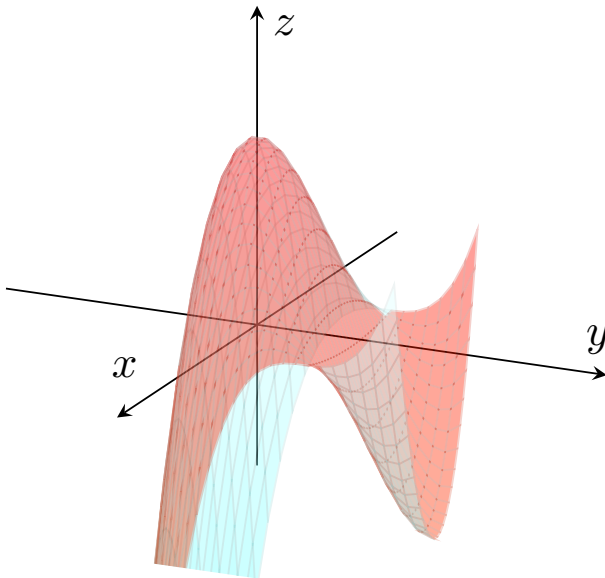


ค่าสุดขีดสัมพัทธ์

ดร. รัฐพรหม พรหมคำ

แคลคูลัสสำหรับวิศวกร 2

ค่าสุดขีดสัมพัทธ์



จุดวิกฤติ

บทนิยาม

เราจะเรียกจุด (a, b) ว่า **จุดวิกฤติ** ของฟังก์ชัน f ถ้าข้อใดข้อหนึ่งต่อไปนี้เป็นจริง

- 1 $\nabla f(a, b) = \vec{0}$
- 2 $f_x(a, b)$ หาค่าไม่ได้
- 3 $f_y(a, b)$ หาค่าไม่ได้

ถ้าจุด (a, b) คือจุดสุดขีดสัมพัทธ์ของ f และ อนุพันธ์ย่อยของ f หาค่าได้ที่ (a, b) แล้ว (a, b) คือ จุดวิกฤติของ f และ $\nabla f(a, b) = \vec{0}$

ตัวอย่าง 1 จงหาจุดวิกฤติของฟังก์ชันที่กำหนดโดย

$$f(x, y) = 4 + x^3 + y^3 - 3xy$$

ตัวอย่าง 2 จงหาจุดวิกฤติของฟังก์ชันที่กำหนดโดย

$$f(x, y) = 3x^2y + y^3 - 3x^2 - 3y^2 + 2$$

การหาค่าสุดขีดสัมพัทธ์

กำหนดให้ (a, b) เป็นจุดวิกฤติของฟังก์ชัน f และอนุพันธ์ย่อยของ f ต่อเนื่องบนบางย่านใกล้เคียงของ (a, b)

กำหนดให้

$$D = f_{xx}(a, b)f_{yy}(a, b) - (f_{xy}(a, b))^2$$

- 1 ถ้า $D > 0$ และ $f_{xx}(a, b) > 0$ แล้ว ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของ f คือ $f(a, b)$
- 2 ถ้า $D > 0$ และ $f_{xx}(a, b) < 0$ แล้ว ค่าสูงสุดสัมพัทธ์ของ f คือ $f(a, b)$
- 3 ถ้า $D < 0$ แล้ว (a, b) คือ จุดอานม้าของ f
- 4 ถ้า $D = 0$ แล้ว (a, b) อาจจะเป็น จุดอานม้าของ f หรือ จุดต่ำสุดสัมพัทธ์ของ f หรือ จุดสูงสุดสัมพัทธ์ของ f

การหาค่าสุดขีดสัมพัทธ์

ตัวอย่าง 3 จงหาค่าสุดขีดสัมพัทธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดโดย

$$f(x, y) = 4 + x^3 + y^3 - 3xy$$

ตัวอย่าง 4 จงหาค่าสุดขีดสัมพัทธ์ของฟังก์ชันที่กำหนดโดย

$$f(x, y) = 3x^2y + y^3 - 3x^2 - 3y^2 + 2$$