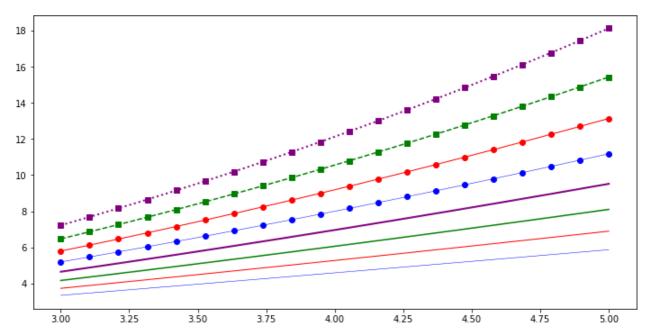


ในชุดคำสั่งข้างต้น กราฟ $y_1=x^2$ แสดงด้วยเส้นทึบสีน้ำเงินพร้อมจุดกลมทึบที่ตำแหน่งของข้อมูล ใน ขณะที่กราฟ $y_2=x^{1.5}$ แสดงด้วยเส้นประสีแดงพร้อมสี่เหลี่ยมทึบที่ตำแหน่งของข้อมูล ส่วน loc=2 ในชุดคำสั่งกำหนดตำแหน่งของกล่องซึ่งแสดงความหมายของเส้นกราฟ ให้อยู่ทางด้านซ้ายบนของรูป ผู้ ใช้สามารถกำหนดค่า loc=1,2,3,4 เพื่อให้ตำแหน่งของกล่องอยู่มุมขวาบน ซ้ายบน ซ้ายล่าง และ ขวาล่าง ของรูปนั้นได้ ตามลำดับ

ลักษณะของเส้นทึบ เส้นประ ความหนา และสี รวมทั้งสัญลักษณ์ที่ตำแหน่งข้อมูล สามารถสรุปการใช้งาน ได้จากชดคำสั่งและกราฟที่เกิดขึ้นตามมา ดังนี้

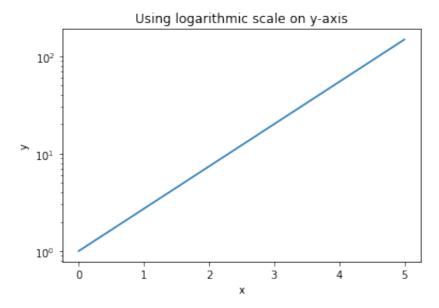
```
In [7]:
    from pylab import *
    x = linspace(3, 5, 20)
    fig, ax = plt.subplots(figsize=(12,6))
    ax.plot(x, x**1.1, color="blue", linewidth=0.5)
    ax.plot(x, x**1.2, color="red", linewidth=1.0)
    ax.plot(x, x**1.3, color="green", linewidth=1.5)
    ax.plot(x, x**1.4, color="purple", linewidth=2.0)
    ax.plot(x, x**1.5, color="blue", linewidth=0.5, linestyle='-', marker='o')
    ax.plot(x, x**1.6, color="red", linewidth=1.0, linestyle='-', marker='o')
    ax.plot(x, x**1.7, color="green", linewidth=1.5, linestyle='--', marker='s
    ax.plot(x, x**1.8, color="purple", linewidth=2.0, linestyle=':', marker='s
```

Out[7]: [<matplotlib.lines.Line2D at 0x11622d190>]



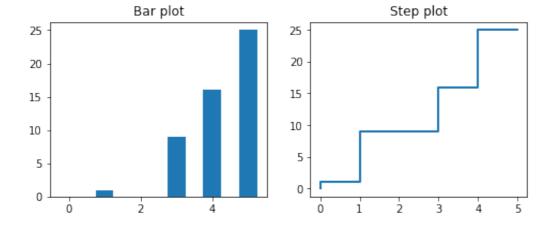
เราสามารถพล็อตกราฟด้วยสเกลแบบลอการิทึม (Logarithmic Scale) ยกตัวอย่างเช่น ต้องการพล็อต $y=e^x$ ด้วยการใช้สเกลธรรมดาในแนวแกน x แต่ใช้สเกลแบบลอการิทึมในแนวแกน y เราใช้ชุดคำสั่ง ดังตัวอย่างต่อไปนี้

```
from pylab import *
    import matplotlib.pyplot as plt
    import numpy as np
    x = linspace(0, 5, 20)
    y = np.exp(x)
    fig, ax = plt.subplots()
    ax.set_yscale("log")
    ax.plot(x,y)
    ax.set_xlabel('x')
    ax.set_ylabel('y')
    ax.set_title('Using logarithmic scale on y-axis')
    show()
```



ในบางครั้ง เราอาจต้องการพล็อตข้อมูลแบบแท่งและแบบขั้นบันได เราสามารถพล็อตกราฟในรูปแบบ เหล่านี้ได้ด้วยคำสั่ง bar และ step ดังแสดงในตัวอย่างต่อไปนี้

```
In [9]:
    from pylab import *
    import matplotlib.pyplot as plt
    n = array([0,1,3,4,5])
    fig, axes = plt.subplots(1,2,figsize=(8,3))
    axes[0].bar(n, n**2, align="center", width=0.5)
    axes[0].set_title("Bar plot")
    axes[1].step(n, n**2, linewidth=2)
    axes[1].set_title("Step plot")
    show()
```



3-D พล็อต

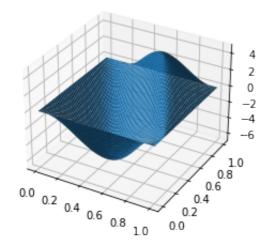
การวิเคราะห์ข้อมูลโดยทั่วไปด้วยวิธีการพล็อตกราฟดังแสดงในหัวข้อก่อนหน้านี้ สามารถช่วยให้เรา เข้าใจความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 2 ชุด ได้โดยสะดวก แต่การวิเคราะห์ข้อมูลทางวิทยาศาสตร์หรือ วิศวกรรมศาสตร์ในบางครั้ง เราต้องการพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มากกว่า 2 ชุด หัวข้อนี้จึง นำเสนอคำสั่งสำหรับการพล็อตกราฟซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล 3 ชุด หรือการพล็อตกราฟสาม มิติด้วยซอฟต์แวร์ไพธอน โดยเริ่มจากคำสั่งสำหรับการพล็อตพื้นผิว (Surface Plot) ในสามมิติก่อน

ยกตัวอย่างเช่น ถ้าเรามีสมการของ z ซึ่งเป็นฟังก์ชันของ x และ y ดังนี้

$$z = f(x,y) = 100 imes (1-x)y(1-y) an^{-1} \Biggl(10 \left(rac{x+y}{\sqrt{2}} - 0.8
ight)\Biggr)$$

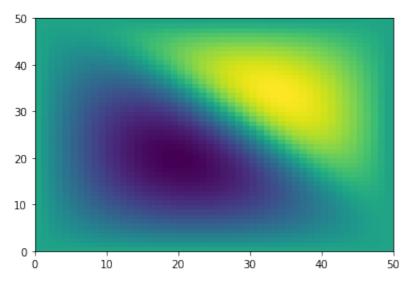
เราสามารถพล็อตพื้นผิวตามสมการข้างต้นได้ด้วยชุดคำสั่ง ดังต่อไปนี้

```
In [27]:
    from mpl_toolkits.mplot3d import axes3d
    import matplotlib.pyplot as plt
    import numpy as np
    x = np.linspace(0, 1, 50)
    y = np.linspace(0,1,50)
    X,Y = np.meshgrid(x,y)
    sq2 = np.sqrt(2)
    Z = 100*X*(1-X)*Y*(1-Y)*np.arctan(10*((X+Y)/sq2-0.8))
    fig = plt.figure()
    ax = fig.add_subplot(111, projection='3d')
    ax.plot_surface(X, Y, Z)
    plt.show()
```



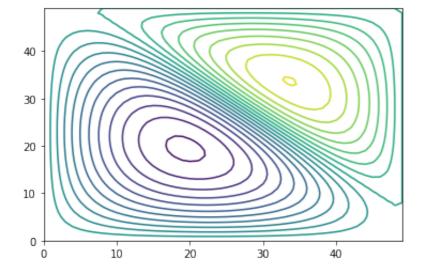
ฟังก์ชันเดียวกันนี้ สามารถแสดงด้วยการพล็อตใน 2 มิติแบบแถบสี (Fringe Plot) ได้ด้วยการใช้คำสั่งต่อ ไปนี้

```
In [10]:
    from mpl_toolkits.mplot3d import axes3d
    import matplotlib.pyplot as plt
    import numpy as np
    x = np.linspace(0, 1, 50)
    y = np.linspace(0,1,50)
    X,Y = np.meshgrid(x,y)
    sq2 = np.sqrt(2)
    Z = 100*X*(1-X)*Y*(1-Y)*np.arctan(10*((X+Y)/sq2-0.8))
    fig = plt.pcolor(Z)
    plt.show()
```



หรืออาจพล็อตในรูปแบบของเส้นชั้น (Contour Lines) ได้เช่นกัน ดังนี้

```
In [11]:
    from mpl_toolkits.mplot3d import axes3d
    import matplotlib.pyplot as plt
    import numpy as np
    x = np.linspace(0, 1, 50)
    y = np.linspace(0,1,50)
    X,Y = np.meshgrid(x,y)
    sq2 = np.sqrt(2)
    Z = 100*X*(1-X)*Y*(1-Y)*np.arctan(10*((X+Y)/sq2-0.8))
    fig = plt.contour(Z, 20)
    plt.show()
```



บทสรุป

ในบทนี้เราได้ศึกษาวิธีการพล็อตกราฟในซอฟต์แวร์ไพธอน แพ็กเกจหลักที่นิยมใช้กันคือ matplotlib.pyplot จากตัวอย่างต่าง ๆ ที่นำเสนอในบทนี้พบว่า การพล็อตกราฟด้วยซอฟต์แวร์ ไพธอนสามารถทำได้โดยง่าย เราสามารถควบคุมลักษณะต่าง ๆ ของกราฟที่ต้องการพล็อตขึ้นได้ เช่น ขนาด ชนิด และสีของเส้นกราฟ ลักษณะของจุดข้อมูล กราฟที่ถูกพล็อตขึ้นบนหน้าจอคอมพิวเตอร์ยัง สามารถคัดลอกเพื่อนำไปใช้งานอื่น ๆ ได้เช่น ใช้เพื่อประกอบการทำรายงาน หรือการนำเสนอ นอกจากการพล็อตกราฟแบบ x-y พล็อตแล้ว เรายังสามารถพล็อตกราฟพิเศษอื่น ๆ ได้อีกเช่น กราฟแบบแท่งและ แบบขั้นบันได ในช่วงท้ายของบทเราได้เห็นความสามารถ ในการพล็อตกราฟสามมิติในรูปแบบของพื้นผิว โค้ง

แถบสีและเส้นชั้น ความสามารถในการพล็อตกราฟของซอฟต์แวร์ไพธอนนี้เป็นประโยชน์อย่างมากในงาน วิทยาศาสตร์และวิศวกรรม เพราะเราสามารถทำการคำนวณข้อมูลตัวเลขที่ซับซ้อนแล้วแสดงผลด้วยกราฟ ได้ทันที ในบทต่อไปจะเป็นการนำเสนอศักยภาพของซอฟต์แวร์ไพธอนอีกประการหนึ่งก็คือการเขียน โปรแกรมหรือชดคำสั่ง ซึ่งจะทำให้เราสามารถทำการคำนวณปัญหาที่มีความซับซ้อนมากได้

แบบฝึกหัด

- 1. จงพล็อตกราฟของฟังก์ชัน $f(x)=x^5-5x^4-35x^3+125x^2+194x-280$ ในช่วง $-4 \leq x \leq 4$ และช่วง $-8 \leq x \leq 8$
- 1. จงพล็อตฟังก์ชัน $f(x) = 0.3x + rac{2.3}{2 + e^{1 2.3x}}$ ในช่วง $-3 \le x \le 5$

1. จงพล็อตฟังก์ชัน
$$f(x)=rac{2x}{2x-5}+rac{\sin(4\pi x)}{e^x}$$
 ในช่วง $-3\leq x\leq 1$

1. จงพล็อตฟังก์ชันต่อไปนี้

A.
$$f(x)=3x^2+4\sin(2x)-3$$
 ในช่วง $-2\leq x\leq 4$

B.
$$f(x)=4.3^{-0.5x}\cos(6x)$$
 ในช่วง $-4\leq x\leq 4$

$$\mathsf{C}.\,\,f(x)=3^{(-0.3x+13)}$$
 ในช่วง $-10\leq x\leq 10$

1. จงพล็อตสมการ

$$y=rac{3x^2+5x-2}{x^2}$$
 ในช่วง $-1\leq x\leq 1$

เนื่องจากสมการดังกล่าวมีค่าเป็นอนันต์ที่จุด x=0 ดังนั้น ให้แบ่งการพล็อตกราฟออกเป็น 2 ช่วงคือ $-1 \leq x \leq -0.1$ และ $0.1 \leq x \leq 1$ แล้วกราฟทั้งสองช่วงลง ในรูปเดียวกัน

เนื่องจากสมการดังกล่าวมีค่าเป็นอนันต์ที่จุด x=0 ดังนั้น ให้แบ่งการพล็อตกราฟออกเป็น 2 ช่วงคือ $-1 \le x \le -0.1$ และ $0.1 \le x \le 1$ แล้วกราฟทั้งสองช่วงลง ในรูปเดียวกัน

1. จงพล็อตสมการ

$$y=rac{x^2+4x-5}{x-3}$$
 ในช่วง $-4\leq x\leq 8$

เนื่องจากสมการดังกล่าวมีค่าเป็นอนันต์ที่จุด x=3 ดังนั้น ให้แบ่งการพล็อตกราฟออกเป็น 2 ช่วงคือ $-4 \le x \le 2.9$ และ $3.1 \le x \le 8$ แล้วพล็อตกราฟทั้งสองช่วงลง ในรูปเดียวกัน

- 1. จงพล็อตสมการ (A) ในข้อ 4 อีกครั้งด้วยเส้นประสีแดง
- 1. จงพล็อตสมการ (B) ในข้อ 4 อีกครั้งด้วยเส้นต่อเนื่องสีเขียว
- 1. จงใช้คำสั่ง axes เพื่อพล็อตสมการทั้งหมดในข้อ 4 โดยแบ่งบริเวณในการพล็อตออกเป็น 3 รูป ย่อยบนจอภาพเดียวกัน
- 1. ในการทดสอบระบบแบรกของรถยนต์ ระยะทางตั้งแต่การเริ่มเบรกจนกระทั่งรถหยุดสนิทนั้นขึ้นอยู่กับ ความเร็วของรถ ข้อมูลต่อไปนี้แสดงผลที่ได้จากการทดลอง

จงพล็อตกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับระยะหยุด โดยใช้เส้นต่อเนื่องสีน้ำเงินพร้อมแสดง จุดข้อมูลด้วยสัญลักษณ์วงกลมสีแดง

1. ข้อมูลต่อไปนี้แสดงการขยายตัวของแท่งโลหะชนิดหนึ่งที่อุณหภูมิต่าง ๆ กัน

อุณหภูมิ,
$0C$
 40 50 60 70 80 90 100 110 การขยายตัว,% 1.1 1.3 1.3 1.5 1.7 1.9 2.0 2.3

จงพล็อตกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างอุณหภูมิกับการขยายตัว โดยใช้เส้นต่อเนื่องสีม่วงพร้อมแสดง จุดข้อมูลด้วยสัญลักษณ์สี่เหลี่ยมจัตุรัสสีน้ำเงิน

1. จากตารางข้อมูลที่กำหนดให้

	_		_		_	_	_			
\boldsymbol{x}	0	1	3	4	6	8	9	10	11	12
y_1	1	-7	-17	-19	-17	-7	1	11	23	37
y_2	0	2	10	18	43	65	82	100	105	107

จงพล็อตกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร x กับ y_1 และ x กับ y_2 โดยพล็อตกราฟทั้งสองในแกน เดียวกัน แต่ให้ใช้ชนิดของเส้นและสีที่ต่างกัน

1. กำหนดให้ข้อมูลจากการทดสอบความแข็งแกร็งของเหล็กกล้า ซึ่งประกอบด้วยค่าความเค้น (Stress) σ และความเครียด (Strain) ε ดังแสดงในตาราง จงพล็อตลักษณะของการกระจายของ ข้อมูลดังกล่าว พร้อมแสดงจุดข้อมูลด้วยสัญลักษณ์สามเหลี่ยม

σ (MPa)	$arepsilon imes 10^3$	σ (MPa)	$arepsilon imes 10^3$
57.7	0.15	383.0	1.66
123.5	0.52	423.0	1.86
191.8	0.76	465.8	2.08
236.0	1.01	497.5	2.27
267.7	1.12	530.6	2.56
309.1	1.42	576.2	2.86
354.0	1.52	613.4	3.19

1. จงพล็อตสมการต่อไปนี้ในรูปแบบของพื้นผิว (Surface Plot)

$$f(x,y) = \left(rac{x+y}{x}
ight)^2 + (x+3y)^{0.5(2x+y)}$$

ในช่วง $1 \leq x \leq 10$ และ $1 \leq y \leq 10$

- 1. จงพล็อตสมการในข้อ 14 ในรูปแบบกราฟเส้นชั้น (Contour Plot) โดยพล็อตให้มีจำนวนเส้นชั้น เท่ากับ 15 เส้น
- 1. จงพล็อตสมการในข้อ 14 ในรูปแบบกราฟเส้นชั้นพร้อมเติมสี (Fringe Plot) โดยพล็อตให้มีจำนวน เส้นชั้นเท่ากับ 20 เส้น
- 1. จงพล็อตสมการต่อไปนี้ในรูปแบบของพื้นผิว (Surface Plot)

$$f(x,y) = \frac{\sin(4\sqrt{x^2+y^2})}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

ในช่วง $0 \leq x \leq 1$ $\,\,\,$ และ $\,\,\,0 \leq y \leq 1$

- 1. จงพล็อตสมการในข้อ 17 ในรูปแบบกราฟเส้นชั้น (Contour Plot) โดยพล็อตให้มีจำนวนเส้นชั้น เท่ากับ 20 เส้น
- 1. จงพล็อตสมการในข้อ 17 ในรูปแบบกราฟเส้นชั้นพร้อมเติมสี (Fringe Plot) โดยพล็อตให้มีจำนวน เส้นชั้นเท่ากับ 20 เส้น