

Поля

A – компонента поля.

$$W_f = \int \frac{A^2}{8\pi} dx dy$$

На дискретной сетке интеграл перейдёт в сумму

$$W_f = \sum \frac{A^2}{8\pi} \Delta x \Delta y$$

В безразмерных единицах:

$$A = \hat{A} \frac{m_e c \omega_p}{e}$$

Длины в $\frac{c}{\omega_p}$

Тогда

$$W_f = \sum \frac{\hat{A}^2}{8\pi} \cdot \frac{m_e^2 c^2 \omega_p^2}{e^2} \Delta \hat{x} \Delta \hat{y} \cdot \frac{c^2}{\omega_p^2}$$

раскрываем плазменную частоту, которая вышла из полей

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi n_0 e^2}{m_e}$$

$$W_f = \sum \frac{\hat{A}^2}{8\pi} \cdot \frac{m_e^2 c^2}{e^2} \frac{4\pi n_0 e^2}{m_e} \Delta \hat{x} \Delta \hat{y} \cdot \frac{c^2}{\omega_p^2}$$

Сокращаем

$$W_f = \sum \frac{\hat{A}^2}{8\pi \rightarrow 2} \cdot \frac{m_e^2 c^2}{e^2} \frac{4\pi n_0 e^2}{m_e} \Delta \hat{x} \Delta \hat{y} \cdot \frac{c^2}{\omega_p^2}$$

$$W_f = \sum \frac{\hat{A}^2}{2} \cdot m_e c^2 n_0 \Delta \hat{x} \Delta \hat{y} \cdot \frac{c^2}{\omega_p^2}$$

выносим размерные множители

$$W_f = \left[\sum \frac{\hat{A}^2}{2} \Delta \hat{x} \Delta \hat{y} \right] \cdot (m_e c^2 n_0) \frac{c^2}{\omega_p^2}$$

Таким образом энергия полей и частиц вычисляется по безразмерным величинам,

используемым в коде, и имеет одну размерность $(m_e c^2 n_0) \frac{c^2}{\omega_p^2}$

Частицы

Кинетическая энергия одной частицы:

$$w = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2} - mc^2$$

В коде мы с помощью ppc частиц воспроизводим плотность плазмы n в ячейке размером $\Delta x \Delta y$. Поэтому вклад одной модельной частиц высчитывается как:

$$w = \left(\sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2} - mc^2 \right) \Delta x \Delta y \frac{n}{ppc}$$

Переходим к безразмерным единицам, используемым в коде. Масса частицы $m = \hat{m} m_e$, импульс: $p = \hat{p} p_e = \hat{p} m_e c$, концентрация $n = \hat{n} n_0$

$$w = \left(\sqrt{\hat{m}^2 m_e^2 c^4 + \hat{p}^2 m_e^2 c^4} - \hat{m} m_e c^2 \right) \Delta \hat{x} \Delta \hat{y} \cdot \frac{c^2}{\omega_p^2} \frac{\hat{n} n_0}{ppc}$$

выносим размерные множители

$$w = \left[\left(\sqrt{\hat{m}^2 + \hat{p}^2} - \hat{m} \right) \Delta \hat{x} \Delta \hat{y} \frac{\hat{n}}{ppc} \right] \cdot (m_e c^2 n_0) \frac{c^2}{\omega_p^2}$$

Общая энергия получится суммированием:

$$W_p = \sum_i w_i$$