

Experiment on Feedback-Loop

By: Koki Harada, M5R-No,24

Sota Fujita, M5R-No,25

The date of Experiment: 10/Jun/2024 ~ 24/Jun/2024

1. Abstract

本実験では二次遅れ系の電気回路からフィードバック制御の基礎を学ぶ。始めに二次遅れ系の回路からボード線図の描画を行い、その後その回路をフィードバックできるように改良し、ボード線図の変化を見る。実験で得られた実験値と理論値の誤差を考察することで閉ループ回路によるフィードバック制御の理解を深める。

2. Introduction

Servo systems that provide feedback control of machine position and speed are used to control robots and machine tools. In this section, the basic design procedure of a servo system with feedback control is understood through experiments. In this experiment, the following tasks will be carried out:

1) Modeling of the control system

A mathematical model is created from the structure and characteristic parameters of the control object to obtain theoretical values of the response characteristics. Next, input/output data are taken from the actual control system to obtain experimental values of the response characteristics. By comparing these theoretical and experimental values, the validity of the mathematical model of the control system used in the control system design is evaluated. Here, the response characteristics are evaluated by drawing a Bode diagram using the frequency response method.

2) Design of the controller

Using the mathematical model obtained in 1), we will propose a method to calculate the necessary feedback-loop gain to achieve a control objective. The control objective will be given by the teacher. The step response of the closed-loop system will also be computed.

3) Performance evaluation of the real control system

A closed-loop system is constructed by incorporating the compensator and its response characteristics are evaluated to see whether they satisfy the specifications given in 2). If not, consider the causes and take countermeasures.

3. Methods

3-1 Knowledge required for the experiment

- 1) Automatic control, Transfer function, Bode plot, Time response, Electronic circuits, Feedback control theory

回路の組み立てに使用するブレッドボードを Fig.1 に示す。配線は以下の配色で行った。

Red: +15

Blue: -15

Green: Input signal

Black: GND

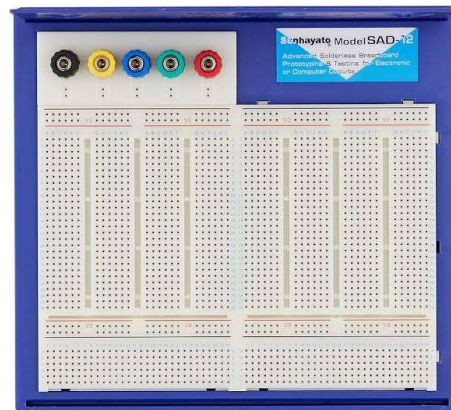


Fig. 1 Breadboard for Electronic circuit

- 2) OP amp transfer function and usage

理想的な OP アンプの入力電圧と出力電圧の関係は、その増幅比を A として次式で表される。

$$A = \frac{V_o}{V_i} = \frac{-Z_o i}{Z_i i} = -\frac{Z_o}{Z_i}$$

Fig. 2 の点 p は、バーチャルショート、あるいはイマジナリショートと呼ばれ、その電位は 0 [Volt] で電流は OP アンプに流れ込まない点になっている。回路図を Fig.2 に示す。今回使用する OP amp (μ PC 4560) のピン配置を Fig.3 に示す。

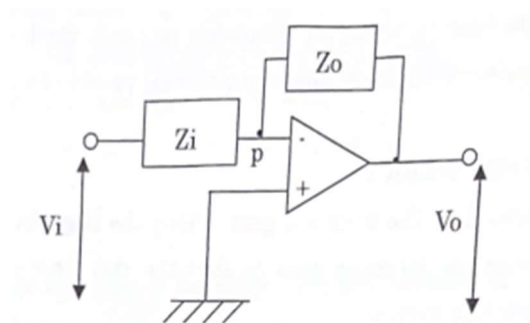


Fig. 2 The amplifier circuit with OP amp

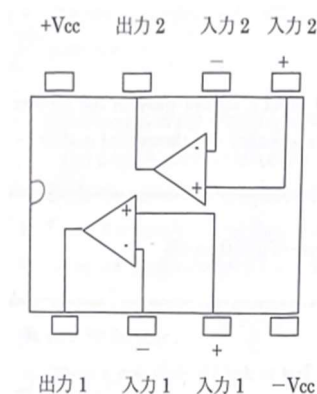


Fig. 3 The arrangement of

また、Fig.4 において入出力の関係は次式となる。

$$\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} = -\frac{V_o}{R_o}$$

この関係から、回路に用いる抵抗の値を選ぶことにより、

OP amp を使ってアナログ信号の加算回路を実現することができる。

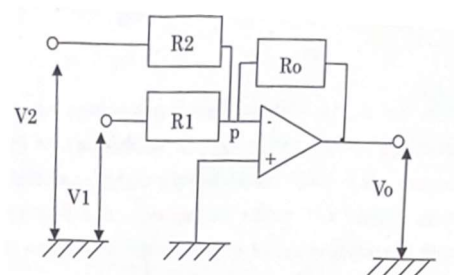


Fig.4 The adder circuit with OP amp

- 3) Electronic components understanding, Resistances,

Capacitors

抵抗とキャパシタのインピーダンスは以下の通り計算できる.

直列接続 :

$$Z = R + \frac{1}{j\omega C}$$

並列接続 :

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + j\omega C$$

$$\therefore Z = \frac{R}{1 + j\omega CR}$$

- 4) Usage of electronic measure devices, Oscilloscopes, Function generators

3-2 Experiment procedure

1) Plant description

The electronic circuit on Fig. 5 will be the plant studied in this experiment.

- Find the transfer function of the plant on Fig. 5.
- Using the mathematical model, build the Bode graph of the plant (Gain, Phase).
- Build the physical electronic system on Fig. 5 (Be sure to apply the safety measures)
- Use a sinusoidal (AC) input to determine the gain and phase of the plant.
- Compare and comment the results obtained theoretically (b.) and in practice (d.).

2) Design of the control system

The objective of the control is to halve the rise time of the plant. For this, we will:

- Calculate the theoretical gain to satisfy those condition.
- Calculate the transfer function of the closed-loop system, and the theoretical step response.
- Propose an electronic circuit to realize the feedback control, as well as the constant of the components.

3) Improvement of the control system

The final objective of this experiment is to improve and discuss the control system:

- Build the physical electronic system proposed at the end of 2)
- Using a square input for the circuit, observe the step response of the closed loop.
- Compare the results between 2) and 3).

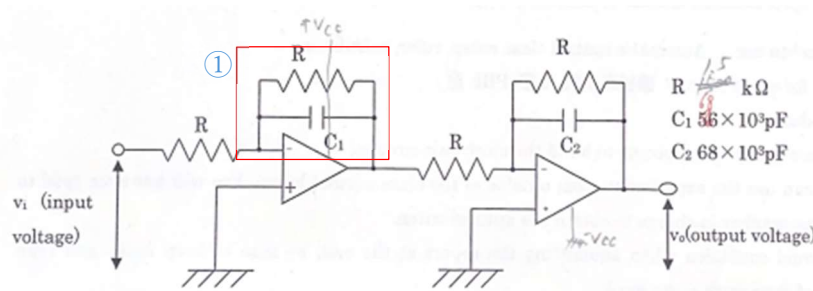


Fig. 5 Circuit diagram of Open-loop system

4. Results

4-1 WORK FOR WEEK 1

- 1) Build a mathematical model of the Plant on Fig. 5, and draw the bode graph
- 2) Connect the circuit to the measurement equipment and plot the experimental values on the Bode diagram using the frequency response method on the Oscilloscope
- 3) Compare theoretical and experimental values of the Bode diagram and discuss

まず, Fig.5 の①について考える. インピーダンスは並列回路の公式より

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R} + \frac{1}{\frac{1}{j\omega cR}}$$

$$Z = \frac{R}{1 + j\omega cR}$$

そして, OP amp の性質から以下のように入力と出力の関係が得られる.

$$j\omega = s \text{ とおく}$$

$$\begin{aligned} \frac{Z^2}{R^2} &= \frac{1}{(1 + \xi cR)^2} \\ &= \frac{1}{s^2 + \frac{2\xi}{RC} + \frac{1}{R^2 c^2}} \dots (1) \end{aligned}$$

$$\frac{1}{RC} = \omega_n \text{ とおく}$$

$$(1) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2s\xi\omega_n + \omega_n^2}$$

$$G_1(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2s\xi\omega_n + \omega_n^2}$$

ここで, ω_n は固有角周波数と呼ばれる動作の速度を決めるパラメータ, ξ は減衰係数と呼ばれる振動の有無と収束速度を決めるパラメータである.

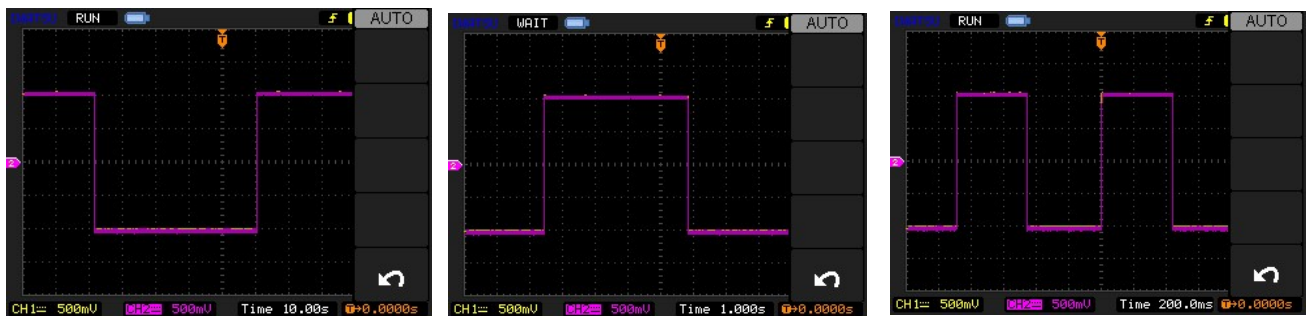


Fig. 6 Result of Experiment1(1) 左から 1hz,10hz,100hz



Fig. 7 Result of Experiment1(2) 左から 1khz,10khz,100khz

Fig. 6 と Fig. 7 に実験結果を示す．数式モデルから得られた理論値をボード線図にしたものを Fig. 8 に示す．

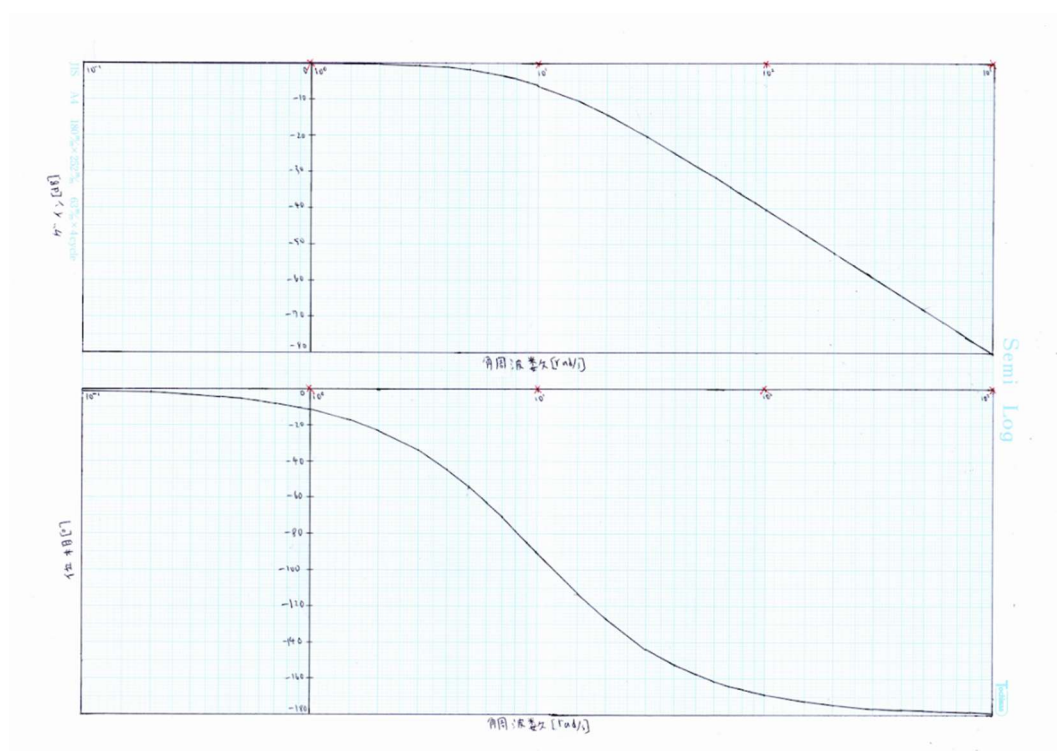


Fig. 8 Bode graph

実験値について，位相差は 10khz で 24° ，100khz では値が収束していないので測定不能であった．1khz までは位相差が 0 となった．また，Fig. 7 の 1khz において入力電圧が少しオーバーシュートしているように見える．これは実験の際に端子を当てる場所を間違えたか，配線のどこかでノイズが入った可能性が考えられる．

4-2 WORK FOR WEEK 2

- 1) Determine the feedback gain. Using the transfer function of the circuit fabricated in week 1, design the feedback gain so that the rise time of the closed-loop system is half that of the open loop system.
- 2) Determine the physical component necessary to achieve the objective in (1). Draw a Diagram representing the electronic circuit for the proposed closed-loop feedback system.

閉ループ系のブロック線図を Fig. 9 に示す. 閉ループ系は一般に controller, actuator, plant, sensor で構成されており, 入力値にセンサーからの値を加えることで目標値に対して最適な制御をすることができる. 今回の実験では電気信号のみで閉ループ系を作るため, 外界に仕事行う actuator と外界の環境を読み取る sensor は必要ない. よって, Fig. 10 に示すように actuator と sensor を考慮しない閉ループ系を構成した閉ループ系を構成した.

Fig. 10 に示すブロック線図を再現する回路図を Fig. 11 に示す.

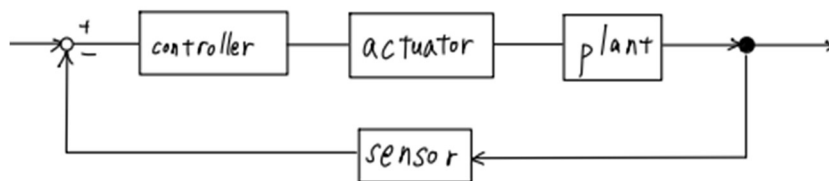


Fig. 9 lock diagram of Closed loop



Fig. 10 Block diagram in this experiment

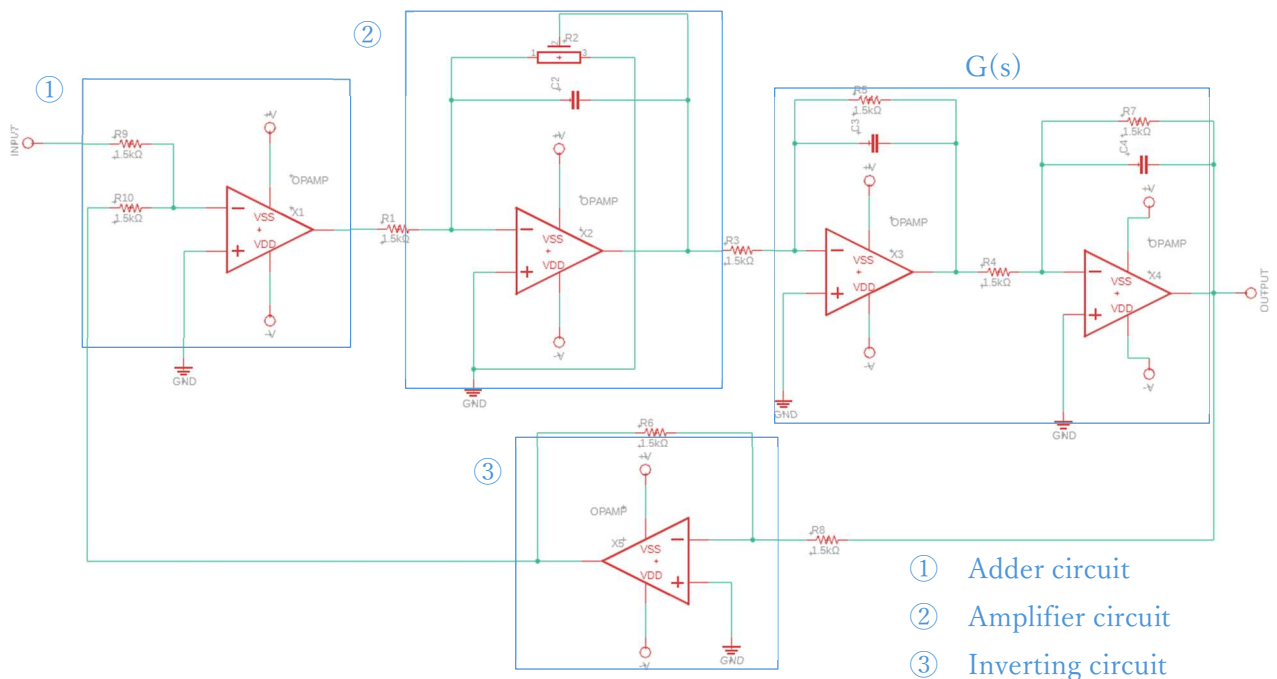


Fig. 11 Electric diagram in this Experiment

ここで, Fig. 10 のブロック線図からフィードバックゲインを決定する. フィードバックゲインは以下の計算によって求められる.

$$\begin{aligned}
 G_2(s) &= \frac{KG_1(s)}{1 + KG_1(s)} \\
 &= \frac{K \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}}{1 + K \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}} \\
 &= \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + (1 + K)\omega_n^2} \\
 \therefore \omega_n' &= \sqrt{1 + K}\omega_n \\
 &= \frac{K}{1 + K} \omega_n'^2 \\
 \therefore \xi' &= \frac{1}{\sqrt{1 + K}} \\
 G_2(s) &= \frac{K}{1 + K} \frac{\omega_n'^2}{s^2 + 2s\xi'\omega_n' + \omega_n'^2} \\
 G_2(s)' &= \frac{K}{1 + K} \frac{\omega_n'^2}{s^2 + 2s\xi'\omega_n' + \omega_n'^2} \frac{1}{s} \\
 &= \frac{K}{1 + K} \left\{ \frac{1}{s} - \frac{s + 2\xi'\omega_n'}{s^2 + 2s\xi'\omega_n' + \omega_n'^2} \right\}
 \end{aligned}$$

立ち上がり時間は以下の式から求められる

$$G_1 \text{ の立ち上がり時間 : } T_{1\pi} = \frac{\pi}{\omega_n}$$

$$G_2 \text{ の立ち上がり時間 : } T_{2\pi} = \frac{\pi}{\omega_n'}$$

閉ループ系を開ループ系の立ち上がり時間の半分にするには

$$T_{2\pi} = \frac{1}{2} T_{1\pi}$$

になる K を求めればよいので,

$$\omega_n = \frac{1}{RC}, \quad \omega_n' = \sqrt{1 + K}\omega_n$$

を代入すると

K が得られたので, この時の伝達関数は,

$$\omega_n' = \sqrt{1 + K}\omega_n = 29.4 * 2\pi [\text{kHz}]$$

$$A = \frac{K}{1 + K} = 0.75$$

$$\xi' = \frac{1}{\sqrt{1 + K}} = 0.5$$

この結果から閉ループ系のボード線図を書くと、Fig. 12 のように示せる。
この時、可変抵抗の理論値は

$\therefore R_i$ は可変抵抗の値

$\therefore R = 1.5[k\Omega]$

$$K = \frac{R_i}{R}$$

$R_i = 4.5[k\Omega]$

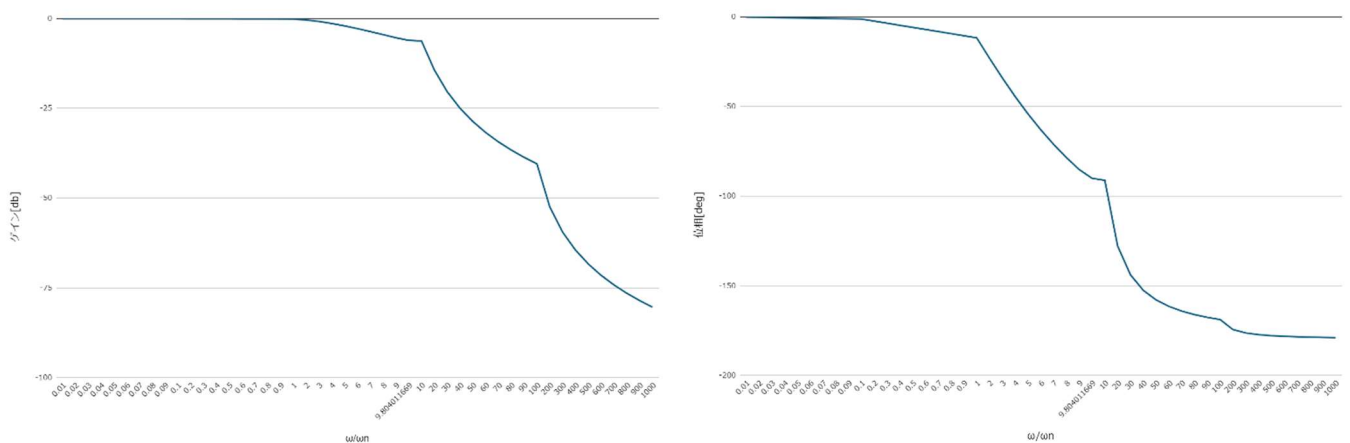


Fig. 12 Bode graph

よって、可変抵抗を $4.5[k\Omega]$ にした時の応答を示す。

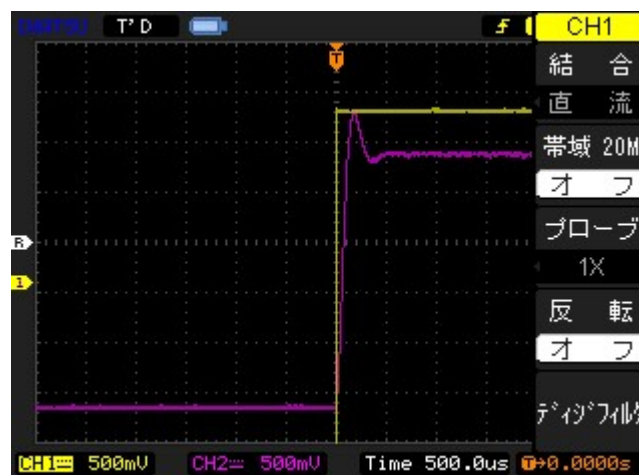


Fig. 13 Result of Experiment2

4-3 WORK FOR WEEK 3

- 1) Realize the electronic circuit proposed in week 2, and input a square wave in the system to observe the step response. Discuss the differences between reality and theoretical models.

Fig. 14 に閉ループ系を以下のように求めたステップ応答を示す。また、それぞれの抵抗値の時の応答を Fig. 15 に示す。

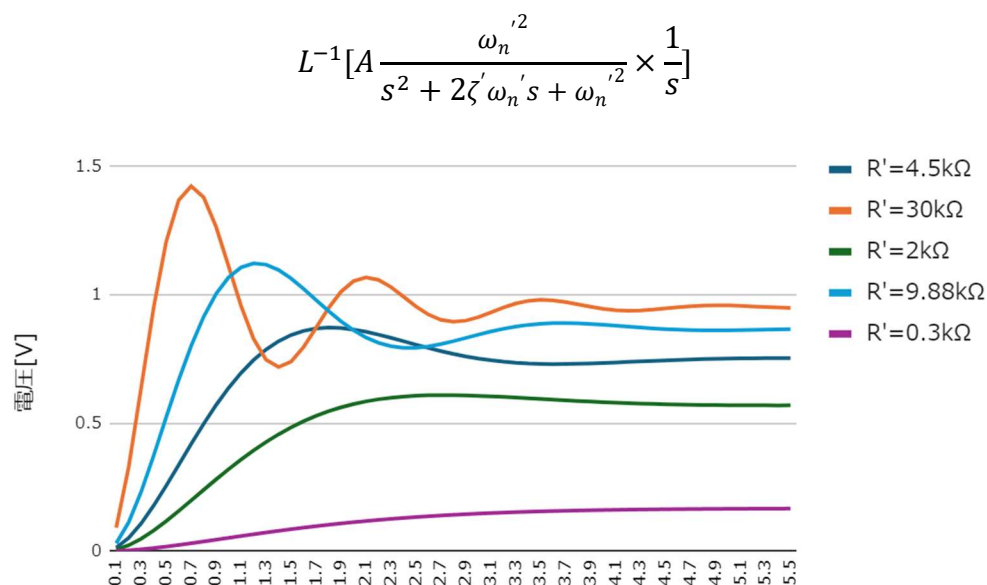


Fig. 14 Step response

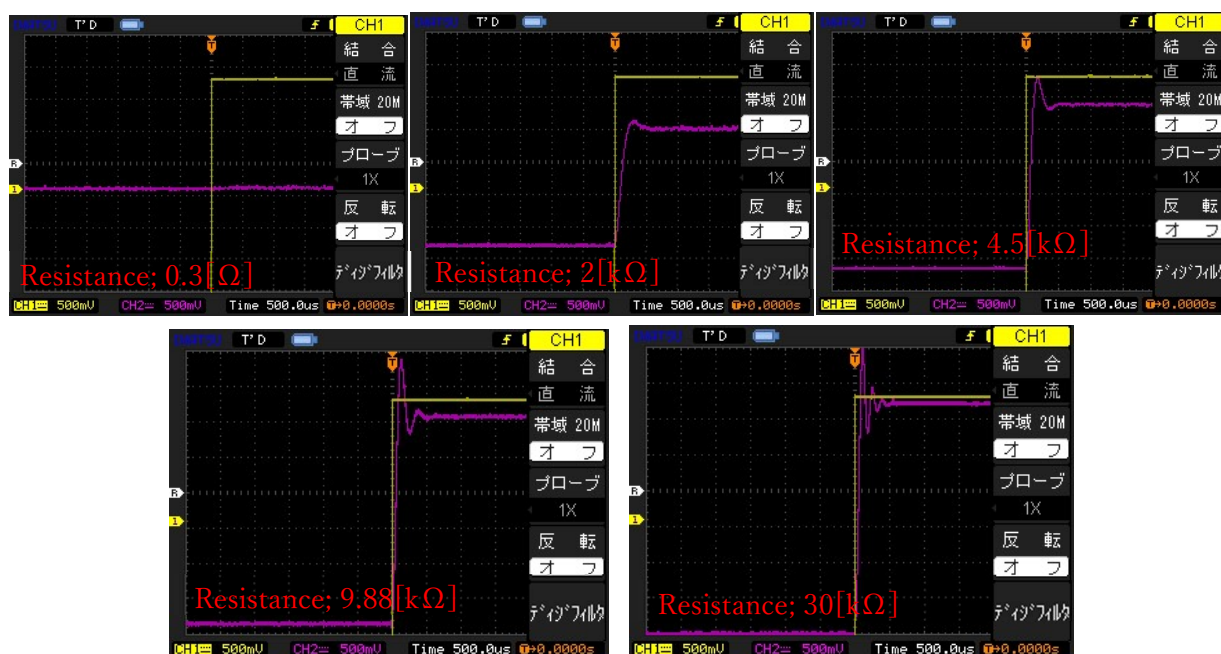


Fig. 15 Result of Experiment3

5. Discussion

5-1 第1週目考察課題

- 1) 理論値のボード線図と実験値のボード線図の相違点を述べなさい。また、その違いが生じる原因を定量的に考察してください。

実験により求められた振幅比は常に 1 となっており、ゲイン線図は 0 を通る横軸に平行な直線になると考えられる。実験値の位相線図は、理論値と大幅にかけ離れることはわかる。しかし、位相線図はゲイン線図に比べて複雑な形なことに加え、実験で得られた数値では周波数間が離れすぎているため、どのような形になるか予想することは難しい。また、入力電圧の周期とオシロスコープに表示されている周期が異なることから、オシロスコープの計測ミスがあったと考えられる。閉ループ回路の周波数応答の実験時に、オシロスコープを繋ぐ位置が間違っていたことが発覚した。閉ループ回路の周波数応答の実験結果は理論値に近いものであった。このことから第 1 週目の実験でオシロスコープを繋ぎ間違えており、それに気づくことができなかったことがうかがえる。

本実験で扱った 2 次遅れ系の臨界減衰（臨界減衰振動）のステップ応答では、システムが振動せずに元の状態に戻るため、明確な振動周期が存在しないため、オシロスコープで位相差を直接測定することは困難である。このことから、理論値と実験値のボード線図の比較には、応答の立ち上がり時間と過度応答の最大値、安定時定数などで評価することが多い。

5-2 第2週目考察課題

- 3) フィードバックシステムの速応性を向上させるための位相進み補償を調べてその原理を説明し、オペアンプを用いてその補償器を実現する方法を考察する。

位相進み補償器は定常特性を支配する低周波数帯域のゲインはそのままにし、仕様に基いて求められる位相余裕を確保しつつ、ゲイン往査周波数 ω_{cg} を大きくし、速応性を改善することである。これにより、補償後の ω_{cg} が補償前より高周波になるようにループ成形され、結果的にフィードバック制御系の速応性が改善される。オペアンプを用いた位相進み補償の回路図を Fig. 16 に示す。

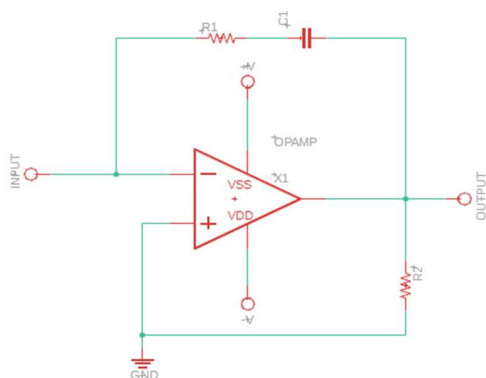


Fig. 16 オペアンプ用いた位相進み補償の回路図

- 4) フィードバックシステムの定常特性を向上させるための位相遅れ補償を調べてその原理を説明し、オペアンプを用いてその補償器を実現する方法を考察する。

位相遅れ要素による定常特性改善の基本的な考え方は過渡特性を変えずに、低周波帯域のゲインを上げ、定常特性の改善を図ることである。オペアンプを用いた位相遅れ補償の回路図を Fig. 17 に示す。

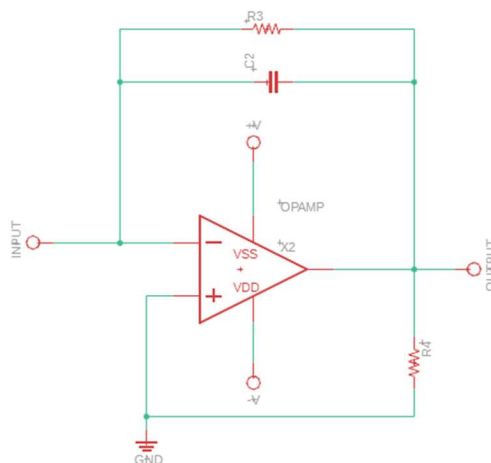


Fig. 17 オペアンプ用いた位相遅れ補償の回路図

5-3 第3週目考察課題

- 5) 閉ループシステムのステップ応答の理論値とステップ応答の実験値の相違点を述べよ。また、その違いが生じる原因を定量的に考察する。

理論値と実験値は、概ね同じになった。しかし、実験では理論値より少し低い値で安定した。

このようになる原因として、抵抗やキャパシタ、などの電子部品の温度変化などによる誤差、ジャンパ線の抵抗などが関係するためであると考えられる。

- 6) サーボ系の具体例を1つ取り上げ、その機能、構成、実現方法について図を使いながら説明する。

サーボ系の代表例として、ロボットアームの制御が挙げられる。ロボットアームの制御及び構成は Fig. 18 のブロック線図に示す。Fig. 18 に示すブロック線図のようにセンサーにあたるエンコーダーなどを用いてフィードバックすることで動作命令に従ってアームの角度や速度を制御している。

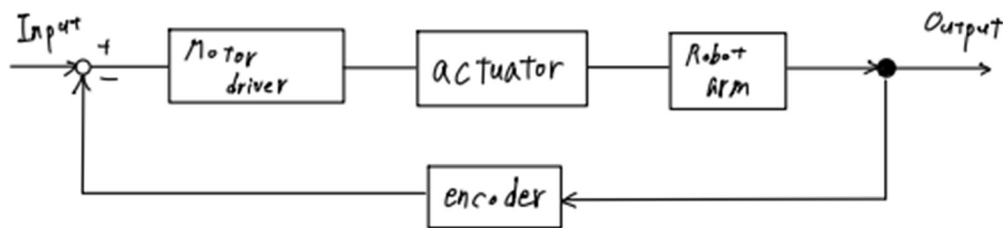


Fig. 18 ロボットアームのブロック線図

Reference