**ОТЧЁТ**

**ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 3**

**ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕРПОЛИРОВАНИЕ И ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЕ**

**(Вариант 5)**

*Выполнил студент 3 курса ПМ АДМО*

*Бут Дмитрий*

***Постановка задачи:*** пусть на отрезке [*а; b*] заданы точки и значения функции в этих точках: *.*



Интерполяционный многочлен Лагранжа:

.



Оценка погрешности формулы Лагранжа:

,



где



Для равномерной сетки с шагом h и известных узлов yi-1, yi, yi+1 производные в точке xi вычисляются следующим образом

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Левая | Правая | Центральная | Вторая |
| (yi-yi-1)/h | (yi+1-yi)/h | (yi+1-yi-1)/2h | (yi-1-2yi+yi+1)/h2 |

***Исходные данные:***

Первая часть (Интерполирование)

Вариант № 5 *y = ln x*, *х=*3,2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 3,0 | 3,5 | 4,0 | 4,5 |
|  |  |  |  |  |

Вторая часть (Дифференцирование)

, *а=*2, *b=*2,5.

**Интерполирование.** Известна функция . Заполнить таблицу значениями yk для указанных *xk*, с точностью 10-4. Составить по таблице интерполяционный многочлен Лагранжа. Привести его окончательный вид. Вычислить значение функции в заданной точке аналитически и с помощью многочлена Лагранжа. Оценить погрешность формулы Лагранжа и абсолютную погрешность вычислений.



Результат вычисления для указанных с точностью

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 3,0 | 3,5 | 4,0 | 4,5 |
|  | 1.0986 | 1.2528 | 1.3863 | 1.5041 |

Интерполяционный многочлен Лагранжа:

Значение функции в точке аналитически:

Значение функции в точке с помощью многочлена Лагранжа:

Абсолютная погрешность:

Погрешность формулы Лагранжа:

На отрезке принимает максимальное значение в точке , следовательно

**Дифференцирование.** Вычислить таблицу на отрезке [a,b] на равномерной сетке (5 узлов), и в этих узлах найти значение первой производной функции по формулам 1-го (левая и правая) и 2-го порядка точности (центральная) и значение второй производной по формулам 2-го порядка точности, где это возможно Во всех точках найти точные значения производных. Оценить погрешность. Результаты свести в таблицу. Точность – 4 значащих цифры.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 2 | 2,125 | 2,25 | 2,375 | 2,5 |
|  | 1,0000 | 0,9922 | 0,9689 | 0,9305 | 0,8776 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | численно | | | | точно | |
| *xk* | *f’(x)* слева | *f’(x)* справа | *f’(x)* центр | *f’’(x)* | *f’(x)* | *f’’(x)* |
| 2 | - | 0,2106 | - | 0,7213 | - | 0,5107 |
| 2,125 | 0,2106 | 0,1986 | 0,2046 | 0,6243 | 0,4137 | 0,4257 |
| 2,25 | 0,1986 | 0,1878 | 0,1932 | 0,5481 | 0,3495 | 0,3602 |
| 2,375 | 0,1878 | 0,1782 | 0,183 | 0,4868 | 0,2999 | 0,3086 |
| 2,5 | 0,1782 | - | - | 0,4365 | 0,2583 | - |

Таблица относительной погрешности вычислений.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *xk* | *f’(x)* слева | *f’(x)* справа | *f’(x)* центр | *f’’(x)* |
| 2 | - | -0,3607 | - | 0 |
| 2,125 | 0,4197 | -0,2938 | 0,1975 | -0.0963 |
| 2,25 | 0,3548 | -0,0859 | 0,1577 | -0.0859 |
| 2,375 | 0,3037 | -0,0871 | 0,1279 | -0.0771 |
| 2,5 | - | -0,1746 | - | - |

**ПРИЛОЖЕНИЕ**