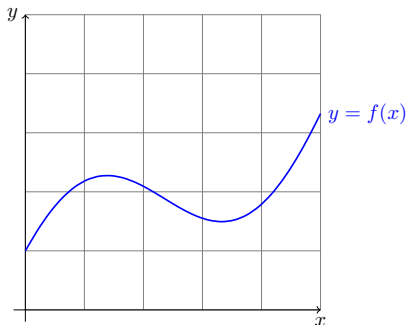


# เส้นโค้งพาราเมตริก

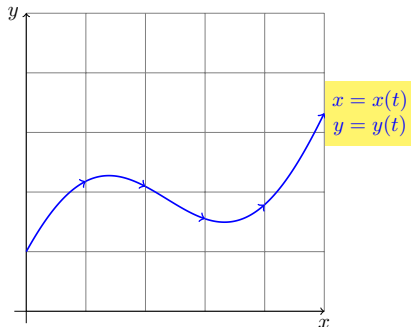
ดร. รัฐพรหม พรหมคำ

สาขาวิชาคณิตศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มทร.ธัญบุรี

# Non-Parametric VS Parametric Curves

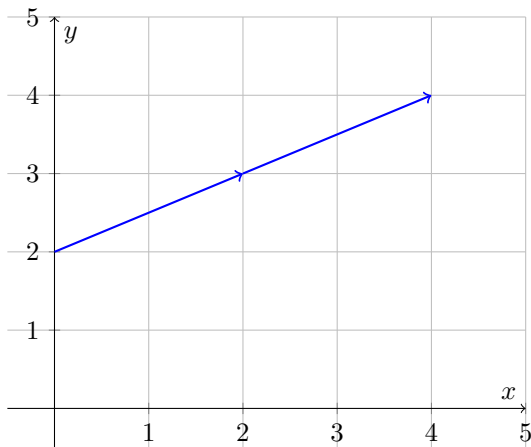


Non-Parametric:  
 $y = f(x)$

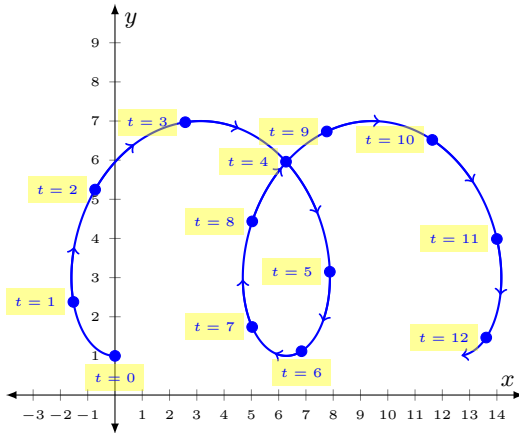


Parametric:  
 $x = x(t), y = y(t),$

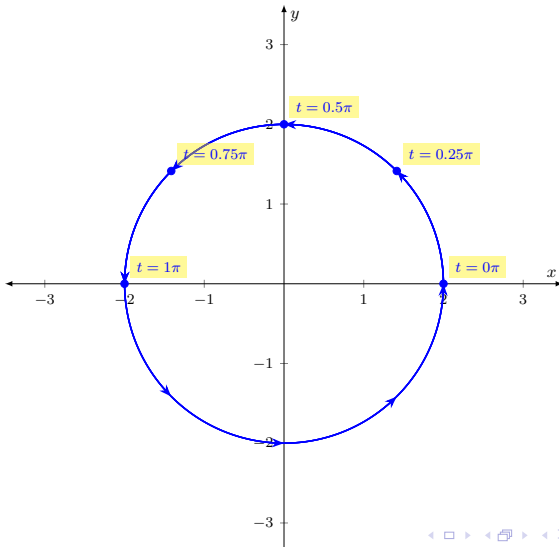
ตัวอย่าง 1 จงวาดกราฟ  $x = 2t, y = t + 2$  เมื่อ  $0 \leq t \leq 2$ .



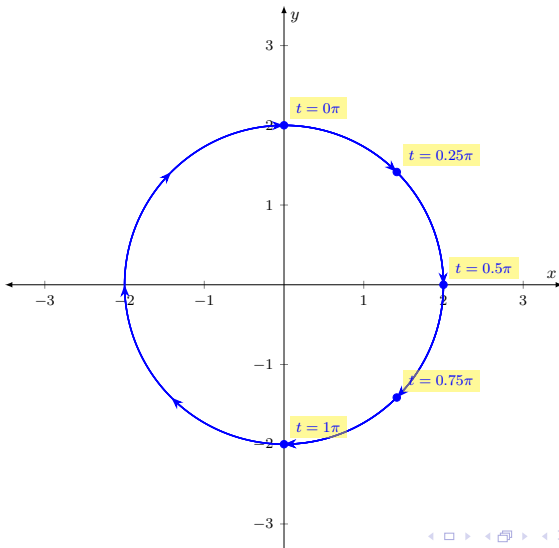
ตัวอย่าง 2 จงวาดกราฟ  $x = t - 3\sin(t)$ ,  $y = 4 - 3\cos(t)$   
เมื่อ  $0 \leq t \leq 2\pi$ .



ตัวอย่าง 3 จงวาดกราฟ  $x = 2 \cos(t)$ ,  $y = 2 \sin(t)$  เมื่อ  $0 \leq t \leq 2\pi$ .



ตัวอย่าง 4 จงวาดกราฟ  $x = 2\sin(t)$ ,  $y = 2\cos(t)$  เมื่อ  $0 \leq t \leq 2\pi$ .



ตัวอย่าง 5 จงเขียนสมการต่อไปนี้อยู่ในรูปที่ไม่มีตัวแปรพาราเมตริก

$$x = 2t, y = 2t + 2.$$

ตัวอย่าง 6 จงเขียนสมการต่อไปนี้อยู่ในรูปที่ไม่มีตัวแปรพาราเมตริก

$$x = 2t + 4, y = t + 2.$$



ตัวอย่าง 7 จงเขียนสมการต่อไปนี้อยู่ในรูปที่ไม่มีตัวแปรพาราเมตริก

$$x = \frac{t}{2}, y = 4 - t^2.$$

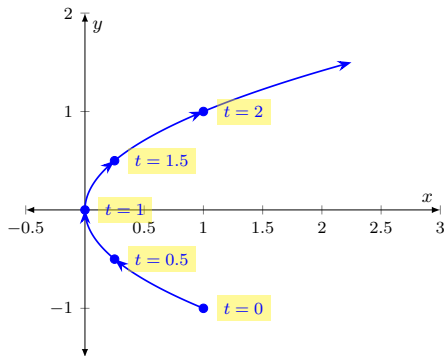
ตัวอย่าง 8 จงเขียนสมการต่อไปนี้อยู่ในรูปที่ไม่มีตัวแปรพาราเมตริก

$$x = 2 \cos(t), y = 2 \sin(t).$$

ตัวอย่าง 9 จงวาดกราฟ และเขียนสมการต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปที่ไม่มีตัวแปรพาราเมตริก

$$x = t^2 - 2t + 1, y = t - 1$$

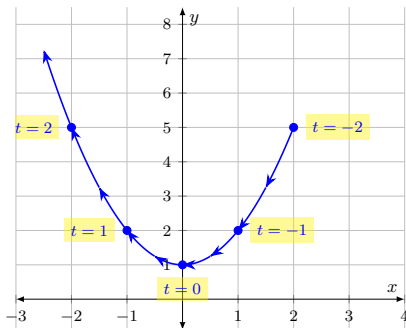
เมื่อกำหนดให้  $0 \leq t \leq 1$ .



ตัวอย่าง 10 จงวาดกราฟ และเขียนสมการต่อไปนี้อยู่ในรูปที่ไม่มีตัวแปรพาราเมตริก

$$x = -t, y = t^2 + 1$$

เมื่อกำหนดให้  $-2 \leq t \leq 2$ .



ตัวอย่าง 11 จงวาดกราฟ และเขียนสมการต่อไปนี้อยู่ในรูปที่ไม่มีตัวแปรพาราเมตริก

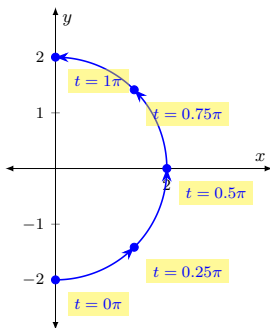
$$x = 2 \cos(t), y = 2 \sin(t)$$

เมื่อกำหนดให้  $0 \leq t \leq 2\pi$ .

ตัวอย่าง 12 จงวาดกราฟ และเขียนสมการต่อไปนี้อยู่ในรูปที่ไม่มีตัวแปรพาราเมตริก

$$x = 2 \sin(t), y = -2 \cos(t)$$

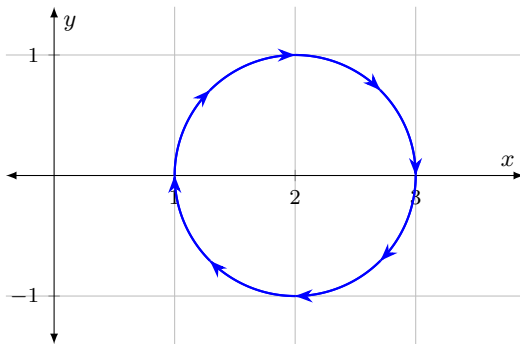
เมื่อกำหนด  $0 \leq t \leq \pi$ .



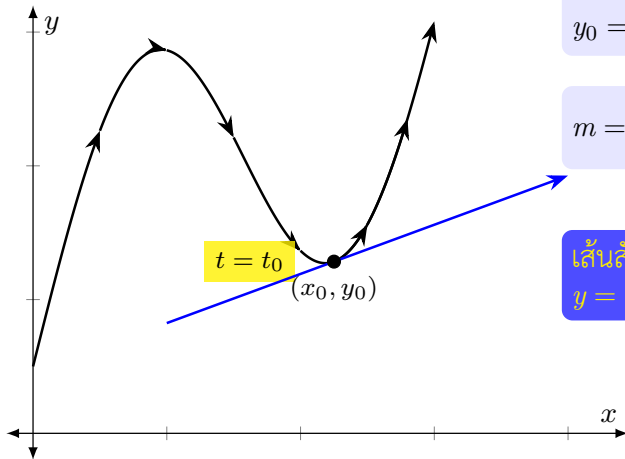
ตัวอย่าง 13 จงวาดกราฟ และเขียนสมการต่อไปนี้อยู่ในรูปที่ไม่มีตัวแปรพาราเมตริก

$$x = 2 - \cos(t), y = \sin(t)$$

เมื่อกำหนด  $0 \leq t \leq 2\pi$ .



## เส้นสัมผัสเส้นโค้งพาราเมตริก



$$x_0 = x(t_0)$$

$$y_0 = y(t_0).$$

$$m = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_0}$$

เส้นสัมผัส:

$$y = m(x - x_0) + y_0$$



ตัวอย่าง 14 จงหา  $\frac{dy}{dx}$  เมื่อ  $x = t^2 + 2$  และ  $y = 4t^3 - 1$ .

ตัวอย่าง 15 จงหา  $\frac{dy}{dx}$  เมื่อ  $x = e^{-t}$  และ  $y = e^{2t}$ .

ตัวอย่าง 16 กำหนดให้  $x = 3t^2$  และ  $y = 4t - t^4$ . จงหา  $\frac{dy}{dx}$   
เมื่อ  $t = 2$ .

ตัวอย่าง 17 กำหนดให้  $x = \cos(t)$  และ  $y = \sin^2(t)$ . จงหา  $\frac{dy}{dx}$  เมื่อ  $t = \frac{2\pi}{3}$ .

ตัวอย่าง 18 กำหนดให้  $x = 5 - t^2$  และ  $y = t^3 - 3t$ . จงหา  $\frac{dy}{dx}$  เมื่อ  $(x, y) = (1, -2)$ .

ตัวอย่าง 19 กำหนดให้  $x = 2 \sin(t)$  และ  $y = 2 \cos(t)$ .  
จงหา  $\frac{dy}{dx}$  เมื่อ  $(x, y) = (1, -\sqrt{3})$ .

## ตัวอย่าง 20 จงหาสมการเส้นสัมผัสโค้งพาราเมตริก

$$x = t^2 - t, y = t^3 + 2$$

ที่  $t = 2$ .

## ตัวอย่าง 21 จงหาสมการเส้นสัมผัสโค้งพาราเมตริก

$$x = \sec(t), y = \tan(t)$$

$$\text{ที่ } t = \frac{\pi}{6}.$$



## ตัวอย่าง 22 จงหาสมการเส้นสัมผัสโค้งพาราเมตริก

$$x = 5 - t^2, y = t^3 - 3t$$

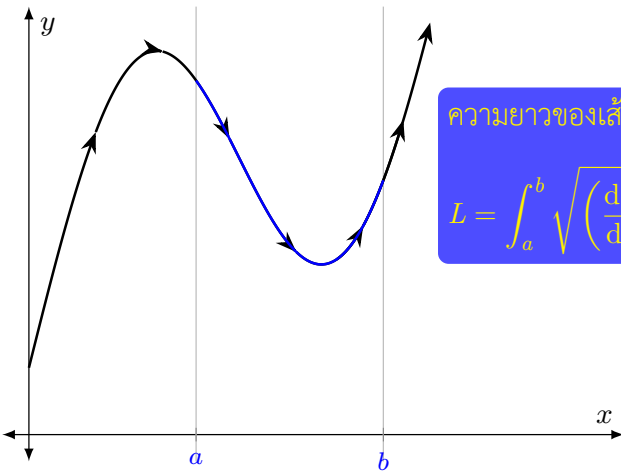
ที่  $(x, y) = (1, -2)$ .

## ตัวอย่าง 23 จงหาสมการเส้นสัมผัสโค้งพาราเมตริก

$$x = 1 + t^2, y = 1 + t \ln(t)$$

ที่  $(x, y) = (2, 1)$ .

# ความยาวของเส้นโค้งพาราเมตริก



ความยาวของเส้นโค้ง:

$$L = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} dt$$

ตัวอย่าง 24 จงหาความยาวของเส้นโค้งพาราเมตริก

$$x = 3 - 4t, \quad y = 3t - 2 \quad (0 \leq t \leq 2).$$

ตัวอย่าง 25    จงหาความยาวของเส้นโค้งพาราเมตริก

$$x = \cos(t), \quad y = \sin(t) \quad (0 \leq t \leq 2\pi).$$

## ตัวอย่าง 26 จงหาความยาวของเส้นโค้งพาราเมตริก

$$x = -3 \sin(t), \quad y = 3 \cos(t) \quad (0 \leq t \leq \pi).$$